

Année 2008

N° d'ordre : 101

UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE
DE BELFORT-MONTBÉLIARD

UNIVERSITÉ DE
FRANCHE-COMTÉ

École Doctorale *Sciences Pour l'Ingénieur et Microtechniques*

THÈSE

Présenté pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
et de l'Université de Franche-Comté

Discipline : Informatique

Régulation de la demande dans les réseaux mobiles par optimisation de la tarification

Par

Mustapha OUGHDI

Soutenue le 09 décembre 2008

Devant le Jury

Rapporteur	TABBANE Sami	Professeur, Sup'Com - Tunis
Rapporteur	VASQUEZ Michel	HDR, Ecole des mines d'Alès
Examineur	PHILIPPE Laurent	Professeur, UFC
Examineur	DESCHINKEL Karine	MdC, Université de Versailles
Examineur	MORIN Bertrand	Responsable URD, Orange Labs
Directeur de Thèse	CAMINADA Alexandre	Professeur, UTBM
Co-Directeur	LAMROUS Sid	MdC, UTBM



Thèse préparée au sein l'unité de recherche *Network Engineering and Tools (NET)* du laboratoire *Réseaux d'Accès (RESA)* à *France Télécom Recherche & Développement*.

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont été menés au sein de l'unité de recherche Network Engineering and Tools (NET) du laboratoire Réseaux d'Accès (RESA) à France Télécom Recherche & Développement (FTR&D). Je tiens à remercier Bertrand MORIN, responsable de l'unité, pour m'avoir accueilli dans son équipe, pour ses précieux conseils et pour sa disponibilité. Je le remercie également pour son suivi permanent de ce travail de thèse.

Je tiens à exprimer mes remerciements et ma profonde gratitude à Alexandre CAMINADA pour m'avoir accueilli dans son équipe au sein du laboratoire Systèmes et Transport (SET) de l'UTBM et avoir dirigé ce travail de thèse, pour la qualité de son encadrement tant au niveau scientifique qu'au niveau pédagogique, pour son aide précieuse et ses conseils judicieux, pour sa disponibilité, et particulièrement pour le soutien permanent qu'il m'a apporté tout au long de ces années notamment durant des moments difficiles. Je ne saurai le remercier pour sa sympathie et sa constante bonne humeur.

Mes remerciements sont également destinés à Sid LAMROUS, maître de conférences à l'UTBM, pour avoir codirigé ce travail, pour la confiance qu'il m'a témoignée tout au long de ce travail, pour ses critiques judicieuses et ses remarques pertinentes.

Je remercie M. Sami TABBANE, professeur à l'Ecole Supérieure des Communications de Tunis, et M. Michel VASQUEZ, Directeur du Centre de Recherche LGI2P, de m'avoir honoré en acceptant la charge de rapporter ce travail de thèse. Leurs questions et leurs remarques pertinentes m'ont permis de dégager de nouvelles pistes de réflexions.

Je remercie également Karine DESCHINKEL, maître de conférences à l'Université de Versailles, pour l'intérêt qu'elle a porté à mon travail, pour ses conseils précieux, pour ses remarques très pertinentes et constructives et pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je remercie M. Laurent PHILIPPE, professeur à l'Université de Franche Comté, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury.

Ces remerciements ne seraient pas complets si je n'avais pas pensé à les destiner, avec ma profonde reconnaissance, à ma famille pour son soutien précieux et permanent.

A la mémoire de ma défunte mère et mon défunt grand père,

A mon père,

A mes frères et ma sœur.

Résumé

Le contrôle de la congestion dans les réseaux mobiles dépend de la répartition spatiale et temporelle du trafic. Lorsque la congestion est localisée dans le temps, la tarification est un moyen incitatif efficace pour la redistribution temporelle de la demande. L'objectif est de proposer un *modèle de tarification planifiée* pour l'optimisation de l'utilisation des ressources du réseau. Le calcul des nouvelles grilles tarifaires se base sur un *modèle de comportement* des clients. En plus de la modélisation du comportement, l'étude prend en compte la diversité des propriétés de la demande et au dimensionnement non homogène des cellules. Un enjeu de cette étude est alors de montrer dans quelle mesure une grille peut s'appliquer à tout ou une partie du réseau et l'influence de ce choix sur la décongestion des ressources.

Les travaux fondamentaux effectués s'appuient d'abord sur des probabilités pour modéliser le comportement du client, puis sur des méthodes statistiques, d'analyse de données et de classification automatique pour identifier les propriétés pertinentes des cellules du réseau, et enfin sur des méthodes de partitionnement de graphe pour formaliser le problème de découpage spatial du réseau. Un travail sur les méthodes d'optimisation approchée basées sur la recherche locale et les algorithmes génétiques est réalisé pour l'optimisation de l'utilisation des ressources et pour le découpage spatial du réseau. Une étude a été menée sur l'optimisation robuste où l'incertitude sur les données d'entrée du problème est appréhendée par l'examen de la stabilité du modèle vis-à-vis de perturbations sur les données.

Mots clé : Tarification, congestion, optimisation, réseaux mobiles, partitionnement de graphe, robustesse.

Summary

Congestion control in mobile networks depends on the space and temporal distribution of the traffic demand. When the congestion is time-localized, pricing is an efficient incentive means for the temporal redistribution of the demand. The objective of the work is to propose a *planned pricing model* for the optimization of the network resources use. The computation of the new tariff grid is based on a customer *behavior model*. In addition to the behavior modeling, the study tackles the diversity of the demand features and the heterogeneous dimensioning of the cells. Another aim of this study is to define the application of a global or partial pricing grid on the network and to describe its influence on network resources optimization

The fundamental work is initially based on probability laws to model the customers behavior, then on statistical methods, data-analysis models and clustering algorithms to identify the relevant properties of network cells, and finally on graph partitioning methods to formalize the space partitioning problem in the network. Thereafter a work on approximate optimization methods based on local research and genetic algorithms is carried out in order to optimize the resources and to partition the network. Lastly, a study is undertaken on robust optimization where uncertainty on the input data of the problem is apprehended by the examination of the model stability when data are perturbed.

Key words: Pricing, congestion, optimization, mobile networks, graph partitioning, robustness.

Table des matières

Introduction	23
Chapitre 1 Etat de l'art.....	27
1.1 Principes de tarification.....	28
1.1.1 Tarification : un concept économique	28
1.1.2 Tarification et gestion du revenu	28
1.1.3 Tarification et concurrence.....	29
1.1.4 Tarification de la congestion	29
1.2 Tarification de la congestion dans les réseaux de transport	30
1.2.1 Réseaux routiers	30
1.2.2 Réseaux aériens	31
1.3 Tarification de la congestion dans les télécommunications	33
1.3.1 Réseau Internet	33
1.3.2 Réseaux mobiles.....	35
1.4 Discussion	44
Chapitre 2 Modèle de tarification planifiée	49
2.1 Champs d'application du modèle	50
2.1.1 Types de cellule.....	50
2.1.2 Impact financier.....	52
2.2 Modèle de tarification pour une cellule.....	53
2.2.1 Formulation du problème d'optimisation	54
2.2.1.1 Variables de décision.....	55
2.2.1.2 Contraintes.....	57
2.2.1.3 Fonction objectif.....	57
2.2.2 Modèle de comportement des clients	58
2.2.2.1 Probabilité de choix d'une période	59
2.2.2.2 Fonction d'utilité.....	60
2.2.2.3 Calibration du modèle de comportement	68
2.2.3 Perturbation de la demande	72
2.2.4 Synthèse du modèle de tarification planifiée.....	73
2.2.5 Indicateurs de performance	75
2.2.5.1 Taux de trafic rejeté.....	75
2.2.5.2 Taux d'utilisation de la capacité.....	75
2.2.5.3 Revenu financier de l'opérateur	76
2.2.6 Validation du modèle de tarification pour une cellule	76

2.2.6.1	Algorithme d'optimisation	76
2.2.6.2	Tests et résultats	77
2.3	Modèle de tarification pour un réseau	84
2.3.1	Adaptation du modèle	84
2.3.2	Indicateurs de performance	85
2.3.2.1	Taux de trafic rejeté.....	86
2.3.2.2	Taux d'utilisation de la capacité.....	86
2.3.2.3	Revenu financier.....	86
2.3.3	Algorithme d'optimisation	86
2.3.4	Tests et résultats	87
2.3.4.1	Test sur l'instance de réseau 1.....	88
2.3.4.2	Test sur l'instance de réseau 2.....	89
2.4	Traitement des cellules à congestion permanente	90
2.5	Conclusion.....	92
 Chapitre 3 Découpage spatio-temporel		95
3.1	Difficultés de l'extension à un réseau	96
3.1.1	Difficultés techniques.....	96
3.1.1.1	Diversité des profils de demande dans les cellules.....	96
3.1.1.2	Dimensionnement non-homogène des cellules	96
3.1.2	Contraintes cognitives	97
3.1.2.1	Contrainte spatiale.....	97
3.1.2.2	Contrainte temporelle	98
3.1.3	Schéma de résolution.....	99
3.2	Choix des méthodes de résolution.....	102
3.2.1	Méthodes de classification	102
3.2.1.1	Classification non supervisée	103
3.2.1.2	Le choix de la méthode pour la classification	106
3.2.2	Partitionnement de graphe.....	107
3.2.2.1	Quelques définitions.....	107
3.2.2.2	Fonctions objectif pour le partitionnement de graphe	108
3.2.2.3	Partitionnement contraint	109
3.2.2.4	Partitionnement non contraint	110
3.2.2.5	Le choix de la méthode de partitionnement.....	110
3.2.3	Algorithmes génétiques	111
3.2.3.1	Principe de fonctionnement.....	111
3.2.3.2	Codage des individus.....	112
3.2.3.3	Construction de la population initiale.....	112
3.2.3.4	Fonction d'adaptation.....	112
3.2.3.5	Evolution de la population.....	113
3.2.3.6	Paramétrage de l'algorithme génétique	114
3.3	Résolution du problème d'extension du modèle	115
3.3.1	Définitions et outils de base	115
3.3.2	Regroupement des cellules.....	119
3.3.2.1	Algorithme <i>k-means</i>	119
3.3.2.2	Le critère de distance.....	120
3.3.2.3	Identification du nombre adéquat de groupes.....	120

3.3.2.4	La silhouette	120
3.3.2.5	Le choix du meilleur regroupement	123
3.3.2.6	Résultats expérimentaux.....	124
3.3.3	Découpage spatial et tarification par zones	126
3.3.3.1	Formalisation du problème de découpage spatial.....	126
3.3.3.2	Résolution du problème de découpage spatial par un algorithme génétique.....	130
3.3.3.3	Résultat expérimentaux	134
3.3.4	Découpage temporel.....	137
3.3.4.1	Principe.....	137
3.3.4.2	Résultats expérimentaux.....	138
3.4	Conclusion.....	140
Chapitre 4 Evaluation et simulation		143
4.1	Génération et évaluation d'une grille tarifaire.....	144
4.1.1	Traitement du réseau test.....	144
4.1.1.1	Performances de référence sans redimensionnement	145
4.1.1.2	Performances de référence avec redimensionnement.....	145
4.1.1.3	Découpage temporel de la journée	146
4.1.1.4	Découpage spatial du réseau	147
4.1.2	Evaluation des grilles tarifaires	148
4.1.2.1	Grille tarifaire individuelle par cellule	148
4.1.2.2	Grille tarifaire unique pour le réseau.....	148
4.1.2.3	Grille tarifaire par zone	150
4.1.3	Synthèse des résultats	151
4.2	Evaluation de la robustesse du modèle.....	152
4.2.1	Description de l'environnement de simulation.....	153
4.2.2	Formalisation de l'environnement de simulation	155
4.2.2.1	Construction du réseau test.....	155
4.2.2.2	Formalisation du générateur de demande	157
4.2.3	Simulation et résultats	158
4.2.3.1	Réseau test.....	158
4.2.3.2	Génération de la demande initiale	161
4.2.3.3	Optimisation et réduction de la congestion	163
4.2.3.4	Génération de la demande avec la nouvelle grille tarifaire	166
4.2.4	Synthèse des résultats	167
4.3	Conclusion.....	168
Conclusion et perspectives		171
Publications		175
Bibliographie.....		177

Liste des figures

Figure 1.1 – Algorithme pour la tarification dynamique en temps réel	36
Figure 1.2 – Schéma d'intégration de la tarification dynamique dans le CAC	38
Figure 1.3 – Tarification dynamique avec "alternatives"	39
Figure 1.4 – Procédure de sélection des appels dans le modèle avec "alternatives"	40
Figure 2.1 - Cellule à congestion permanente	51
Figure 2.2 - Cellule non congestionnée	51
Figure 2.3 - Cellule à congestion localisée dans le temps	52
Figure 2.4 - Transformation du problème multi-objectif en mono-objectif	53
Figure 2.5 – Demande, trafic rejeté et trafic écoulé	54
Figure 2.6 – Illustration du problème de redistribution de la demande	54
Figure 2.7 – Estimation du taux de blocage avec le paramètre de prix	62
Figure 2.8 – Estimation de la demande avec le paramètre de prix	63
Figure 2.9 – Estimation du taux de blocage avec les paramètres de prix et de préférence	67
Figure 2.10 – Estimation de la demande avec les paramètres de prix et de préférence	67
Figure 2.11 – Effet de la mise en échelle logarithmique de l'utilité	69
Figure 2.12 – Estimation de la demande pour l'utilité avec et sans logarithme	70
Figure 2.13 – Estimation de la demande en utilisant le facteur d'influence αn	72
Figure 2.14 – Redistribution de la demande dans une cellule non congestionnée	79
Figure 2.15 – Fluctuation des tarifs dans une cellule non congestionnée	79
Figure 2.16 – Indicateurs de performance dans une cellule non congestionnée	79
Figure 2.17 – Redistribution de la demande dans une cellule à congestion permanente	80
Figure 2.18 – Fluctuation des tarifs d'une cellule à congestion permanente	81
Figure 2.19 – Indicateurs de performance d'une cellule à congestion permanente	81
Figure 2.20 – Redistribution de la demande dans une cellule à congestion localisée dans le temps ...	82
Figure 2.21 – Fluctuation des tarifs dans une cellule à congestion localisée dans le temps	83
Figure 2.22 – Indicateurs de performance dans une cellule à congestion localisée dans le temps	83
Figure 2.23 – Grille tarifaire de l'instance de réseau 1	88
Figure 2.24 – Indicateurs de performance pour l'instance de réseau 1	89
Figure 2.25 – Grille tarifaire de l'instance de réseau 2	89
Figure 2.26 – Indicateurs de performance pour l'instance de réseau 2	90
Figure 2.27 – Capacité de la cellule à écoulé du trafic supplémentaire	91
Figure 3.1 – Diversité des profils de demande	96
Figure 3.2 – Dimensionnement non-homogène des cellules	97
Figure 3.3 – Zones de tarification	98
Figure 3.4 – Découpage temporel de la journée en deux périodes	98
Figure 3.5 – Processus complet de traitement d'un réseau	102
Figure 3.6 – Processus de classification par la méthode <i>k-means</i>	106
Figure 3.7 – Exemples de chromosome avec un codage binaire	112
Figure 3.8 – Allure d'un profil de demande	116
Figure 3.9 – Exemple de similitudes des profil de demande	117
Figure 3.10 – Matrice de corrélation de trois profils de demande	118

Figure 3.11 – Exemple de voisinage géographique des cellules	118
Figure 3.12 – Représentation graphique de la silhouette.....	122
Figure 3.13 – Exemple de regroupement en variant la valeur k.....	123
Figure 3.14 – Regroupement en 2 groupes de cellules.....	124
Figure 3.15 – Regroupement en 3 groupes de cellules.....	125
Figure 3.16 – Regroupement en 4 groupes de cellules.....	125
Figure 3.17 – Exemples de partitionnement.....	127
Figure 3.18 – Matrice de voisinage des cellules.....	128
Figure 3.19 – Exemple de codage du chromosome.....	131
Figure 3.20 – Découpage spatial en 2 zones	136
Figure 3.21 – Découpage spatial en 3 zones	136
Figure 3.22 – Découpage spatial en 4 zones	136
Figure 3.23 – Découpage spatial en 5 zones	136
Figure 3.24 – Exemple d’inertie expliquée pour une ACP.....	138
Figure 3.25 - Inertie expliquée pour une ACP appliquée au données du réseau test	138
Figure 3.26 – Découpage temporel en périodes d’une journée travaillé.....	139
Figure 3.27 – Découpage temporel en périodes d’une journée de week-end.....	140
Figure 4.1 – Indicateurs de performance de référence avec optimisation par cellule et par heure.....	145
Figure 4.2 - Indicateurs de performance de référence après le redimensionnement	146
Figure 4.3 – Découpage temporel en périodes	147
Figure 4.4 – Découpage spatial en 5 zones de tarification	147
Figure 4.5 – Indicateurs de performance avec optimisation par cellule pour 3 périodes	148
Figure 4.6 – Indicateurs de performance avec optimisation globale du réseau pour 3 périodes.....	149
Figure 4.7 – Grilles tarifaires pour le réseau	149
Figure 4.8 – Indicateurs de performance avec optimisation par zone pour 3 périodes	150
Figure 4.9 – Grilles tarifaires par zone.....	151
Figure 4.10 – Synthèse des taux de rejet des différents scénarios.....	152
Figure 4.11 – Fonctionnement global du générateur de demande.....	154
Figure 4.12 – Fonctionnement global du modèle de tarification.....	154
Figure 4.13 – Schéma de fonctionnement de l’environnement de simulation	155
Figure 4.14 – Exemples de profils des zones	156
Figure 4.15 – Représentation graphique du nombre de clients par zone.....	159
Figure 4.16 – Nombre de clients dans les cellules de chaque zone.....	160
Figure 4.17 – Nombre d’appels dans chaque cellule.....	162
Figure 4.18 – Profils de la demande initiale des cellules	163
Figure 4.19 – Indicateurs de performance du réseau après le processus d’optimisation.....	164
Figure 4.20 – Exemple de réduction de la congestion pour chaque zone	164
Figure 4.21 – Grille tarifaire par zone	165
Figure 4.22 – Profils de demande des différentes étapes	166
Figure 4.23 – Taux de trafic rejeté pour chaque étape	167

Liste de tableaux

Tableau 2.1 – Données initiales de la cellule test.....	61
Tableau 2.2 – Résultats du test de l'utilité avec le paramètre de prix	62
Tableau 2.3 – Exemple de fonctionnement du paramètre de préférence.....	64
Tableau 2.4 – Résultats du test de l'utilité avec les paramètres de prix et de préférence.....	66
Tableau 2.5 – Exemple de préférences pour trois périodes.....	68
Tableau 2.6 – Exemple d'utilités relatives entre les périodes	68
Tableau 2.7 – Résultats du test en utilisant le facteur d'influence <i>αn</i>	71
Tableau 2.8 – Données initiales de la cellule non congestionnée	78
Tableau 2.9 – Données initiales de la cellule à congestion permanente.....	80
Tableau 2.10 – Données initiales de la cellule à congestion localisée dans le temps.....	82
Tableau 2.11 – Analyse des taxes pour 10 exécutions de l'algorithme.....	84
Tableau 2.12 – Exemple de calcul de bornes des taxes pour un groupe de cellules	85
Tableau 3.1 – Exemple de données pour la classification des cellules	99
Tableau 3.2 – Exemple de données d'entrée pour l'algorithme de regroupement des heures	101
Tableau 3.3 – Analyse des corrélations des regroupements.....	126
Tableau 3.4 – Effet de l'écart type et du nombre d'arcs sur le calcul du poids de la zone.....	128
Tableau 3.5 – Exemple de fonction de coût pour deux zones	129
Tableau 3.6 – Normalisation de la matrice de corrélation.....	130
Tableau 3.7 – Comparaison des algorithmes.....	135
Tableau 4.1 – Répartition des clients sur les zones du réseau test	159
Tableau 4.2 – Nombre de cellules par zone	160
Tableau 4.3 – Grille tarifaire initiale et préférence	161

Liste des algorithmes

Algorithme 2.1 - Calcul du facteur d'influence de la fonction d'utilité	69
Algorithme 2.2 - Algorithme d'optimisation de type Hill Climbing	75
Algorithme 2.2 - Algorithme d'optimisation pour un réseau complet	85
Algorithme 3.1 - Algorithme k-means	117
Algorithme 3.2 - Algorithme génétique pour le partitionnement spatial	128
Algorithme 3.3 - Calcul des probabilités de sélection des individus	130
Algorithme 3.4 - Opérateur de sélection par roulette	131
Algorithme 3.5 - Opérateur de croisement multipoint dirigé	131
Algorithme 3.6 - Opérateur de mutation contrôlée	132

Liste des symboles

$NCan_n$	nombre de canaux de la cellule n
$NPer$	nombre de périodes
$NHeur$	nombre d'heures de la journée ($NHeur = 24$)
$NCell$	nombre de cellules du réseau
$NZone$	nombre de zones dans le réseau
τ_n^c	taux de blocage cible toléré par l'opérateur dans la cellule n
$\tau_{n,i}^0$	taux de blocage initial dans la cellule n en période i
$\tau_{n,i}^e$	taux de blocage estimé après optimisation dans la cellule n en période i
ρ_n^c	capacité de la cellule n
$\rho_{n,i}^0$	demande initiale dans la cellule n en période i
$\rho_{n,i}^e$	demande estimée après optimisation, dans la cellule n en période i
$p_{n,i}^0$	prix initial appliqué dans la cellule n en période i
$p_{n,i}$	prix final (prix initial plus taxe) dans la cellule n en période i
$t_{n,i}$	taxe (coût signé) appliquée au prix initial dans la cellule n en période i

Les unités de mesure que nous utilisons sont :

- *Erlang* pour les capacités et les demandes en trafic
- *Euro* pour les prix et les taxes

Glossaire

BCCH	<i>Broadcast Control CHannel</i> : canal sur lequel sont diffusées régulièrement des informations de la cellule vers le mobile. Il permet d'effectuer des mesures de puissance en veille et de diffuser des informations sur les règles d'accès à la cellule courante et aux cellules voisines (niveau de puissance minimal et maximal, numéro de zone de localisation...).
BTS	<i>Base Transeiver Station</i> : équipement comprenant l'antenne et les émetteurs / récepteurs qui assurent la transmission du signal radio depuis et vers les mobiles.
CAC	<i>Call Admission Control</i> : ensemble d'actions prises par le réseau au moment de l'établissement d'une nouvelle connexion pour vérifier que des ressources sont disponibles et que l'acceptation d'une nouvelle communication ne va pas perturber les autres communications en cours.
GPRS	<i>Global Packet Radio System</i> : évolution du GSM permettant la transmission de données multimédia par paquets, à des débits importants, dans le contexte des infrastructures radio existantes.
GSM	<i>Global System for Mobile communications</i> : norme européenne de télécommunication mobile de deuxième génération.
OPNET	<i>Optimum Network Performance</i> : outil de simulation de réseaux puissant et complet.
QoS	<i>Quality of Service</i> : capacité à véhiculer dans de bonnes conditions un type de trafic donné, en termes de disponibilité, débit, délais de transmission, taux de perte de paquets...
Handover	Mécanisme grâce auquel le mobile peut transférer sa communication d'une BTS à une autre. Le Handover est toujours à l'initiative du réseau.

TRX *Transmission/Reception Unit* : émetteur récepteur qui gère une paire de fréquences porteuses (une fréquence en voie montante du mobile vers la BTS et une autre en voie descendante). On peut multiplexer jusqu'à 8 communications simultanées sur un TRX.

UMTS *Universal Mobile Telecommunication System* : norme universelle pour les réseaux radio mobiles de troisième Génération, support de services multimédias à haut débit et en mobilité.

Introduction

Le contrôle de la congestion par la tarification dans les réseaux est une solution qui a vu le jour durant les années 60 dans le domaine des transports routiers. Peu à peu, le succès des modèles proposés a incité d'autres secteurs à s'y intéresser. D'abord les réseaux de transports aériens et ferroviaires, ensuite les réseaux de télécommunications comme l'Internet, et plus récemment les réseaux mobiles. Les études menées dans ces différents secteurs économiques montrent que le comportement des usagers du réseau est fortement sensible aux tarifs appliqués, ils changent leurs habitudes en fonction de la fluctuation des prix et modifient ainsi l'utilisation des ressources qui leurs sont proposées.

La croissance rapide et continue de la demande offerte dans les réseaux mobiles a commencé à engendrer quelques saturations alors que le secteur était encore peu concurrentiel vers la fin des années 90. Au début des années 2000 la concurrence entre les opérateurs est devenue plus rude et la demande est devenue beaucoup plus forte, de nouvelles solutions ont donc commencé à être étudiées dans la littérature pour traiter les problèmes de congestion dans ces réseaux par la tarification. Comme pour le transport, la motivation principale pour ce type de solution réside dans son coût, car changer une grille tarifaire est nettement moins onéreux que d'investir dans la capacité, mais aussi dans son intérêt économique car construire une bonne politique de tarification est un élément déterminant dans la stratégie des entreprises. Dans notre travail nous avons seulement abordé la tarification comme moyen de décongestionner un réseau mobile sans aborder les autres aspects tels que la gestion de la concurrence ou le management du revenu.

La congestion dans les réseaux mobiles GSM se traduit par le rejet des appels. Du point de vue de l'opérateur, ce rejet signifie qu'une partie de la demande offerte n'est pas satisfaite et financièrement cela correspond à un manque à gagner. Du point de vue des clients, le rejet des appels est perçu comme une dégradation de la qualité de service et une source d'insatisfaction qui à terme peut pousser le client à changer de fournisseur. Le rejet des appels trouve ses origines dans l'insuffisance de la capacité du réseau à écouler toute la demande. Pour faire face à cette insuffisance, les opérateurs peuvent accroître la capacité en densifiant leur réseau par l'ajout de stations de base (BTS) ou en augmentant le nombre de transmetteurs (TRX) sur les stations de base concernées par la congestion.

Bien qu'elles soient efficaces, ces solutions très coûteuses et limitées par le spectre de fréquences disponibles peuvent ne pas être économiquement rentables. Toutefois, elles sont incontournables lorsque la congestion des ressources est importante et permanente. Or, l'analyse de la demande offerte dans différentes instances de réseau montre que la congestion est souvent localisée dans le temps et dans l'espace i.e. elle n'apparaît que durant certaines périodes et dans certaines cellules. Par conséquent, l'utilisation d'une solution tarifaire incitative pour la redistribution temporelle de la demande s'avère une alternative intéressante.

L'opérateur peut par cette démarche concilier la satisfaction du client et l'utilisation optimale de la capacité du réseau. En effet, une telle solution devrait baisser les prix des communications durant les périodes creuses pour inciter les clients à utiliser les ressources du réseau. Et elle devrait en revanche, augmenter les prix durant les périodes congestionnées pour décourager les clients d'appeler durant ces périodes. Ainsi, la tarification peut être un moyen efficace pour redistribuer la demande et contrôler la congestion. Fitkov-Norris et Khanifar [Fit00a] ont montré que les clients de réseaux mobiles sont sensibles à la tarification, et leur comportement en termes de choix de périodes et de services est étroitement lié aux prix appliqués.

Une chose évidente et en même temps importante doit être considérée lorsque l'on étudie le comportement des clients dans les réseaux mobiles : la disponibilité en tout lieu et à toute heure du réseau et la totale mobilité des clients. Nous avons affaire à deux caractéristiques que l'on retrouve ni dans les autres réseaux de télécommunications ni dans les autres problématiques de congestion de ressources.

Les modèles de tarification proposés dans la littérature pour les réseaux mobiles sont dédiés à l'utilisation en temps réel. Le principe de ces modèles consiste à évaluer, de façon instantanée ou à des intervalles de temps réguliers, l'état de la congestion de chaque cellule du réseau. Lorsque la congestion dépasse un seuil défini par l'opérateur, un algorithme, souvent intégré au mécanisme de contrôle d'admission des appels (CAC), calcule un nouveau prix et le communique aussitôt aux clients présents dans la cellule. Or, l'utilisation de la tarification en temps réel présente des inconvénients considérables tant au niveau de l'implémentation du système qu'au niveau de la gestion de la mobilité des clients. En effet, d'une part la mise en œuvre de la tarification en temps réel nécessite un mécanisme de signalisation performant et capable d'informer les clients de la fluctuation des prix en temps réel. D'autre part, une telle tarification nécessite un système de facturation très sophistiqué pour prendre en compte simultanément, les changements permanents de la grille tarifaire et la mobilité des clients. Par conséquent, nous proposons dans cette thèse une méthode différente qui consiste à définir une grille tarifaire à partir de la connaissance des prix actuels et de la distribution spatiale et temporelle de la demande sur un réseau.

Ainsi, nous avons travaillé sur l'élaboration d'un *modèle de tarification planifiée*. L'objectif de ce modèle est de calculer une grille tarifaire qui optimise l'utilisation des ressources du réseau. Cette solution devra inciter les clients à utiliser le réseau durant les périodes creuses et à réduire son utilisation au cours des périodes congestionnées. Nous proposons que le calcul des nouvelles grilles tarifaires se base sur un modèle de comportement des clients. Pour un client, passer un appel se présente comme un choix d'une période, d'un lieu et d'un tarif, parmi un ensemble de possibilités. Le client choisira alors la conjonction des éléments qui maximise son utilité. Ainsi, la modélisation du comportement des clients sera basée sur un modèle mathématique de choix discret. En plus de la modélisation du comportement des clients face à ce choix, un autre aspect difficile à traiter est le découpage spatial et temporel de la grille tarifaire. Jusqu'alors les prix ne sont pas tout le temps les mêmes mais ils sont les mêmes partout. Un enjeu de l'étude est aussi de montrer dans quelle mesure une grille peut s'appliquer à tout ou partie du réseau et quelle est l'influence de ce choix sur la décongestion des ressources. Nous ajouterons que si la décongestion est l'objectif principal de notre travail, elle n'est guère envisageable sans un contrôle minimum sur les gains ou les pertes de revenus financiers que toute stratégie peut engendrer. Mieux utiliser le réseau c'est bien mais si en plus cela peut rapporter c'est mieux !

Par la suite, ce mémoire de thèse est divisé en quatre chapitres. Le premier présente des définitions globales relatives au concept de la tarification ainsi qu'un état de l'art sur les modèles de tarification. Le deuxième chapitre expose le modèle de tarification que nous avons conçu pour traiter le problème. Le troisième chapitre détaille des solutions algorithmiques pour aborder la *tarification par zone*. Enfin le quatrième chapitre constitue une évaluation de l'impact du modèle de tarification sur les performances du réseau ainsi que sa robustesse face à la mobilité des clients.

Dans le premier chapitre, nous présenterons une revue globale de l'utilisation du principe de la tarification. La première partie sera consacrée à la définition de la tarification en tant que concept économique. Ensuite, nous donnerons quelques exemples de domaines d'application comme la gestion du revenu ou encore le positionnement du fournisseur de service dans le contexte concurrentiel. Dans la deuxième partie, nous aborderons la tarification de la congestion via un état de l'art des modèles de tarification proposés dans la littérature notamment pour les réseaux de transport et les réseaux de télécommunications. Nous explorerons particulièrement les modèles proposés dans le domaine des réseaux mobiles en les détaillant. Enfin, nous discuterons des méthodes et des techniques utilisées dans ces modèles en apportant une analyse critique, et nous proposerons les orientations générales de notre contribution.

Le second chapitre présentera la formalisation du modèle de tarification planifiée. La première partie sera consacrée à l'étude menée à l'échelle d'une cellule. Nous présenterons la formulation du problème d'optimisation ainsi que le modèle de comportement des clients. Nous détaillerons le processus de construction de la fonction

d'utilité que nous considérons comme l'élément crucial du modèle de comportement. Chaque étape de ce processus sera validée par des tests. Nous définirons des indicateurs de performances pour évaluer l'impact de la nouvelle grille tarifaire sur la cellule. L'extension du modèle de tarification à un réseau complet sera abordée dans la deuxième partie de ce chapitre. Nous présenterons une adaptation de l'algorithme d'optimisation pour prendre en compte toutes les cellules et calculer une grille tarifaire unique pour tout le réseau. Les tests de validation effectués sur une instance de réseau montreront les limites de cette adaptation et mettront en évidence les difficultés de mise en œuvre du modèle de tarification planifiée à l'échelle d'un réseau complet.

Dans le troisième chapitre, nous commencerons par identifier les difficultés techniques et les contraintes cognitives de la généralisation du modèle de tarification planifiée à un réseau complet. Ensuite nous présenterons un schéma de résolution qui permet de pallier ces difficultés et de satisfaire ces contraintes. Ce schéma consiste à proposer une tarification par zone. Après avoir donné des généralités sur les méthodes nécessaires pour la mise en œuvre d'une tarification par zone, nous présenterons l'application des méthodes retenues pour le découpage spatial du réseau en zones et pour le calcul d'une grille tarifaire pour chaque zone identifiée. Pour compléter notre étude de généralisation du modèle, nous utiliserons une méthode statistique pour le découpage de la journée en périodes.

L'évaluation du modèle de tarification planifiée fera l'objet du quatrième et dernier chapitre. Dans la première partie de ce chapitre nous comparerons l'impact sur les performances du réseau des différents types de calcul de la grille tarifaire : grille tarifaire individuelle par cellule, grille tarifaire unique pour tout le réseau et grille tarifaire par zones. La seconde partie sera consacrée à l'évaluation du modèle de tarification face à la mobilité des clients. Nous développerons un environnement de simulation qui nous permettra de comparer les résultats théoriques du modèle de tarification planifiée à des résultats obtenus par simulation. Nous terminerons ce chapitre par une synthèse des résultats obtenus.

Chapitre 1 Etat de l'art

Dans ce chapitre nous présentons tout d'abord des généralités sur le concept de la tarification en distinguant les trois grands problèmes que sont la gestion des revenus, la gestion de la concurrence et la gestion de la saturation. Ensuite nous décrivons les différents modèles de tarification proposés dans la littérature dans les domaines du transport et des télécommunications. Pour finir nous nous appesantissons sur les modèles proposés pour la tarification de la congestion dans les réseaux mobiles. C'est un domaine nouveau pour lequel il existe encore peu de travaux. Notre analyse des solutions actuelles nous conduit à proposer un nouveau type de modèle qui permette de traiter la congestion et de garantir un niveau de revenu minimum.

Sommaire

1.1	Principes de tarification	26
1.1.1	Tarification : un concept économique	26
1.1.2	Tarification et gestion du revenu.....	26
1.1.3	Tarification et concurrence	27
1.1.4	Tarification de la congestion	27
1.2	Tarification de la congestion dans les réseaux de transport	28
1.2.1	Réseaux routiers.....	28
1.2.2	Réseaux aériens.....	29
1.3	Tarification de la congestion dans les télécommunications	31
1.3.1	Réseau Internet.....	31
1.3.2	Réseaux mobiles	33
1.4	Discussion	42

1.1 Principes de tarification

La définition littéraire du terme « tarification » est donnée dans le dictionnaire LAROUSSE comme l'*Action d'établir un tableau indiquant le coût de produits ou de services*. Dans l'univers de l'économie, la tarification est plutôt un concept financier jouant un rôle important dans la relation entre le fournisseur du produit ou du service et le client. Par ailleurs, la tarification peut prendre une autre dimension lorsqu'elle est utilisée dans le domaine des réseaux, elle est souvent vue comme un moyen de contrôle de l'utilisation des ressources.

1.1.1 Tarification : un concept économique

La problématique de tarification, au sens économique du terme, peut se présenter comme la définition d'un prix équitable pour un produit ou un service conciliant à la fois l'utilité du fournisseur et celle du client. L'utilité du fournisseur se traduit essentiellement par son bénéfice après la rentabilisation des moyens mis en œuvre pour la production du produit ou du service. L'utilité du client est liée à la qualité de service (QoS) perçue relativement à la sensibilité au prix, on parle de rapport « Qualité / Prix ».

1.1.2 Tarification et gestion du revenu

La *gestion du revenu*, appelé aussi *yield management*, est un système de gestion des capacités disponibles ayant pour objectif la maximisation du profit généré par la vente d'un produit ou d'un service [DAU85]. Le yield management identifie des segments de marché, en évalue les potentialités et fixe des prix. Il assure la gestion de la capacité disponible par une tarification et une offre de services adaptées à la spécificité de chaque segment identifié [CAP03]. La gestion du revenu est souvent associée au principe de la tarification en temps réel, i.e. les prix des produits ou des services sont modulés dans le temps.

Apparu dans le transport aérien après la déréglementation de ce secteur, le yield management couronné d'un grand succès en termes de rentabilité financière, s'est étendu à l'hôtellerie puis à un grand nombre de services : transport de marchandises, location de voitures, industrie, télécommunications, activités de loisir, médias, etc.

Plusieurs travaux ont été menés pour améliorer les techniques existantes et en proposer d'autres. McGill et van Ryzin [MCG99] retracent l'évolution de la recherche en gestion du revenu depuis ses débuts, ils présentent les différentes études menées et leurs applications notamment par les compagnies aériennes et les opérateurs des réseaux de télécommunications. Parmi les modèles proposés dans la littérature, nous pouvons citer les travaux de Talluri et van Ryzin [TAL04] ou encore ceux de Coté et al. [COT03] dans le domaine des transports aériens.

Plusieurs modèles ont été aussi proposés pour la gestion du revenu dans le monde des télécommunications, citons à titre d'exemple les travaux de Nair et Bapna [NAI01] pour la tarification de l'accès Internet bas débit, Humair [HUM01] pour la tarification de la bande passante résiduelle d'un réseau de télécommunication, Reichl et al. [REI03] qui proposent un concept de tarification avec cumul de points.

1.1.3 Tarification et concurrence

Dans un marché concurrentiel, les clients peuvent choisir entre les offres proposées par les différents acteurs du marché. En effet, un acteur du marché propose des prix et le client est libre de le suivre ou non. Cet acteur est appelé *meneur* et le client est le *suiveur*. Les techniques de programmation bi-niveau permettent de résoudre ce type de problème. Bracken et McGill [BRA73] proposent la première formulation d'un programme bi-niveau. Labbé, Marcotte et Savard [LAB98] ont ensuite introduit un modèle général de tarification à l'aide de la programmation bi-niveau. Le meneur instaure un prix sur des produits ou des services et le suiveur réagit en optimisant son objectif en fonction des prix fixés par le meneur.

Erbs [ERB07] a utilisé les techniques de programmation bi-niveau et de la théorie des jeux pour résoudre les problèmes de tarification dans le contexte concurrentiel. Il a établi un lien entre la formulation du problème en bi-niveau et la théorie des jeux en économie, et plus particulièrement les jeux de Stackelberg [STA52]. Il considère une classe de jeux qui fait intervenir un meneur qui prend une décision, et un suiveur qui réagit en fonction de cette décision. Le jeu s'arrête lorsqu'un équilibre entre les deux joueurs est obtenu. Il montre qu'un programme bi-niveau représente bien un jeu de Stackelberg.

1.1.4 Tarification de la congestion

Dans le domaine des réseaux en particulier, la tarification peut être utilisée comme un moyen incitatif pour le contrôle de la congestion. Le principe consiste à appliquer des taxes supplémentaires aux clients qui souhaitent utiliser une ressource du réseau à l'instant et à l'endroit où la demande est forte. Lorsque les ressources sont peu utilisées, les tarifs sont baissés afin d'encourager leur utilisation. Cette politique permet de décourager une partie des clients d'utiliser le réseau et de les inciter à utiliser les ressources dans un contexte spatiotemporel favorable à une décongestion du réseau.

Les réseaux de transport routier peuvent être considérés comme les pionniers de l'idée de taxer la congestion. Grâce au succès de cette méthode de contrôle de congestion, d'autres domaines ont peu à peu investi ces techniques de tarification qui ont fait leurs preuves. Ainsi, un nombre conséquent de travaux ont été menés dans différents types de réseau pour proposer des modèles de tarification performants : les réseaux de transport aérien, les réseaux de télécommunications fixes et plus récemment les réseaux mobiles. La partie suivante présente quelques travaux menés dans ces différents domaines.

1.2 Tarification de la congestion dans les réseaux de transport

La congestion dans les transports nuit au bien-être économique, social et environnemental de notre quotidien, elle paralyse le trafic pendant une bonne partie de la journée. Des solutions techniques peuvent être apportées pour réduire la congestion et répondre à la demande. Ces solutions sont souvent coûteuses et leur mise en œuvre présente des contraintes souvent difficiles à satisfaire. Les solutions tarifaires sont un moyen efficace pour réguler le trafic et réduire la congestion.

1.2.1 Réseaux routiers

Le problème de la congestion dans les réseaux de transport routier peut être résolu par la construction de nouvelles routes. Cette solution souvent coûteuse est soumise à des contraintes physiques difficiles. Des mesures comme l'amélioration des systèmes de feux de circulation ou encore l'utilisation de systèmes d'information (panneaux à messages variables) pour informer les usagers des conditions de trafic, sont mises en place pour améliorer l'utilisation du réseau. Ces mesures sont moins coûteuses que la construction de nouvelles routes.

Vers les années 1960 la tarification a émergé comme une solution efficace, pratique et nettement moins coûteuse pour contrôler la congestion. L'utilisation des politiques tarifaires incitatives permet d'orienter la demande et d'apporter des revenus supplémentaires pour l'entretien des voies. Le principe de l'utilisation de la tarification pour contrôler la congestion doit son succès au fait qu'il est plus intéressant d'agir sur la demande que d'augmenter l'offre.

Inspirée des modèles économiques, la théorie de la tarification au coût marginal est une approche qui est largement utilisée dans le domaine des transports routiers. Son principe consiste à chercher à atteindre l'équilibre du système en faisant payer à l'utilisateur, en plus du coût effectif du trajet, le coût du retard supplémentaire qu'il impose aux autres usagers en décidant d'emprunter cette route. Cette théorie est la plus utilisée dans les modèles de tarification statiques.

Au début des années 1960, Walters [WAL61] a utilisé la théorie de la tarification au coût marginal pour calculer les taxes à appliquer dans un réseau de routes. Dafermos et Sparrow ont proposé dans [DAF71] un modèle statique de tarification de la congestion, il vise à déterminer une politique de péage optimale dans un réseau routier. Ils ont montré qu'un système de péage influence considérablement le comportement des usagers en termes de route.

Dafermos [DAF73] utilise le principe du coût marginal et introduit la notion de classes d'utilisateurs pour calculer les montants des péages sur un réseau routier. Yang et Bell [YAN97] proposent d'utiliser la programmation bi-niveau en considérant la tarification

comme un jeu de meneur – suiveur. Le meneur qui représente le premier niveau et qui est généralement le fournisseur de service (l'exploitant du réseau routier) fixe les prix, le suiveur qui représente le deuxième niveau (l'utilisateur) décide de suivre ou pas les prix fixés par le meneur.

Vers la fin des années 1960 un autre type de modèles a apparu, il s'agit des modèles dynamiques. Vickrey [VIC69] montre que les usagers modifient leurs heures de départ en fonction du montant du péage. Ils réalisent un compromis entre l'heure d'arrivée, le temps de parcours et le montant du péage. L'auteur propose alors un modèle qui consiste à imposer un péage modulé dans le temps sur une route congestionnée.

Ben-Akiva et al. [BEN84] ont développé un modèle de simulation du trafic sur un réseau avec une seule paire Origine-Destination et plusieurs routes parallèles et des points de congestion sur chacune des routes. Le choix des utilisateurs est décrit par un modèle de choix discret, le modèle *Logit* [BEN03].

Abou-zeid et al. [ABO03] estime que la tarification de la congestion peut avoir deux objectifs : le premier consiste à maximiser le bénéfice social net et le deuxième consiste à minimiser la durée totale du trajet. Le modèle proposé repose sur les hypothèses suivantes : la demande Origine - Destination est considérée comme une donnée d'entrée qui varie en fonction du temps ; l'utilisateur ne peut réagir à la tarification qu'en changeant de route ; l'utilisateur n'a pas d'information en temps réel sur les routes. La fonction de la réaction de l'utilisateur est alors donnée par un modèle d'affectation dynamique du trafic (DTA). La solution de ce modèle est le flot d'équilibre de la classe d'utilisateurs empruntant une route donnée à un instant t (instant de départ). Pour résoudre le problème, il a été développé un algorithme itératif heuristique. Les résultats obtenus ont été appliqués à un petit réseau de deux Origine – Destination.

Le succès de l'idée du contrôle de la congestion par la tarification dans les réseaux routiers a provoqué le début d'une longue série d'études dans d'autres types de réseaux. La partie suivante présente quelques études menées dans le domaine du transport aérien.

1.2.2 Réseaux aériens

Pour calculer les taxes de congestion dans l'aéroport, Daniel [DAN97] propose un modèle où il suppose que tous les avions ont le même horaire préférentiel de départ et d'arrivée dans un intervalle de temps relativement court. Pendant cette période, N avions doivent atterrir, mais au plus N' avions peuvent atterrir par unité de temps alors, les avions qui arrivent et ne pouvant pas atterrir se mettent dans une queue. Le coût d'atterrissage qui comprend le coût d'attente dans la queue et le coût d'un atterrissage prématuré ou tardif est formulé mathématiquement. Malgré les résultats positifs obtenus par les simulations

de modèle, ses limites résident dans le fait qu'il n'est pas applicable à des aéroports dont les horaires de départ et d'arrivée des avions suivent un schéma plus complexe.

Jansson [JAN98] modélise l'atterrissage ou le décollage des avions sur une piste d'aéroport par un modèle de file d'attente. Il propose deux modèles de queue pour traduire la congestion ; ces modèles utilisent une loi de poisson pour la loi d'arrivée. Dans le premier modèle, la loi de service est une loi de poisson, dans le second, elle est quelconque. Différentes classes d'utilisateurs ont été prises en compte : avion privé, petit avion commercial, avion de ligne, etc. Enfin, pour calculer les taxes de la congestion pour chacun des modèles, Jansson a utilisé le principe de la tarification au coût marginal.

Deschinkel et al. [DES00] [DES01b] étudient le lien entre les taxes imposées aux compagnies aériennes, le choix des itinéraires et de l'heure de décollage. Ils proposent un mécanisme de tarification de l'espace aérien qui incite les compagnies à modifier les routes et les horaires de départ de leurs vols pour une meilleure répartition du trafic dans le temps et dans l'espace. Le modèle est basé sur le principe de la fonction d'utilité. Son objectif est de ramener le choix des compagnies en termes de route et de période de décollage, à l'attribution souhaitée (ciblée) des créneaux. Cet objectif est donné par la formule suivante :

$$\min \sum_{w \in W} \sum_{i \in R_w} \sum_{j=1}^T [ND^w(i, j) - NE^w(i, j)]^2 \quad 1.1$$

Avec : W l'ensemble des paires Origine – Destination (OD) des vols,

R_w l'ensemble des routes alternatives,

ND^w le nombre de vols désiré et NE^w le nombre de vols estimé,

(i, j) désigne une option où i est la route à emprunter et $j \in T$ la période de décollage.

L'estimation du nombre de vols NE^w se base sur la probabilité $PR_u^{w,l}$ qu'une compagnie dont le décollage est prévu en période u choisisse l'option (i, j) . $PR_u^{w,l}$ est calculé en utilisant le modèle de choix discret *Logit*.

$$PR_u^{w,l}(i, j) = \frac{e^{-\alpha * V_u^{w,l}(i, j)}}{\sum_{r \in R_w} \sum_{s=u}^{u+j_{max}} e^{-\alpha * V_u^{w,l}(r, s)}} \quad 1.2$$

Où $V_u^{w,l}(i, j)$ est l'utilité de l'option (i, j) .

Des méthodes heuristiques et stochastiques telles que la méthode du gradient, du recuit simulé ou encore Tabou ont été utilisées pour approcher la solution optimale du

problème. Les résultats obtenus lors des simulations réalisées [DES01a] ont montré que ce modèle est efficace pour réduire considérablement la congestion mais sans toutefois l'éliminer.

Les résultats obtenus par les modèles de tarification dans les réseaux de transport montrent que la tarification est un moyen efficace pour réduire la congestion. Des études similaires ont été menées dans le domaine des télécommunications. La partie suivante présente une synthèse de ces modèles.

1.3 Tarification de la congestion dans les télécommunications

Les réseaux de télécommunications sont nombreux et les technologies utilisées varient d'un type de réseau à un autre. Toutefois, les infrastructures de ces réseaux, malgré leur diversité, ont un point commun : la capacité de leurs ressources est limitée. Lorsque cette limite est atteinte, le réseau est congestionné. Les conséquences de la congestion sont aussi bien négatives pour l'opérateur qui subit des pertes de revenu que pour le client qui subit une dégradation de la qualité de service.

Durant ces dernières années, un nombre conséquent de travaux ont été menés sur les modèles de tarification dans le domaine des télécommunications et les objectifs sont différents. Certaines études visent à maximiser le revenu de l'opérateur et d'autres à améliorer la QoS. Plusieurs études cherchent un équilibre entre ces deux objectifs.

Le réseau Internet a été parmi les premiers réseaux de télécommunications à proposer des modèles de tarification pour le contrôle de la congestion. Aujourd'hui, des modèles plus ou moins nombreux sont proposés dans différents types de réseaux de télécommunications : réseaux ad hoc, réseaux wifi, réseaux mobiles...

1.3.1 Réseau Internet

Pour transmettre les informations sur l'Internet, certaines applications demandent de plus en plus de débit. Le débit étant limité, le réseau se retrouve souvent saturé et le problème de la congestion surgit. Comme dans les réseaux de transport, la tarification est un moyen pour remédier à la congestion dans le réseau Internet. Plusieurs modèles de tarification ont été proposés.

Cocchi et al. [COC93] proposent d'organiser les services Internet en classes et d'associer une tarification à chaque classe. Ils ont étudié un modèle de priorité pour accéder aux différentes classes où plusieurs niveaux de priorité sont associés à chaque classe et à chaque niveau de priorité est associé un prix. Un utilisateur peut choisir une priorité selon la nécessité que cette information soit transmise rapidement ou non, et il paiera le tarif correspondant à cette priorité pour cette classe. Les simulations réalisées sur des

réseaux simples ont montré que l'utilisateur trouve un compromis entre le coût de la priorité et celui du retard.

Odlysko [ODL99] propose d'appliquer dans le réseau Internet une approche simple connue sous le nom de la méthode de tarification du métro parisien (PMP). Le principe de cette méthode consiste à définir un partitionnement logique du réseau en un ensemble de sous-réseaux identiques. La seule différence entre les sous-réseaux est le prix d'accès. Le sous-réseau ayant le prix le plus élevé sera le moins congestionné et offre ainsi le meilleur service.

Ros [ROS03] propose un modèle mathématique pour la méthode de tarification du métro parisien (PMP) pour une application dans un réseau Internet. Les résultats obtenus ont montré que cette méthode réduit considérablement la congestion dans les réseaux et permet ainsi de mieux satisfaire la demande et de mieux rentabiliser les ressources.

Jeffrey et al. [JEF93] utilisent le principe « smart market » pour la tarification en temps réel dans le réseau Internet. Cette méthode repose sur le principe que l'information est découpée en paquets et un prix d'acheminement est associé à chaque paquet. Le prix des paquets est dynamique, i.e. il varie dans le temps selon le niveau de la congestion du réseau.

Mackie-Mason et Varian [MAC95] ont proposé un mécanisme de smart market pour les réseaux Internet où les paquets sont soumis à une enchère. Seuls les paquets ayant enchéri au-dessus d'un certain prix, dépendant de la congestion, sont acceptés.

Gupta et al. [GUP95] proposent l'un des principaux modèles de la tarification dynamique pour l'Internet. Ils considèrent que les préférences de l'utilisateur sont dépendantes du choix de service et du temps d'utilisation de ce service. Un prix de location et un temps d'attente prévu sont associés à chaque classe de services. Ces paramètres seront réajustés toutes les T unités de temps en fonction de la demande et seront affichés pour l'utilisateur dès qu'il se connecte à Internet.

Cremer et Hariton [CRE99] présentent une analyse des différents modèles de tarification proposés dans la littérature. Ils estiment que les techniques de tarification de l'accès à Internet proposées par plusieurs auteurs pour réduire la congestion, ne tiennent pas compte du fait que certaines applications nécessitent la garantie d'un niveau de capacité sur une période relativement longue. Ils estiment également que le but d'une politique de tarification est de déterminer dans quelles conditions un client potentiel se voit attribué l'utilisation des ressources du réseau (appelé aussi « pipe ») pour une ou plusieurs périodes et dans quelles conditions il devrait avoir une garantie ferme d'une utilisation non interrompue. Dans ce contexte, les auteurs proposent un modèle qui tient en compte les deux cas suivants :

- Un nouveau client apparaît à chaque période et chaque client veut utiliser le « pipe » pendant deux périodes consécutives. Le problème est de savoir quelle garantie donner à un utilisateur qui achète une seule unité de ressource. Ce modèle a servi pour étudier les conséquences de l'utilisation de « smart market » proposé par MacKie-Masson et Varian.
- Deux nouveaux clients apparaissent à chaque période : un client « à courte utilisation » qui veut utiliser la ressource pour une période et un client à « longue utilisation » qui souhaite l'utiliser pour deux périodes consécutives. Dans ce cas, il est possible de calculer le mécanisme optimal de vente qui permet d'étudier la manière dont les clients à longue utilisation doivent être traités.

La partie suivante présente plus spécifiquement les travaux dans les réseaux mobiles. La nouveauté avec ces systèmes réside dans la mobilité des clients qui fait apparaître plusieurs problèmes nouveaux dans les problématiques de congestion des réseaux de télécommunications. Les travaux référencés sont plus récents du fait de la jeunesse de ces réseaux.

1.3.2 Réseaux mobiles

Durant les années 1990, la téléphonie mobile a connu une croissance rapide et continue de la demande. Les infrastructures disponibles ne pouvant plus répondre à cette demande qui ne cesse d'augmenter, les opérateurs ont fait face à un sérieux problème de congestion. Bien que plusieurs solutions techniques, comme l'optimisation du paramétrage du réseau ou encore sa densification, aient été proposées et appliquées pour faire face à la congestion et garantir une meilleure qualité de service, la tarification se présente dans ce domaine aussi comme une solution efficace, pratique et moins coûteuse.

Kumar [KUM93] est l'un des premiers auteurs à travailler sur les modèles de tarification pour les réseaux mobiles. Il présente une approche typiquement micro-économique pour la tarification des ressources dans un réseau de données. L'approche est basée sur le principe de l'équilibre producteur – consommateur, elle propose deux différentes fonctions d'utilité pour les services fournis par le réseau : une utilité pour les services à objectifs commerciaux et une autre utilité pour les services à objectifs non commerciaux. Dans les deux cas, il s'agit d'établir une estimation moyenne de la demande. La stratégie consiste alors à définir un revenu cible pour tout le réseau et de déterminer une structure de prix qui permet d'atteindre ce revenu. Ce modèle ne traite pas le problème de la congestion, il cherche un équilibre tarifaire pour la satisfaction du client et de l'opérateur sur le plan financier.

La problématique du contrôle de la congestion dans les réseaux mobiles commence peu à peu à être abordée au début des années 2000. Fitkov-Norris et Khanifar [FIT00a] [FIT00b] proposent un algorithme de tarification dynamique (Figure 1.1) qui compare en

temps réel, l'utilisation et les performances du réseau à des indicateurs de performance cibles du système (intensité du trafic, revenu du réseau, etc.). Les prix sont établis de façon à optimiser ces indicateurs.

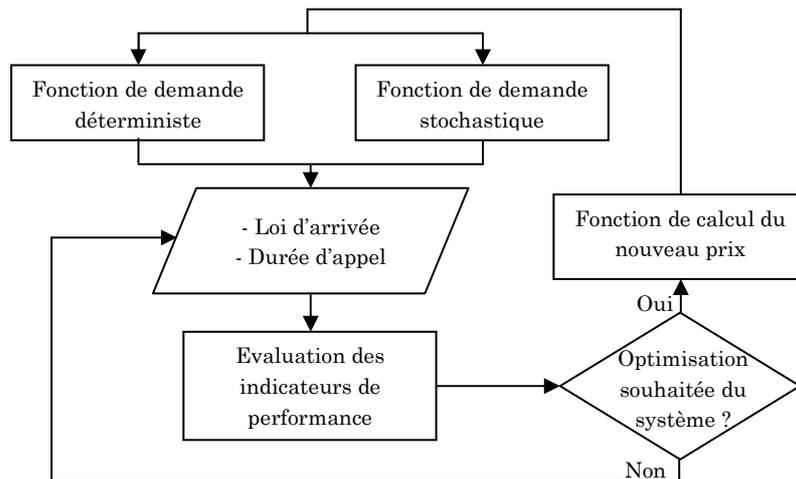


Figure 1.1 – Algorithme pour la tarification dynamique en temps réel

La loi d'arrivée des appels qui constitue le modèle de comportement des usagers, est modélisée par un modèle de trafic markovien (Markov-modulated traffic model). La probabilité d'arrivée de K appels dans un intervalle de temps t , notée P_K , est donnée par l'équation suivante :

$$P_K(\lambda t) = \frac{(\lambda t)^K}{K!} * e^{-\lambda t} \quad 1.3$$

Où λ est le taux moyen d'appels par unité de temps.

Pour déterminer l'effet du prix sur le comportement des utilisateurs, les auteurs estiment qu'il est nécessaire de connaître l'élasticité de la demande qui représente le rapport de la variation de la QoS à la variation du prix.

Pour informer les utilisateurs des nouveau prix à chaque changement, les auteurs proposent d'utiliser le BCCH (Broadcast Control Channel) [LAG99]. Des simulations OPNET sont utilisées pour analyser les variations des indicateurs de performance dans un réseau où la tarification dynamique est appliquée.

Ces mêmes auteurs intègrent dans leur modèle la mobilité des utilisateurs [FIT01]. Ils considèrent que les utilisateurs réagissent aux changements tarifaires en appelant durant les périodes et dans les cellules où les prix sont moins élevés. Par conséquent, ils évaluent l'impact de la tarification dynamique $P_{dynamic}$ sur la demande et sur la mobilité des utilisateurs en utilisant la fonction de la demande suivante :

$$D = \left(A(t) * e^{-\beta(P_0 - P_{dynamic})} \right) + \left(E * (P_0 - P_{dynamic})^{-\beta} \right) \quad 1.4$$

Où β est le coefficient d'élasticité de la demande, E et $A(t)$ sont des constantes dont $A(t)$ est liée à la période t , et P_0 est le prix initial.

Plus récemment, Fitkov-Norris [FIT04] propose une nouvelle formulation de la tarification dynamique dans les réseaux mobiles. Il propose un modèle de tarification dynamique basé sur une fonction linéaire qui prend en compte le revenu de l'opérateur ou un niveau optimal de QoS. Le modèle consiste à calculer le prix $P(q)$ appliqué dans chaque cellule et qui dépend de la charge instantanée q de cette cellule. Il est décrit par le gradient ψ_q de la fonction de tarification dynamique :

$$P(q) = \psi_q + P_{min} \quad 1.5$$

Avec P_{min} un prix minimum fixé à 0.01 unités.

Viterbo et Chiasserini [VIT01] proposent un modèle de tarification dynamique en temps réel. Il modélise le comportement des usagers en fonction du prix et de la QoS par la fonction de demande suivante :

$$D(p, Q) = e^{-\alpha p + \beta(1 - P_b)} \quad 1.6$$

Où P_b est la probabilité de blocage dans le réseau. α et β sont des paramètres liés au comportement des usagers.

L'objectif du modèle est de calculer un vecteur de prix qui maximise le revenu de l'opérateur en réduisant la probabilité de blocage dans le réseau. La probabilité de blocage est une mesure qui exprime le taux d'appels rejeté dans les réseaux mobiles. L'évolution du système est modélisée par un processus markovien où l'on associe à chaque état i une probabilité de blocage π_i donnée par :

$$\pi_0 = \sum_{k=0}^N \prod_{j=1}^k \frac{\lambda_{j-1}}{\mu_j} \quad 1.7$$

$$\pi_i = \pi_0 * \prod_{j=1}^i \frac{\lambda_{j-1}}{\mu_j}$$

Avec λ_j et μ_j sont respectivement la fréquence d'arrivée et la durée moyenne des appels. N est le nombre total des états du système markovien.

Le revenu total du réseau, noté G , est la somme des revenus g_i des différents états du système.

$$G = \sum_{i=0}^N \pi_i * g_i \quad 1.8$$

Les résultats obtenus par le modèle sont comparés à ceux obtenus en appliquant des politiques de tarification forfaitaires. Ils montrent que la tarification dynamique permet d'améliorer l'utilisation des ressources et d'augmenter les revenus de l'opérateur.

Hou & al [HOU01] [HOU02] proposent un modèle de tarification dynamique intégré au système de contrôle d'admission des appels appelé CAC (Call Admission Control). Ils proposent de traiter séparément les nouveaux appels et les appels venant du handover (mobilité intercellulaire en communication). Ainsi, Le modèle proposé s'applique uniquement pour les nouveaux appels. La Figure 1.2 montre le fonctionnement du système. Le principe du modèle consiste à vérifier, à des instants réguliers t , la fréquence d'arrivée des appels. Si cette fréquence est inférieure ou égale à la fréquence optimale λ_n^* , le prix initial est appliqué sinon le prix est calculé selon le niveau de congestion. Seuls les usagers qui acceptent le nouveau prix sont admis au CAC, les autres vont différer leurs appels vers une autre période moins congestionnée et donc moins chère (Figure 1.2). Une fréquence d'arrivée des appels est associée à chaque classe d'utilisateur :

- $\lambda_n(t)$ est la fréquence d'arrivée de nouveaux appels.
- $\lambda_h(t)$ est la fréquence d'arrivée des appels venant du handover (transfert entre cellules).
- $\lambda_{in}(t)$ est la fréquence des appels des usagers qui acceptent de payer le prix fixé.
- $\lambda_r(t)$ est la fréquence d'arrivée des usagers qui n'acceptent pas le prix et qui diffèrent leur appel vers une autre période.

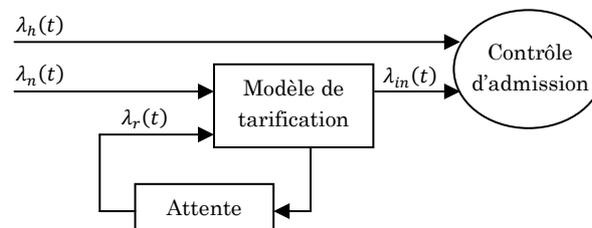


Figure 1.2 – Schéma d'intégration de la tarification dynamique dans le CAC

Le pourcentage des usagers qui acceptent de payer le prix fixé est donné par la fonction de la demande :

$$D[P(t)] = e^{-\left(\frac{P(t)}{P_0} - 1\right)^2} \text{ avec } P(t) \geq P_0 \quad 1.9$$

Avec P_0 le prix initial.

Par conséquent, le prix appliqué dans la cellule à l'instant t pour obtenir la QoS souhaitée est donné par :

$$P(t) = D^{-1}\left(\min\left(\frac{\lambda_n^*}{\lambda_n(t) + \lambda_r(t)}, 1\right)\right) \quad 1.10$$

Les auteurs considèrent que la QoS est inversement proportionnelle à la probabilité de blocage dans le réseau. Cette probabilité est définie comme la somme pondérée de la probabilité de blocage des nouveaux appels et la probabilité de blocage des appels du handover.

M. Manaffar et al. [MAN08] proposent une variante du modèle de tarification dynamique en temps réel intégré au mécanisme de contrôle d'admission des appels pour réduire la congestion inspirée du modèle de HOU [HOU01].

Yaipairoj et Harmantzis [YAI04a] considèrent que la tarification en temps réel n'est pas la méthode appropriée pour une meilleure gestion des ressources du réseau. Par conséquent, ils proposent une tarification dynamique avec "alternatives" (Figure 1.3) en combinant un modèle de tarification dynamique en temps réel avec une politique tarifaire à prix fixes.

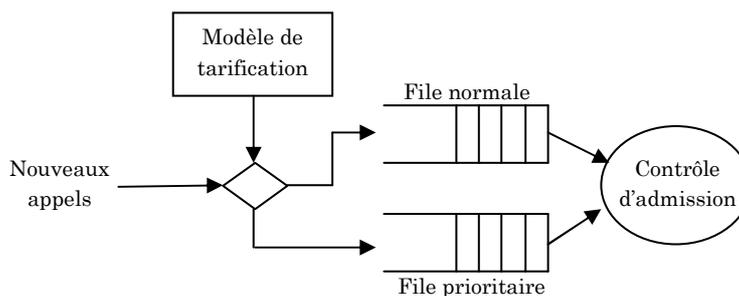


Figure 1.3 – Tarification dynamique avec "alternatives"

Le principe du modèle consiste à introduire dans le système deux files d'attente. Lorsqu'un appel arrive et que le réseau n'est pas congestionné, il est mis dans la file normale et un canal lui est alloué. En revanche, si le réseau est congestionné, le système communique à l'utilisateur le temps d'attente approximatif avec le prix normal et le prix à payer s'il veut que son appel soit passé en priorité avec une garantie de QoS. Si l'utilisateur accepte, l'appel est mis dans la file prioritaire. Si l'utilisateur refuse de payer le prix, il est

mis dans la file normale et le système l'avertira dès qu'un canal sera libre. La Figure 1.4 illustre le processus de sélection des appels.

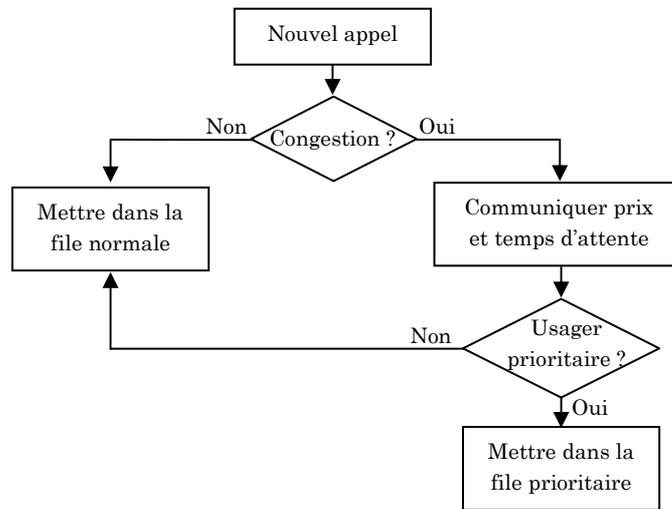


Figure 1.4 – Procédure de sélection des appels dans le modèle avec "alternatives"

Lorsque le réseau est congestionné, le prix de la communication p_t est calculé en fonction du prix initial p_0 et du pourcentage q des clients qui acceptent ce nouveau prix.

$$p_t = p_0 + \frac{p_0 * \sqrt{-4 * \ln(q)}}{2} \quad 1.11$$

Dans [YAI04b], les auteurs proposent une adaptation de ce modèle à un réseau GPRS sans utiliser la file prioritaire. Les ressources du réseau peuvent être utilisées pour les deux types de services : data et voix. Toutefois, les appels voix possèdent un très haut niveau de priorité, i.e. lorsqu'un nouvel appel voix arrive, si toutes les ressources sont occupées, un des canaux déjà alloué à une communication data sera réalloué à l'appel voix. En revanche, lorsqu'un nouvel appel data arrive et que le réseau est congestionné, le modèle de tarification illustré par la Figure 1.4 est appliqué.

L'approche proposée est basée sur un modèle de trafic MMPP (Markov Modulated Poisson Process). Lorsque le réseau est congestionné, le prix de la communication est calculé en se basant sur une fonction de la demande similaire à celle présentée dans [HOU01].

Marathe et al. [MAR07] proposent un mécanisme de tarification dynamique pour le contrôle de la durée des appels. Le principe du modèle consiste à surtaxer les appels de longue durée durant les périodes congestionnées. En effet, lorsqu'un appel arrive dans le réseau durant une période congestionnée, il est mis dans une file d'attente au lieu d'être rejeté. Aussitôt, un message de notification est envoyé au client le plus anciennement admis dans le réseau, i.e. le client qui occupe le réseau depuis le plus longtemps, pour lui

donner le choix entre deux solutions : soit il termine son appel dans les 15 secondes qui suivent, soit le prix de son appel augmentera. Les auteurs estiment que d'une part cette solution améliore la QoS car certains usagers n'acceptent pas l'augmentation des prix et préfèrent mettre fin à leur communication. D'autre part, ce mécanisme augmente les revenus financiers de l'opérateur grâce aux usagers qui acceptent l'augmentation des prix. Du point de vue de l'implémentation du mécanisme, les auteurs estiment qu'il est facilement intégrable dans les stations de base du réseau.

Vo et Sorell [VO06] ont été les premiers à aborder le problème de la signalisation nécessaire pour mettre en œuvre un système de tarification en temps réel. Ils présentent une analyse de la signalisation nécessaire pour une tarification dynamique dans un réseau UMTS et proposent un modèle pour la gérer. Toutefois, la question reste posée pour les réseaux GSM.

Sukasdadi et Verma [SUK06] présentent un mécanisme de contrôle de la congestion par la priorité. En effet, lorsque le réseau est congestionné, l'opérateur propose à ses clients d'écouler leur trafic en priorité avec une QoS garantie s'ils acceptent de payer un prix plus élevé. Les clients qui au contraire souhaitent payer la communication moins chère accepte une dégradation de la QoS. Le principe de ce modèle consiste à maintenir un prix P_0 tant que le niveau de trafic dans le réseau est inférieur ou égal à un seuil A_n correspondant à une probabilité de blocage p_n . Lorsque ce seuil est dépassé, donc la probabilité de blocage p_b est supérieure à p_n , le système annonce aux clients que la QoS sera dégradée dans la cellule. Un prix $P_n > P_0$ est alors proposé aux clients qui souhaitent avoir la meilleure QoS.

Pour des raisons de confiance opérateur-client, les auteurs proposent de maintenir un équilibre du revenu R_n de l'opérateur, i.e. l'augmentation des tarifs de communication pour le trafic prioritaire doit être compensée par la baisse des prix du trafic non prioritaire. Ainsi, l'opérateur ne tire aucun profit financier de ce mécanisme, ce qui prouve que la politique tarifaire vise uniquement à améliorer la QoS et non pas à augmenter les revenus de l'opérateur.

Le prix de la communication P_p pour les appels prioritaires est calculé en fonction du revenu R_n , de la capacité des ressources A et de la probabilité de blocage p_n :

$$P_p = \frac{N_p}{N} * R_n * \frac{1}{q * A * (1 - p_n)} \quad 1.12$$

Avec N_p le nombre de ressources utilisées pour les appels prioritaires, N le nombre total de ressources, et q le pourcentage des clients qui souhaitent être prioritaires.

L'augmentation des prix des appels prioritaires impliquent la variation des prix des appels non prioritaires pour garantir la stabilité du revenu de l'opérateur. Le prix des appels non prioritaires est alors donné par :

$$P_{np} = \frac{N_n}{N} * R_n * \frac{1}{q * A * (1 - p_{np})} \quad 1.13$$

Avec $N_n = N - N_p$ le nombre de ressources utilisées pour les appels non prioritaires.

Mandal et al. [MAN05] présentent une stratégie de tarification dynamique, appelée DDPS (Dynamic Differentiated Pricing Strategy), qui vise à maximiser le revenu de l'opérateur en vérifiant des contraintes relatives à la QoS et à la disponibilité des ressources. Les auteurs considèrent un réseau où l'opérateur définit n niveaux de QoS différents. A chaque niveau i de QoS correspond une probabilité d'admission des nouveaux appels ε_i et une demande D_i . Pour réguler la demande D_i , l'opérateur varie le prix du niveau i , entre le prix minimal P^{min} et le prix maximal P^{max} , en m étapes discrètes. Ces prix sont notés $p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{im}$. Soit θ une matrice définie par $\theta_{ij} = 1$ si l'opérateur fixe le prix p_{ij} et $\theta_{ij} = 0$ sinon. Le revenu de l'opérateur peut être alors calculé à tout instant t par :

$$Rev(\theta, t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i(t) * D_i(t) * p_{ij}(t) * \theta_{ij}(t) \quad 1.14$$

Avec $x_i(t)$ le taux de demande écoulee.

Soit Ψ l'ensemble des matrices θ . L'objectif de l'opérateur est de trouver une solution θ^* telle que :

$$Rev(\theta^*, t) = \max_{\theta \in \Psi} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i(t) * D_i(t) * p_{ij}(t) * \theta_{ij}(t) \right) \quad 1.15$$

Sous les contraintes suivantes :

- Contrainte sur les ressources : le nombre de ressources utilisées ne doit pas dépasser le nombre R de ressources de la cellule.

$$\sum_{i=1}^n x_i(t) * D_i(t) * r_i \leq R \quad 1.16$$

- Contrainte sur la QoS : le taux de demande accepté doit être supérieur à ε_i

$$\forall i : x_i(t) \geq \varepsilon_i \quad 1.17$$

Pour résoudre ce problème, les auteurs ont choisi de le modéliser sous forme d'un problème d'optimisation combinatoire et de le résoudre par des heuristiques.

Yilmaz et Chen [YIL06] rappellent que traditionnellement le contrôle d'admission des appels accepte les appels sous le seul critère de satisfaction de la QoS sans tenir compte du revenu de l'opérateur. Dans ce papier les auteurs proposent un algorithme hybride de contrôle d'admission des appels qui calcule les prix optimaux pour maximiser le revenu de l'opérateur tout en garantissant la QoS. Ils considèrent un réseau mobile avec plusieurs classes de service. Pour chaque classe de service il est réservé une partie de canaux de la cellule avec différents niveaux de priorité.

Le modèle présenté dans ce papier considère un exemple de réseau avec deux classes de service : classe 1 avec une priorité élevée et classe 2 avec une priorité faible. Les canaux de transmission de la cellule sont organisés en partition $(C_h^1, C_n^1, C_h^2, C_n^2)$ où C_h^1 et C_n^2 sont respectivement les canaux utilisés pour les appels de la classe 1 et la classe 2 venant du handover, et C_n^1 et C_h^2 sont respectivement les canaux utilisés pour les nouveaux appels de la classe 1 et de la classe 2. Le revenu financier total généré par chaque cellule est donné par

$$R_T = R_h^1 + R_n^1 + R_h^2 + R_n^2 \quad 1.18$$

Où R_h^1 et R_n^2 sont respectivement les revenus générés par les appels des classes 1 et 2 venant du handover. R_n^1 et R_h^2 sont les revenus générés par les nouveaux appels.

Les auteurs distinguent deux méthodes pour le contrôle d'admission :

- Une méthode basée sur le partitionnement des canaux de la cellule où le problème d'optimisation consiste à chercher la partition qui maximise le revenu financier $R_T = PR_h^1 + PR_n^1 + PR_h^2 + PR_n^2$ avec :

$$PR_h^1 = \sum_{i=1}^{n_h^1} i * v_h^1 * \frac{\frac{1}{i!} \left(\frac{\lambda_h^1}{\mu_h^1} \right)}{1 + \sum_{j=1}^{n_h^1} \frac{1}{j!} \left(\frac{\lambda_h^1}{\mu_h^1} \right)} \quad 1.19$$

Avec λ, μ et v sont respectivement la loi d'arrivée, la durée de service et le prix. Et $PR_n^1 + PR_h^2 + PR_n^2$ sont calculés de la même manière.

- Une méthode basée sur "un seuil de canaux à utiliser". Le principe consiste à fixer un seuil C_T . Lorsque ce seuil est atteint, les appels de la classe à faible priorité ne seront plus admis. Dans ce cas le revenu est donné par l'équation :

$$TR_h^1 = \frac{(1 - B_h^1) * \lambda_h^1 * v_h^1}{\mu_h^1} \quad 1.20$$

Avec B_h^1 la probabilité de blocage des appels venant du handover

Pour la résolution du problème les auteurs proposent un algorithme hybride qui combine ces deux méthodes qui cherchent à maximiser le revenu total $HR = PR + TR$ sous la contrainte de garantie de la QoS exprimée par :

$$B_h^1 < B_{hT}^1 ; B_n^1 < B_{nT}^1 ; B_h^2 < B_{hT}^2 ; B_n^2 < B_{nT}^2 \quad 1.21$$

Avec B_{*T}^* le seuil maximal toléré pour la probabilité de blocage.

A ce stade, nous pouvons constater que les modèles présents dans la littérature sont des modèles de tarification dynamique en temps réel qui examinent l'état de la demande pour modifier instantanément les prix proposés. Nous allons voir maintenant les problèmes que posent ces approches et les solutions de traitement de la congestion que nous pouvons concevoir.

1.4 Discussion

Dans l'univers des réseaux, la tarification peut être utilisée pour divers objectifs. Nous avons présenté les trois objectifs les plus connus : la gestion du revenu du fournisseur de service, son positionnement dans un marché concurrentiel et le contrôle de la congestion dans le réseau. Bien que ces trois objectifs soient plus ou moins liés les uns aux autres, les études menées dans ce domaine se concentrent souvent sur un seul des trois, et les autres objectifs sont parfois considérés comme des contraintes, et dans certains cas, ils sont complètement négligés.

Dans ce travail de thèse, nous nous intéressons particulièrement à la problématique du contrôle de la congestion par la tarification. L'objectif est de proposer un modèle de tarification qui minimise la congestion dans les réseaux mobiles. Bien que la gestion du revenu de l'opérateur ne constitue pas notre objectif principal, nous considérons qu'il est toutefois important de le prendre en compte dans le processus de calcul d'une nouvelle grille tarifaire. Tout simplement parce qu'une politique de tarification qui augmenterait la Qualité de Service en diminuant la congestion mais au prix d'une perte significative des revenus de l'opérateur n'a aucun intérêt pratique.

Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature pour traiter le problème de la congestion dans les réseaux de transports ou de télécommunications par la tarification. Ces modèles peuvent être classés en deux catégories définies par la dimension temporelle :

- Modèles statiques : dans ce type de modèle, le prix est associé au service sans tenir compte de la dimension temporelle. Par exemple dans le réseau routier, le prix calculé pour une route congestionnée ne change pas quels que soient le jour et l'heure. Ou encore dans le réseau Internet, le service qui crée la congestion est surtaxé de façon définitive.
- Modèles dynamiques : dans le cas des modèles dynamiques, le prix dépend du niveau de congestion du réseau et de la période de son apparition. Certains modèles proposent d'identifier les périodes congestionnées, comme par exemple les heures de pointe dans les transports, et d'appliquer des taxes supplémentaires aux utilisateurs du réseau durant ces périodes. D'autres modèles, notamment ceux proposés dans les réseaux mobiles, préconisent une tarification dynamique en temps réel. Les périodes de congestion ne sont pas connues a priori et les prix changent en temps réel lorsque la congestion apparaît.

Dans les réseaux mobiles, la totalité des modèles que nous avons rencontrés dans la littérature sont des modèles dynamiques en temps réel. Ils proposent des méthodes algorithmiques généralement intégrées au système de contrôle d'admission des appels (CAC), qui évaluent la congestion dans le réseau à des intervalles de temps réguliers et calculent les prix adaptés afin de réduire voire éliminer la congestion. L'avantage des modèles en temps réel est qu'ils permettent d'adapter les prix des appels à l'état réel du réseau en termes de congestion. Ceci offre une gestion optimale des ressources et souvent augmente le revenu financier de l'opérateur.

Bien que les résultats théoriques obtenus avec les simulations de ces modèles soient très satisfaisants, la mise en œuvre et l'implémentation des systèmes en temps réel dans ces réseaux peuvent s'avérer très compliquées à plusieurs titres :

- Gestion de la signalisation dans le réseau : le prix de la communication dans un système en temps réel peut changer à chaque instant, et l'information concernant le nouveau prix doit être immédiatement acheminée vers tous les clients. Les auteurs de ces modèles en temps réel pour les réseaux GSM ne présentent aucun modèle ou technique pour la gestion de la signalisation nécessaire et la manière dont l'opérateur pourra informer les clients de ces changements continus de prix. Toutefois, Fitkov-Norris et Khanifar dans [FIT00b] proposent d'utiliser le BCCH sans pour autant expliquer comment cela devrait se faire et surtout quel sera le surcoût de signalisation. Ce surcoût peut conduire à une baisse très importante de

la Qualité de Service perçue par le client du fait des ressources radio nécessaires pour acheminer en permanence les informations de prix.

- Gestion de la facturation : dans un modèle de tarification en temps réel, le prix appliqué à un instant donné est, non seulement différent d'une cellule à une autre, mais de plus, il change d'une période à une autre au sein de la même cellule. Ces changements permanents de prix dans le temps et dans l'espace nécessitent un système de facturation complexe et sophistiqué pour prendre en compte la fluctuation spontanée des prix. Il sera nécessaire de stocker une énorme quantité d'informations supplémentaires liée au lieu et à l'heure de chaque appel pour justifier les factures des clients.
- Gestion de la mobilité des usagers : dans un réseau mobile les usagers sont en constante mobilité. Un client peut initier son appel dans une cellule et le terminer dans une autre tout en traversant plusieurs cellules du réseau. Lorsqu'un usager effectue un transfert d'une cellule d'*origine* vers une cellule d'*accueil*, une question se pose : sa communication doit-elle être tarifée au prix de sa cellule d'origine ou bien au prix de la cellule d'accueil ? Dans le premier cas, il est possible de voir apparaître des comportements opportunistes. Dans le second, le système de tarification devient difficile à utiliser pour l'utilisateur ayant des appels avec multiples transferts de cellules, l'utilisateur ne sera pas en mesure de maîtriser le prix total de sa communication. Dans les modèles que nous avons cités dans ce chapitre, seuls quelques uns ont proposé la seconde solution. Les autres n'ont pas traité ce problème.
- Risque d'apparition de comportements opportunistes : pour les modèles qui optent pour le maintien du prix de la cellule de démarrage de l'appel, un risque d'apparition de comportements opportunistes menacerait l'efficacité du système. En effet, certains usagers peuvent initier volontairement leur communication dans une cellule à prix très faible se déplacer ensuite et occuper les ressources successives de plusieurs cellules durant une période qui peut être très longue. Ce comportement risque non seulement d'augmenter la congestion dans les cellules les plus utilisées mais aussi d'affecter les revenus financiers de l'opérateur. Celui-ci perd toute maîtrise sur le comportement du client.

L'analyse que nous venons de présenter met en évidence les inconvénients majeurs des modèles de tarification dynamiques en temps réel pour les réseaux mobiles. Par conséquent, nous avons orienté nos travaux vers une approche qui établit a priori une grille tarifaire fixe ou planifiée pour la présenter ensuite aux clients. Ainsi, le client aura une totale visibilité sur les prix de chaque période et de chaque cellule, ce qui lui permet de choisir le lieu et l'heure de ses appels, et l'opérateur peut raisonnablement bénéficier de ce type de modèle de tarification pour gérer la congestion de son réseau sans surcoût trop important.

Notre objectif est alors de concevoir un modèle qui permet à l'opérateur de construire régulièrement de nouvelles offres tarifaires qui adaptent les prix aux congestions observées pour améliorer prioritairement la Qualité de Service perçue par le client en termes de taux de succès des appels et en deuxième lieu l'utilisation du réseau. Les questions qui se posent pour arriver à cet objectif sont nombreuses et doivent tenir compte de la grande disparité horaire des demandes offertes au réseau, cellule par cellule, et de la propriété de mobilité des clients qui a un impact fondamental sur l'heure et le lieu d'appel.

Pour les deux types de modèles que nous avons évoqués, statiques et dynamiques, le calcul des prix appliqués en cas de congestion repose sur des théories et des techniques souvent issues de l'économie : utilisation de coût marginal, mécanismes d'enchères, priorisation des services, etc. Le choix de ces techniques dépend du domaine d'application du modèle, du contexte de l'étude et des objectifs fixés. Cependant la majorité des modèles de tarification destinés au contrôle de la congestion ont un point commun : ils nécessitent la connaissance du comportement des clients. Les deux procédés les plus souvent utilisées pour le traduire sont :

- La fonction de la demande : basée sur le concept d'élasticité de la demande, i.e. la sensibilité de la demande au prix, la fonction de la demande est souvent donnée par l'équation générale $D = \alpha * e^{-\beta * p}$ où p est le prix appliqué et α, β sont des paramètres définis selon le problème traité. Cette fonction est souvent adaptée selon le problème traité et les objectifs fixés. Elle propose une variation continue de la demande offerte globale.
- Les modèles de choix discret : ce sont des modèles qui calculent la probabilité qu'un client choisisse une alternative parmi un ensemble d'alternatives que lui propose le fournisseur de services. Cette technique est largement utilisée dans le domaine du transport pour déterminer la probabilité qu'un client en présence de prix différents choisisse une route ou un créneau horaire parmi les différentes options qui lui sont offertes.

Pour construire notre modèle nous prendrons directement en considération le comportement du client vis-à-vis de la politique de tarification qui lui est proposée, cette option nous paraît beaucoup plus précise. Ainsi, le client qui souhaitera utiliser le réseau sera face à un choix entre deux alternatives : effectuer son appel durant les périodes congestionnées et payer la communication plus cher, ou bien différer son appel vers les périodes creuses et payer la communication à un meilleur prix. Notre approche sera donc définie sur la base d'un modèle de choix discret. Nous nous inspirerons des modèles de tarification proposés dans le domaine du transport aérien et nous proposerons un *modèle de tarification planifiée* pour les réseaux mobiles. L'objectif de ce modèle sera donc de parvenir à effectuer un lissage spatial et temporel de la demande dans le réseau pour

minimiser les congestions. Nous ajouterons à ce modèle un critère secondaire sur le revenu financier de l'opérateur sous la forme d'une contrainte.

Chapitre 2 Modèle de tarification planifiée

Dans ce chapitre nous présentons le modèle de tarification planifiée que nous proposons comme une alternative pour pallier les difficultés de mise en œuvre des modèles temps réel. La première partie du chapitre définit les champs d'application du modèle. La deuxième partie présente la formalisation du modèle pour une cellule du réseau en détaillant, d'une part la méthode d'optimisation qui permet de calculer une grille tarifaire destinée à mieux utiliser la capacité de la cellule, et d'autre part le modèle de comportement des clients qui prédit leurs réactions face à une fluctuation des prix. Des tests de validation sont effectués pour chaque étape du processus de construction du modèle de comportement. Dans la troisième partie, une généralisation du modèle de tarification planifiée à un réseau complet est présentée.

Sommaire

2.1	Champs d'application du modèle.....	48
2.1.1	Types de cellule	48
2.1.2	Impact financier	50
2.2	Modèle de tarification pour une cellule	51
2.2.1	Formulation du problème d'optimisation.....	52
2.2.2	Modèle de comportement des clients.....	56
2.2.3	Perturbation de la demande.....	70
2.2.4	Synthèse du modèle de tarification planifiée	71
2.2.5	Indicateurs de performance	73
2.2.6	Validation du modèle de tarification pour une cellule	74
2.3	Modèle de tarification pour un réseau.....	82
2.3.1	Adaptation du modèle	82
2.3.2	Indicateurs de performance	83
2.3.3	Algorithme d'optimisation	84
2.3.4	Tests et résultats	85
2.4	Traitement des cellules à congestion permanente	88
2.5	Conclusion	90

2.1 Champs d'application du modèle

Les réseaux mobiles comme tout réseau de transport sont sujets à des problèmes de congestion. Les solutions sont nombreuses et dépendent de plusieurs facteurs : la congestion est-elle sporadique ou permanente ? Affecte-t-elle tout ou partie du réseau ? A-t-elle un impact sur les revenus de l'opérateur ? Est-elle liée à un comportement particulier du client ? etc.

La solution la plus intuitive face à un problème de congestion est d'augmenter la capacité de l'émetteur concerné en fonction de la demande. En GSM l'augmentation de la capacité signifie l'ajout d'un ou plusieurs TRX. Il s'agit alors de savoir si le coût de l'investissement est rentable par rapport au coût de la congestion. Pour mieux cerner le problème et proposer une solution adéquate, nous proposons d'étudier le champ d'application du modèle en fonction des profils de demande offerte aux cellules et de l'impact financier d'un changement de la grille tarifaire.

2.1.1 Types de cellule

Dans une cellule de réseau mobile, la congestion peut apparaître durant une ou plusieurs périodes de la journée. Les périodes de congestion constituent un critère qui nous permet de distinguer trois types de cellules selon leurs profils de demande. Seules les répétitions du profil de demande sur plusieurs jours nous permettent de caractériser ainsi les cellules. Si le profil de demande est instable pour plusieurs jours de même type, jour travaillé ou non par exemple, nous ne pouvons pas classer les cellules de la sorte.

Dans la suite du document, les profils de demande sont représentés par des courbes (Figure 2.1 par exemple). L'axe des abscisses représente les 24 heures de la journée et l'axe des ordonnées représente la demande offerte en trafic mesurée en Erlang. La droite horizontale représente la capacité de l'émetteur en Erlang.

1. Cellules à congestion permanente

Dans ce type de cellules, la congestion apparaît durant la quasi-totalité des heures de la journée et de la soirée (Figure 2.1). Dans ce cas, la cellule est dite sous-dimensionnée et la solution immédiate est d'augmenter sa capacité. Pour ces cellules, le coût du trafic perdu est élevé et l'opérateur doit investir en capacité. Toutefois, il est possible d'agir sur les clients pour tenter de reporter une partie du trafic rejeté sur une autre cellule.

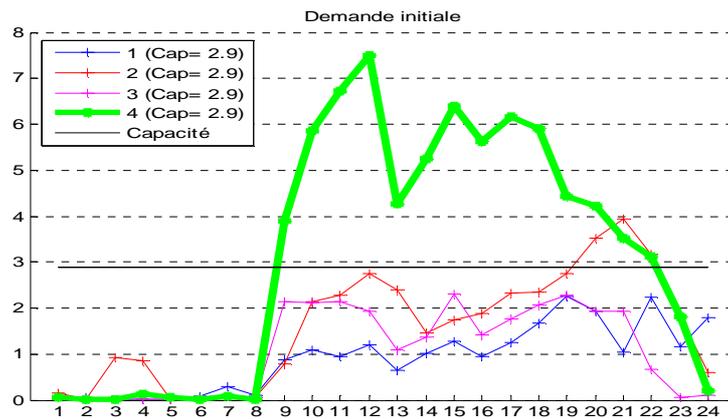


Figure 2.1 - Cellule à congestion permanente

2. Cellules à congestion nulle ou quasi-nulle

Ces cellules sont dimensionnées de façon à absorber toute la demande (Figure 2.2). Elles sont même en mesure d'accueillir du trafic supplémentaire. Elles ne nécessitent pas de traitement spécifique au niveau de la capacité.

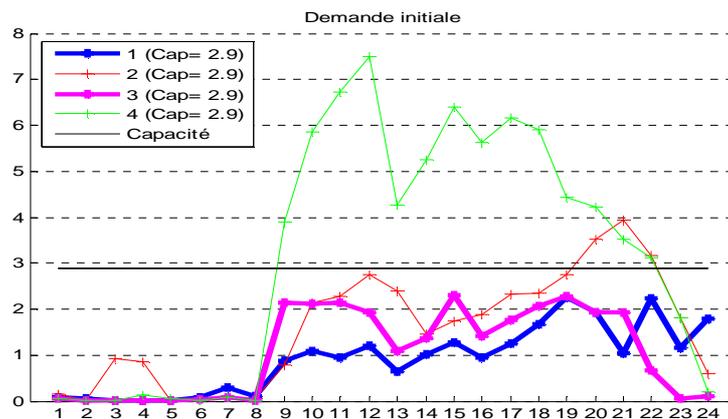


Figure 2.2 - Cellule non congestionnée

3. Cellules à congestion localisée dans le temps

Dans ce type de cellules, la congestion apparaît durant certaines heures de la journée ou de la soirée (Figure 2.3). Le coût d'investissement en capacité peut être trop élevé par rapport au coût du trafic rejeté. Il y a donc une véritable alternative entre une décongestion via l'investissement et une décongestion en influençant les habitudes d'appel des clients de la cellule. Dans la suite de ce travail, nous nous intéressons à ce type de cellules.

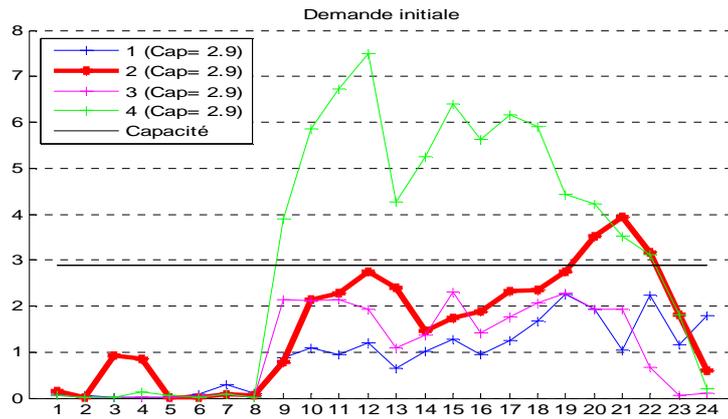


Figure 2.3 - Cellule à congestion localisée dans le temps

Lorsque la congestion est localisée dans le temps, la tarification est un moyen incitatif efficace pour le contrôle de la demande. Une nouvelle politique tarifaire pourrait encourager l'utilisation du réseau durant les périodes creuses et tenter de la décourager durant les périodes congestionnées.

Face à cette stratégie se pose alors la question du report du trafic rejeté dans l'espace et dans le temps : le trafic rejeté doit-il rester au sein de la même cellule et se reporter sur une autre période ou peut-il changer de cellule, et éventuellement aussi de période? Il est évident que la mobilité permet de tout envisager. Nous tenterons par la suite d'apporter une réponse à la variation globale de la demande suite à un changement tarifaire.

2.1.2 Impact financier

L'objectif de ce travail est de proposer un modèle de tarification planifiée pour le contrôle de la congestion dans le réseau. Toutefois, il est important pour l'opérateur de mesurer l'impact financier de la stratégie de décongestion. Ainsi, cette étude peut être vue comme la résolution d'un problème d'optimisation à deux critères où l'on cherche :

- De manière prioritaire, à réduire la congestion dans le réseau.
- De manière secondaire, à garantir un niveau de revenu pour l'opérateur.

Pour traiter ce problème, nous avons deux options : la méthode d'agrégation [SUG74] [SRI95] et la méthode ϵ -contraintes [COE95].

La méthode d'agrégation suppose que nous pouvons donner à l'avance un poids entre les deux critères pour chaque réseau à traiter. Ensuite, il s'agit d'optimiser la fonction combinant les deux critères.

La méthode ε -contraintes quant à elle, implique de fixer un seuil pour le second critère. Ainsi, pour un problème d'optimisation bi-critère avec f_1 et f_2 les deux fonctions à optimiser, la méthode ε -contrainte est basée sur l'optimisation de la fonction f_1 en respectant une contrainte à seuil sur la fonction f_2 .

Le but principal de notre étude est le contrôle de la congestion. La gestion du revenu de l'opérateur représente un second critère qu'il est utile de transformer en contrainte pour contenir les éventuelles pertes financières. Par conséquent, le problème d'optimisation consiste à minimiser la congestion en respectant une contrainte qui garantit un niveau de revenu pour l'opérateur comme illustré en Figure 2.4. Par la suite, nous définirons la contrainte sur le revenu comme un écart relatif par rapport au revenu initial du réseau avant l'optimisation.

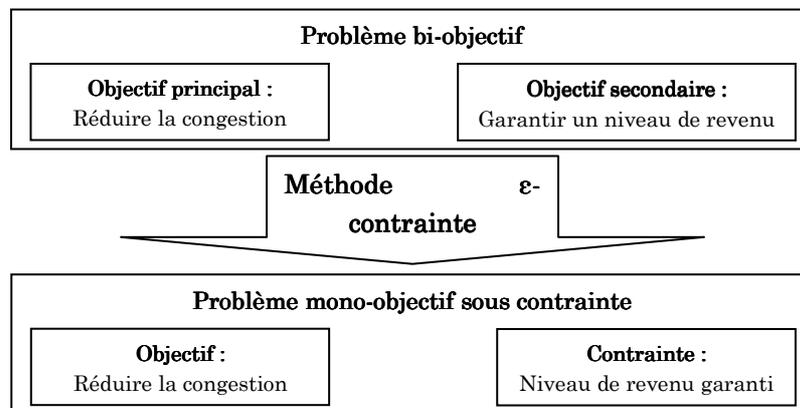


Figure 2.4 - Transformation du problème multi-objectif en mono-objectif

La partie suivante présente le modèle de tarification planifiée en deux étapes : dans un premier temps nous présentons le modèle de tarification proposé pour une cellule individuelle, ensuite nous présentons une généralisation du modèle à un réseau complet.

2.2 Modèle de tarification pour une cellule

Dans les réseaux mobiles en mode circuit tel que le GSM, la congestion sur les communications vocales se traduit par le rejet des appels. Rejeter des appels signifie qu'une partie de la demande, appelée *trafic rejeté*, n'est pas satisfaite. Les appels admis dans le réseau représentent la demande satisfaite appelée *trafic écoulé* (Figure 2.5) et la demande elle-même est parfois appelée *demande offerte* ou *trafic offert*.

Le contrôle de la congestion dans la cellule consiste à réduire la demande durant les périodes congestionnées et à l'augmenter durant les périodes creuses. Une meilleure utilisation des ressources peut être obtenue en optimisant la répartition temporelle de la demande en reportant le trafic rejeté sur les périodes creuses. Le paragraphe suivant présente la formalisation du problème d'optimisation de l'utilisation des ressources.

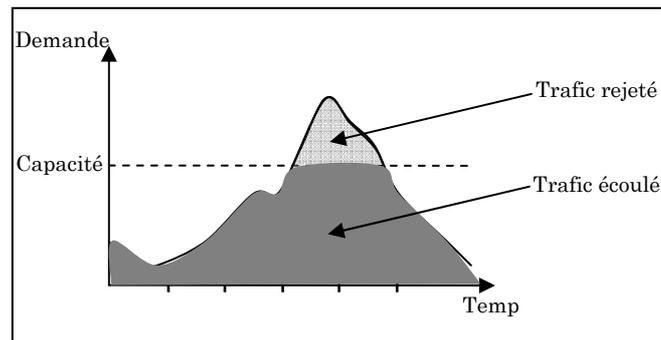


Figure 2.5 – Demande, trafic rejeté et trafic écoulé

2.2.1 Formulation du problème d'optimisation

A l'échelle d'une cellule unique, l'objectif du modèle de tarification est de redistribuer la demande dans la cellule. La redistribution temporelle de la demande consiste à tenter d'écouler durant les périodes creuses tout ou partie du trafic initialement rejeté durant les périodes congestionnées. Par conséquent, on suppose que la nouvelle politique tarifaire conserve totalement la demande initiale, soit réduit le trafic rejeté et augmente le trafic écoulé. La Figure 2.6 représente ce processus. La demande initiale ρ^0 (Figure 2.6.a) dans une cellule soumise à une grille tarifaire initiale P^0 est redistribuée dans le temps suite à l'application d'une nouvelle grille tarifaire P (Figure 2.6.b).

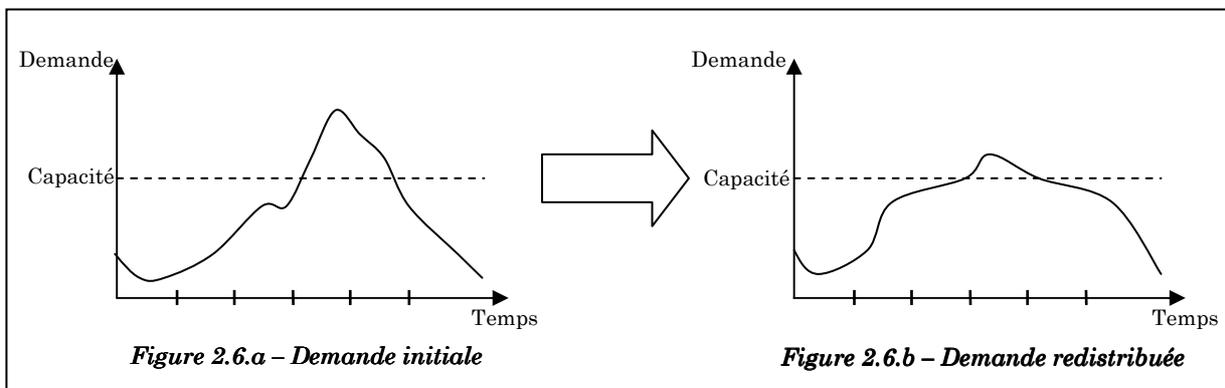


Figure 2.6 – Illustration du problème de redistribution de la demande

Ainsi, le problème de contrôle de la congestion par la tarification se présente comme un problème d'optimisation visant à minimiser le trafic rejeté dans la cellule. Les éléments du problème d'optimisation sont :

- **Objectif** : minimiser le trafic rejeté.
- **Variables de décision** : les taxes appliquées sur la grille tarifaire initiale. Ces taxes consistent à augmenter ou à diminuer le coût initial des communications par périodes, il s'agit donc de valeurs signées.

- **Contraintes** : conserver la demande dans la cellule et garantir un niveau de revenu pour l'opérateur

2.2.1.1 Variables de décision

Soient, $NPer$ le nombre de périodes dans la cellule n , $P_n^0 = (p_{n,1}^0, p_{n,2}^0, \dots, p_{n,NPer}^0)$ la grille tarifaire initiale où $p_{n,i}^0$ définit le coût de la communication durant la période i dans la cellule n , $T_n = (t_{n,1}, t_{n,2}, \dots, t_{n,NPer})$ les taxes à appliquer par période dans la cellule n , et $P_n = (p_{n,1}, p_{n,2}, \dots, p_{n,NPer})$ la nouvelle grille tarifaire.

Le calcul de la grille P_n est donné par la grille initiale P_n^0 à laquelle on ajoute les taxes T_n .

$$\forall i : p_{n,i} = p_{n,i}^0 + t_{n,i} \quad 2.1$$

Les taxes constituent la variable de décision du problème d'optimisation, elles peuvent être positives ou négatives. Une taxe $t_{n,i}$ positive appliquée en période i signifie que le coût des appels augmentera durant cette période. Une taxe positive est appliquée à une période congestionnée pour décourager l'utilisation du réseau durant cette période. Lorsque $t_{n,i}$ est négative, le coût des appels diminuera durant la période i . Une taxe négative appliquée à une période creuse devrait inciter les clients à utiliser le réseau durant cette période. La taxe peut être nulle lorsque le modèle ne trouve aucune nécessité de changer la demande durant cette période, par exemple si la demande est proche de la capacité de la cellule.

La résolution du problème d'optimisation pourrait conduire à des taxes de valeur infinie en cherchant à obtenir une meilleure redistribution de la demande. L'ajout d'une borne minimale si on baisse le prix ou d'une borne maximale si on l'augmente s'avère nécessaire. Qu'il s'agisse d'une baisse ou d'une augmentation du prix initial, on notera indifféremment cette borne $t_{n,i}^{max}$. Dans le but de conserver la cohérence de la politique tarifaire globale, la valeur de la borne des taxes doit dépendre du prix du base $p_{n,i}^0$ de la période i , de la demande initiale $\rho_{n,i}^0$ durant cette période et de la demande initiale durant les autres périodes. Nous proposons dans un premier temps la formulation suivante :

$$t_{n,i}^{max} = \lambda_{n,i} * p_{n,i}^0 \quad 2.2$$

Où $\lambda_{n,i}$ est un coefficient qui mesure l'ampleur de la congestion lorsque la période i est congestionnée, et l'ampleur du creux si cette période est creuse :

$$\lambda_{n,i} = \rho_{n,i}^0 - \rho_n^c \quad 2.3$$

Où $\rho_{n,i}^0$ est la demande initiale dans la cellule n durant la période i et ρ_n^c est la capacité de la cellule n .

$\lambda_{n,i}$ est positif ou négatif selon que la période i est respectivement congestionnée ou creuse. Dans le premier cas la taxe sera positive donc le prix augmentera et il y aura une incitation à diminuer la demande. Dans le deuxième cas, la taxe sera négative donc le prix diminuera et il y aura une incitation à augmenter la demande.

Pour prendre en compte l'état de congestion des autres périodes afin de déterminer l'impact de la congestion de cette période sur la congestion totale de la cellule, nous écrivons $\lambda_{n,i}$ sous la forme :

$$\lambda_{n,i} = \frac{\rho_{n,i}^0 - \rho_n^c}{\sum_{j=1}^{NPer} \rho_{n,j}^0} \quad 2.4$$

Par ailleurs, la taxe appliquée sur le prix initial de chaque période doit rester significativement petite par rapport à celui-ci pour éviter des changements trop brusque de tarif. Ainsi, la taxe maximale pour une période i dans la cellule n peut s'écrire sous la forme :

$$t_{n,i}^{max} = \beta * \frac{(\rho_{n,i}^0 - \rho_n^c)}{\sum_{j=1}^{NPer} \rho_{n,j}^0} * p_{n,i}^0 \quad 2.5$$

Où β est un paramètre d'échelle qui permet d'ajuster le domaine de définition des variables de décision. Dans tous les tests effectués dans cette thèse, nous avons considéré $\beta = 10$, cette valeur étant ajustable si des changements de tarif plus agressifs sont souhaités. Cette valeur définie empiriquement peut malgré tout augmenter considérablement la borne $t_{n,i}^{max}$ dans certaines cellules. Nous proposons alors d'appliquer une règle qui interdit à la taxe de dépasser 50% du prix de base, ce qui est déjà beaucoup. Ainsi :

$$Si t_{n,i}^{max} > \frac{p_{n,i}^0}{2} \text{ alors } t_{n,i}^{max} = \frac{p_{n,i}^0}{2}$$

La borne maximale des taxes permet de définir le domaine de définition des variables de décision comme suit :

$$\forall n, \forall i, \forall t_{n,i} \in \mathcal{R}, : \begin{cases} si t_{n,i}^{max} > 0 \text{ alors } t_{n,i} \in]0, t_{n,i}^{max}] \\ si t_{n,i}^{max} < 0 \text{ alors } t_{n,i} \in [t_{n,i}^{max}, 0[\\ si t_{n,i}^{max} = 0 \text{ alors } t_{n,i} = 0 \end{cases} \quad 2.6$$

2.2.1.2 Contraintes

a) Conservation de la demande totale dans la cellule

L'objectif du modèle que nous proposons est la redistribution temporelle de la demande dans la cellule. La redistribution signifie la conservation de la demande totale dans la cellule i.e. la demande totale après optimisation est égale à la demande totale initiale. Cette hypothèse constitue une contrainte qui sera implicitement prise en compte dans le calcul de la demande estimée par l'équation 2.12.

b) Garantie d'un niveau de revenu financier pour l'opérateur

Soit Γ_n^0 le profit de l'opérateur à l'état initial du réseau, Γ_n^e le profit estimé après l'application de la nouvelle politique tarifaire et $\varepsilon \in [-1,1]$ un nombre réel destiné à définir la contrainte de revenu.

A partir du calcul du ratio entre le revenu estimé et le revenu initial de l'opérateur, la contrainte sur le profit de l'opérateur est alors donnée par :

$$\frac{\Gamma_n^e - \Gamma_n^0}{\Gamma_n^0} > \varepsilon \quad 2.7$$

Une valeur négative de ε signifie que l'opérateur admet une perte de profit au bénéfice de la réduction de la congestion. Une valeur nulle de ε signifie que l'opérateur n'accepte pas de diminution de son profit. Et une valeur strictement positive de ε indique un taux de profit supplémentaire exigé par l'opérateur en même temps que la décongestion.

2.2.1.3 Fonction objectif

L'objectif du problème d'optimisation est de minimiser le trafic rejeté. Sa modélisation se traduit mathématiquement par la minimisation de l'écart quadratique entre la demande des périodes congestionnées et la capacité de la cellule n :

$$\sum_{i=1}^{NPer} (\max\{\rho_{n,i}^e, \rho_n^c\} - \rho_n^c)^2 \quad 2.8$$

Dans les réseaux de télécommunications en mode circuit tel que GSM, il est fréquent d'évaluer le *taux de blocage* (ou le *taux de rejet*) qui exprime le taux d'appels rejetés dans la cellule. Ce taux, noté τ , mesure le trafic rejeté. Il s'écrit :

$$\tau = \frac{NRej}{NRej + NAcc} * 100 \quad 2.9$$

Où $NRej$ est le nombre d'appels rejetés et $NAcc$ est le nombre d'appels acceptés.

Par conséquent, nous exprimons l'objectif du modèle en fonction du taux de blocage :

$$\sum_{i=1}^{NPer} (\max\{\tau_{n,i}^e, \tau_n^c\} - \tau_n^c)^2 \quad 2.10$$

Où τ_n^c représente le *taux de rejet cible* toléré par l'opérateur dans la cellule n . Il constitue un paramètre de dimensionnement du réseau, sa valeur est fixée par l'opérateur. $\tau_{n,i}^e$ est le taux de blocage estimé pour la période i dans la cellule n ; sa valeur est calculée en fonction de la capacité de la cellule exprimée à travers le nombre de canaux et de la demande offerte estimée après application de la nouvelle grille tarifaire.

Soit $NCan_n$ le nombre de canaux de transmission de la cellule n et $\rho_{n,i}^e$ la demande estimée dans la cellule n en période i . Le taux de blocage dans la cellule est donné par la formule d'*Erlang B* [ERL18] :

$$\tau_{n,i}^e = \frac{(\rho_{n,i}^e)^{NCan_n}}{NCan_n!} \left(\sum_{q=1}^{NCan_n} \frac{(\rho_{n,i}^e)^q}{q!} \right)^{-1} \quad 2.11$$

L'hypothèse de conservation de la demande totale dans la cellule s'interprète par le fait que la demande qui n'apparaît plus en période i , apparaîtra forcément dans une ou plusieurs autres périodes j . Cette hypothèse nous permet de calculer la demande estimée $\rho_{n,i}^e$ par une espérance mathématique :

$$\rho_{n,i}^e = \sum_{j=1}^{NPer} \rho_{n,j}^0 * prob_{n,j}(i) \quad 2.12$$

Où $prob_{n,j}(i)$ est le taux de trafic transféré de la période j vers la période i , soit le trafic retiré de la période j pour être écoulé durant la période i . Ce taux dépend du comportement des clients et de leur sensibilité aux fluctuations des tarifs. Son estimation passe par la définition d'une fonction d'utilité qui mesure l'intérêt du client pour le changement de la période d'appel. Ce point fait l'objet de la section suivante.

2.2.2 Modèle de comportement des clients

L'objectif du modèle de comportement est de modéliser la réaction des clients dans la perspective de prédire leur comportement face à la fluctuation des prix. Il permet

d'estimer la demande ρ_n^e générée dans une cellule après application d'une grille tarifaire p_n en se basant sur un calcul de probabilité de changer de période d'appel.

D'un point de vue macroscopique, $prob_{n,j}(i)$ est vue comme la probabilité que la demande passe de la période j vers la période i . Elle représente une mesure de l'attractivité de la période i par rapport à la période j qui est liée au comportement des clients en exprimant leur réaction face aux fluctuations des tarifs. Cette mesure permet d'évaluer l'impact d'une nouvelle grille tarifaire sur leur comportement.

D'un point de vue microscopique, $prob_{n,j}(i)$ peut être considérée comme la probabilité que des clients qui utilisent le réseau initialement en période j , soient influencés par la fluctuation des prix et décident de changer de période d'appel en faveur de i . Le calcul de cette probabilité est présenté dans le paragraphe suivant.

2.2.2.1 Probabilité de choix d'une période

Soit un client qui initialement utilise le réseau en période j . La fluctuation des prix peut inciter ou décourager ce client de continuer d'appeler en période j . Si le prix diminue durant j , les clients sont encouragés à appeler durant cette période. Si le prix augmente, les clients sont incités à changer de période d'appel. $prob_{n,j}(i)$ est alors considérée comme la probabilité de choisir une période i parmi toutes les périodes pour différer son appel.

Ainsi, le problème de choix de la période d'appel se ramène à un problème mathématique connu dans la littérature sous le nom de « *problème de choix discret* ». Les modèles mathématiques qui traitent les problèmes de choix discret appelés « *modèles probabilistes de choix discret* » sont nombreux [KEN03] : le modèle linéaire, le modèle *Probit*, le modèle *Logit*...

Le modèle *Logit* (Logistic Probability Unit) [BEN03] est le modèle le plus utilisé dans le domaine des transports ; il permet de calculer la probabilité de choisir une alternative parmi un ensemble d'alternatives. Pour calculer la probabilité de choisir une période parmi l'ensemble des périodes, il suffit d'adapter la formule générale du modèle *Logit* :

$$prob_{n,j}(i) = \frac{e^{\alpha_n * U_{n,j}(i)}}{\sum_{q=1}^{NPer} e^{\alpha_n * U_{n,j}(q)}} \quad 2.13$$

Où $U_{n,j}(i)$ est une fonction d'utilité qui exprime l'utilité de i vis-à-vis de j , et α_n est un facteur strictement positif qui détermine l'influence de la fonction d'utilité sur $prob_{n,j}(i)$.

Dans les premiers tests de validation, nous considérerons $\alpha_n = 1$; par la suite nous définirons son expression en fonction du problème.

Le modèle *Logit* est un modèle probabiliste qui repose sur le principe de la fonction d'utilité. L'utilité est un concept économique largement utilisé dans le domaine de la tarification, elle permet de traduire la satisfaction d'un consommateur d'un bien ou d'un service. La qualité de la modélisation du comportement des clients est donc étroitement liée à la pertinence de la fonction d'utilité employée. La partie suivante présente les différentes étapes de la construction de la fonction d'utilité pour notre problème.

2.2.2.2 Fonction d'utilité

Une fonction d'utilité associée à une alternative de choix est présentée comme l'élément caractéristique de cette alternative. Elle est généralement définie comme une fonction linéaire des attributs associés aux alternatives ; chaque alternative possède alors sa valeur d'utilité. Dans cette partie, les attributs associés à chaque période sont identifiés et modélisés. Des tests intermédiaires de validation permettent ensuite d'évaluer la pertinence de la fonction d'utilité après chaque étape d'amélioration.

2.2.2.2.1 Paramètre de prix

a) Définition

Dans un premier temps, nous considérons que le tarif est le facteur primordial qui influence le comportement de l'utilisateur. Nous définissons le prix à payer comme l'attribut associé aux alternatives que sont les périodes d'appel. En effet, on considère qu'initialement, chaque période est facturée à un prix accepté par tous les clients qui utilisent le réseau durant cette période. Si les tarifs changent, le client peut éventuellement changer sa période d'appel. Son choix dépend des nouveaux tarifs $p_{n,i}$ composés des tarifs initiaux $p_{n,i}^0$ auxquels s'ajoutent les taxes $t_{n,i}$ introduites pour gérer la congestion. Le choix du client est alors effectué en comparant le prix qu'il payera s'il reste dans la période j et le prix qu'il payera s'il décide d'appeler à une autre période i . La fonction d'utilité est alors donnée par la formule :

$$U_{n,j}(i) = \frac{p_{n,j}^0 + t_{n,j}}{p_{n,i}^0 + t_{n,i}} \quad 2.14$$

b) Tests de validation

Pour vérifier la pertinence de cette fonction, il suffit de vérifier qu'elle est capable de reproduire le comportement actuel des clients en imposant des taxes nulles i.e. le prix de chaque période est inchangé et il n'y a pas d'optimisation de taxes dans ces tests. En effet, l'application de la grille tarifaire initiale doit générer la demande actuelle. Par conséquent, le modèle de comportement est d'autant plus « juste » que la demande et les taux de blocage estimés sont proches respectivement de la demande et des taux de

blocage initiaux. L'efficacité du modèle est alors mesurée par l'écart entre les données initiales et celles estimées. Plusieurs tests ont été effectués sur des données réelles de différentes cellules et nous présentons ici les résultats d'un exemple de test sur une cellule. Les paramètres de cette cellule sont :

- Nombre de canaux : $NCan_n = 22$
- Taux de blocage cible toléré par l'opérateur : $\tau_n^c = 0.02$
- Capacité de la cellule : $\rho_n^c = 21.9 \text{ Erlang}$
- Nombre de périodes : $NPer = 24$ (correspondant aux 24 heures du jour)

Les taux de blocage, la demande initiale et les prix initiaux de la cellule test sont présentés dans le Tableau 2.1. La tarification initiale est construite sur trois périodes : de minuit à 8 heures, de 8 heures à 21 heures et de 21 heures à minuit.

Période	$\tau_{n,i}^0$	$\rho_{n,i}^0$	$p_{n,i}^0$
1	0	4,97	0,3
2	0	1,21	0,3
3	0	0,3	0,3
4	0	1,02	0,3
5	0	0,09	0,3
6	0	0,32	0,3
7	0	1,13	0,3
8	0	3,18	0,3
9	0	11,61	0,5
10	0,0271	22,76	0,5
11	0,0817	26,99	0,5
12	0,0756	26,6	0,5
13	0,0502	24,82	0,5
14	0,0295	23,01	0,5
15	0,0579	25,39	0,5
16	0,0509	24,87	0,5
17	0,0489	24,72	0,5
18	0,0533	25,05	0,5
19	0,0352	23,56	0,5
20	0,0031	18,27	0,5
21	0	10,97	0,5
22	0,0003	15,34	0,3
23	0,0001	14,39	0,3
24	0	8,97	0,3

Tableau 2.1 – Données initiales de la cellule test

Le but des tests est de vérifier la capacité du modèle à reproduire le comportement réel des clients. Le Tableau 2.2, la Figure 2.7 et la Figure 2.8 présentent les résultats obtenus en utilisant la formule de l'utilité basée sur les prix (2.14).

Période	$\tau_{n,i}^0$	$\tau_{n,i}^e$	$\rho_{n,i}^0$	$\rho_{n,i}^e$
1	0	0,084	4,97	18,944
2	0	0,084	1,21	18,944
3	0	0,084	0,3	18,944
4	0	0,084	1,02	18,944
5	0	0,084	0,09	18,944
6	0	0,084	0,32	18,944
7	0	0,084	1,13	18,944
8	0	0,084	3,18	18,944
9	0	0	11,61	10,136
10	0,0271	0	22,76	10,136
11	0,0817	0	26,99	10,136
12	0,0756	0	26,6	10,136
13	0,0502	0	24,82	10,136
14	0,0295	0	23,01	10,136
15	0,0579	0	25,39	10,136
16	0,0509	0	24,87	10,136
17	0,0489	0	24,72	10,136
18	0,0533	0	25,05	10,136
19	0,0352	0	23,56	10,136
20	0,0031	0	18,27	10,136
21	0	0	10,97	10,136
22	0,0003	0,084	15,34	18,944
23	0,0001	0,084	14,39	18,944
24	0	0,084	8,97	18,944

Tableau 2.2 – Résultats du test de l'utilité avec le paramètre de prix

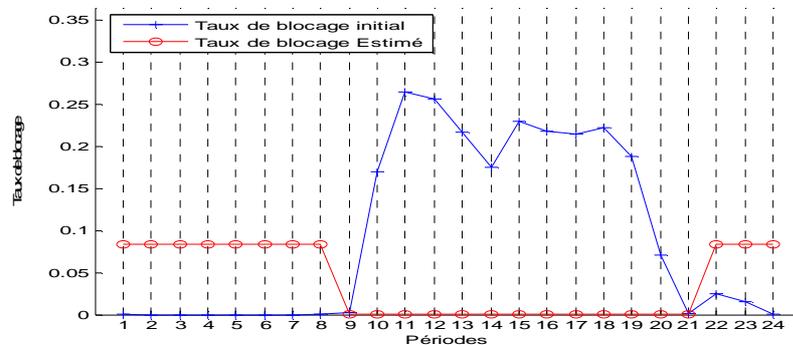


Figure 2.7 – Estimation du taux de blocage avec le paramètre de prix

Le taux de blocage initial est nul durant les périodes de nuit (de minuit à 9 heures du matin), puis augmente considérablement durant les périodes de journée (de 9 heures à 20 heures) et baisse durant les périodes de soirée (de 20 heures à minuit). Les taux de blocage estimés par le modèle de comportement sont quasiment opposés à ceux présentés initialement. Les résultats montrent que le modèle estime des taux de blocage nuls pour les périodes de journée et des taux relativement faibles pour les périodes de soirée et de nuit. Le taux de blocage estimé sur les périodes de soirée et de nuit est le même. La Figure 2.7 montre la variation de ces taux par période.

L'analyse et la comparaison de la demande initiale et de la demande estimée (Figure 2.8) montrent que le modèle redistribue la demande dans le réseau en tenant compte des prix des périodes. Il suppose une forte utilisation du réseau durant les périodes à faible prix (0.3) et une faible utilisation durant les périodes plus coûteuses (0.5). Par ailleurs, on constate que la demande est uniformément distribuée sur les périodes de même prix ; durant les périodes dont le prix est 0.3 Euro le modèle prévoit une demande de 18,944 Erlang, et durant les périodes au prix de 0.5 Euro, la demande prévue est 10,136 Erlang.

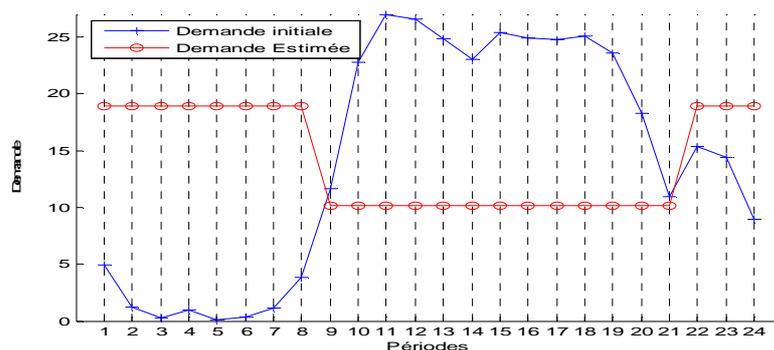


Figure 2.8 – Estimation de la demande avec le paramètre de prix

Cette réaction du modèle de comportement est due au fait que la fonction d'utilité considère que le prix à payer qui constitue une dimension cartésienne de la satisfaction du client, est le seul paramètre déterminant son comportement. En effet, le modèle estime une équiprobabilité de choix des périodes de même prix et prévoit donc une même quantité de trafic à distribuer sur ces périodes. Ceci explique l'uniformité de la demande estimée durant les périodes de même prix. Par conséquent, il est nécessaire d'introduire dans la fonction d'utilité un autre paramètre que le prix qui intervient dans la prise de décision des clients.

2.2.2.2 Paramètre de préférence

a) Définition

Dans la fonction d'utilité donnée par la formule (2.14), le choix d'une période par les clients est exclusivement lié à son prix. Le paramètre budgétaire est certes, un élément important qui intervient nécessairement dans la prise de décision, mais il n'est pas suffisant pour déterminer le choix définitif d'un client. En réalité le comportement des clients est défini par deux dimensions importantes : une dimension générale, assez cartésienne, qui est le prix à payer et une dimension individuelle, plutôt stochastique, qui est la préférence pour une période donnée.

La connaissance et l'utilisation de la préférence des clients nécessitent une importante étude socio-économique. Seule une étude de ce genre est capable de fournir un aperçu réel des influences spatio-temporelles sur les décisions des clients de la téléphonie

mobile quant à leurs périodes d'appel. Des études donnant des informations générales sur les habitudes d'appel existent mais elles ne sont pas exploitables pour connaître les usages précis à l'intérieur d'un réseau composé de plusieurs cellules. A défaut d'une étude socio-économique, nous proposons de relever le comportement actuel des clients et de construire un modèle numérique traduisant leurs préférences.

La demande en trafic dans la cellule est un indicateur pertinent de la préférence des clients pour une période donnée. En effet, la préférence est d'autant plus forte que la demande est importante. Une période à forte demande est une période potentiellement préférée des clients, et une période à faible demande est probablement peu intéressante pour les clients. Il est possible alors de considérer que la valeur de la préférence temporelle pour une période est proportionnelle à la demande. Toutefois il est possible dans certains cas de considérer qu'une forte demande est générée par un prix très faible et non pas par une préférence forte pour le moment de l'appel. Mais si un prix fort génère une demande forte malgré tout c'est que la période est vraiment préférée. Ainsi, la combinaison du prix et du moment de l'appel détermine la décision du client. Cette relation peut s'exprimer par le produit :

$$pref_{n,i} = \rho_{n,i}^0 * p_{n,i}^0 \quad 2.15$$

En mathématique, la signification géométrique d'un produit de deux nombres a et b est la surface délimitée par un rectangle dont la largeur et la longueur sont respectivement a et b avec $a \leq b$. La surface du rectangle est maximale ou minimale pour des valeurs respectivement maximales ou minimales de a et b . Pour les valeurs intermédiaires, la surface est une sorte d'équilibre entre a et b . Cette définition du produit explique parfaitement la modélisation de la préférence par le produit de la demande et du prix. L'exemple donné par le Tableau 2.3 montre la pertinence de cette modélisation de la préférence.

<i>Période</i>	$\rho_{n,i}^0$	$p_{n,i}^0$	$\rho_{n,i}^0 * p_{n,i}^0$
1	4,97	0,3	1,491
2	11,61	0,5	5,805
3	26,99	0,5	13,495
4	15,34	0,3	4,602

Tableau 2.3 – Exemple de fonctionnement du paramètre de préférence

Considérons une cellule où l'on distingue quatre périodes numérotées de 1 à 4 correspondants respectivement aux périodes de nuit, matinée, après-midi et soirée. On applique un prix de 0,3 Euros pour les périodes 1 et 4 et un prix de 0,5 Euros pour les périodes 2 et 3.

Durant la période 1 la demande est très faible et le prix aussi, on constate alors une valeur de préférence très faible qui signifie que la période est peu intéressante pour les clients malgré le faible prix. Contrairement à cette période, la période 3 présente la plus forte demande et un prix très élevé ; il est évident que cette période est très intéressante pour les clients, elle présente une valeur de préférence importante. La période 2 et la période 4 montrent l'intérêt de cette modélisation de la préférence ; la période 2 présente une préférence plus élevée que la période 4 malgré une demande nettement plus importante durant cette dernière. Ceci prend en compte le fait que le prix de la période 2, même s'il est significativement plus élevé, ne constitue pas pour le client un obstacle suffisant pour l'inciter à choisir la période 4 plutôt que la période 2. Cet exemple montre que la combinaison du prix et de la demande permet de calculer la préférence des clients pour chaque période. Par la suite, il est bien entendu possible de donner un poids fort à l'une des dimensions si des critères fiables issus d'études d'usages le permettent.

Ainsi, la préférence relative qui exprime l'intérêt pour que la demande passe d'une période j à une période i est donnée par le rapport suivant :

$$pref_{n,j}(i) = \frac{\rho_{n,i}^0 * p_{n,i}^0}{\rho_{n,j}^0 * p_{n,j}^0} \quad 2.16$$

La fonction d'utilité s'écrit alors en fonction de deux paramètres, l'un dépendant du prix et l'autre de la préférence pour un période :

- Paramètre de prix :

$$prix_{n,j}(i) = \frac{p_{n,j}^0 + t_{n,j}}{p_{n,i}^0 + t_{n,i}} \quad 2.17$$

- Paramètre de préférence :

$$pref_{n,j}(i) = \frac{\rho_{n,i}^0 * p_{n,i}^0}{\rho_{n,j}^0 * p_{n,j}^0} \quad 2.18$$

La fonction d'utilité est donnée par la combinaison des deux paramètres. La Formule 2.19 présente l'utilité pour les clients de différer leur appel de la période j vers la période i après l'application d'une taxe $t_{n,k}$ sur les prix initiaux $p_{n,k}^0$.

$$U_{n,j}(i) = \frac{p_{n,j}^0 + t_{n,j}}{p_{n,i}^0 + t_{n,i}} * \frac{\rho_{n,i}^0 * p_{n,i}^0}{\rho_{n,j}^0 * p_{n,j}^0} \quad 2.19$$

$$U_{n,j}(i) = \text{prix}_{n,j}(i) * \text{pref}_{n,j}(i) \quad 2.20$$

La partie suivante présente l'évaluation de la pertinence de la nouvelle fonction d'utilité.

b) Tests de validation

Les tests de validation sont effectués sur la même cellule dont les données initiales sont présentées en Tableau 2.1. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 2.4. Durant les périodes de nuit (de minuit à 9 heures) et de soirée (de 20 heures à minuit) le taux de trafic rejeté est initialement nul ou quasi-nul, et l'estimation du modèle est très proche de l'état initial. Par contre, des erreurs d'estimation sont constatées durant les périodes de journée de 9 heures à 20 heures. Les taux de blocage estimés sont nettement plus faibles que les taux initiaux (Figure 2.9).

Période	$\tau_{n,i}^0$	$\tau_{n,i}^e$	$\rho_{n,i}^0$	$\rho_{n,i}^e$
1	0	0	4,97	7,8917
2	0	0	1,21	6,6585
3	0	0	0,3	6,3926
4	0	0	1,02	6,602
5	0	0	0,09	6,3329
6	0	0	0,32	6,3983
7	0	0	1,13	6,6346
8	0	0	3,18	7,2761
9	0	0	11,61	10,7354
10	0,0271	0,0043	22,76	18,778
11	0,0817	0,0632	26,99	25,7649
12	0,0756	0,0448	26,6	24,3938
13	0,0502	0,0149	24,82	21,2136
14	0,0295	0,005	23,01	19,0424
15	0,0579	0,0209	25,39	22,0419
16	0,0509	0,0154	24,87	21,2824
17	0,0489	0,0141	24,72	21,0778
18	0,0533	0,0171	25,05	21,5358
19	0,0352	0,007	23,56	19,6492
20	0,0031	0,0002	18,27	14,8392
21	0	0	10,97	10,4162
22	0,0003	0	15,34	12,8373
23	0,0001	0	14,39	12,2594
24	0	0	8,97	9,4861

Tableau 2.4 – Résultats du test de l'utilité avec les paramètres de prix et de préférence

L'analyse basée sur les taux de blocage ne permet pas une conclusion précise sur les résultats. En effet, le taux de blocage est nul pour les périodes non congestionnées du fait que la demande rejetée est nulle. Lorsque la demande augmente ou diminue durant ces périodes sans dépasser la capacité de la cellule, il n'y a toujours pas de blocage. Cela ne permet pas de constater les changements précis dans le traitement de la congestion de la cellule. Une analyse basée sur la demande offre un niveau de précision plus

important. Dans la suite des tests, l'analyse et les conclusions se feront principalement sur la demande.

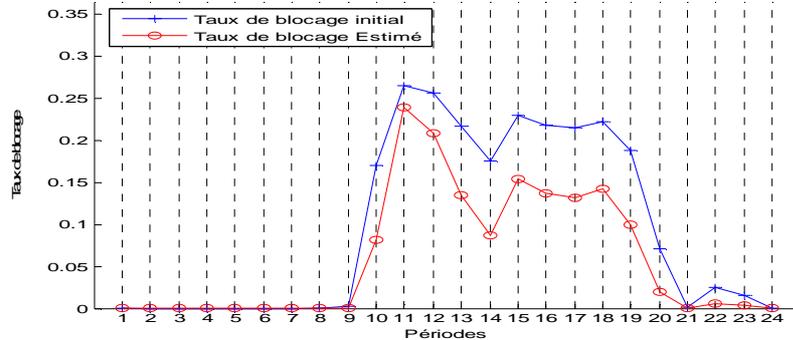


Figure 2.9 – Estimation du taux de blocage avec les paramètres de prix et de préférence

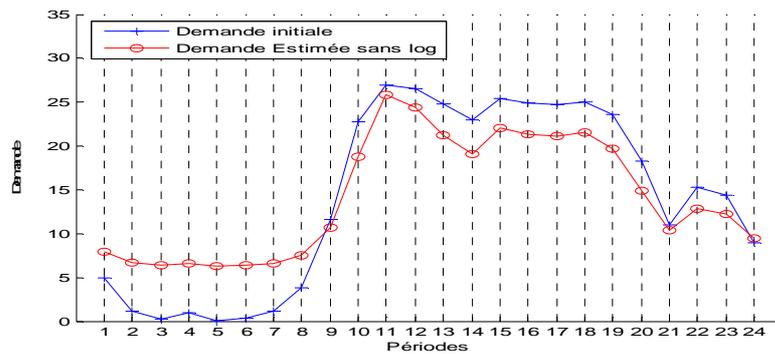


Figure 2.10 – Estimation de la demande avec les paramètres de prix et de préférence

Le Tableau 2.4 et la Figure 2.10 montrent que l'estimation de la demande est assez proche de la demande initiale et en tout cas suit les mêmes tendances. Ce résultat est prévisible en forçant les taxes à zéro ; la fonction d'utilité ainsi formulée est réduite au rapport entre la demande initiale des périodes i et j comme l'indique la formule suivante :

$$U_{n,j}(i) = \frac{p_{n,j}^0}{p_{n,i}^0} * \frac{\rho_{n,i}^0 * p_{n,i}^0}{\rho_{n,j}^0 * p_{n,j}^0} = \frac{\rho_{n,i}^0}{\rho_{n,j}^0} \tag{2.21}$$

Ainsi la fonction d'utilité favorise la demande estimée dans les périodes où la demande initiale est la plus forte : l'utilité est supérieure à 1 si la demande initiale de i est supérieure à la demande initiale de j .

Cependant durant les périodes de nuit le modèle estime une demande nettement supérieure à la demande attendue. Cette tendance est inversée durant les périodes de

journee et de soirée. Ces résultats montrent que le modèle reproduit le comportement global des clients sans toutefois l'estimer de manière précise. Nous avons donc réalisé une calibration du modèle de comportement.

2.2.2.3 Calibration du modèle de comportement

Une série de tests supplémentaires a permis de mieux cerner le fonctionnement du modèle de comportement. La fonction d'utilité présente une limite dans le produit des paramètres de prix et de préférence.

Considérons l'exemple suivant où l'utilité est calculée par la Formule 2.19. Le Tableau 2.5 présente les données initiales pour un cas à trois périodes et le Tableau 2.6 donnent les utilités relatives ou de passage entre ces périodes.

<i>Période</i>	$\rho_{n,i}^0$	$p_{n,i}^0$	$pref_{n,i}$
1	0,3	0,3	0,09
2	26,99	0,5	13,495
3	10,97	0,5	5,485

Tableau 2.5 – Exemple de préférences pour trois périodes

Dans le Tableau 2.6, les valeurs très élevées des utilités $U_1(2)$ et $U_1(3)$ par rapport aux autres s'expliquent par le fait que d'une part, la période 1 est faiblement attractive au vu de sa très faible demande initiale et d'autre part, les périodes 2 et 3 sont très attractives. Ainsi l'utilité de quitter une période de faible préférence en faveur de périodes à forte préférence est élevée tandis que l'utilité de quitter une période de forte préférence en faveur des périodes de faible préférence est très faible comme par exemple $U_2(1)$ et $U_3(1)$. La demande estimée se reporte donc majoritairement sur les périodes préférées comme souhaité dans ce test.

<i>Période</i>	$pref_{n,j}(i)$	$prix_{n,j}(i)$	$U_{n,j}(i)$
1 → 2	149,9444	0,6	89,9666667
1 → 3	60,9444	0,6	36,5666667
2 → 1	0,0067	1,6667	0,01111523
2 → 3	0,4064	1	0,40644683
3 → 1	0,0164	1,6667	0,02734731
3 → 2	2,4603	1	2,4603464

Tableau 2.6 – Exemple d'utilités relatives entre les périodes

Toutefois parmi les valeurs faibles de l'utilité, le modèle de comportement ne fait pas clairement la distinction entre les reports qui peuvent être utiles, tel que 2 vers 3, et ceux qui ne le sont pas, tel que 2 vers 1, les valeurs sont trop proches. Les petites utilités doivent donc être mieux gérées pour séparer les périodes très faibles et les périodes faibles du point de vue des préférences. Les paragraphes suivants présentent la mise en échelle logarithmique de la fonction d'utilité et le paramétrage du facteur d'influence de l'utilité pour calibrer le modèle de comportement.

2.2.2.3.1 Mise en échelle logarithmique de l'utilité

a) Principe

Quel que soit le prix appliqué pour les périodes de nuit, le modèle ne doit pas déplacer une quantité importante de la demande vers ces périodes car cela ne correspond pas à la satisfaction de la majorité des clients qui appellent le jour. Un prix de nuit très bas peut créer une clientèle de nuit mais ne permet pas de déplacer une quantité significative de trafic de la journée vers la nuit.

Notre objectif est de déplacer la surcharge en trafic de la cellule vers les périodes creuses de la journée et vers les périodes de soirée tout en limitant la quantité de trafic à déplacer vers les périodes de nuit. En effet, actuellement les périodes de nuit présentent des valeurs d'utilité faibles du fait de leur demande initiale très faible mais pas assez faible pour limiter leur attraction du trafic même à bas prix. Nous proposons donc d'utiliser une fonction logarithmique pour mieux distinguer les valeurs de petites et très petites utilités du fait de l'absence très forte d'une préférence d'appel pour ces périodes. La Figure 2.11 montre l'effet d'une mise en échelle logarithmique de l'utilité.

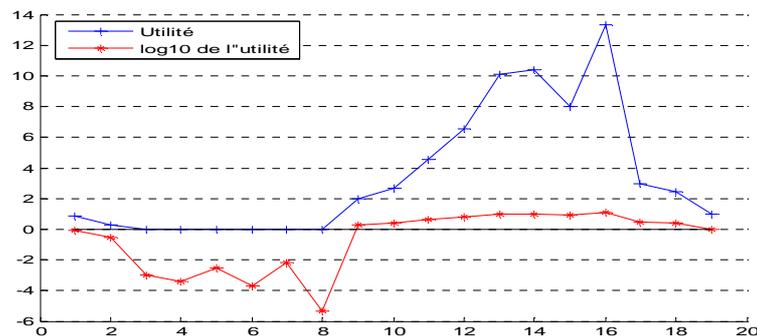


Figure 2.11 – Effet de la mise en échelle logarithmique de l'utilité

Cette mise en échelle permet d'affaiblir l'utilité des périodes de nuit et ainsi de diminuer leur attraction en baissant leur pouvoir de satisfaire le client relativement aux autres périodes. La fonction d'utilité est alors donnée par la formule suivante :

$$U_{n,j}(i) = \log_{10} \left(\text{prix}_{n,j}(i) * \text{pref}_{n,j}(i) \right) \quad 2.22$$

b) Tests de validation

Les tests présentés dans cette partie permettent d'évaluer la fonction d'utilité sous sa forme logarithmique. Pour mettre en évidence le principe, nous comparons la demande initiale de la cellule à la demande avec et sans la mise en échelle logarithmique de la fonction d'utilité.

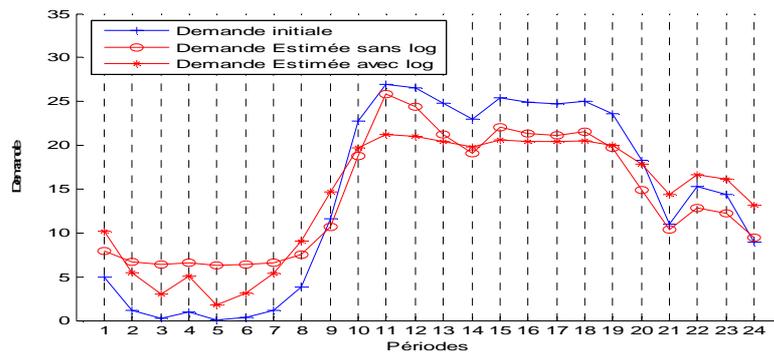


Figure 2.12 – Estimation de la demande pour l'utilité avec et sans logarithme

La Figure 2.12 montre qu'en utilisant la mise en échelle logarithmique de la fonction d'utilité l'écart entre la demande initiale et la demande estimée est moins significatif durant les périodes de nuit de faible préférence. Toutefois, l'écart demeure important durant les périodes de journée correspondant aux périodes d'appels les plus fréquentes car l'échelle logarithmique ne traite pas ce problème.

2.2.2.3.2 Calcul du facteur d'influence de la fonction d'utilité

a) Principe

Le rôle du facteur d'influence α_n de la cellule n , défini dans le modèle *Logit* consiste à ajuster le degré d'influence de l'utilité sur la probabilité de choix de la période de destination. Dans le calcul des probabilités de choix de la période (équation 2.13) pour les tests de validation précédents, nous avons considéré $\alpha_n = 1$. Nous proposons de calculer une valeur de α_n pour réduire l'erreur dans l'estimation de la demande qui s'exprime à travers la différence entre la demande initiale et la demande estimée par le modèle de comportement. Nous ne cherchons pas à trouver la valeur optimale de α_n pour minimiser l'erreur mais à trouver une valeur approchée qui permette d'améliorer significativement l'estimation de la demande initiale. Concrètement, nous utilisons un algorithme itératif (Algorithme 2.1) qui incrémente à chaque itération la valeur de α_n d'un pas ϵ et calcule la variation de l'estimation : $q_n = \sum_{k=1}^{NPer} |\rho_{n,k}^0 - \rho_{n,k}^e|$. L'algorithme est une descente qui s'arrête lorsque la variation de α_n ne permet plus de réduire q_n .

Algorithme 2.1 - Calcul du facteur d'influence de la fonction d'utilité**Initialisation**

$$\alpha_n = \alpha_n^{opt} = \epsilon$$

Calcul de q_n

$$q_n^{opt} = q_n$$

Répéter

$$\alpha_n = \alpha_n + \epsilon$$

Calcul de q_n **Si** $q_n < q_n^{opt}$ **alors**

$$q_n^{opt} = q_n$$

$$\alpha_n^{opt} = \alpha_n$$

Fin Si**Jusqu'à** $q_n^{opt} \neq q_n$ critère d'arrêt**b) Tests de validation**

Les résultats des tests de validation effectués en utilisant la fonction d'utilité avec logarithme (équation 2.22) et le calcul du facteur d'influence sont présentés dans le Tableau 2.8, la Figure 2.8 et Figure 2.9.

<i>Période</i>	$\tau_{n,i}^0$	$\tau_{n,i}^e$	$\rho_{n,i}^0$	$\rho_{n,i}^e$
1	0	0	4,97	4,9628
2	0	0	1,21	1,2065
3	0	0	0,3	0,29868
4	0	0	1,02	1,0168
5	0	0	0,09	0,089492
6	0	0	0,32	0,31862
7	0	0	1,13	1,1266
8	0	0	3,18	3,7934
9	0	0,0021	11,61	11,603
10	0,0271	0,1700	22,76	22,763
11	0,0817	0,2646	26,99	26,999
12	0,0756	0,2564	26,6	26,608
13	0,0502	0,2173	24,82	24,826
14	0,0295	0,1758	23,01	23,014
15	0,0579	0,2300	25,39	25,397
16	0,0509	0,2184	24,87	24,876
17	0,0489	0,2150	24,72	24,726
18	0,0533	0,2224	25,05	25,056
19	0,0352	0,1885	23,56	23,564
20	0,0031	0,0706	18,27	18,268
21	0	0	10,97	10,963
22	0,0003	0,0247	15,34	15,336
23	0,0001	0,0153	14,39	14,385
24	0	0	8,97	8,9625

Tableau 2.7 – Résultats du test en utilisant le facteur d'influence α_n

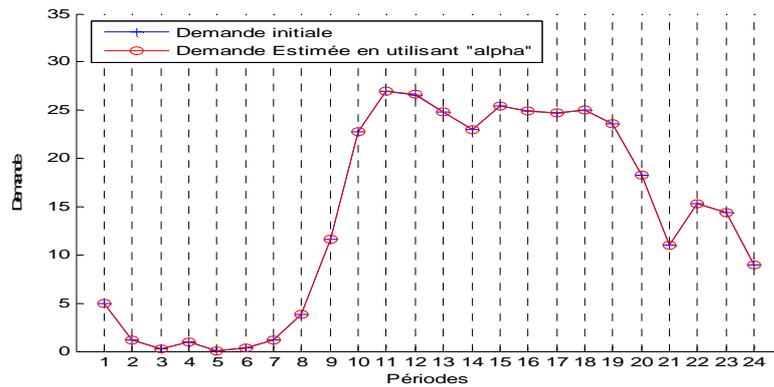


Figure 2.13 – Estimation de la demande en utilisant le facteur d'influence α_n

Ces résultats montrent une modélisation précise du comportement des clients. Les résultats estimés par le modèle sont très proches des données initiales. Durant les périodes congestionnées entre 10 heures et 19 heures, les taux de blocage initiaux et les taux de blocage estimés diffèrent d'environ 10^{-3} . Durant les périodes creuses, le taux de blocage est nul, il est donc impossible d'évaluer l'erreur du modèle sur ce critère mais l'analyse de la demande permet une estimation globale de l'erreur qui est de l'ordre de 10^{-2} . Le modèle de comportement est donc assez fidèle pour les besoins de notre travail. Une recherche de la valeur exacte de α_n n'est pas nécessaire compte tenu de la faible précision des données d'entrée du problème.

Cette étude met en évidence la pertinence de modéliser l'utilité en fonction du prix et de la préférence. Ces deux paramètres s'avèrent suffisants pour cerner et reproduire le comportement des clients, ils constituent les attributs associés à l'alternative de choix de notre problème. La partie suivante présente la prise en compte de la perturbation de la demande initiale qui peut se produire en fonction des changements de la grille tarifaire.

2.2.3 Perturbation de la demande

Une première contrainte du modèle de tarification était la conservation de la demande totale dans la cellule. Cette contrainte forte éloigne le modèle de la réalité du réseau. En effet l'application d'une nouvelle politique tarifaire peut générer une demande supplémentaire si elle est significativement attractive, mais elle peut aussi diminuer la demande si le prix est trop élevé ou si le prix attractif est proposé durant les périodes de faible intérêt pour les clients. Par ailleurs, une partie de la demande peut aussi passer d'une cellule à une autre. Au niveau d'une cellule, tous ces effets peuvent se traduire par une hausse ou une baisse de la demande totale, peu importe son origine. Nous admettons donc une incertitude lors de l'estimation de la demande que nous introduisons dans le processus d'optimisation.

Du fait du comportement des clients qui ne peut être parfaitement caractérisé, nous considérons que l'estimation de la demande est soumise à une incertitude. Cette incertitude est traduite par la prise en compte d'une variation de la demande totale dans la cellule suite à l'application d'une nouvelle grille tarifaire.

Nous avons introduit l'incertitude sous la forme d'une perturbation de la demande estimée au cours du processus d'optimisation. Nous proposons de l'intégrer dans le calcul de la demande estimée via un écart noté $\Delta_{n,i}$.

$$\rho_{n,i}^e = \left(\sum_{j=1}^{NPer} \rho_{n,j}^0 * prob_{n,j}(i) \right) + \Delta_{n,i} \quad 2.23$$

L'incertitude $\Delta_{n,i}$ de la demande dans la cellule n en période i est considérée comme une variation aléatoire basée sur la différence entre la demande initiale et la demande estimée selon la formule suivante :

$$\Delta_{n,i} = \delta_{n,i} * |\rho_{n,i}^e - \rho_{n,i}^0| \quad 2.24$$

Avec $\delta_{n,i} \in [0, b]$ et $b \leq 1$, une variable aléatoire représentant la probabilité de l'erreur.

La variation de la demande pendant le processus d'optimisation sera introduite via une perturbation aléatoire de la demande estimée $\rho_{n,i}^e$ après un nombre fixé d'itérations de l'algorithme d'optimisation. Le principe consiste à modifier le profil de la demande plusieurs fois, à des intervalles de temps réguliers, durant le processus d'optimisation. Cette stratégie s'apparente à la modification progressive des habitudes des clients au fur et à mesure de l'évolution de la grille. Ce comportement nous paraît plus juste qu'une variation effectuée une seule fois à la fin du processus, cependant il est tout à fait possible de considérer aussi ce cas de figure pour faire des études comparatives.

2.2.4 Synthèse du modèle de tarification planifiée

Le but du modèle de tarification planifiée est la redistribution temporelle de la demande dans la cellule afin de décongestionner les périodes durant lesquelles une partie de la demande offerte est rejetée. Ce but est exprimé par la fonction suivante à minimiser :

$$\sum_{i=1}^{NPer} (\max\{\tau_{n,i}^e, \tau_n^c\} - \tau_n^c)^2$$

Où τ_n^c est une grandeur connue qui exprime le taux de blocage cible de la cellule n . Il s'agit de calculer $\tau_{n,i}^e$ en utilisant la formule d'*Erlang B* :

$$\tau_{n,i}^e = \frac{(\rho_{n,i}^e)^{NCan_n}}{NCan_n!} \left(\sum_{q=1}^{NCan_n} \frac{(\rho_{n,i}^e)^q}{q!} \right)^{-1}$$

Où $NCan_n$ est le nombre de canaux et $\rho_{n,i}^e$ est la demande estimée dans la cellule n en période i après l'application des taxes. Nous utilisons l'espérance mathématique suivante pour la calculer :

$$\rho_{n,i}^e = \sum_{j=1}^{NPer} \rho_{n,j}^0 * prob_{n,j}(i)$$

Afin de prendre en compte l'incertitude dans l'estimation de la demande, nous introduisons dans le calcul de $\rho_{n,i}^e$ une perturbation $\Delta_{n,i}$ ce qui donne :

$$\rho_{n,i}^e = \left(\sum_{j=1}^{NPer} \rho_{n,j}^0 * prob_{n,j}(i) \right) + \Delta_{n,i}$$

Où $prob_{n,j}(i)$ constitue la probabilité que des appels effectués en période j soient reportés en période i en fonction des changements de tarif. Pour calculer cette probabilité, nous définissons un modèle de comportement des clients. Nous nous orientons vers un modèle qui repose sur le concept de fonction d'utilité :

$$prob_{n,j}(i) = \frac{e^{\alpha_n * U_{n,j}(i)}}{\sum_{q=1}^{NPer} e^{\alpha_n * U_{n,j}(q)}}$$

Où α_n est un facteur d'influence de l'utilité.

Nous définissons la fonction d'utilité $U_{n,j}(i)$ de transférer l'appel de la période j à la période i en fonction de deux paramètres : un paramètre qui décrit la sensibilité au prix, $prix_{n,j}(i)$, et un paramètre qui décrit la sensibilité à la période, $pref_{n,j}(i)$. L'utilité est donnée par la formule suivante :

$$U_{n,j}(i) = \log_{10} (prix_{n,j}(i) * pref_{n,j}(i))$$

Avec :

$$prix_{n,j}(i) = \frac{p_{n,j}^0 + t_{n,j}}{p_{n,i}^0 + t_{n,i}} \quad \text{et} \quad pref_{n,j}(i) = \frac{\rho_{n,i}^0 * p_{n,i}^0}{\rho_{n,j}^0 * p_{n,j}^0}$$

Où $\rho_{n,i}^0$ et $p_{n,i}^0$ sont respectivement les valeurs initiales de la demande et du prix dans la cellule n en période i . La variable $t_{n,i}$ est la taxe qui constitue l'inconnue du problème et qui permet de modifier le prix de la période i . La taxe est bornée par $t_{n,i}^{max}$ donnée par :

$$t_{n,i}^{max} = \beta * \frac{(\rho_{n,i}^0 - \rho_n^c)}{\sum_{j=1}^{NPer} \rho_{n,j}^0} * p_{n,i}^0$$

Le calcul d'une nouvelle grille tarifaire par le modèle de tarification est soumis à deux contraintes : une contrainte sur la conservation de la demande totale que nous avons relâchée avec l'introduction d'une perturbation dans le calcul de la demande estimée, et une contrainte qui garantit un niveau de revenu pour l'opérateur avec la grille tarifaire finale en pourcentage de son revenu avec la grille tarifaire initiale (équation 2.7).

2.2.5 Indicateurs de performance

L'objectif du modèle de tarification planifiée est d'optimiser l'utilisation des ressources de la cellule tout en garantissant un niveau de revenu pour l'opérateur. Après l'optimisation, nous proposons de mesurer trois indicateurs de performance sur la cellule.

2.2.5.1 Taux de trafic rejeté

La réduction du trafic rejeté constitue l'objectif principal du modèle. Nous considérons le taux de trafic rejeté dans la cellule comme l'indicateur le plus pertinent de la performance de l'optimisation de la grille tarifaire. Il est obtenu par le rapport de la demande rejetée sur la demande totale dans la cellule et il est noté φ_n^r .

$$\varphi_n^r = \frac{\sum_{i=1}^{NPer} \vartheta_{n,i}^r}{\sum_{i=1}^{NPer} \rho_{n,i}} \quad 2.25$$

Où $\vartheta_{n,i}^r$ et $\rho_{n,i}$ sont respectivement le trafic rejeté et la demande totale dans la cellule n en période i .

2.2.5.2 Taux d'utilisation de la capacité

Réduire la congestion dans la cellule signifie qu'une partie de la demande rejetée initialement peut être écoulee durant les périodes creuses. Ceci permet d'améliorer la rentabilité de la cellule en termes d'utilisation des ressources. Le taux d'utilisation de la capacité de cellule noté φ_n^u constitue alors un indicateur qui mesure le rapport entre la demande écoulee et les ressources disponibles.

$$\varphi_n^u = \frac{\sum_{i=1}^{NPer} \vartheta_{n,i}^e}{NPer * \rho_n^c} \quad 2.26$$

Où $\vartheta_{n,i}^e$ est le trafic écoulee par la cellule n en période i et ρ_n^c est la capacité de la cellule.

2.2.5.3 Revenu financier de l'opérateur

L'objectif secondaire que nous avons fixé dans cette étude et que nous traitons comme contrainte est de garantir un niveau de revenu financier pour l'opérateur. Le niveau de revenu est traduit par une perte ou un gain par rapport au revenu avec la grille tarifaire initiale. Nous proposons d'évaluer Γ_n l'indicateur financier suivant :

$$\Gamma_n = \sum_{i=1}^{NPer} (\vartheta_{n,i}^e * p_{n,i}) \quad 2.27$$

Où $p_{n,i} = p_{n,i}^0 + t_{n,i}$ est le prix appliqué dans la cellule n en période i après optimisation de la grille tarifaire.

2.2.6 Validation du modèle de tarification pour une cellule

La validation du modèle consiste à effectuer des tests sur plusieurs cellules prises séparément et à comparer puis analyser les résultats. Nous présentons dans cette partie un algorithme itératif de descente pour traiter le problème et un ensemble de résultats pour les différents types de cellule.

2.2.6.1 Algorithme d'optimisation

La résolution du problème d'optimisation consiste à déterminer le vecteur t_n de taxes $t_{n,i}$ à appliquer en période i dans la cellule n . L'espace de recherche des solutions est continu i.e. les taxes sont des nombres réels. Le problème est relativement simple, il s'agit d'un problème mono-objectif sous contraintes avec un nombre limité de variables et de contraintes. Cependant la fonction de coût est assez complexe du fait du calcul du taux de blocage par la formule d'Erlang B et la probabilité de changement de période par le modèle *Logit*.

Nous utiliserons un algorithme simple de recherche de solutions, l'algorithme de *Hill Climbing* (Algorithme 2.2). Le principe de l'algorithme consiste à initialiser aléatoirement dans le domaine de définition des taxes $t_{n,i}$ le vecteur t_n^0 des taxes initiales et d'évaluer la fonction de coût définie précédemment pour cette solution initiale. Ensuite, nous choisissons aléatoirement une composante i du vecteur t_n , nous attribuons à $t_{n,i}$ une valeur prise aléatoirement dans son domaine de définition et nous évaluons de nouveau la fonction de coût pour le nouveau vecteur correspondant à une nouvelle solution. Si la nouvelle solution améliore la fonction de coût de la solution courante en satisfaisant la contrainte sur le revenu exprimée par l'équation (2.7) alors la nouvelle solution devient la solution courante et le processus reprend au choix aléatoire d'une composante du vecteur de taxes à modifier. Le processus d'optimisation est répété

jusqu'à la convergence de l'algorithme. Nous admettons que l'algorithme converge si la fonction de coût n'est pas améliorée au cours de m itérations successives.

L'algorithme de *Hill Climbing* est un algorithme itératif d'optimisation basé sur la recherche en profondeur qui trouve un optimum local à partir de la solution initiale. Afin de vérifier la qualité des minimums locaux, nous avons effectué une série de tests qui consiste à lancer plusieurs exécutions de l'algorithme avec à chaque fois une solution initiale aléatoire différente. Sur 100 exécutions l'algorithme trouve toujours la même qualité de solution en termes de fonction de coût.

Algorithme 2.2 - Algorithme d'optimisation de type *Hill Climbing*

Initialisation

SolutionOpt ← génération aléatoire d'un vecteur de taxes
GrilleCourante ← grille tarifaire initiale + ***SolutionOpt***
DemandeOpt ← estimation de la demande générée par ***GrilleCourante***
CoutOpt ← évaluation de la fonction de coût avec ***DemandeOpt***

Répéter

CoutCourant ← ***CoutOpt***
SolutionCourante ← ***SolutionOpt***
Pour k itérations faire
 SolutionTemp ← modification d'une composante de ***SolutionCourante***
 GrilleTemp ← grille tarifaire initiale + ***SolutionTemp***
 DemandeTemp ← estimation de la demande générée par ***GrilleTemp***
 CoutTemp ← évaluation de la fonction de coût avec ***DemandeTemp***
 Si ***CoutTemp*** < ***CoutCourant*** alors
 SolutionCourante ← ***SolutionTemp***
 DemandeCourante ← ***DemandeTemp***
 CoutCourant ← ***CoutTemp***

Fin Si

Fin Pour

DemandePerturb ← perturbation du profil de ***DemandeCourante***
CoutPerturb ← évaluation de la fonction de coût avec ***DemandePerturb***
Si ***CoutPerturb*** < ***CoutOpt*** alors
 TauxRevenu ← variation du revenu avec ***DemandePerturb*** et ***SolutionCourante***
 Si ***TauxRevenu*** ≥ ϵ alors
 SolutionOpt ← ***SolutionCourante***
 DemandeOpt ← ***DemandePerturb***
 CoutOpt ← ***CoutPerturb***

Fin Si

Fin Si

Jusqu'à convergence de l'algorithme : pas d'amélioration de ***CoutOpt*** durant m itérations

Retourner (***SolutionOpt***)

2.2.6.2 Tests et résultats

Nous avons utilisé l'algorithme avec le modèle de tarification planifiée sur plusieurs cellules avec des profils différents de demande. Nous présentons dans cette partie trois exemples de résultats obtenus représentatifs des différents types de cellule. Dans tous les tests, nous considérons :

- Le nombre de périodes : $NPer = 24$. Pour simplifier le problème nous considérons chaque heure de la journée comme une période. Une méthode pour le découpage de la journée en périodes de différentes tailles sera présentée dans le chapitre suivant.
- Le taux de blocage toléré par l'opérateur : $\tau_n^c = 0,02$
- La contrainte sur le revenu : $\varepsilon = 0$. Elle est fixée de façon à interdire une perte financière.

2.2.6.2.1 Cellule 1 : cellule non congestionnée

Nous considérons le cas particulier où la cellule est non congestionnée. Les données initiales de la cellule sont données par le Tableau 2.8.

<i>Période</i>	$\tau_{n,i}^0$	$\rho_{n,i}^0$	$p_{n,i}^0$	$NCan_n$	$\rho_{n,i}^c$
1	0	0,0833	0,2	7	2,9
2	0	0,0591	0,2		
3	0	0,0098	0,2		
4	0	0,0041	0,2		
5	0	0,0028	0,2		
6	0	0,0916	0,2		
7	0	0,2875	0,2		
8	0	0,1061	0,5		
9	0	0,8691	0,5		
10	0,0002	1,0916	0,5		
11	0,0001	0,9411	0,5		
12	0,0003	1,1949	0,5		
13	0,0000	0,6498	0,5		
14	0,0001	1,0070	0,5		
15	0,0004	1,2668	0,5		
16	0,0001	0,9555	0,5		
17	0,0004	1,2504	0,5		
18	0,0017	1,6716	0,2		
19	0,0069	2,2515	0,2		
20	0,0033	1,9245	0,2		
21	0,0001	1,0478	0,2		
22	0,0067	2,2390	0,2		
23	0,0003	1,1671	0,2		
24	0,0024	1,7954	0,2		

Tableau 2.8 – Données initiales de la cellule non congestionnée

L'objectif du modèle de tarification planifiée est de réduire la congestion. La cellule présentée pour ce test est surdimensionnée i.e. la demande est toujours inférieure à la capacité. La Figure 2.15 montre que si la cellule ne présente pas de congestion, le modèle ne modifie pas la grille tarifaire, et donc il n'y a aucune redistribution de la demande

(Figure 2.14). Du point de vue des indicateurs de performance, les performances de la cellule restent constantes puis qu'aucun changement n'est effectué (Figure 2.16).

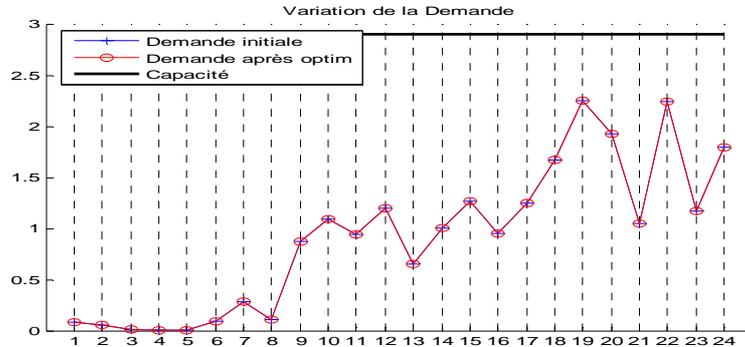


Figure 2.14 – Redistribution de la demande dans une cellule non congestionnée

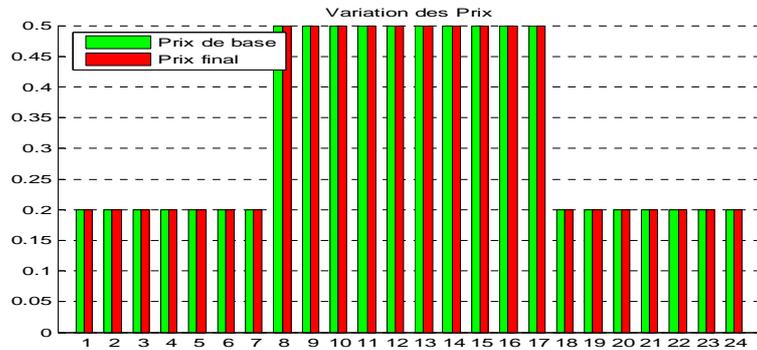


Figure 2.15 – Fluctuation des tarifs dans une cellule non congestionnée

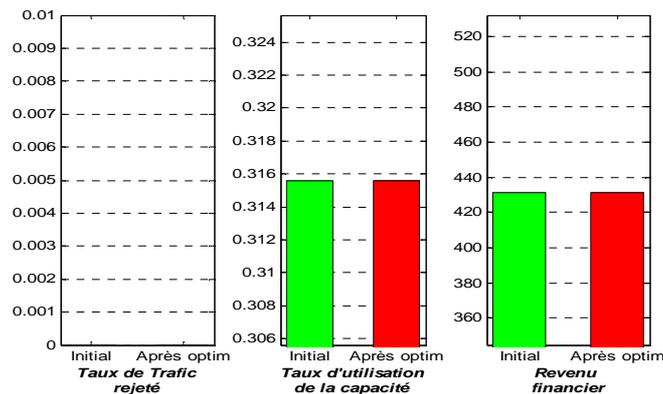


Figure 2.16 – Indicateurs de performance dans une cellule non congestionnée

2.2.6.2.2 Cellule 2 : cellule à congestion permanente

Dans cette partie nous étudions le cas d'une cellule à congestion permanente. Les données initiales de cette cellule sont données par le Tableau 2.9.

Période	$\tau_{n,i}^0$	$\rho_{n,i}^0$	$p_{n,i}^0$	$NCan_n$	$\rho_{n,i}^c$
1	0	0,05459	0,2	7	2,9
2	0	0,00408	0,2		
3	0	0,0001	0,2		
4	0	0,13139	0,2		
5	0	0,05618	0,2		
6	0	0,0001	0,2		
7	0	0,08273	0,2		
8	0	0,0001	0,5		
9	0,0592	3,9039	0,5		
10	0,1759	5,8489	0,5		
11	0,2319	6,7212	0,5		
12	0,2789	7,489	0,5		
13	0,0788	4,2797	0,5		
14	0,1376	5,2555	0,5		
15	0,2108	6,3897	0,5		
16	0,1621	5,6361	0,5		
17	0,1969	6,1736	0,5		
18	0,1802	5,9157	0,2		
19	0,0879	4,4414	0,2		
20	0,0760	4,2279	0,2		
21	0,0419	3,5249	0,2		
22	0,0270	3,1268	0,2		
23	0,0025	1,8175	0,2		
24	0,0000	0,20862	0,2		

Tableau 2.9 – Données initiales de la cellule à congestion permanente

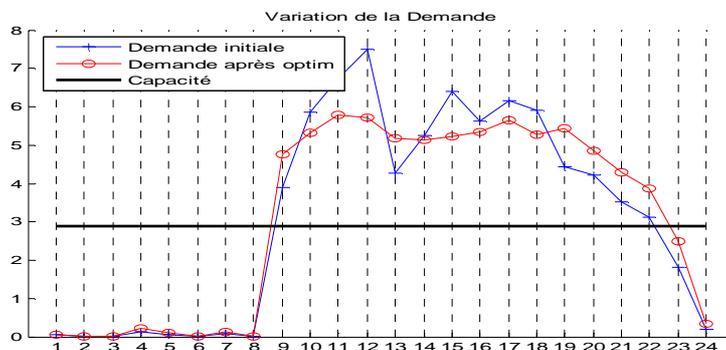


Figure 2.17 – Redistribution de la demande dans une cellule à congestion permanente

Lorsque la congestion est permanente, le modèle de tarification tente de redistribuer la demande en augmentant considérablement les prix durant les périodes les plus congestionnées. Ces résultats montrent (Figure 2.18) une forte augmentation des prix des périodes entre 10 heures et 18 heures (sauf à 13 heures où la demande initiale est moindre) et malgré tout la congestion n'a diminué que de quelques Erlang (Figure 2.19). La tarification est donc incapable de traiter ce genre de cellule ; la solution doit être un investissement pour augmenter la capacité. Par ailleurs, ce test met en évidence la pertinence de la fonction d'utilité comme le montre la Figure 2.17 où malgré les prix

faibles des périodes de nuit, la demande n'a quasiment pas augmenté car cela ne contribue pas à la satisfaction des clients.

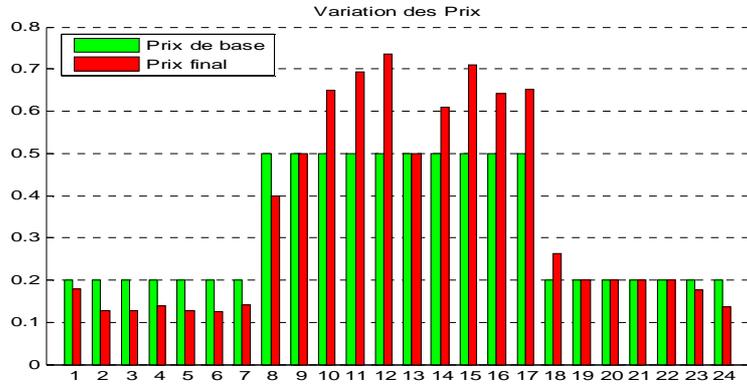


Figure 2.18 – Fluctuation des tarifs d’une cellule à congestion permanente

Du point de vue des indicateurs de performance, nous constatons que le trafic rejeté est légèrement réduit en passant de 43% à 41,5%. Le taux d'utilisation de la cellule est amélioré grâce aux périodes après 22 heures qui accueillent un peu plus de trafic. Enfin, l'augmentation importante du revenu financier de l'opérateur est dû à l'augmentation des prix des périodes entre 10 heures et 18 heures alors que la demande n'a baissé que de très peu.

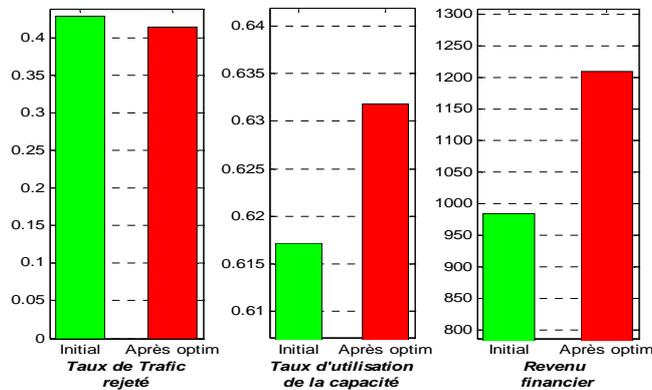


Figure 2.19 – Indicateurs de performance d’une cellule à congestion permanente

2.2.6.2.3 Cellule 3 : cellule à congestion localisée dans le temps

Comme nous l'avons précisé dans la section 2.1.1, nous nous intéressons particulièrement à ce type de cellules où la congestion apparaît uniquement durant certaines périodes de la journée. Le Tableau 2.10 qui présente les données initiales de la cellule montre que la congestion apparaît dans la période qui se situe entre 10 heures et 16 heures. Les périodes avant 10 heures et après 17 heures peuvent accueillir du trafic.

Période	$\tau_{n,i}^0$	$\rho_{n,i}^0$	$p_{n,i}^0$	$NCan_n$	$\rho_{n,i}^c$
1	0	0,0032	0,3	30	21,9
2	0	0,0001	0,3		
3	0	0,0001	0,3		
4	0	0,0001	0,3		
5	0	0,0351	0,3		
6	0	0,0205	0,3		
7	0	0,0679	0,3		
8	0	0,3378	0,3		
9	0	1,4671	0,5		
10	0,0201	2,8874	0,5		
11	0,0592	3,1577	0,5		
12	0,0319	3,2637	0,5		
13	0,0405	3,7902	0,5		
14	0,0239	4,2926	0,5		
15	0,0359	3,1690	0,5		
16	0,0278	3,3236	0,5		
17	0,0293	2,6378	0,5		
18	0,0335	2,9437	0,5		
19	0,0295	2,2791	0,5		
20	0,0075	2,0307	0,5		
21	0	1,2601	0,5		
22	0,0008	0,3947	0,3		
23	0,0016	0,1182	0,3		
24	0	0,1645	0,3		

Tableau 2.10 – Données initiales de la cellule à congestion localisée dans le temps

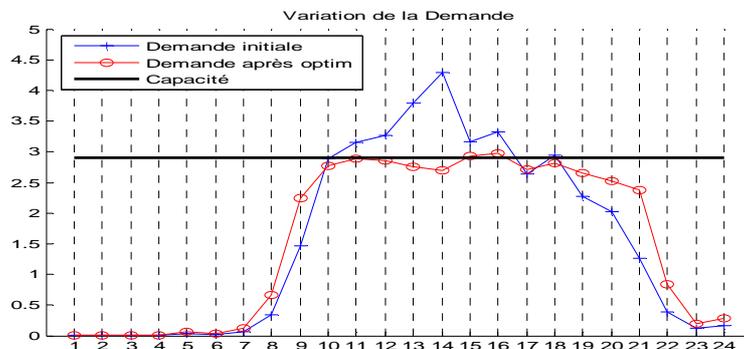


Figure 2.20 – Redistribution de la demande dans une cellule à congestion localisée dans le temps

Conformément aux objectifs, ces résultats montrent que le modèle de tarification est efficace pour traiter la congestion dans les cellules à congestion localisée dans le temps. En effet, les Figures 2.20 et 2.21 montrent qu'en appliquant une nouvelle grille tarifaire, la demande est redistribuée dans la cellule ; la quasi-totalité de la demande initialement rejetée durant les périodes congestionnées est écoulee durant les autres périodes. Le taux de trafic rejeté passe de 9,6% à moins de 0,5% (Figure 2.22), de même le taux d'utilisation de la cellule augmente d'environ 3,5% en passant de 49% à 52,5%, et le revenu de l'opérateur augmente d'environ 5%.

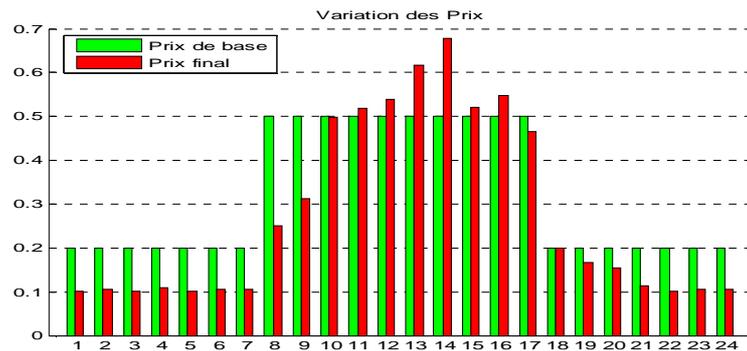


Figure 2.21 – Fluctuation des tarifs dans une cellule à congestion localisée dans le temps

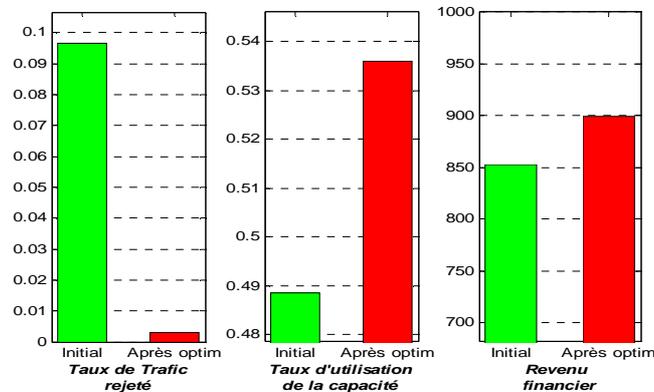


Figure 2.22 – Indicateurs de performance dans une cellule à congestion localisée dans le temps

2.2.6.2.4 Robustesse des résultats

Nous avons effectué deux séries de tests supplémentaires qui visent à vérifier la convergence de l'algorithme. La première série consiste à lancer plusieurs exécutions de l'algorithme avec la même solution initiale et dans la deuxième série, nous avons généré aléatoirement la solution initiale à chaque exécution. Les tests ont été effectués sur la même cellule.

Dans les deux cas l'algorithme trouve des solutions finales très proches avec des différences de l'ordre de 10^{-3} entre les taxes. Le Tableau 2.11 résume les résultats sur 10 exécutions. Il montre la taxe minimale et la taxe maximale, la moyenne et l'écart type des taxes par période sur les 10 exécutions. La valeur maximale, la valeur minimale et l'écart type montrent que sur les 10 exécutions, le modèle trouve des vecteurs solutions très proches. Les demandes estimées pour les solutions produites sont quasiment les mêmes pour toutes les exécutions.

<i>Période</i>	<i>Taxe min</i>	<i>Taxe max</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart type</i>
1	- 0,09994	- 0,09698	- 0,09864	0,00097
2	- 0,09986	- 0,09255	- 0,09686	0,00241
3	- 0,09982	- 0,09416	- 0,09774	0,00172
4	- 0,09999	- 0,09615	- 0,09889	0,00128
5	- 0,09980	- 0,08999	- 0,09619	0,00327
6	- 0,09920	- 0,09590	- 0,09770	0,00122
7	- 0,09981	- 0,09148	- 0,09778	0,00236
8	- 0,24955	- 0,22916	- 0,24449	0,00606
9	- 0,19008	- 0,16918	- 0,18366	0,00710
10	- 0,00166	- 0,00160	-0,00163	0,00002
11	0,01620	0,02196	0,02023	0,00173
12	0,03402	0,03990	0,03707	0,00178
13	0,11023	0,11799	0,11522	0,00334
14	0,16893	0,18421	0,18048	0,00455
15	0,01725	0,02455	0,02177	0,00213
16	0,04348	0,04901	0,04703	0,00202
17	- 0,03473	- 0,03284	-0,03394	0,00079
18	0	0,00010	0,00005	0,00003
19	- 0,03285	- 0,03183	-0,03238	0,00044
20	- 0,04608	- 0,04069	- 0,04488	0,00162
21	- 0,08685	- 0,07988	- 0,08465	0,00232
22	- 0,09963	- 0,09586	- 0,09809	0,00148
23	- 0,09972	- 0,09418	- 0,09803	0,00195
24	- 0,09956	- 0,09480	- 0,09780	0,00145

Tableau 2.11 – Analyse des taxes pour 10 exécutions de l’algorithme

Les résultats des tests effectués sur plusieurs cellules de différents types montrent que le modèle de tarification planifiée est efficace pour le contrôle de la congestion lorsqu’elle est localisée dans le temps. Toutefois, l’objectif de cette étude est de proposer un modèle pour un réseau complet i.e. un modèle qui traite le problème de la congestion pour un ensemble de cellules. La section suivante présente la généralisation du modèle de tarification planifiée à un réseau complet.

2.3 Modèle de tarification pour un réseau

Les résultats obtenus par le modèle de tarification planifiée dans une cellule doivent être généralisés à l’échelle d’un réseau complet. La notion de réseau complet est vue comme un ensemble de cellules géré par un même opérateur. L’objectif de cette partie est de proposer une généralisation du modèle de tarification planifiée pour calculer une grille tarifaire unique pour un ensemble de cellules. Nous présentons dans les paragraphes suivants les évolutions du modèle qui permettent cette généralisation.

2.3.1 Adaptation du modèle

La généralisation du modèle de tarification planifiée à un réseau complet s’interprète par l’optimisation globale de l’utilisation de toutes les cellules du réseau. Il s’agit à ce

stade de calculer une grille tarifaire unique qui minimise le trafic rejeté cumulé de toutes les cellules selon la fonction suivante :

$$\sum_{n=1}^{NCell} \sum_{i=1}^{NPer} (\max\{\rho_{n,i}^e, \rho_n^c\} - \rho_n^c)^2 \quad 2.28$$

Cet objectif est exprimé en fonction des taux de blocage par :

$$\sum_{n=1}^{NCell} \sum_{i=1}^{NPer} (\max\{\tau_{n,i}^e, \tau_n^c\} - \tau_n^c)^2 \quad 2.29$$

Du point de vue des variables de décision, le calcul des bornes maximales des taxes est contraint de prendre en compte toutes les cellules du réseau. Nous proposons de considérer que pour chaque période :

- La borne inférieure de l'intervalle de recherche des solutions est le minimum des bornes inférieures des taxes des cellules du réseau.
- La borne supérieure de l'intervalle de recherche des solutions est le maximum des bornes supérieures des taxes des cellules du réseau.

Le tableau 2.12 présente un exemple de bornes de taxes pour un groupe de 5 cellules avec un découpage temporel en 5 périodes.

	<i>Période 1</i>		<i>Période 2</i>		<i>Période 3</i>		<i>Période 4</i>		<i>Période 5</i>	
	<i>Min</i>	<i>Max</i>								
<i>Cellule 1</i>	- 0,1	0	- 0,06	0	- 0,15	0	0	0,09	- 0,004	0
<i>Cellule 2</i>	- 0,09	0	- 0,03	0	0	0,08	0	0,12	0	0,11
<i>Cellule 3</i>	- 0,09	0	0	0,03	0	0,13	0	0,15	- 0,03	0
<i>Cellule 4</i>	- 0,1	0	- 0,08	0	0	0,1	0	0,01	0	0,12
<i>Cellule 5</i>	- 0,08	0	0	0,05	-0,007	0	0	0,03	0	0,15
<i>Toutes les cellules</i>	- 0,1	0	- 0,08	0,05	-0,15	0,13	0	0,15	- 0,03	0,15

Tableau 2.12 – Exemple de calcul de bornes des taxes pour un groupe de cellules

Le reste du modèle est inchangé, chaque paramètre se déclinant pour chaque cellule du réseau traité.

2.3.2 Indicateurs de performance

L'évaluation des performances du réseau consiste à évaluer les performances de l'ensemble des cellules. En effet nous considérons la demande totale dans le réseau en

faisant abstraction de la notion de cellule individuelle. Le réseau peut être vu comme une entité dont la demande et la capacité sont respectivement la somme des demandes et la somme des capacités de toutes les cellules. Les indicateurs de performance pour un réseau complet sont donnés dans les paragraphes suivants.

2.3.2.1 Taux de trafic rejeté

L'expression du taux de trafic rejeté par cellule est généralisée pour prendre en compte l'ensemble des $NCell$ cellules du réseau.

$$\varphi^r = \frac{\sum_{n=1}^{NCell} \sum_{i=1}^{NPer} \vartheta_{n,i}^r}{\sum_{n=1}^{NCell} \sum_{i=1}^{NPer} \rho_{n,i}} \quad 2.30$$

2.3.2.2 Taux d'utilisation de la capacité

Le taux d'utilisation de la capacité du réseau est défini comme la somme totale de trafic écoulé par les cellules du réseau sur la capacité totale du réseau.

$$\varphi^u = \frac{\sum_{n=1}^{NCell} \sum_{i=1}^{NPer} \vartheta_{n,i}^e}{NPer * \sum_{n=1}^{NCell} \rho_n^c} \quad 2.31$$

2.3.2.3 Revenu financier

Le revenu financier de l'opérateur est la somme des revenus financiers de toutes les cellules du réseau.

$$\Gamma = \sum_{n=1}^{NCell} \sum_{i=1}^{NPer} (\vartheta_{n,i}^e * p_{n,i}) \quad 2.32$$

2.3.3 Algorithme d'optimisation

La généralisation du modèle de tarification à un réseau complet nécessite la généralisation de l'algorithme d'optimisation. Il s'agit d'étendre l'objectif à toutes les cellules en calculant la grille tarifaire qui minimise l'objectif global. Par objectif global on entend la somme des objectifs des différentes cellules qui composent le réseau.

Algorithme 2.3 - Algorithme d'optimisation pour un réseau complet**Initialisation** **$CoutOptReseau = 0$** **$SolutionOpt$** ← génération aléatoire d'un vecteur de taxes **$GrilleCourante$** ← grille tarifaire initiale + **$SolutionOpt$** **Pour** chaque cellule du réseau **faire** **$DemandeOptCell$** ← estimation de la demande générée par **$GrilleCourante$** **$CoutOptCell$** ← évaluation de la fonction de coût avec **$DemandeOptCell$** **$CoutOptReseau = CoutOptReseau + CoutOptCell$** **Fin Pour****Répéter** **$CoutCourant$** ← **$CoutOptReseau$** **$SolutionCourante$** ← **$SolutionOpt$** **Pour** k itérations **faire** **$CoutTempReseau = 0$** **$SolutionTemp$** ← modification d'une composante de **$SolutionCourante$** **$GrilleTemp$** ← grille tarifaire initiale + **$SolutionTemp$** **Pour** chaque cellule du réseau **faire** **$DemandeTempCell$** ← estimation de la demande générée par **$GrilleTemp$** **$CoutTempCell$** ← évaluation de la fonction de coût avec **$DemandeTempCell$** **$CoutTempReseau ← CoutTempReseau + CoutTempCell$** **Fin Pour****Si** **$CoutTempReseau < CoutCourant$** **alors** **$SolutionCourante$** ← **$SolutionTemp$** **$DemandeCouranteCell$** ← **$DemandeTempCell$** **$CoutCourant$** ← **$CoutTempReseau$** **Fin Si****Fin Pour** **$CoutPerturbReseau = 0$** **Pour** chaque cellule **faire** **$DemandePerturbCell$** ← perturbation du profil de **$DemandeCouranteCell$** **$CoutPerturbCell$** ← évaluation de la fonction de coût avec **$DemandePerturbCell$** **$CoutPerturbReseau = CoutPerturbReseau + CoutPerturbCell$** **Fin Pour****Si** **$CoutPerturbReseau < CoutOptReseau$** **alors** **$TauxRevenu$** ← variation du revenu avec **$DemandePerturbCell$** et **$SolutionCourante$** **Si** **$TauxRevenu ≥ ε$** **alors** **$SolutionOpt$** ← **$SolutionCourante$** **$DemandeOptCell$** ← **$DemandePerturbCell$** **$CoutOptReseau$** ← **$CoutPerturbReseau$** **Fin Si****Fin Si****Jusqu'à** convergence de l'algorithme : pas d'amélioration de **$CoutOptReseau$** durant m itérations**Retourner** (**$SolutionOpt$**)**2.3.4 Tests et résultats**

La généralisation du modèle de tarification planifiée à un réseau complet signifie que nous calculons une grille tarifaire unique pour toutes les cellules du réseau. Pour évaluer le modèle de tarification planifiée généralisé à un réseau, nous avons réalisé une série de tests de validation sur différentes instances de réseau. Nous présentons dans cette partie deux exemples de tests effectués sur deux instances de réseau. Dans les deux cas de test nous avons considéré la contrainte sur le revenu financier $\varepsilon = 0$ i.e. seules les solutions

qui garantissent que l'opérateur ne subira pas de perte de revenu sont admises. Cette solution constitue donc une solution qui minimise la congestion en interdisant des pertes de revenu. Les cellules des deux instances ont des caractéristiques diverses :

- Différents types de cellules : non congestionnées, à congestion permanente et à congestion localisée.
- Divers profils de demande pour les cellules à congestion localisée : la congestion apparaît durant différentes périodes d'une cellule à l'autre.
- Différent dimensionnement de cellules : les cellules du réseau ont des capacités différentes.

2.3.4.1 Test sur l'instance de réseau 1

La première instance de réseau que nous avons soumise au test comprend 83 sites couvrant 356 cellules. Les résultats obtenus sont présentés dans les figures suivantes.

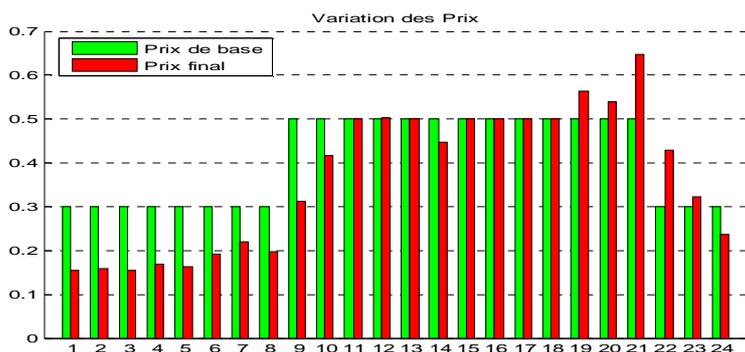


Figure 2.23 – Grille tarifaire de l'instance de réseau 1

La Figure 2.23 montre que globalement les prix ont augmenté en soirée où la majorité des cellules de l'instance est congestionnée, et ont diminué plutôt en journée et durant la nuit car ces périodes ne présentent pas de congestion pour la majorité des cellules.

Du point de vue du trafic global rejeté dans le réseau, la Figure 2.24 montre que la nouvelle grille tarifaire réduit le taux de trafic rejeté de 2,5%, il passe d'environ 11,5% à un peu plus de 9%. Toutefois, cette réduction demeure insuffisante par rapport à l'objectif fixé qui consiste à n'avoir que 2% de trafic rejeté dans le réseau. Le taux d'utilisation a légèrement augmenté et le revenu financier de l'opérateur n'a pas baissé comme imposé par la contrainte. L'analyse des profils individuels de demande des cellules de cette instance révèle l'existence d'un nombre important de cellules à congestion permanente. L'impossibilité de redistribuer la demande dans ce type de cellules est donc la raison pour laquelle le gain en trafic rejeté est faible par rapport à l'objectif. Nous verrons dans le chapitre 4 comment il est possible de traiter ce problème.

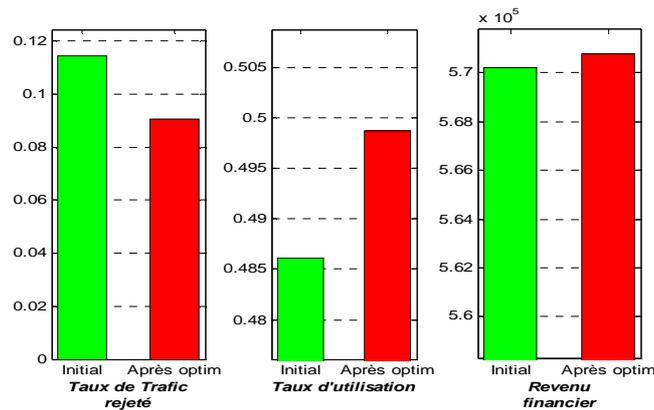


Figure 2.24 – Indicateurs de performance pour l’instance de réseau 1

2.3.4.2 Test sur l’instance de réseau 2

La deuxième instance de réseau que nous avons choisie est plus petite que la première. Elle comprend 41 sites couvrant 100 cellules avec un nombre réduit de cellules à congestion permanente contrairement au réseau 1.

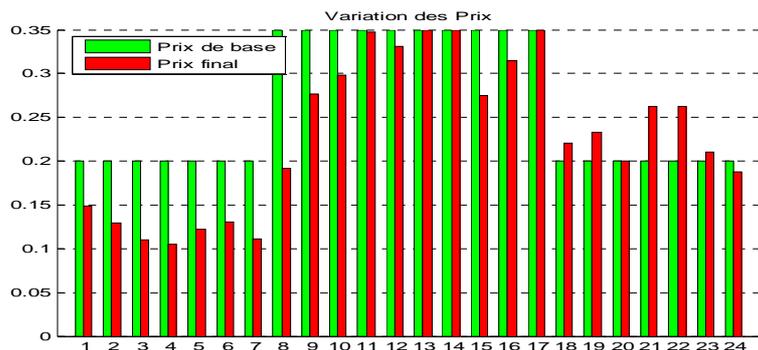


Figure 2.25 – Grille tarifaire de l’instance de réseau 2

Comme pour l’instance de réseau précédente, nous constatons à travers la Figure 2.25 que globalement les prix ont augmenté en soirée et ont diminué en journée, de façon plus significative, et durant la nuit. Cette grille tarifaire réduit le trafic global rejeté par le réseau, il passe de près de 6% à environ 3,5% (Figure 2.26). Il y a dans ce réseau moins de cellules à congestion permanente ce qui permet d’obtenir un taux de trafic rejeté plus proche du taux cible. D’autres solutions réduisent plus le taux de trafic rejeté mais le modèle les rejette car elles ne satisfont pas la contrainte sur le revenu.

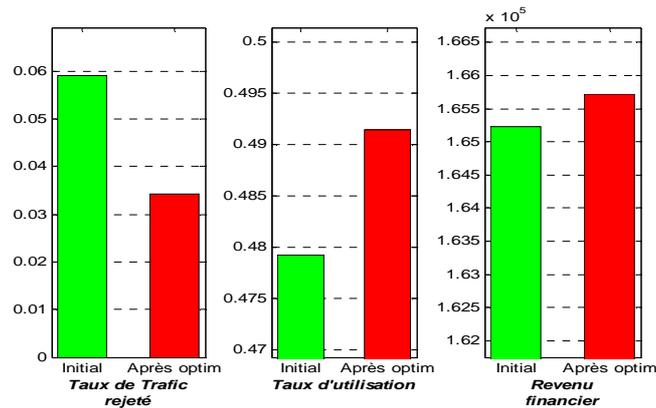


Figure 2.26 – Indicateurs de performance pour l'instance de réseau 2

L'analyse des profils de la demande par cellule montre que dans la majorité des cellules de ce réseau, la congestion apparaît durant les périodes de soirée. En augmentant les prix en périodes de soirée le modèle de tarification planifiée a calculé une nouvelle grille tarifaire qui satisfait le profil de demande dominant. Toutefois, un nombre non négligeable de cellules ont un profil partiellement voir totalement différent i.e. la congestion apparait durant les périodes de la matinée ou encore de l'après midi... Il est évident que l'application de la nouvelle grille tarifaire dans ces cellules ne réduira pas la congestion, elle risque au contraire d'en créer d'avantage. Cette limite de la généralisation du modèle de tarification à un réseau complet fera l'objet de l'étude présentée dans le chapitre suivant. Nous verrons qu'il est nécessaire de rechercher les cellules de même comportement en termes de congestion pour les regrouper au sein de sous-réseaux pouvant être optimisés indépendamment.

2.4 Traitement des cellules à congestion permanente

Nous venons de voir dans la section 2.3.4.1 que les cellules à congestion permanente ont un impact considérable sur les valeurs des indicateurs. En effet les cellules à congestion permanente sont des éléments sur lesquels l'optimisation n'a pas d'effet significatif du fait que la demande offerte est à chaque période supérieure à la capacité, et par conséquent, elles ne permettent aucun gain sur les performances du réseau que l'on tente d'optimiser. Ces cellules sont en fait des constantes du problème que nous pouvons assimiler à du bruit et qu'il est préférable de filtrer avant l'optimisation de la grille. Nous proposons donc d'identifier les cellules à congestion permanente grâce à l'analyse de leur profil de demande et de leur appliquer un traitement approprié.

La question qui se pose à ce niveau est la suivante : à partir de quel seuil de congestion nous pouvons juger qu'une cellule est à congestion permanente ?

Pour répondre à cette question, nous proposons une méthode qui consiste à mesurer la capacité de la cellule à écouler du trafic supplémentaire par rapport à sa situation

courante. Seules les périodes creuses de la journée et de la soirée sont considérées comme capables d'accueillir de la demande, les périodes de nuit ne sont pas prises en compte du fait de l'absence d'usage sauf cas exceptionnel que nous ne considérerons pas dans l'étude ci-dessous mais dont la prise en compte ne modifie pas le principe proposé. Comme illustré en Figure 2.27, nous appellerons *Rejet* la quantité de trafic rejeté et *Creux* la capacité résiduelle de la cellule qui peut être utilisée pour absorber une demande supplémentaire.

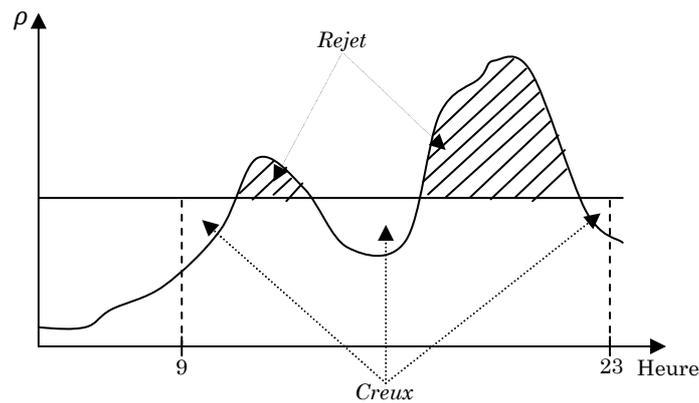


Figure 2.27 – Capacité de la cellule à écouler du trafic supplémentaire

Nous définissons un indicateur noté γ_n appelé *taux de disponibilité* de la capacité de la cellule n vis-à-vis de la congestion. Cet indicateur calculé pour les cellules ayant au moins une période congestionnée s'écrit de la manière suivante :

$$\text{Si } \exists i \text{ tq } \rho_{n,i}^0 > \rho_n^c, \quad \gamma_n = \frac{\sum_{i=9}^{23} (\rho_n^c - \min\{\rho_{n,i}^0, \rho_n^c\})}{\sum_{i=9}^{23} (\max\{\rho_{n,i}^0, \rho_n^c\} - \rho_n^c)} \quad 2.33$$

Le calcul du taux de disponibilité de la capacité consiste à mesurer le pourcentage de la demande rejetée que les heures creuses peuvent écouler entre 9 heures et 23 heures. Il s'agit ensuite de fixer un seuil γ^{max} qui peut être défini par l'opérateur et à partir duquel la cellule est considérée trop congestionnée pour être traitée par la tarification. Une cellule est alors dite à congestion permanente si elle vérifie : $\gamma_n < \gamma^{max}$ où la valeur du seuil γ^{max} peut être fixée arbitrairement par l'opérateur.

Lorsque les cellules à congestion permanente sont identifiées, deux solutions sont possibles : les écarter du processus d'optimisation ou bien les redimensionner.

Ecarter définitivement les cellules à congestion permanente présente l'avantage de calculer une nouvelle grille tarifaire qui soit véritablement appropriée aux cellules qui peuvent être traitées par la tarification. Toutefois son efficacité sur l'ensemble du réseau n'est pas garantie car lorsqu'on appliquera la nouvelle grille tarifaire sur le réseau complet, les cellules écartées du processus d'optimisation devront aussi être soumises à

cette grille et bien évidemment on ne maîtrisera pas les conséquences des fluctuations des prix.

Redimensionner les cellules à congestion permanente permet de les traiter séparément en répondant à la congestion par un investissement pour absorber tout ou partie du trafic rejeté, puis à les inclure avec leur nouvelle capacité dans le processus d'optimisation tarifaire avec les autres cellules. Nous proposons de retenir cette solution qui présente l'avantage de traiter le réseau complet pour l'établissement d'une nouvelle grille tarifaire.

Le redimensionnement consiste à ajouter un ou plusieurs TRX à la cellule pour augmenter sa capacité. L'opérateur peut ajouter la capacité nécessaire de manière à absorber la totalité du trafic rejeté indépendamment du coût de la congestion. Mais il peut aussi comparer le coût du redimensionnement (ajout d'un ou plusieurs TRX) au coût de la congestion dans la cellule. Si le coût de la congestion est supérieur au coût de redimensionnement, la cellule est redimensionnée avant de la réintégrer au processus d'optimisation. Sinon, le redimensionnement peut être réalisé pour traiter seulement une partie du trafic rejeté, voire non effectué si l'intérêt économique est jugé vraiment trop faible. Dans ce cas la cellule sera traitée sans aucune modification pour la phase d'optimisation mais ne sera pas écartée du processus. Le redimensionnement peut faire l'objet d'une étude à part entière que nous n'abordons pas dans le cadre de ce travail de thèse.

Les coûts d'investissement pour augmenter la capacité étant spécifique à chaque site selon le matériel, l'accessibilité au site..., le redimensionnement des cellules dans tous les tests suivants sera effectué en attribuant à γ^{max} une valeur moyenne arbitraire.

2.5 Conclusion

Le contrôle de la congestion dans les réseaux mobiles est un problème qui est apparu ces dernières années avec la croissance rapide et continu de la demande offerte. Un nombre important de travaux ont été menés pour résoudre ce problème et les solutions proposées sont diverses. Lorsque la congestion est localisée dans le temps, la tarification est un moyen incitatif efficace pour redistribuer la demande. Nous avons proposé dans ce chapitre un modèle de tarification planifiée pour le lissage temporel de la demande. L'objectif consiste à calculer une nouvelle grille tarifaire qui décourage les clients d'appeler durant les périodes congestionnées en les incitant à appeler durant les périodes creuses.

L'application d'une nouvelle grille tarifaire produit la redistribution temporelle de la demande et une fluctuation du revenu financier de l'opérateur. L'objectif du modèle de tarification que nous avons proposé est donc de réduire la congestion en garantissant un niveau de revenu pour l'opérateur. Ainsi le problème se présente avec deux critères. Le

premier critère consiste à minimiser la congestion et constitue l'objectif principal du modèle de tarification. Le second critère est un objectif secondaire qui consiste à garantir un niveau de revenu. Nous avons utilisé la méthode ε – *contrainte* pour transformer le problème d'optimisation en mono-objectif dont l'objectif est de minimiser la congestion sous la contrainte de garantir un niveau de revenu financier pour l'opérateur.

Le principe du modèle de tarification planifiée consiste à calculer une nouvelle grille tarifaire capable d'influencer suffisamment les habitudes des clients pour qu'ils diffèrent leurs appels des périodes congestionnées vers d'autres périodes. Il est donc nécessaire d'avoir une modélisation de la réaction des clients aux fluctuations des prix. Nous avons établi un modèle de comportement des clients qui s'inspire du modèle probabiliste de choix discret *Logit* largement utilisé dans le domaine du transport qui repose sur le principe de l'utilité. En effet, la fonction d'utilité constitue l'élément important qui détermine le choix des clients, et la définition de cette fonction est une tâche ardue du fait qu'elle doit prendre en compte l'ensemble des paramètres qui contribuent à la décision des clients. Pour formuler la fonction d'utilité de notre problème, nous avons adopté un processus constructif qui consiste à identifier dans un premier temps les deux paramètres déterminants de la prise de décision des clients : le prix à payer et la préférence personnelle pour la période d'appel. La fonction d'utilité est alors la combinaison de ces deux paramètres. Ensuite nous avons effectué une calibration du modèle par une mise en échelle logarithmique de l'utilité et par l'introduction d'un facteur d'influence qui fixe l'importance de la fonction d'utilité. Des tests intermédiaires de validation ont été effectués pour chaque étape du processus.

Le modèle de comportement permet d'estimer la demande générée par les clients en réaction à une grille tarifaire. Son caractère probabiliste fait que l'estimation de la demande résultante n'est pas exacte. Pour prendre en compte l'écart entre l'estimation et la réalité de la demande, nous avons proposé d'introduire une incertitude dans le calcul de la demande sous la forme d'une perturbation aléatoire du profil de demande estimée durant le processus d'optimisation. Cette perturbation simule par exemple le fait que les clients peuvent quitter ou rejoindre l'opérateur en fonction de la grille tarifaire, ou encore appeler plus ou moins, ainsi que changer de cellule d'appel. L'ensemble de ces éléments se traduit en fait par une modification plus ou moins importante de la demande par rapport à la demande initiale.

Pour valider le modèle de tarification planifiée nous avons effectué une série de tests sur des cellules de différents types : cellules sans congestion, cellules à congestion permanente, et cellules à congestion localisée dans le temps. Nous avons utilisé pour cela un algorithme d'optimisation de type *Hill Climbing*. Les résultats ont montré que le modèle est suffisamment efficace pour redistribuer la demande et diminuer voire éliminer le trafic rejeté dans les cellules à congestion localisée dans le temps. Le cas des cellules à congestion permanente montre l'efficacité du modèle de comportement. En effet, lorsque les périodes de journée et de soirée sont fortement congestionnées, le

modèle ne déplace pas la demande vers les périodes de nuit même si elles sont creuses car ces périodes ne sont pas intéressantes pour les clients.

Nous avons ensuite abordé la généralisation du modèle de tarification à un réseau complet. Nous avons adapté l'objectif et l'algorithme d'optimisation pour prendre en compte toutes les cellules du réseau. Pour évaluer l'impact de la nouvelle grille tarifaire sur le réseau, nous avons adapté les indicateurs de performance afin de comparer les performances globales du réseau avant et après optimisation de la grille.

Des tests ont été effectués sur deux instances de réseau de taille réelle comportant de 100 à 400 cellules. Les résultats sont globalement satisfaisants : la contrainte de revenu est respectée et le modèle améliore l'utilisation du réseau et le niveau de trafic rejeté sur l'ensemble des cellules. Une seule grille est calculée pour toutes les cellules alors que celles-ci ne sont pas toutes profilées de la même façon. L'analyse des profils individuels des cellules montre que les performances du modèle peuvent être améliorées. En effet, nous avons constaté que la nouvelle grille tarifaire est construite en fonction des cellules dont le profil est dominant. Elle est donc peu performante pour améliorer le taux de rejet des cellules dont la congestion ne se produit pas aux mêmes périodes que le profil dominant. Cette étude nous montre que les cellules doivent être organisées en sous-réseau en fonction de leur profil afin de définir des grilles tarifaires par zone.

Chapitre 3 Découpage spatio-temporel

La généralisation du modèle de tarification planifiée proposée dans le chapitre précédent fait abstraction des difficultés de mise en œuvre. L'application du modèle à un réseau complet est confronté à des difficultés et des contraintes opérationnelles du côté de l'opérateur et des contraintes cognitives du côté des utilisateurs. Dans ce chapitre nous présentons l'analyse de ces difficultés et contraintes permettant de proposer des solutions adaptées. Nous utilisons des techniques d'analyse de données, des méthodes statistiques et des algorithmes d'optimisation. La première section de ce chapitre est consacrée à l'analyse des difficultés rencontrées et des contraintes posées. Dans la seconde section nous présentons des généralités sur les méthodes choisies pour résoudre ces problèmes Enfin, la dernière section présente les solutions proposées pour le découpage spatial du réseau en zones et le découpage temporel de journée en périodes.

Sommaire

3.1	Difficultés de l'extension à un réseau	94
3.1.1	Difficultés techniques.....	94
3.1.2	Contraintes cognitives.....	95
3.1.3	Schéma de résolution	97
3.2	Choix des méthodes de résolution.....	100
3.2.1	Méthodes de classification	100
3.2.2	Partitionnement de graphe.....	105
3.2.3	Algorithmes génétiques.....	109
3.3	Résolution du problème d'extension du modèle	113
3.3.1	Définitions et outils de base	113
3.3.2	Regroupement des cellules.....	117
3.3.3	Découpage spatial et tarification par zones.....	124
3.3.4	Découpage temporel.....	135
3.4	Conclusion	138

3.1 Difficultés de l'extension à un réseau

La notion de réseau implique la prise en compte des propriétés spécifiques liées à l'architecture cellulaire d'un réseau mobile. Ainsi, la généralisation du modèle de tarification planifiée à un réseau complet est confrontée à des difficultés techniques liées à la diversité des propriétés des cellules et à des contraintes cognitives des utilisateurs liées à la perception de la politique tarifaire.

3.1.1 Difficultés techniques

Du point de vue de l'opérateur, l'extension du modèle de tarification planifiée présente des difficultés de mise en œuvre essentiellement en rapport avec les caractéristiques de la demande en trafic dans les cellules. La diversité des profils de demande et le dimensionnement non homogène des cellules sont les deux principales difficultés rencontrées que nous détaillons dans cette section.

3.1.1.1 Diversité des profils de demande dans les cellules

Considérons l'exemple de deux cellules dont les profils de demande sont représentés par la Figure 3.1. La cellule 1 présente une congestion durant une période de soirée entre 19 heures et 23 heures, ainsi la nouvelle grille tarifaire calculée par le modèle augmenterait le prix durant cette période et le baisserait en période de journée. Par ailleurs, pour la cellule 2 congestionnée durant la période de jour entre 10 heures et 16 heures, le modèle augmenterait le prix durant cette période. Il est clair que si le modèle traite ces deux cellules simultanément, il n'est pas aisé de calculer une grille tarifaire unique adéquate pour les deux cellules simultanément.

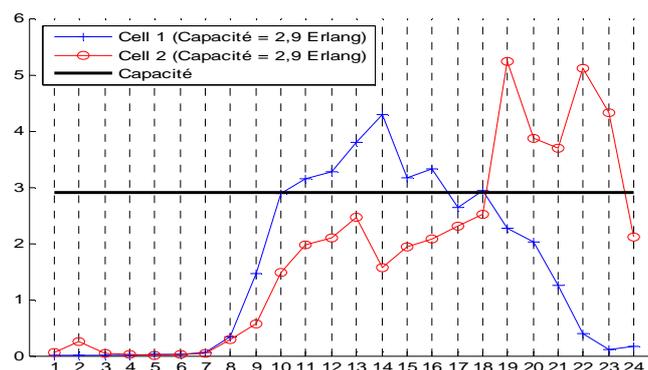


Figure 3.1 – Diversité des profils de demande

3.1.1.2 Dimensionnement non-homogène des cellules

Dans l'exemple précédent la congestion apparaît durant des périodes différentes alors que les deux cellules ont la même capacité. La Figure 3.2 montre un exemple de deux cellules où la congestion apparaît durant les mêmes périodes de la journée. Dans ce cas

un autre problème se pose au niveau du dimensionnement des cellules. En effet, la cellule 1 a une capacité de 9 Erlang alors que la cellule 2 ne possède qu'une capacité de 2,9 Erlang. Le traitement de ces deux cellules doit prendre en compte, pour chaque cellule, la proportion entre les valeurs de la demande durant les différentes heures.

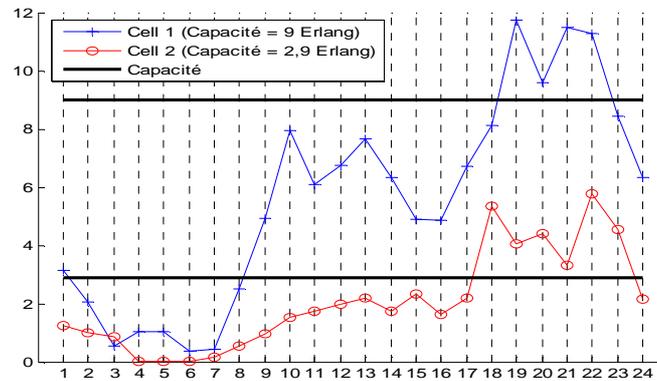


Figure 3.2 – Dimensionnement non-homogène des cellules

Face à ces difficultés, nous proposons une organisation du réseau en groupes de cellules. Chaque groupe contient les cellules dont les propriétés de la demande sont similaires. Ainsi, il est possible de calculer pour chaque groupe une grille tarifaire unique, d'où le principe de tarification par zones. Pour partager le réseau en groupes de cellules, nous proposons une méthode basée sur le principe de la classification des cellules du réseau.

3.1.2 Contraintes cognitives

L'objectif de ce travail est de proposer à l'opérateur du réseau mobile, un outil permettant d'établir une grille tarifaire pour optimiser l'utilisation de son réseau. Cette grille tarifaire *incitative* a pour but d'influencer le comportement des clients. Les changements comportementaux attendus visent à apporter un équilibre dans le processus d'optimisation. La lisibilité et la stabilité de la grille deviennent essentielles. Ces exigences constituent des contraintes dites *cognitives*. Nous considérons que la *stabilité* d'une grille tarifaire est une *contrainte spatiale* liée au principe de la tarification par zone. Quant à la *lisibilité*, elle constitue la *contrainte temporelle* liée au découpage temporel de la journée en périodes.

3.1.2.1 Contrainte spatiale

Les difficultés techniques rencontrées lors de la généralisation du modèle de tarification ont fait émerger l'idée de la tarification par zones. Une *zone* est un ensemble de cellules, réparties géographiquement, ayant des similarités de profils de demande. Pour des raisons cognitives, les contours des zones doivent être clairement définis, i.e. assurer une connexité géographique entre les cellules d'une même zone. La Figure 3.3 présente un

exemple de découpage du réseau en zones de tarification. Cet exemple se présente comme le cas idéal où l'on distingue clairement trois zones qui peuvent être respectivement le centre ville, la périphérie et les espaces ouverts.

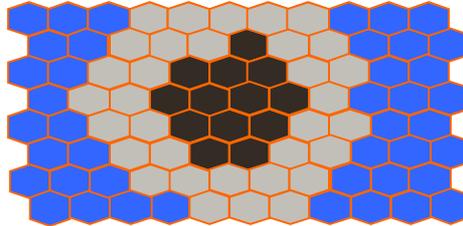


Figure 3.3 – Zones de tarification

La précédente solution qui consiste à utiliser une classification pour distinguer les groupes de cellules n'est pas en mesure de satisfaire cette contrainte spatiale. Nous proposons une méthode d'optimisation pour définir les contours des zones. Ce processus est appelé *découpage spatial*.

3.1.2.2 Contrainte temporelle

Une politique tarifaire incitative est basée sur le principe de fluctuation du prix d'une période à l'autre. Une période est un intervalle de temps qui regroupe une ou plusieurs heures de la journée présentant des caractéristiques similaires en termes de demande. La Figure 3.4 montre un exemple de découpage de la journée en deux périodes :

- La période 1 s'étend de 23 heures à 9 heures, c'est une période de nuit, les heures qui la composent se caractérisent par une très faible demande dans la cellule.
- La période 2 regroupe les heures de 9 heures à 23 heures, c'est une période de jour, elle est caractérisée par une demande importante.



Figure 3.4 – Découpage temporel de la journée en deux périodes

Pour simplifier l'étude, nous avons considéré dans les premiers tests que chaque heure de la journée représente une période. De toute évidence, la lecture d'une telle grille tarifaire n'est pas aisée pour le client. Cependant, nous considérons qu'il est nécessaire de définir un *découpage temporel* de la journée en périodes pour rendre la grille facile d'emploi. Déterminer une période revient à identifier les heures qui la composent. Les heures d'une période doivent présenter des similarités sur des critères que nous définissons par la suite. Par conséquent, nous proposons d'effectuer une classification automatique des heures de la journée et nous considérerons ainsi chaque classe issue de ce processus comme une période.

3.1.3 Schéma de résolution

L'objectif du modèle de tarification planifiée est de proposer une grille tarifaire unique pour tout le réseau. Les contraintes présentées précédemment rendent cette tâche difficile, mais leur analyse permet de proposer des solutions qui organisent le réseau en groupes de cellules pour envisager une tarification par zone et par période. Ainsi, notre schéma de résolution s'articule autour de quatre points :

1. Organisation du réseau en groupes de cellules

L'objectif est de partager le réseau en groupes de cellules de telle sorte que les cellules de chaque groupe présentent des similitudes de profils de demande.

Avant de chercher à résoudre ce problème, une conceptualisation du réseau s'impose afin de formaliser les données que nous traitons. La formalisation du problème de la classification des cellules consiste à considérer le réseau comme un ensemble \mathcal{C} d'objets à classer. Chaque objet $c \in \mathcal{C}$ est une cellule ayant des caractéristiques étroitement liées à la demande et représentées sous forme d'un vecteur noté $\Omega_c = (\omega_c^1, \omega_c^2, \dots, \omega_c^{24})$, où ω_c^i correspond à la valeur de la demande en trafic générée dans la cellule c durant l'heure i . Le vecteur Ω_c , qui n'est rien d'autre que le profil de demande de la cellule c , est de dimension $Dim(\Omega_c) = 24$ correspondant aux 24 heures de la journée. Ainsi, le problème de la classification des cellules revient à classer leurs vecteurs de profil de demande.

Le Tableau 3.1 montre un exemple de données utilisées pour la classification de 100 cellules. Les lignes représentent les cellules, et donc les objets à classer. Les colonnes correspondent aux 24 heures de la journée. Chaque élément du tableau représente la valeur de la demande dans la cellule c durant la période i . Par exemple, la première ligne qui représente le profil de demande de la cellule 1 est considérée comme un objet $c_1 \in \mathcal{C}$ dont les caractéristiques sont données par le vecteur $\Omega = (6.88, 0.1, \dots, 0.0001)$.

	Heure 1	Heure 2	Heure 3	Heure 4	Heure 5	Heure 23	Heure 24
Cellule 1	6,88	0,1	2,32	1,02	0,18999		0,07	0,0001
Cellule 2	2,61	0,01999	2,06	0,34	0,05		0,00999	0,00999
Cellule 3	30,99	3,88	14,33	6,05	3,81		1,12	3,1
Cellule 4	29,31	4,61	11,26	4,49	3,4		1,2	2,58
....								
Cellule 99	20,46	3,96	8,32	1,89	2,28		0,34	1,67
Cellule	9,26	2,18	2,67	0,87	0,91		0,15	0,44999

Tableau 3.1 – Exemple de données pour la classification des cellules

Concrètement, la classification des cellules est vue comme un problème de classification des objets $c \in \mathcal{C}$, en fonction de leurs caractéristiques Ω , dans

des sous-ensemble C_k . Par conséquent, l'utilisation d'une méthode de classification de données s'impose. La section 3.2.1 présente une introduction aux méthodes de classification parmi lesquelles nous choisirons la méthode la mieux adaptée à notre problème.

2. Prise en compte de la proximité géographique des cellules

Le regroupement basé sur la méthode k-means permet de répartir le réseau en groupes de cellules en tenant compte de leurs profils de demande mais en faisant abstraction de leurs connexités géographiques. Cette méthode ne peut à elle seule, définir les contours des zones de tarification. Pour construire ces contours, il est nécessaire d'associer aux critères de regroupement des cellules, un critère de position géographique.

Dans la suite de ce manuscrit, nous désignons par découpage spatial ou partitionnement spatial du réseau, le processus de partage du réseau en zones de tarification réparties géographiquement. Les cellules de chaque zone respectent deux critères : elles présentent des similitudes de profils de demande et une connexité géographique. Le partitionnement spatial consiste alors à définir clairement les contours des zones de tarification.

Outre les similitudes de profils de demande, les cellules d'une même zone doivent présenter une connexité géographique exprimée par l'existence d'un chemin entre chaque couple de cellules de la zone. Ainsi, il suffit de considérer les cellules comme étant des nœuds pour que le problème soit modélisé par un graphe. Par conséquent, le problème de découpage spatial est considéré comme un problème de partitionnement de graphe. La section 3.2.2 présente une introduction aux graphes et leur partitionnement.

3. Résolution du problème du découpage spatial du réseau

Il existe dans la littérature plusieurs méthodes pour résoudre un problème de partitionnement de graphe [BIC07]. Nous optons pour une résolution avec une méthode d'optimisation de type métaheuristique appelée les algorithmes génétiques. La section 2.2.3 présente une introduction à ces algorithmes.

4. Découpage de la journée en périodes

La section précédente tient compte des contraintes spatiales pour l'établissement de la grille tarifaire. Il est aussi judicieux de prendre en compte les contraintes temporelles. Ainsi, l'objectif ici sera de distinguer les périodes de la journée.

Nous définissons une période comme une suite d'heures successives de la journée où le tarif à appliquer sera le même pour toutes ces heures. Or, dans le modèle de tarification planifiée, le tarif est calculé en fonction de la variation de la demande. Par conséquent, l'analyse des profils de demande des cellules du réseau pour une heure donnée, permet de déterminer la période à laquelle elle appartient. Le problème de découpage temporel est alors vu comme un problème de regroupement des heures où les individus sont les heures de la journée et les variables sont les valeurs de la demande dans les cellules du réseau.

Ainsi les données d'entrée de l'algorithme de regroupement sont organisées dans une matrice $NHeur \times NCell$ comme le montre le Tableau 3.2 où le réseau est composé de 100 cellules.

	<i>Cellule 1</i>	<i>Cellule 2</i>	<i>Cellule 3</i>	<i>Cellule 4</i>	<i>Cellule 5</i>	<i>Cellule 99</i>	<i>Cellule 100</i>
Heure 1	6,88	0,1	2,32	1,02	0,18999		0,07	0,0001
Heure 2	2,61	0,01999	2,06	0,34	0,05		0,00999	0,00999
....								
Heure 21	30,99	3,88	14,33	6,05	3,81		1,12	3,1
Heure 22	29,31	4,61	11,26	4,49	3,4		1,2	2,58
Heure 23	20,46	3,96	8,32	1,89	2,28		0,34	1,67
Heure 24	9,26	2,18	2,67	0,87	0,91		0,15	0,44999

Tableau 3.2 – Exemple de données d'entrée pour l'algorithme de regroupement des heures

Les $NHeur$ lignes de la matrice sont des vecteurs de dimension $NCell$. Un élément du vecteur est une valeur de demande dans une cellule du réseau.

Dans cette section, nous venons de présenter une synthèse des méthodes que nous proposons pour résoudre le problème d'extension du modèle de tarification à un réseau complet. La Figure 3.5 présente le schéma global de résolution.

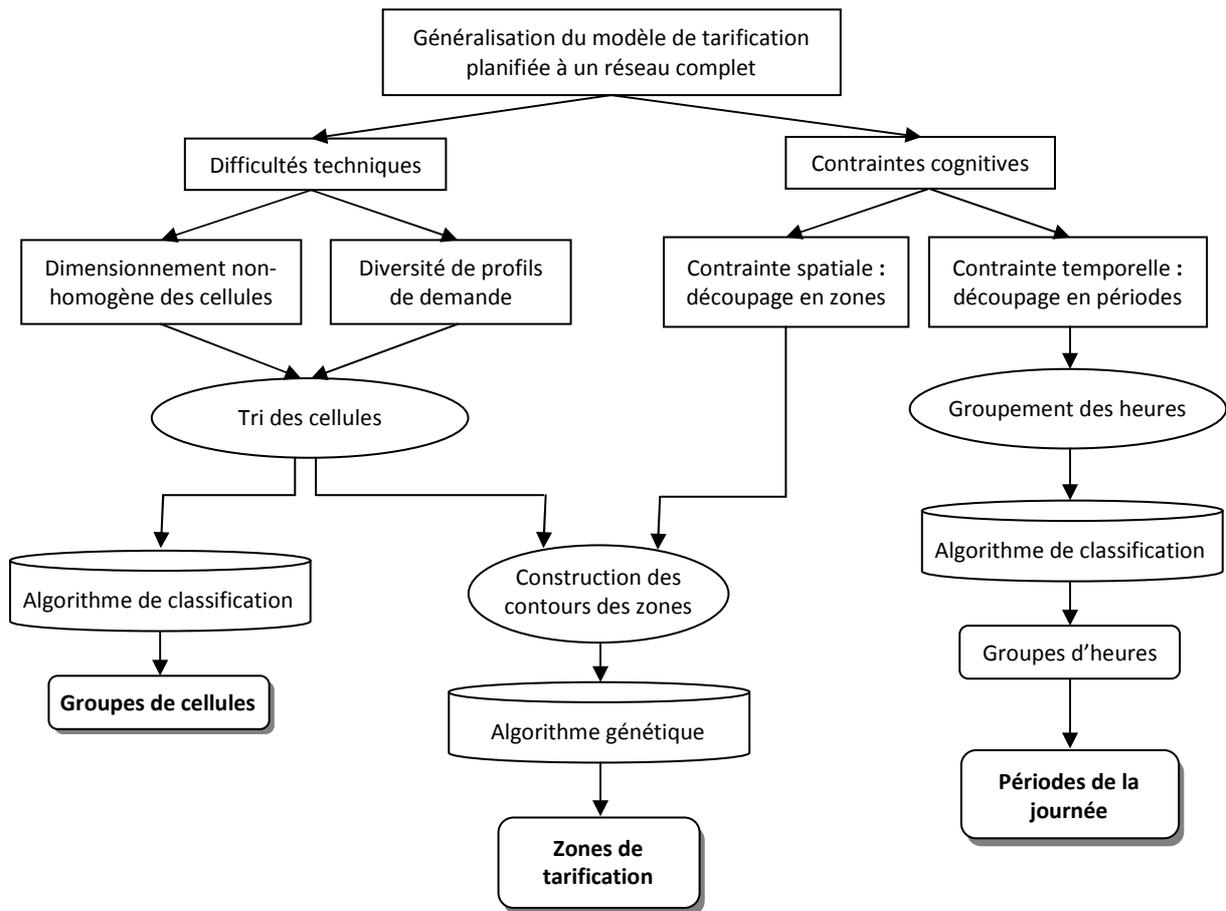


Figure 3.5 – Processus complet de traitement d'un réseau

3.2 Choix des méthodes de résolution

3.2.1 Méthodes de classification

La classification est une technique qui permet, à partir d'un certain nombre de données et de règles, de scinder un ensemble d'objets en différentes classes distinctes, homogènes et disjointes. Une classe est un ensemble d'objets ou d'individus qui présentent des critères communs. Les méthodes de classification sont nombreuses mais la démarche globale s'articule autour de trois axes principaux :

- Identifier les critères de sélection des individus
- Calculer les similarités entre les individus
- Utiliser des heuristiques pour classer les individus.

Le terme *classification* est relativement ambigu, il amalgame l'action de *classer* et l'action de *classifier* [JAR05].

- Classifier : action d'affecter des objets à l'une des classes préalablement définies, elle est souvent appelé *l'apprentissage supervisé*.
- Classer : action de répartir des objets en classes. Les classes sont créées selon les propriétés et les caractéristiques de l'ensemble des objets. Cette action est appelée *l'apprentissage non supervisé* ou encore *clustering* (en anglais) ou le plus souvent *regroupement* (en français).

Ainsi, la différenciation de ces deux notions (classer et classifier) permet de regrouper les différentes méthodes de classification citées dans la littérature [JAM89] [LEB04] en deux grandes catégories : les méthodes supervisées et les méthodes non supervisées. Les méthodes de classification supervisée supposent une connaissance a priori des classes et de leurs propriétés, une sémantique est généralement associée à chaque classe. Ces méthodes dites *subjectives* s'appuient sur une expertise humaine qui définit les classes et leurs propriétés, souvent à partir d'un échantillon ou d'un besoin spécifique. Parmi les méthodes de classification supervisées les plus utilisées, nous pouvons citer la méthode des K plus proches voisins [STA86] [DAS91], les arbres de décisions [RAK05], les réseaux de neurones [MCC43] [HOP82] [HIN83], etc.

Dans le cas de la classification des cellules/heures, nous utilisons une méthode non supervisée. Par conséquent, les méthodes que nous présenterons ci-après sont de la famille des classifications non supervisées.

3.2.1.1 Classification non supervisée

Les techniques de classification non supervisée, appelées aussi *clustering* sont destinées à produire des groupements d'objets par une démarche algorithmique. Pour associer une sémantique aux classes, une analyse des données est nécessaire. Les classes sont fondées sur la structure des éléments, elles sont créées à partir de procédés ne faisant intervenir que les données et non pas la subjectivité due à l'expertise humaine. Il existe plusieurs méthodes de classification non supervisée, elles sont généralement présentées en deux catégories : hiérarchiques et non hiérarchiques.

3.2.1.1.1 Classification hiérarchique

Le principe des algorithmes de clustering hiérarchique est de construire une hiérarchie contenant l'ensemble des clusters. Cette structure hiérarchique est un arbre connu aussi sous l'appellation *dendrogramme*. La racine de cet arbre contient l'ensemble des données à clustériser et à chaque niveau de l'arbre figure une partition des données. Les partitions d'un niveau sont contenues dans les partitions du niveau supérieur.

Une telle hiérarchie de clusters peut être obtenue principalement par deux types de méthodes communément identifiées dans la littérature : les méthodes ascendantes et les méthodes descendantes.

a) La classification ascendante hiérarchique

La classification ascendante hiérarchique (CAH) part des observations individuelles pour produire des classes ou groupes de plus en plus vastes incluant des sous-groupes i.e. la procédure de construction des classes se fait par agglomération progressive des éléments deux à deux [TOM88]. Elle fournit une hiérarchie de partitions des objets.

La classification ascendante hiérarchique [JAI99] considère initialement toutes les observations comme étant des clusters ne contenant qu'une seule observation (singleton). Elle procède ensuite par fusions successives des clusters. A chaque étape, les deux clusters fusionnés sont ceux dont la *distance* est la plus faible. La première étape consiste donc à réunir dans un cluster à deux observations les deux observations les plus proches. Puis la CAH continue en fusionnant à chaque étape les deux clusters les plus proches au sens de la distance choisie. Le processus s'arrête lorsque les deux clusters restants fusionnent dans l'unique cluster contenant toutes les observations.

Le principe de cette classification est de rassembler les observations ou les modalités d'une variable qualitative selon un critère de ressemblance défini au préalable. Les observations les plus *ressemblantes* seront ainsi réunies dans des groupes homogènes. Ces groupes se rassembleront à leur tour, plus ou moins rapidement, en fonction de leurs ressemblances. La notion de ressemblance entre observations est évaluée par la distance entre les points.

b) La classification hiérarchique descendante

La classification hiérarchique descendante [NAK05], appelée aussi classification hiérarchique par division, procède par dichotomies successives de l'ensemble des objets. Elle considère l'ensemble des objets comme un cluster unique, et le scinde en deux clusters *descendants*. La scission s'opère de façon à ce que la distance entre les deux descendants soit la plus grande possible, de façon à créer deux clusters bien séparés. Cette procédure est ensuite appliquée à chacun des descendants sous forme de procédure récursive jusqu'à ce qu'il ne reste plus que des clusters ne contenant qu'une seule observation (singletons).

3.2.1.1.2 Classification non hiérarchique

Il existe plusieurs méthodes de classification automatique non hiérarchique, nous présentons dans cette section deux méthodes significativement utilisées dans différents domaines.

a) Cartes auto-organisatrices de Kohonen

Développées par le statisticien T. Kohonen [KOH82] [KOH95], les cartes auto organisatrices connues sous le nom de SOM (Self Organizing Map) sont une classe de réseau de neurones artificiels fondée sur des méthodes d'apprentissage non supervisée.

Le principe des cartes auto-organisatrices est inspiré de l'organisation topologique du cortex cérébral. Il consiste à reproduire le principe neuronal du cerveau où des stimuli de même nature excitent une région bien particulière du cerveau. Les neurones sont organisés dans le cortex de façon à interpréter tous les types de stimuli imaginables. De la même manière, la carte auto-organisatrice se déploie de façon à représenter un ensemble des données, et chaque neurone se spécialise pour représenter un groupe bien particulier de ces données selon les points communs qui les rassemblent. Si le neurone reçoit un potentiel d'action par sa connexion et qu'il s'active, il y a renforcement de cette connexion ; sinon le poids de cette connexion est diminué. Chaque neurone de la carte de Kohonen est relié à plusieurs autres neurones.

L'algorithme des cartes auto-organisatrices associe à des données d'origines, appartenant en général à un espace de grande dimension, un ensemble de *prototypes*. Ces prototypes sont organisés selon une structure de faible dimension, généralement de dimension deux, choisie a priori et appelée *carte*. Chaque prototype représente un sous-ensemble des données d'origine qu'on peut considérer comme une *classe*. L'organisation des classes est imposée par la carte, mais elle est aussi contrainte par les données elles-mêmes de sorte que la représentation graphique des classes réalise une projection non linéaire des données qui préserve leur topologie.

b) Méthode *k-means*

L'algorithme des *k-means* peut être imputé principalement à Forgy [FOR65] qui le présente sous le nom de *la méthode des centres mobiles*. Des variantes et des généralisations de cet algorithme ont été proposées par Mac Queen [MAC67] et Ball & Hall [BAL67].

La méthode des centres mobiles (Figure 3.6) consiste à effectuer les groupements d'objets par une recherche directe d'une partition selon les étapes suivantes :

1. Choix aléatoire de k centres de gravité provisoires où chaque centre représente une classe.
2. Affectation de chaque objet au centre le plus proche.
3. Calcul du nouveau centre de gravité de chaque classe.
4. Le processus est réitéré à partir de l'étape 2 jusqu'à la stabilité des classes.

Les techniques de choix des k centres à l'étape 1 et le critère de stabilité des classes sont différents d'une variante à l'autre de cette méthode. L'une des variantes les plus connues est la *méthode des nuées dynamiques* [DID71], elle consiste à représenter les classes non pas par leur centre de gravité mais par un sous-ensemble de leurs objets appelé *noyau*.

Par abus de langage, nous désignons dans la suite de ce manuscrit, par *méthode k-means* la méthode des *centres mobiles*.

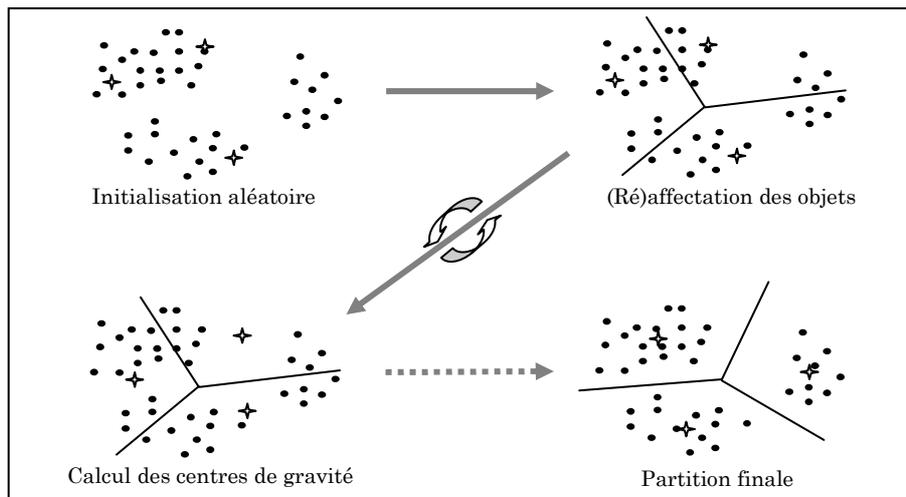


Figure 3.6 – Processus de classification par la méthode *k-means*

3.2.1.2 Le choix de la méthode pour la classification

Le choix d'une méthode de classification est étroitement lié à la disponibilité des informations et des connaissances relatives aux propriétés et aux caractéristiques des individus et/ou des classes à construire. Ainsi, la formalisation du problème de classification constitue une étape intermédiaire importante permettant de choisir la méthode.

Le problème de classification des cellules (cf. 3.1.3 – point 1) et le problème de classification des heures (cf. 3.1.3 – point 4) peuvent être formalisés de la façon suivante :

- Les cellules/heures sont les individus à classer.
- Les propriétés des cellules/heures sont les variables utilisées pour déterminer les similarités et les différences entre les cellules/heures.
- Les classes à construire sont les groupes de cellules/heures qui présentent des propriétés similaires.

Les propriétés liées aux classes à construire déterminent le choix définitif de la méthode. Dans notre cas, le nombre et les propriétés des groupes de cellules/heures à construire dépendent des propriétés du réseau étudié. En effet, chaque réseau possède ses propres propriétés de demande, de tarif, de dimensionnement, etc. Par conséquent, nous ne disposons pas de connaissances a priori des propriétés qui nous permettent de définir clairement les différentes classes. Ainsi, la méthode de classification utilisée est non supervisée. Nous avons choisi l'algorithme *k-means* pour sa simplicité et surtout parce qu'il n'exige aucune modélisation des données et aucune règle de classification.

Dans la suite du manuscrit de thèse, nous désignons par :

- *Regroupement*, la classification automatique par la méthode *k-means*.
- *Partition*, l'ensemble des classes issues d'un regroupement.
- *Groupe*, une classe issue du regroupement.

3.2.2 Partitionnement de graphe

3.2.2.1 Quelques définitions

Rappelons quelques définitions élémentaires dans la théorie des graphes avant de présenter le problème de partitionnement.

Définition 1 : Graphe

Soient S un ensemble d'éléments et A un ensemble de couples d'éléments de S . On appelle *graphe* G le couple (S, A) . Les éléments de S sont appelés *sommets* du graphe et ceux de A , les *arcs* du graphe si ce dernier est orienté ou *arêtes* du graphe sinon.

Définition 2 : Graphe valué ou pondéré (poids)

Soit un graphe $G = (S, A)$. On dit que le graphe est *valué* si à chaque élément $a \in A$ est associée une valeur $poids(a)$ appelée *le poids de a* .

Le *poids* d'un sous-ensemble X d'éléments de A , est la somme des poids des éléments de X :

$$poids(X) = \sum_{a \in X} poids(a) \quad 3.1$$

Définition 3 : Degré d'un sommet

Dans un graphe $G = (S, A)$ **non orienté** et **non valué**, le degré d'un sommet s est le nombre d'arêtes auxquelles ce sommet appartient :

$$deg(s) = card(\{(s, s') \in A, s' \in S\}) \quad 3.2$$

Lorsque le graphe est **valué**, on redéfinit le degré d'un sommet s comme étant la somme des poids des arêtes adjacentes à ce sommet :

$$deg(s) = \sum_{(s, s') \in A} poids(s, s') \quad 3.3$$

Définition 4 : partitionnement des sommets d'un graphe

Soient un graphe $G = (S, A)$ et un ensemble de k sous-ensembles noté $P_k = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ de S . On dit que P_k est une partition de G si :

- aucun sous-ensemble de S qui est élément de P_k n'est vide,
- les sous-ensembles de S qui sont éléments de P_k sont disjoints deux à deux,
- l'union de tous les éléments de P_k est S .

Les éléments S_i de P_k sont appelés les *parties* de la partition.

Le nombre k est appelé le *cardinal* de la partition, ou encore le *nombre de parties* de la partition.

Définition 5 : coupe d'un graphe

Soit un graphe $G = (S, A)$. Soient deux sous-ensembles $S_a \subset S$ et $S_b \subset S$, on définit la coupe entre ces deux sous-ensembles par :

$$\text{coupe}(S_a, S_b) = \sum_{s \in S_a, s' \in S_b} \text{poids}(s, s') \quad 3.4$$

Avant de présenter ce qu'est le problème général du partitionnement de graphe, il nous faut définir ce qu'est la partition d'un graphe. Comme nous l'avons vu, un graphe est un couple formé d'un ensemble de sommets et d'un ensemble d'arêtes. Il est donc possible de faire la partition, au sens mathématique, de l'ensemble des sommets comme de l'ensemble des arêtes. Cependant, bien que certains problèmes cherchent à partitionner les arêtes d'un graphe, on entend le plus souvent par partition d'un graphe, la partition des sommets de ce graphe [BIC07].

3.2.2.2 Fonctions objectif pour le partitionnement de graphe

Il existe dans la littérature plusieurs fonctions objectif pour le partitionnement de graphe, elles s'articulent toutes autour de deux concepts : le *coût de coupe* entre les parties de la partition et *le poids* de ces parties.

Soit $P_k = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ la partition de S en k parties.

La plus simple des fonctions objectif utilisée en partitionnement de graphe est appelée le *coût de coupe* d'une partition, elle cherche à minimiser la somme des poids des arêtes entre les parties de la partition [KER70].

$$coupe(P_k) = \sum_{i < j} coupe(S_i, S_j) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k coupe(S_i, S - S_i) \quad 3.5$$

La fonction objectif qui vise à minimiser pour chaque partie le rapport entre son coût de coupe et son poids est appelée ratio de coupe [WEI89].

$$ratio(P_k) = \sum_{i=1}^k \frac{coupe(S_i, S - S_i)}{poids(S_i)} \quad 3.6$$

La troisième fonction largement utilisée pour le partitionnement de graphe est appelée *coût normalisé*. Cette fonction présentée par Jianbo et Jitendra [JIA00] est la plus récente, elle cherche à minimiser, pour chaque partie, le rapport entre son coût de coupe et la somme du poids des arêtes adjacentes à au moins un de ses sommets. Autrement dit, elle cherche à minimiser, pour chaque partie, le rapport entre la somme du poids des arêtes adjacentes à exactement un de ses sommets et la somme du poids des arêtes adjacentes à au moins un de ses sommets :

$$norm(P_k) = \sum_{i=1}^k \frac{coupe(S_i, S - S_i)}{coupe(S_i, S)} = \sum_{i=1}^k 1 - \frac{coupe(S_i, S_i)}{coupe(S_i, S)} \quad 3.7$$

La fonction de coût normalisé permet d'isoler les régions du graphe dont les sommets sont très liés entre eux. Ses auteurs l'ont créée pour remplacer le ratio de coupe dans leur problème de segmentation d'image.

Le choix d'une fonction objectif pour le partitionnement de graphe dépend du problème traité. L'équilibre des parties à construire constitue un paramètre déterminant pour ce choix. Ainsi, il existe deux types de partitionnement définis en fonction de l'importance accordée à l'équilibre des parties : le partitionnement contraint et le partitionnement non contraint.

3.2.2.3 Partitionnement contraint

Le problème du partitionnement de graphe contraint consiste à trouver une partition en k parties qui minimise une fonction objectif f et dont les parties doivent avoir quasiment le même poids. Ainsi, dans ce type de problème, minimiser le ratio de coupe est équivalent à minimiser le coût de coupe. De plus, si on ajoute la contrainte que les parties de P_k doivent avoir le même poids, l'utilisation du coût normalisé perd son sens. En effet, cette fonction de coût a été créée pour isoler des autres régions celles dont les sommets sont très liés, ce qui va le plus souvent dans un sens contraire à la recherche de parties de tailles égales. Cette fonction de coût n'est donc jamais utilisée dans les problèmes de partitionnement contraint.

Par conséquent, le seul objectif réel du partitionnement de graphe contraint est de minimiser le coût de coupe des arêtes entre les parties du graphe.

3.2.2.4 Partitionnement non contraint

La différence entre le partitionnement contraint et le partitionnement non contraint réside dans leurs objectifs respectifs. En effet, si le partitionnement contraint vise à trouver une partition dont les parties sont équilibrées tout en minimisant la coupe, le partitionnement non contraint, quant à lui, cherche à bien distinguer les parties en minimisant la fonction objectif sans toutefois, se soucier d'un éventuel équilibre entre les parties. Les fonctions de coût que cherche à minimiser un problème de partitionnement non contraint sont variées. Le ratio de coupe et le coût normalisé sont les deux fonctions qui reviennent le plus souvent avec des améliorations ou encore des variantes très proches.

Le partitionnement non contraint est assez proche dans la formulation du problème de clustering. Le clustering utilise la notion de *distance* pour regrouper des éléments similaires dans des ensembles les plus distants possibles les uns des autres. Il est possible de considérer que les éléments à regrouper sont les sommets et les distances sont fonction des poids des *arêtes*.

3.2.2.5 Le choix de la méthode de partitionnement

Le problème de partitionnement spatial consiste à considérer le réseau comme un graphe dont les sommets sont les cellules et les *arêtes* sont les liens à optimiser entre chaque couple de cellules. En effet, nous cherchons à maximiser les similitudes et la connexité des cellules de chacune des parties sans poser de contraintes sur le nombre et la répartition des cellules sur les parties. Par conséquent, nous considérons notre problème comme non contraint et nous choisissons en conséquence la fonction objectif adéquate.

Les méthodes de résolution du problème de partitionnement de graphe sont nombreuses. Bichot [BIC07] présente une synthèse des méthodes de résolution les plus connues. Nous avons choisi de résoudre notre problème par une méthode métaheuristique. Les métaheurstiques sont des méthodes apparues dans les années 1980 pour résoudre les problèmes d'optimisation difficiles [DRE03]. Leur nature stochastique leur permet d'explorer un espace de solutions de très grande taille sans passer par le calcul du gradient. Inspirées par des analogies avec la nature, plusieurs metaheuristiques sont proposées dans la littérature : le recuit simulé [KIR83], les algorithmes de colonies de fourmis [COL92], les algorithmes génétiques [FRA57] [HOL62], l'optimisation par essaim de particules [KEN95], etc.

Nous avons opté dans notre cas pour une résolution par algorithme génétique en raison de la simplicité d'adapter ce type d'algorithmes au problème posé et leur capacité à

traiter des problèmes de très grande taille. La partie suivante présente une introduction aux algorithmes génétiques.

3.2.3 Algorithmes génétiques

3.2.3.1 Principe de fonctionnement

Les algorithmes génétiques sont des méthodes de recherche stochastiques basées sur des abstractions des processus d'évolution naturelle. Ils appartiennent à la classe des algorithmes évolutionnaires qui eux même sont une branche des métaheuristiques à base de population. Un algorithme génétique maintient une population d'individus qu'il fait évoluer au fil des générations pour obtenir des individus de meilleure qualité.

Inspiré du principe de la sélection naturelle de Charles DARWIN publié en 1859 dans son livre «*L'origine des espèces au moyen de la sélection naturelle ou la lutte pour l'existence dans la nature*», les algorithmes évolutionnaires sont apparus à la fin des années 1950 [FRA57][HOL62][FOR66]. Le premier modèle formel des algorithmes génétiques canoniques a été proposé par HOLLAND en 1975 [HOL75]. Le mérite de la vulgarisation des algorithmes génétiques revient à Goldberg en publiant son livre [GOL89] qui devient ainsi un ouvrage de référence. A partir des années 1990, les algorithmes génétiques ont connu un énorme essor grâce à leur particularité d'être des méthodes de recherche très flexibles, elles permettent de résoudre une très grande variété de problèmes en choisissant les paramètres adéquats.

Les algorithmes génétiques sont utilisés pour résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire. De part leur origine, tout un vocabulaire issu de la biologie est utilisé pour décrire ces méthodes : une *population* est un ensemble de points de l'espace des solutions, chacun de ces points est un *individu* appelé *chromosome* ou encore *génotype*. Un individu est constitué d'un patrimoine génétique qui le caractérise et le différencie des autres individus ; concrètement les *gènes* sont les blocs élémentaires caractérisant une solution. L'adaptation d'un individu à son environnement est évaluée par une *fonction objectif* appelée aussi *fonction d'adaptation* ou *fitness*. La population évolue d'une génération à l'autre grâce à des *opérateurs génétiques* appliqués aux individus tels que : *la sélection, le croisement, la mutation, l'élitisme, etc.*

Indépendamment du problème traité, les algorithmes génétiques s'articulent autour des principes fondamentaux suivants :

- Un principe de codage des individus.
- Un mécanisme de génération de la population initiale.
- Une fonction d'évaluation des individus.

- Des opérateurs génétiques qui font évoluer la population.
- La définition des paramètres de l'algorithme.

3.2.3.2 Codage des individus

En biologie, un chromosome est caractérisé par son code génétique. Par analogie, un individu de la population dans un algorithme génétique doit posséder un code qui le caractérise aussi et le différencie des autres individus. Ainsi, le choix du codage des individus dépend des spécificités du problème et constitue la première étape cruciale de l'implémentation d'un algorithme génétique. Historiquement, le codage utilisé, appelé codage binaire, était représenté sous forme de chaînes de bits (Figure 3.7).

1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Figure 3.7 – Exemples de chromosome avec un codage binaire

Le codage binaire est bien adapté aux problèmes dont les gènes, de part leur nature, ne prennent que deux valeurs : *vrai* (1) ou *faux* (0). Cependant, il montre ses limites dès qu'il s'agit de traiter des problèmes dont les valeurs « naturelles » des gènes ne sont pas binaires (numériques, alphabétiques, alphanumériques, etc.). Les premières solutions proposées consistaient à transformer les valeurs « naturelles » des gènes en chaînes de bits. Avec les développements récents, d'autres types de représentation sont apparus : une liste de nombres réels pour certains problèmes de coloration de graphe [TAG99], une liste de villes pour le problème du voyageur de commerce [TAS07], une liste d'objets pour le problème du sac-à-dos [KU01], etc.

3.2.3.3 Construction de la population initiale

Le principe d'un algorithme génétique consiste à faire évoluer une population d'individus. Une fois que le codage approprié est défini, l'étape suivante consiste à générer une population initiale d'individus que l'algorithme fait évoluer. La méthode de génération dépend du problème à traiter et le choix de la population initiale conditionne fortement le temps de convergence de l'algorithme.

En effet, lorsqu'il existe une connaissance a priori des solutions de bonne qualité, les individus peuvent être directement introduits par l'utilisateur ou générés par une heuristique particulière. En revanche, si la position de la solution optimale dans l'espace de recherche est totalement inconnue, il est naturel de générer aléatoirement les individus de la population initiale.

3.2.3.4 Fonction d'adaptation

Une fonction d'adaptation, appelée aussi *fitness*, permet d'évaluer la qualité de l'individu. Elle doit interpréter les données contenues dans les gènes d'un chromosome et déterminer sa capacité à se reproduire et/ou à survivre pour la génération suivante.

La fitness permet d'attribuer à chaque individu une valeur qui mesure sa qualité. Les meilleurs individus ont toutes les chances de survivre et de se reproduire, tandis que ces chances se dégradent considérablement pour les individus de mauvaise qualité. Toutefois, il est préférable de laisser une certaine chance pour les plus mauvais individus de se reproduire car on constate dans les algorithmes génétiques que :

- deux individus de meilleure qualité ne produisent pas **forcément** un bon individu,
- deux individus de mauvaise qualité **peuvent** produire un bon individu.

L'évaluation de la qualité des individus est un élément déterminant dans l'évolution de la population et du rapprochement de la solution optimale. La partie suivante présente les différents mécanismes utilisés pour faire évoluer la population.

3.2.3.5 Evolution de la population

Comme dans la biologie, la population dans les algorithmes génétiques évoluent sous l'effet des *opérateurs génétiques* qui s'appliquent aux chromosomes. Dans cette partie, nous présentons les principaux opérateurs utilisés.

a) Sélection

La sélection est un mécanisme de choix des individus (les parents) qui participeront à la construction de la nouvelle génération (population suivante). Comme dans la sélection naturelle, un critère stochastique est introduit dans le mécanisme de sélection des individus candidats à la reproduction. Il existe plusieurs procédures de sélection. Le choix d'un mécanisme de sélection adéquat permet de déterminer les individus qui participent à l'évolution de la population. Les individus sélectionnés sont placés dans un bassin de reproduction dans lequel auront lieu des opérations de croisement et de mutation.

b) Croisement

Le croisement permet d'améliorer les performances de la population en manipulant la structure des gènes des individus. Un nombre tiré aléatoirement, appelé *point de croisement*, désignera la position du gène du parent où celui-ci sera coupé en deux morceaux. Les sous-chaînes terminales des deux parents $P1$ et $P2$ sont ensuite interverties pour obtenir les deux enfants $E1$ et $E2$. Ce croisement est appelé *croisement à un point*. La procédure peut être étendue à un *croisement à plusieurs points*. Dans la procédure générale du croisement, les points de croisement sont souvent tirés aléatoirement. Toutefois, pour certains problèmes spécifiques, une procédure de calcul des points de croisement s'avère très intéressante pour améliorer les performances de l'algorithme. L'opérateur de croisement ne s'applique pas forcément à tous les parents. Généralement, un croisement est envisagé avec une certaine probabilité uniforme communément appelée *probabilité de croisement*.

c) Mutation

L'opérateur de mutation apporte aux algorithmes génétiques l'aléa nécessaire pour une exploration de l'ensemble de l'espace de recherche. Il permet d'atteindre un nombre important de sous-espaces de recherche de solutions et par conséquent, éviter que l'évolution de la population se fige. L'opérateur de mutation est utilisé avec une probabilité, appelée probabilité de mutation, généralement choisie faible. La mutation consiste à modifier légèrement le chromosome en agissant sur un ou plusieurs gènes. Comme c'est le cas dans les stratégies d'évolution, il est tout à fait possible de ne pas utiliser l'opérateur de croisement et de s'appuyer uniquement sur l'opérateur de mutation. Dans [CER94], Cerf prouve qu'un algorithme génétique peut converger vers une bonne solution sans croisement, rien qu'en utilisant un opérateur de mutation.

3.2.3.6 Paramétrage de l'algorithme génétique

La difficulté majeure des algorithmes génétiques ne réside pas dans leur mise en œuvre mais plutôt dans leur paramétrage. Le réglage des paramètres est une tâche cruciale et très délicate qui diffère d'un problème à un autre. Dans la pratique, les paramètres d'un algorithme génétique sont réglés d'une façon empirique et souvent approximative. Il existe plusieurs paramètres qui nécessitent un bon réglage.

La taille de la population influence fort considérablement la rapidité de convergence de l'algorithme. Une population de très faible taille évoluera probablement vers un optimum local. En revanche, une population de taille importante minimise ce risque mais peut rendre le temps de calcul excessif. Il est donc très important de trouver le juste milieu.

Le test d'arrêt constitue un paramètre déterminant dans un algorithme génétique. Les critères d'arrêts sont nombreux et certains dépendent du problème traité, mais les deux critères les plus utilisés sont :

- Arrêt après un nombre fixé a priori de générations. Ce nombre doit être raisonnable et doit être choisi de telle façon à réaliser un bon compromis entre temps de calcul et la qualité de la solution trouvée. Il est souvent déterminé de façon empirique.
- Arrêt dès que la population cesse d'évoluer ou n'évolue plus suffisamment. La population devient alors homogène, ayant ainsi une forte probabilité de se situer à proximité de l'optimum.

D'autres paramètres potentiels nécessitent un réglage : le nombre d'individus conservés entre les générations pour l'élitisme, le taux de croisement, le taux de mutation, le nombre d'individus en compétition pour la sélection par tournois...

3.3 Résolution du problème d'extension du modèle

Nous avons présenté dans la première partie de ce chapitre les difficultés et contraintes de l'extension du modèle et nous avons proposé des pistes de résolution. Dans la deuxième partie du chapitre, nous avons présenté un bref état de l'art des méthodes susceptibles d'être adéquates pour la résolution de notre problème et nous avons choisi celles qui conviennent. Dans cette partie, nous présentons l'application des méthodes choisies aux problèmes posés suivant le schéma présenté dans la Figure 3.5.

3.3.1 Définitions et outils de base

La résolution du problème du découpage spatial se base essentiellement sur la comparaison des profils de demande des cellules et de leur proximité géographique. Avant d'aborder la résolution du problème proprement dite, nous définissons les outils qui nous permettent de mesurer les similitudes des profils de demande et la proximité géographique des cellules :

1. Distance entre deux profils de demande

Les profils de demande sont considérés comme des vecteurs, et la manière la plus simple pour comparer deux vecteurs est de mesurer la distance entre eux. La distance euclidienne est la distance la plus utilisée.

Définition 6 : Distance euclidienne

La distance euclidienne $d(\rho^1, \rho^2)$ consiste à calculer l'erreur quadratique entre les deux vecteurs ρ^1 et ρ^2 de dimension Dim représentant deux individus.

$$d(\rho^1, \rho^2) = \sqrt{\sum_{i=1}^{Dim} (\rho_i^1 - \rho_i^2)^2} \quad 3.8$$

La distance euclidienne mesure la distance entre deux points représentés dans un espace de dimension **Dim**. Or, dans notre cas nous souhaitons comparer des similitudes entre les vecteurs. Par conséquent, nous définissons le sens que nous attribuons au terme similitude pour choisir un outil efficace qui les mesure.

2. Similitudes des profils de demande des cellules

Le sens exact que l'on attribue au terme *similitude* conditionne fortement la qualité de sa modélisation mathématique. Il existe dans le dictionnaire plusieurs définitions. Dans le dictionnaire LAROUSSE par exemple,

similitude au sens littéraire veut dire *ressemblance plus ou moins parfaite*. En géométrie, le terme est utilisé pour exprimer *une propriété que possèdent deux figures de forme semblable*. Dans le contexte du découpage spatial, le sens que l'on attribue à ce terme répond aux deux définitions à la fois, il désigne *la ressemblance des courbes graphiques* des profils de demande.

Définition 7 : Allure d'un profil de demande

Soit ρ un profil de demande. On appelle *allure de ρ* la courbe qui représente son aspect global (Figure 3.8)

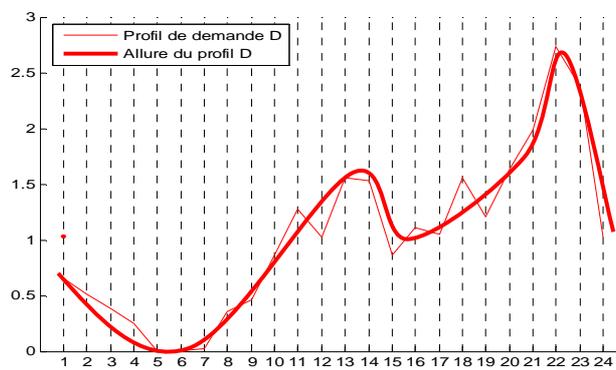


Figure 3.8 – Allure d'un profil de demande

Définition 8 : Similitude de deux profils de demande

Soient deux profils de demande $\rho_1 = (\rho_1^1, \rho_1^2, \dots, \rho_1^{24})$ et $\rho_2 = (\rho_2^1, \rho_2^2, \dots, \rho_2^{24})$ où ρ_n^i est la valeur de la demande dans la cellule n durant l'heure i . On désigne par *similitudes entre les deux profils ρ_1 et ρ_2* la ressemblance des *allures* des courbes résultantes de la représentation graphique des deux vecteurs ρ_1 et ρ_2 .

La Figure 3.9 illustre un exemple de similitude de profils de demande. Le profil ρ_1 et le profil ρ_2 présentent d'importantes similitudes tandis que le profil ρ_3 présente des similitudes très faibles relativement aux profils ρ_2 et ρ_3 .

Ainsi, la similitude peut être plus ou moins parfaite, moyenne, faible ou encore médiocre. Ceci étant dit, il est possible de quantifier la ressemblance entre deux profils de demande ρ_1 et ρ_2 en calculant un *coefficient de corrélation* des deux vecteurs ρ_1 et ρ_2 . Nous utilisons la corrélation de Pearson pour mesurer cette corrélation.

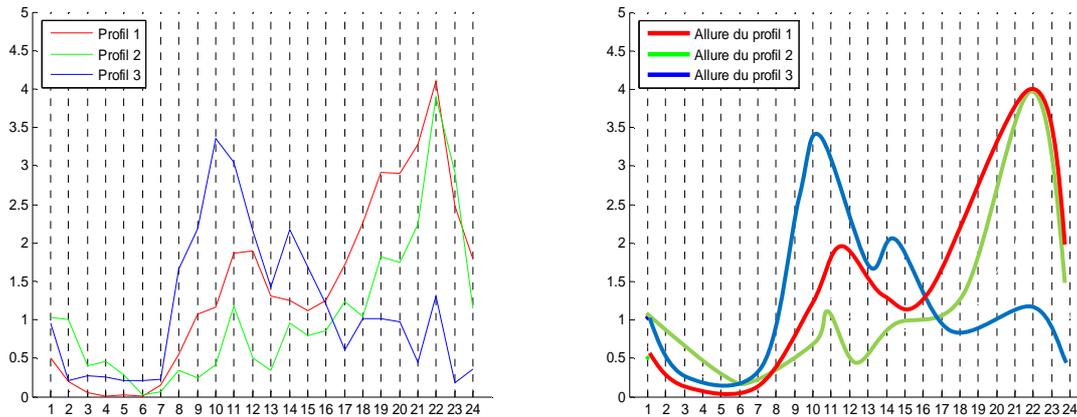


Figure 3.9 – Exemple de similitudes des profil de demande

Définition 9 : Corrélation de Pearson

La corrélation de Pearson [WEL00] ou *Pearson product-moment correlation coefficient* (en anglais) est une valeur, comprise entre -1 et 1, qui mesure le degré de ressemblance de deux vecteurs (3.9). Elle est appelée *coefficient de Pearson* et notée $Corr(\rho_1, \rho_2)$.

$$Corr(\rho_1, \rho_2) = \frac{\sum_{i=1}^{Dim} (\rho_1^i - \bar{\rho}_1)(\rho_2^i - \bar{\rho}_2)}{(Dim - 1)(\sigma(\rho_1) * \sigma(\rho_2))} \quad 3.9$$

Où $\bar{\rho}$ et $\sigma(\rho)$ sont respectivement la moyenne et l'écart type du vecteur ρ .

Le coefficient de Pearson indique une *présomption* de liaison linéaire entre les deux vecteurs d'autant qu'elle est proche de 1 en valeur absolue. Si $Corr(\rho_1, D\rho_2) = \pm 1$, ρ_1 et ρ_2 sont liés par une relation affine de type $\rho_1 = a * \rho_2 + b$. La valeur 1 indique que les deux vecteurs sont *parfaitement corrélés*. Lorsque cette valeur vaut -1, les vecteurs sont opposés, ils sont *anticorrélés*. Une valeur 0 de corrélation veut dire tout simplement que les vecteurs *ne sont pas du tout corrélés*.

Les similitudes entre les cellules d'un réseau sont données par une matrice noté Ψ et appelée *matrice de similitudes*.

$$\Psi(n, m) = \begin{cases} 0 & \text{si } n = m \\ Corr(\rho_n, \rho_m) & \text{si } n \neq m \end{cases} \quad 3.10$$

La Figure 3.10 compare les corrélations des profils de demande des cellules présentés dans l'exemple précédent.

$$\psi = \begin{bmatrix} 0 & 0,84 & 0,17 \\ 0,84 & 0 & -0,11 \\ 0,17 & -0,11 & 0 \end{bmatrix}$$

Figure 3.10 – Matrice de corrélation de trois profils de demande

Cette matrice montre que la corrélation de Pearson mesure efficacement les similitudes des profils de demande. En effet, la valeur de la corrélation entre les profils 1 et 2 qui sont bien corrélés est très élevée (0,84) alors que les profils 1 et 3 qui sont beaucoup moins corrélés possèdent une valeur faible (0,17). Les profils 2 et 3 qui ont une valeur négative se situent entre les cas non corrélés et le cas anticorrélés.

3. Proximité géographique des cellules

La notion de proximité des cellules est liée au voisinage géographique. Deux cellules sont dites du *premier voisinage* si les surfaces géographiques couvertes par leurs antennes respectives sont connexes. Par exemple, dans la Figure 3.11, la cellule 8 est voisine de la cellule 12. Cette représentation graphique des cellules du réseau dans un plan (Figure 3.11) est obtenue par le diagramme de Voronoï déduit de la triangulation de Delaunay [For92].

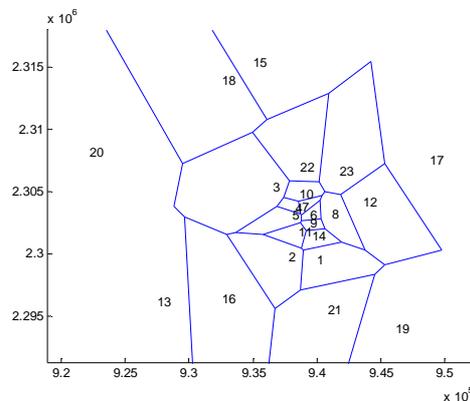


Figure 3.11 – Exemple de voisinage géographique des cellules

Définition 10 : le $i^{\text{ème}}$ voisinage d'une cellule

Une cellule n est dite du $i^{\text{ème}}$ voisinage de la cellule m si n et m sont séparés par $(i - 1)$ autres cellules. Dans l'exemple de la Figure 3.11, la cellule 3 appartient au premier voisinage de la cellule 16, la cellule 22 appartient à son deuxième voisinage et la cellule 15 à son troisième voisinage, etc.

La formalisation mathématique des contraintes de voisinage est donnée par une matrice carrée, notée V , appelée *matrice de voisinage* (3.11). Un élément de V est appelé *distance de voisinage*.

$$V_{n,m} = i \quad \text{si } n \text{ appartient au } i^{\text{ème}} \text{ voisinage de } m$$

3.11

3.3.2 Regroupement des cellules

Le regroupement des cellules est la solution adoptée pour pallier les difficultés techniques de l'extension du modèle de tarification planifiée. Nous avons choisi d'utiliser l'algorithme *k-means* pour effectuer le regroupement des cellules. Comme nous l'avons souligné précédemment, il existe dans la littérature plusieurs variantes de la méthode *k-means*, le choix d'une variante et du paramétrage de la méthode dépend du problème traité. Dans cette partie nous présentons l'algorithme et les paramètres de la méthode *k-means* que nous utilisons pour notre problème.

3.3.2.1 Algorithme *k-means*

k-means (Algorithme 3.1) est un algorithme itératif qui évalue la qualité du regroupement en comparant le contenu des groupes d'une itération à une autre. Il s'arrête lorsque le contenu des groupes est stable i.e. les groupes sont invariants pour deux itérations successives.

Algorithme 3.1 - Algorithme *k-means*

Initialisation

- Choix arbitraire du nombre de groupes k
- Choix aléatoire de k centres de gravité
- Affectation des individus au centre de gravité le plus proche

Répéter

- Recalculer les centres de gravité des groupes
- Réaffecter les individus aux nouveaux centres de gravité
- Tester la stabilité des nouveaux groupes

Jusqu'à stabilité des groupes

La qualité du regroupement avec l'algorithme *k-means* dépend de son paramétrage. Une solution obtenue par cet algorithme est particulièrement sensible à l'initialisation des paramètres et à la distance utilisée. De ce fait, l'algorithme *k-means* est une méthode de clustering simple et efficace mais qui présente les exigences suivantes :

- Choisir une distance appropriée : l'affectation d'un individu repose sur le calcul de la distance entre l'individu et chacun des centres de gravité. L'individu est alors affecté au groupe dont le centre de gravité est le plus proche.
- Fixer le nombre k de groupes à construire : le nombre de groupe à construire est fixé de façon empirique. Nous verrons par la suite la méthode qui nous permet de choisir une valeur adéquate de k .

- Choisir le meilleur regroupement afin d'éviter les minima locaux : les centres de gravité étant initialisés aléatoirement, la solution trouvée par *k-means* peut être différente d'une exécution à l'autre. Une méthode qui permet de sélectionner le meilleur regroupement s'impose.

Les parties suivantes présentent des solutions pour répondre à ces trois exigences.

3.3.2.2 Le critère de distance

La construction des groupes avec la méthode *k-means* repose exclusivement sur la notion de distance qui reste l'élément déterminant pour l'affectation d'un individu à un groupe donné. Par conséquent, le choix de la distance est une étape cruciale dans le processus d'implémentation de l'algorithme *k-means*.

Plusieurs types de distance sont proposés dans la littérature, le choix dépend essentiellement du problème traité et du type de données à regrouper. Parmi les distances les plus utilisées, nous pouvons citer la distance euclidienne, le cosinus, la distance de Mahalanobis, la distance de Manhattan, etc.

Nous avons choisi d'utiliser les deux types de distances présentées précédemment, lesquelles sont appropriées pour notre problème : la distance euclidienne et la corrélation de Pearson.

3.3.2.3 Identification du nombre adéquat de groupes

L'une des caractéristiques de l'algorithme *k-means* est la nécessité de spécifier à l'initialisation le nombre de groupes à construire. Cette exigence constitue un inconvénient dès lors que le nombre de groupes n'est pas connu a priori. En particulier dans notre problème de regroupement des cellules/heures, nous ne disposons pas d'expertise qui permette de déterminer le nombre et la nature des groupes à créer et cela peut changer d'un réseau à un autre. Nous proposons une solution basée sur l'expérimentation, elle consiste à utiliser plusieurs exécutions de l'algorithme avec des variations de k et à retenir la valeur de k qui offre le *meilleur* regroupement. La notion de *meilleur* regroupement suppose la définition d'un critère qui permet l'évaluation de sa qualité. Le problème peut être posé de la façon suivante : étant donné un paramétrage de l'algorithme, les individus sont-ils *bien* ou *mal* regroupés ? Pour répondre à cette question, nous proposons d'associer à chaque individu regroupé, une valeur qui mesure la qualité de son regroupement. La représentation graphique de l'ensemble de ces valeurs fait apparaître la notion de la *silhouette*. Le paragraphe suivant présente le principe de la silhouette et son utilisation pour déterminer k .

3.3.2.4 La silhouette

La silhouette est une valeur, notée $s(n)$, qui permet de quantifier la qualité de l'affectation d'un individu n à un groupe [ROU87] [Kau90]. Elle mesure la similarité d'un

individu par rapport au reste des individus de son groupe comparée à sa similarité par rapport aux individus des autres groupes.

$$s(\mathbf{n}) = \frac{\min_k(\mathbf{b}_n(k)) - a_n}{\max(\min_k(\mathbf{b}_n(k)), a_n)} \quad 3.12$$

a_n est la distance moyenne de l'individu n aux individus de son groupe

$$a_n = \frac{\sum_{m=1}^{N_{\text{Indiv}}} y_m * d(n, m)}{\sum_{m=1}^{N_{\text{Indiv}}} y_m} \quad 3.13$$

Avec $y_m = \begin{cases} 1 & \text{si } n \text{ et } m \text{ appartiennent au même groupe} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$b_n(k)$ est la distance moyenne de l'individu n aux individus d'un autre groupe k

$$b_n(k) = \frac{\sum_{m=1}^{N_{\text{Indiv}}} z_{m,k} * d(n, m)}{\sum_{m=1}^{N_{\text{Indiv}}} z_{m,k}} \quad 3.14$$

Avec : $z_{m,k} = \begin{cases} 1 & \text{si } m \in k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

La valeur $s(n)$ de la silhouette varie dans l'intervalle $[-1, +1]$. Un individu est d'autant bien regroupé que sa valeur tend vers 1.

- $s(n) = +1$, indique que l'individu est très éloigné des groupes voisins, il est bien regroupé ;
- $s(n) = 0$, indique que l'individu n'est pas distinctement regroupé dans un groupe ou dans un autre ;
- $s(n) = -1$, indique que l'individu est fort probablement mal regroupé.

La Figure 3.12 montre un exemple de représentation graphique des silhouettes d'un ensemble d'individus regroupés en 3 groupes. Les valeurs de silhouettes sont en abscisse ; l'axe des ordonnées organise les individus en groupe. On peut ainsi identifier aisément les individus mal regroupés.

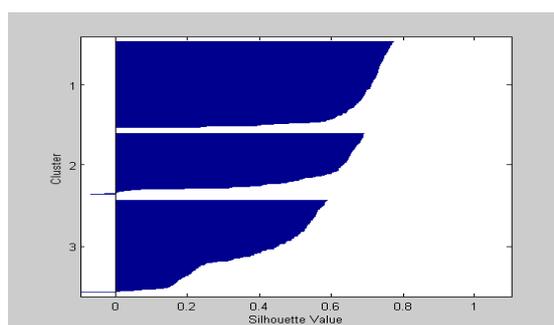


Figure 3.12 – Représentation graphique de la silhouette

Cet exemple montre que la plus grande partie des individus du groupe 1 ont une valeur élevée de silhouette (supérieure à 0,6) ; ce groupe est significativement distingué des deux autres groupes. Le groupe 3 contient un nombre important d'individus dont les valeurs de silhouette sont relativement faibles ; cela traduit une légère proximité par rapport aux deux autres groupes. Les individus à faible valeur de silhouette sont probablement mal regroupés. Enfin, certains individus du groupe 2 ont des valeurs de silhouette négatives indiquant qu'ils sont très mal classés, i.e. ils ne devraient pas appartenir à ce groupe.

L'étude de la silhouette d'un regroupement peut être présentée comme suit : la qualité d'un regroupement est proportionnelle au nombre d'individus ayant des valeurs élevées de silhouette. Par conséquent les groupes sont d'autant mieux constitués que la moyenne des silhouettes est grande. Ainsi, l'étude de la moyenne et de la distribution des silhouettes pour un ensemble de groupes permet d'analyser la qualité du regroupement.

La moyenne des silhouettes est le paramètre le plus fréquemment utilisé pour évaluer la qualité d'un regroupement, cependant d'autres paramètres peuvent être pris en compte pour proposer un critère de qualité plus efficace.

Nous utiliserons la moyenne des silhouettes des regroupements pour déterminer k , le nombre adéquat de groupes. Toutefois, cette méthode reste un moyen d'aide à la décision, l'opérateur peut décider d'adopter un regroupement même si sa moyenne de silhouette n'est pas la meilleure. L'exemple donné dans la Figure 3.13 compare des regroupements à 3, 4 et 5 groupes.

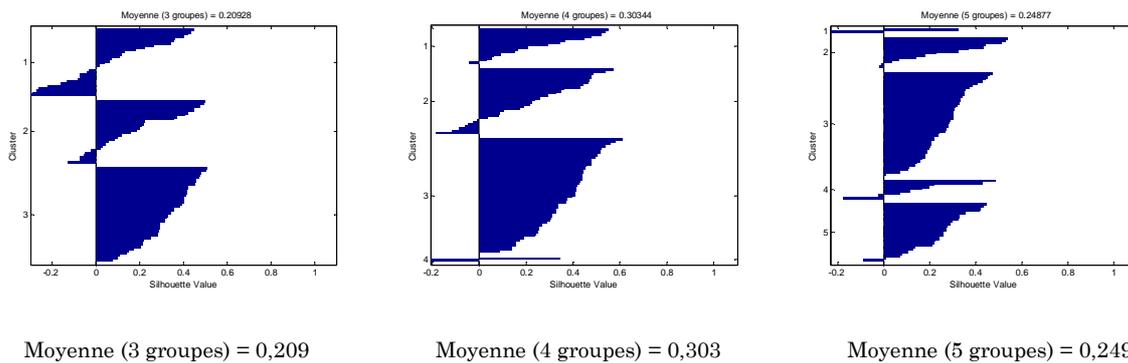


Figure 3.13 – Exemple de regroupement en variant la valeur k

En utilisant 4 groupes, on obtient la valeur la plus élevée des moyennes des silhouettes comparé aux initialisations à 3 ou 5 groupes. Le regroupement à 4 groupes est donc le mieux adapté à cet échantillon d'individus.

3.3.2.5 Le choix du meilleur regroupement

Le résultat de l'algorithme k -means est sensible à l'initialisation du nombre k de groupes et des centres de gravité. Pour un k quelconque, la solution de regroupement atteinte n'est pas forcément la même d'une exécution à une autre, elle dépend de l'initialisation des centres de gravité des groupes. Comme beaucoup de méthodes d'optimisation numérique, la solution dépend du point de départ et l'algorithme peut atteindre un minimum local alors qu'une meilleure solution peut exister. Pour pallier ce problème, nous proposons une méthode basée sur un critère de choix, il s'agit de retenir a posteriori la meilleure solution de regroupement parmi les solutions proposées par l'algorithme sur un ensemble d'exécutions. Dans la suite de ce mémoire de thèse, nous utilisons la terminologie suivante :

- *Réplication de l'algorithme* : une suite d'exécutions de l'algorithme où on conserve à chaque exécution le même nombre de groupes à construire k .
- *Génération* : un ensemble de plusieurs répliques.
- *Distance point-centroïd* : la distance d'un individu au centre de gravité du groupe auquel il appartient.

La méthode que nous proposons consiste à exécuter plusieurs répliques de l'algorithme et à retenir le regroupement qui minimise un critère global de qualité relatif à la somme des distances point-centroïd.

$$\min \sum_{q=1}^k \sum_{n=1}^{N_{\text{Indiv}}} x_{n,q} * d(V^n, g^q) \quad 3.15$$

Avec : g^q le centre de gravité du groupe q , d la distance choisie dans l'étape précédente

$$\text{et } x_{n,q} = \begin{cases} 1 & \text{si l'individu } n \text{ appartient au groupe } q \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le nombre de réplifications d'une génération est un paramètre à calculer. Nous proposons de le déterminer empiriquement. En effet, nous lançons plusieurs générations, pour chaque génération nous varions le nombre de réplifications et nous vérifions la stabilité du regroupement en comparant les meilleures solutions de ces différentes générations.

Pour notre problème, Nous constatons que pour 100 exécutions, le résultat est stable i.e. la meilleure solution identifiée est identique. Pour tous les tests et simulations présentés dans la suite de ce mémoire de thèse, nous utilisons l'algorithme des *k-means* avec une génération de 100 réplifications.

3.3.2.6 Résultats expérimentaux

Dans la suite de ce manuscrit de thèse, tous les tests que nous présentons sont réalisés sur une instance de réseau réel de 190 cellules comprenant deux villes : une ville de petite taille et une autre de taille moyenne. Les cellules ont des profils de demande variés avec des capacités différentes d'une cellule à l'autre.

Nous avons effectué plusieurs tests en variant le nombre de groupes à chaque exécution. Nous présentons ici un exemple de test effectué pour les regroupements en 2, 3 et 4 groupes. Pour chaque regroupement nous présentons les silhouettes du regroupement et la répartition géographique des cellules. Les cellules du même groupe sont représentées par la même couleur.

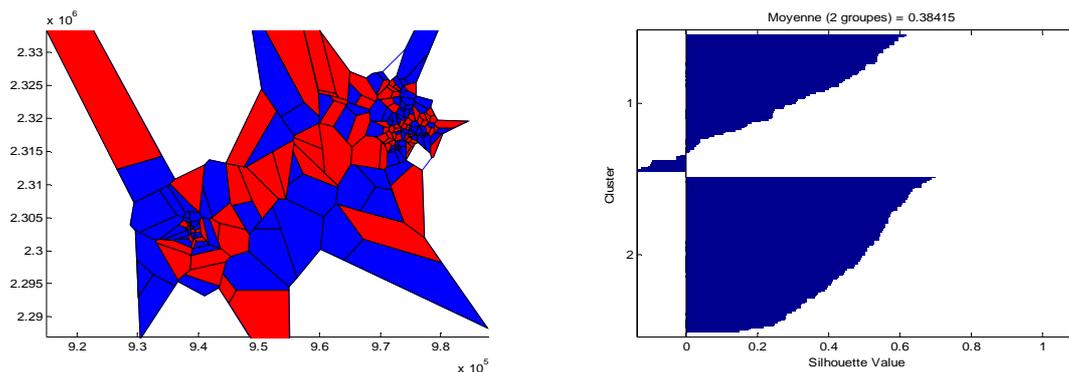


Figure 3.14 – Regroupement en 2 groupes de cellules

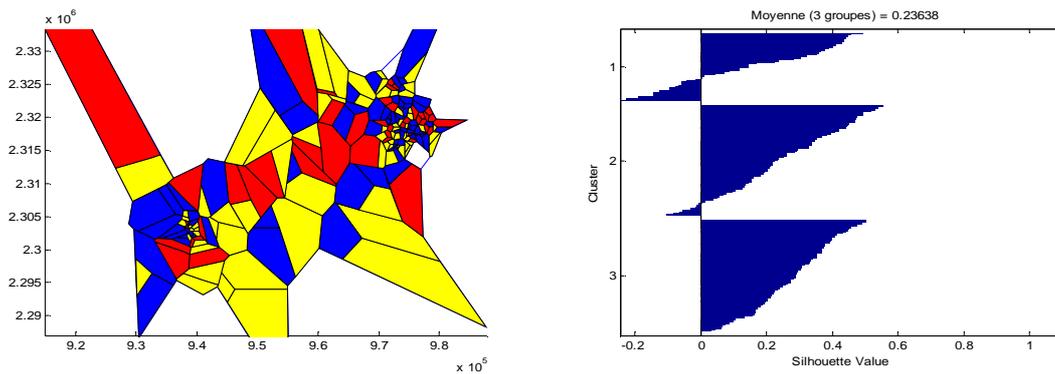


Figure 3.15 – Regroupement en 3 groupes de cellules

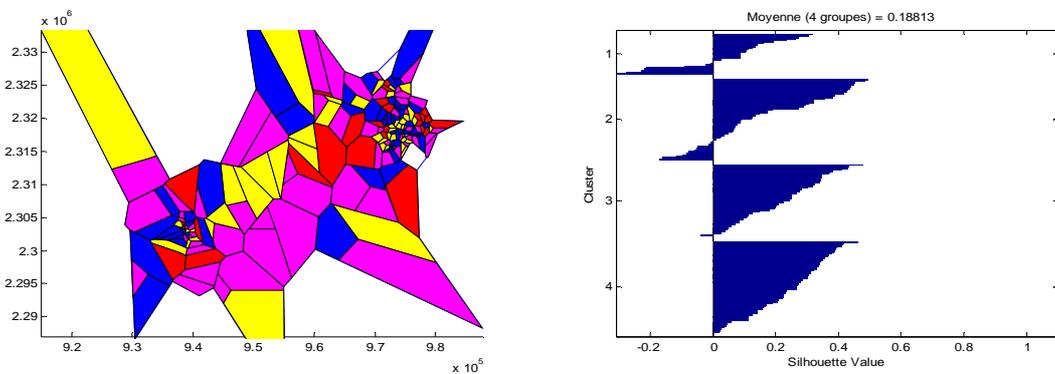


Figure 3.16 – Regroupement en 4 groupes de cellules

Dans cet exemple de test, le regroupement en deux groupes présente la plus forte moyenne des silhouettes, et les valeurs des silhouettes individuelles sont importantes pour certaines cellules (supérieures à 0,6). Ces résultats indiquent que le regroupement en 2 groupes est le meilleur regroupement. Du point de vue de la répartition géographique des cellules, quel que soit le nombre de groupes, le regroupement ne semble pas répondre au critère de la connexité des cellules.

Pour évaluer l'efficacité du regroupement du point de vue des similitudes des profils de demande des cellules, nous avons analysé les corrélations des cellules des groupes pour chaque regroupement.

Le Tableau 3.3 montre que le regroupement permet d'obtenir des groupes de cellules qui présentent des similitudes plus fortes. En effet, la moyenne des corrélations pour l'instance du réseau est 0,78 alors qu'après le regroupement, certains groupes atteignent une moyenne de près de 0,9. Toutefois le gain en similitude n'est pas énorme (0,12 environ au maximum), ceci est dû au fait que l'instance du réseau étudiée contient un nombre important de cellules qui présentent des corrélations fortes. L'analyse de l'écart type montre qu'après le regroupement certains groupes présentent un écart type très

faible avec une moyenne forte, ce qui signifie que les corrélations sont très élevées entre toutes les cellules de ce groupe.

		<i>Groupe 1</i>	<i>Groupe 2</i>	<i>Groupe 3</i>	<i>Groupe 4</i>
<i>Tout le réseau</i>	<i>Moyenne</i>	0,77808			
	<i>Ecart type</i>	0,16736			
<i>2 groupes</i>	<i>Moyenne</i>	0,81303	0,85709		
	<i>Ecart type</i>	0,16123	0,079724		
<i>3 groupes</i>	<i>Moyenne</i>	0,80931	0,86411	0,86837	
	<i>Ecart type</i>	0,18564	0,075157	0,08929	
<i>4 groupes</i>	<i>Moyenne</i>	0,78615	0,8601	0,87587	0,88832
	<i>Ecart type</i>	0,21198	0,077488	0,086909	0,079731

Tableau 3.3 – Analyse des corrélations des regroupements

Ainsi, le regroupement des cellules avec l'algorithme *k-means* permet de répartir le réseau en groupes de cellules ayant de fortes similitudes de profils de demande. Toutefois, cette méthode demeure insuffisante pour définir les zones de tarification car elle ne prend pas en compte la connexité géographique des cellules et ne donne aucun repère au client. La section suivante présente une méthode de découpage spatial pour définir les contours des zones de tarification.

3.3.3 Découpage spatial et tarification par zones

Nous avons vu que le regroupement des cellules avec *k-means* permet de palier les difficultés techniques mais ne peut pas satisfaire la contrainte spatiale. Nous avons proposé de résoudre le problème en considérant le découpage spatial comme un problème de partitionnement de graphe non contraint. Dans cette partie nous présentons la formalisation du problème et sa résolution par un algorithme génétique.

3.3.3.1 Formalisation du problème de découpage spatial

La formalisation du problème consiste à considérer que le réseau est un graphe complet où les cellules sont les nœuds du graphe et chaque couple de cellules (n, m) est lié par une *arête* pondérée par les deux poids qui représentent respectivement les similitudes des profils de demande et la proximité géographique des cellules.

La résolution d'un problème de partitionnement de graphe non contraint nécessite la définition de la fonction objectif. Le partitionnement spatial du réseau est vu comme un problème d'optimisation où l'on cherche à maximiser à la fois les similitudes des profils et la connexité des cellules pour chaque zone.

Comme nous l'avons vu précédemment (cf. 3.2.2.1), la fonction objectif pour le partitionnement de graphe est étroitement liée au *poids* et à la *coupe* de chaque partie

d'une partition. Par conséquent, il est nécessaire de définir pour notre problème, *le poids* et la *coupe* d'une zone du réseau.

Le *poids d'une zone*, noté W_k , est une mesure qui quantifie la relation qui existe entre les cellules de cette zone. Elle vise à maximiser les similitudes des profils et minimiser les distances de voisinage comme l'indique la formule suivante :

$$W_k = \frac{\sum_{n,m \in k} \Psi(n,m)}{\sigma_{n,m \in k}(V_{n,m}) * (\eta_k)^2 * \sum_{n,m \in k} V_{n,m}} \quad 3.16$$

$\sigma_{n,m \in k}(V_{n,m})$ est l'écart type des distances de voisinage des cellules de la zone. Il permet de prendre en compte la dispersion des valeurs et de favoriser les cellules les mieux regroupées géographiquement.

η_k est le nombre total de relations entre les cellules de la zone k , i.e. le nombre d'arcs de la partie du graphe qui représente k . Ce nombre permet de relativiser le poids de la zone au nombre de cellules qu'elle contient. En effet, la somme des distances de voisinage dans une zone est d'autant plus grande que le nombre de cellules est important. Ainsi, les zones ayant un minimum de cellules ont toujours un poids fort et sont donc favorisées. Or, ces zones ne sont pas toujours les meilleures en termes de voisinage géographique. L'exemple suivant montre l'effet de ces deux paramètres sur le calcul du poids des zones.

Exemple :

Soit une instance de réseau où on s'intéresse aux 10 cellules numérotées sur la Figure 3.17.

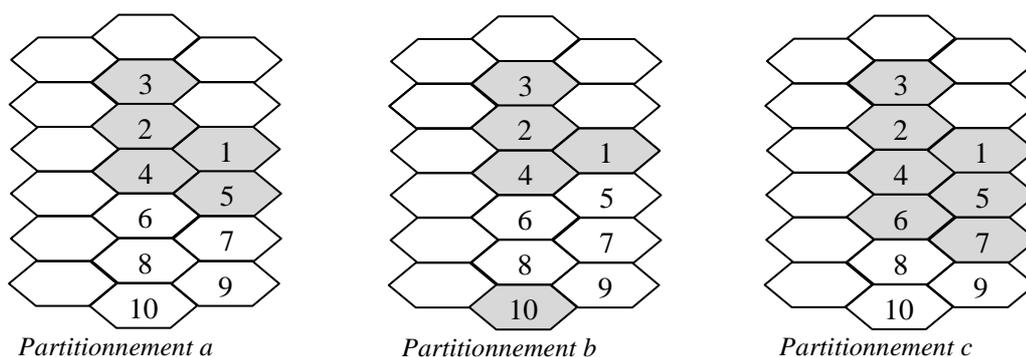


Figure 3.17 – Exemples de partitionnement

Les trois exemples appelés *partitionnement a*, *partitionnement b* et *partitionnement c* montrent respectivement une zone composée des cellules : $\{1,2,3,4,5\}$, $\{1,2,3,4,10\}$ et $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ (les cellules grisées). La matrice V représente les distances de voisinage des dix cellules.

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 5 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Figure 3.18– Matrice de voisinage des cellules

En admettant que les similitudes des profils de demande des cellules sont parfaites, i.e. $\forall n, m : \Psi(n, m) = 1$, nous étudions l'influence de l'écart type sur le calcul du poids de la zone. Le Tableau 3.4 présente les valeurs des poids obtenues avec et sans l'écart type puis en rajoutant le nombre de relations entre les cellules.

	<i>Partitionnement a</i>	<i>Partitionnement b</i>	<i>Partitionnement c</i>
<i>Poids calculé sans l'écart type</i>	0,067	0,042	0,027
<i>Poids calculé avec l'écart type</i>	0,094	0,028	0,030
<i>Poids calculé avec l'écart type et le nombre d'arcs</i>	9,428	2,767	13,46

Tableau 3.4 – Effet de l'écart type et du nombre d'arcs sur le calcul du poids de la zone

Le tableau montre que le poids $W_k = \frac{\sum_{n,m \in k} \Psi(n,m)}{\sum_{n,m \in k} V_{n,m}}$ calculé sans l'utilisation de l'écart type et le nombre de relations entre les cellules de la zone du partitionnement *a* est supérieur à celui de *b* qui est supérieur à celui de *c*, cela signifie que *a* est meilleur que *b* qui est meilleur que *c*. Or, en réalité les cellules de *c* sont mieux regroupées géographiquement que celles de *b*. L'introduction de l'écart type dans la formule « corrige » en partie cette limite en montrant que *c* est meilleur que *b*. Toutefois, *a* reste toujours meilleur que *c* alors que *c* doit être meilleur dans le sens où il est préférable que les zones aient un maximum de cellules. L'introduction du nombre de relations entre les cellules de la zone permet d'obtenir des résultats conformes aux objectifs.

Si le poids d'une zone quantifie la relation entre les cellules de la zone elle-même, La coupe d'une zone, notée \overline{W}_k , quantifie la relation entre chaque cellule de cette zone et les cellules des autres zones.

$$\bar{W}_k = \frac{\sum_{\substack{n \in k \\ m \notin k}} \Psi(n, m)}{\sigma_{\substack{n \in k \\ m \notin k}} (V_{n, m}) * (\bar{\eta}_k)^2 * \sum_{\substack{n \in k \\ m \notin k}} V_{n, m}} \quad 3.17$$

Où $\bar{\eta}_k$ est le nombre de relations entre chaque cellule de la zone k et les cellules des autres zones.

Ainsi, l'objectif du découpage spatial consiste à minimiser le ratio global *coupe/poids* de la partition, i.e. le ratio de chacune des zones. La fonction de coût est alors donnée par la formule suivante :

$$\sum_{k=1}^{NZone} \frac{\bar{W}_k}{W_k} \quad 3.18$$

Normalisation de la matrice des similitudes

Les valeurs de similitude sont des mesures que nous utilisons dans le calcul de la fonction de coût lors du processus d'optimisation. Ces valeurs peuvent être positives ou négatives. Or, le signe de la valeur de la fonction de coût d'une solution est déterminant pour les résultats. Considérons un exemple donné par le Tableau 3.5 qui présente le calcul de la fonction de coût pour deux zones. La zone 1 possède une fonction de coût plus faible que celle de la zone 2. Si on cherche à minimiser l'objectif, la zone 1 est alors meilleure. Or cette zone possède un poids bien plus médiocre que la zone 1.

	Zone 1	Zone 2
Poids	- 0,8	0,7
Coupe	0,5	0,5
Fonction de coût	- 0,62	0,56

Tableau 3.5 – Exemple de fonction de coût pour deux zones

Afin de pallier ce problème nous proposons de normaliser la matrice de corrélation des cellules en décalant le domaine de définition de $[-1,1]$ vers $[0,2]$ et de la diviser par 2 pour ramener ses valeurs dans l'intervalle $[0,1]$.

$$\Psi(n, m) = (\Psi(n, m) + 1)/2 \quad 3.19$$

Les deux zones de l'exemple précédent auront alors les fonctions de coût présentées dans le tableau suivant :

	<i>Zone 1</i>	<i>Zone 2</i>
<i>Poids</i>	<i>0,1</i>	<i>0,95</i>
<i>Coupe</i>	<i>0,5</i>	<i>0,5</i>
<i>Fonction de coût</i>	<i>5</i>	<i>0,53</i>

Tableau 3.6 – Normalisation de la matrice de corrélation

Ce tableau montre que la normalisation des valeurs de la matrice de corrélation des cellules permet de calculer des fonctions de coût correctes.

Nous disposons à présent d'un formalisme qui nous permet de résoudre le problème de découpage spatial par une méthode heuristique que nous présentons dans le paragraphe suivant.

3.3.3.2 Résolution du problème de découpage spatial par un algorithme génétique

Dans le paragraphe précédent, nous avons modélisé le problème de découpage spatial sous forme d'un problème de partitionnement de graphe non contraint. Nous avons choisi de résoudre ce problème par un algorithme génétique. Dans ce paragraphe, nous présentons l'algorithme génétique que nous utilisons pour l'optimisation des contours des zones de tarification.

3.3.3.2.1 L'algorithme génétique

Dans le cas de la construction des zones de tarification, nous mettons en œuvre un algorithme génétique afin de pouvoir optimiser les contours des zones. Les différentes phases de l'algorithme (Algorithme 3.2) sont décrites dans cette section.

Algorithme 3.2 - Algorithme génétique pour le partitionnement spatial

Initialisation

$N \leftarrow$ Taille de la population

$N^* \leftarrow$ Nombre d'individus élites

PopulationCourante \leftarrow génération aléatoire de la population initiale

Répéter

Evaluation de la population courante

NouvelleGénération $\leftarrow N^*$ meilleurs individus de *PopulationCourante*

Tant que *Taille(PopulationCourante)* < N **faire**

Parents \leftarrow Sélectionner deux parents de *PopulationCourante*

Enfants \leftarrow Croiser les deux parents

 Muter les enfants

NouvelleGénération \leftarrow *Enfants*

Fin Tant que

PopulationCourante \leftarrow *NouvelleGénération*

NouvelleGénération \leftarrow Vide

Jusqu'à critère d'arrêt

3.3.3.2.2 Codage des chromosomes

Un chromosome représente une solution possible du problème, il doit contenir l'ensemble des informations nécessaires à l'évaluation de la fitness. Le codage du chromosome doit donc être complet, il doit permettre la représentation de toutes les solutions possibles car il est évident que si une solution ne peut pas être représentée, l'algorithme ne pourra jamais l'atteindre.

Chaque solution du problème traité doit porter deux informations importantes :

- Les numéros des zones de tarification.
- Les numéros des cellules de chaque zone.

La représentation des solutions est alors donnée par un codage réel du chromosome qui associe à chaque cellule, le numéro de la zone de tarification à laquelle elle appartient. La Figure 3.19 montre un exemple de chromosome qui traduit une solution avec trois zones décrites comme suit : la première zone est composée des cellules 2, 4, 5, 9, 11 et 12 (en gris foncé), la deuxième est composée des cellules 1, 3, 8 et 10 (en blanc), et enfin la troisième est composée des cellules 6 et 7 (gris clair).

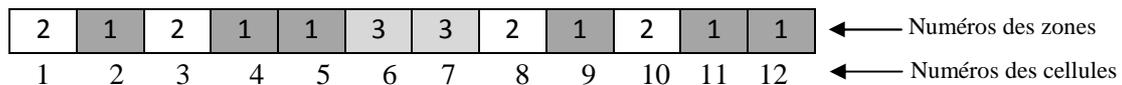


Figure 3.19 – Exemple de codage du chromosome

La taille de tous les chromosomes est égale au nombre de sites de l'instance considérée du réseau mobile. Pour chaque gène correspond une valeur comprise entre 1 et le nombre maximal toléré λ de zones à construire (λ correspond au nombre de groupes résultant de l'opération de regroupement), sachant que l'algorithme de résolution peut aboutir à de meilleurs résultats avec un nombre de zones inférieur à λ .

3.3.3.2.3 Génération des individus de la population initiale

Les individus de la population initiale sont créés de manière aléatoire. Lors de la génération des numéros des zones de tarification, seule la contrainte du nombre maximal de zones est à respecter. En effet, la valeur d'un gène est tirée selon une distribution uniforme dans l'intervalle $[1, \lambda]$, avec λ le nombre maximal de zones. Une génération aléatoire des individus permet ainsi une distribution uniforme des solutions à travers l'espace de recherche et donc une meilleure diversification de la population initiale.

3.3.3.2.4 Evaluation des chromosomes

La construction des contours des zones de tarification consiste à chercher une partition du réseau qui minimise la somme des rapports *coupe/poids* des zones de la partition. Cet objectif est donné par la formule 3.18 (cf. 3.3.3.1).

3.3.3.2.5 Sélection des parents

La sélection des parents participant à l'évolution de la population est une étape importante qui influence considérablement le résultat de l'algorithme. La stratégie de sélection choisie pour notre problème consiste à combiner le mécanisme de la roulette avec l'élitisme.

Le principe de la roulette privilégie la sélection des individus de meilleure évaluation. Une probabilité de sélection, notée $P_s(i)$, est attribuée à chaque individu i ; elle est calculée par l'équation.

$$P_s(i) = \frac{f(i)}{\sum f} \quad 3.20$$

Une fois les probabilités de sélection de tous les individus de la population obtenues, nous calculons la probabilité *cumulée* $P_{sc}(i)$ de chaque individu i .

$$\begin{cases} P_{sc}(1) = P_s(1) \\ \forall i \in [2, N] : P_{sc}(i) = P_{sc}(i-1) + P_s(i) \end{cases} \quad 3.21$$

La sélection d'un parent se fait alors par tirage aléatoire dans l'intervalle $[0, 1]$ selon une distribution uniforme, d'un nombre noté σ (Algorithme 3.4). L'individu i avec $i > 1$ est sélectionné si $\sigma \in]P_{sc}(i-1), P_{sc}(i)]$. Si $\sigma \leq P_{sc}(1)$, l'individu 1 est sélectionné.

Algorithme 3.3 - Calcul des probabilités de sélection des individus

Pour $i = 1$ **à** N **Faire**

$$P_s(i) = \frac{f(i)}{\sum f}$$

Si $i = 1$ **alors**

$$P_{sc}(1) = P_s(1)$$

Sinon

$$P_{sc}(i) = P_{sc}(i-1) + P_s(i)$$

Fin Si

Fin Pour

Le principe des algorithmes génétiques est de faire évoluer successivement les générations afin d'obtenir des enfants de meilleure qualité. Le mécanisme de sélection par roulette que nous venons de présenter permet de donner de plus fortes chances aux bons individus de se reproduire. Toutefois, il est possible de perdre les meilleurs individus au cours des générations car, comme nous l'avons déjà fait remarquer précédemment, dans les algorithmes génétiques deux parents de bonne qualité ne donnent pas forcément un bon enfant. Pour garantir la survie des meilleurs individus tout en les impliquant dans le processus de reproduction, nous proposons de compléter

notre processus de sélection par un mécanisme d'élitisme. Il consiste à conserver les N^* meilleurs individus :

$$N^* = \tau * N \quad \text{avec} \quad \tau \in [0, 1] \quad 3.22$$

Algorithme 3.4 - Opérateur de sélection par roulette

Tirage aléatoire d'un nombre $\sigma \in [0, 1]$

Si $\sigma \leq P_{sc}(1)$ **alors**

L'individu 1 est sélectionné

Sinon

Pour $i = 1$ à N **Faire**

Si $\sigma \in]P_{sc}(i-1), P_{sc}(i)]$ **alors**

L'individu i est sélectionné

Fin Si

Fin Pour

Fin Si

3.3.3.2.6 Opérateur de croisement

Il existe plusieurs opérateurs généraux de croisement dans la littérature qui ont montré leur efficacité. Toutefois, pour certains problèmes un opérateur spécifique s'avère meilleur. Nous proposons de tester notre algorithme avec deux opérateurs de croisement : un croisement général à deux points aléatoires et un croisement spécifique appelé *croisement multipoint dirigé*.

Le croisement aléatoire à deux points offre la possibilité de laisser l'algorithme libre dans l'exploration de l'espace de recherche augmentant ainsi les chances de converger vers un optimum global. Néanmoins la convergence risque d'être lente.

Toutefois, pour éviter une éventuelle perte de la structure du chromosome due principalement à la brutalité de l'opérateur de croisement qui fait abstraction des relations construites entre les cellules, nous proposons un choix non aléatoire des points de croisement, mais en suivant une règle qui consiste à choisir un pourcentage P des plus mauvais gènes comme points de croisement, c'est ce que nous appelons le croisement multipoint dirigé.

Algorithme 3.5 - Opérateur de croisement multipoint dirigé

Pour chaque parent **Faire**

$GènesCrois \leftarrow \{P\% \text{ plus mauvais gènes}\}$

Pour chaque $i \in GènesCrois$ **Faire**

Permuter le gène i des deux parents

Fin Si

Ajouter les nouveaux chromosomes à la population *Enfant*

Fin Pour

L'évaluation des gènes est obtenue en associant à chaque gène i une valeur q_i^z qui mesure sa *qualité d'affectation* à sa zone z (3.23). Cette valeur n'est rien d'autre que le poids de la cellule i par rapport aux autres cellules de sa zone z .

$$q_i^z = \frac{\sum_{j \in z, j \neq i} \Psi(i, j)}{\sigma_{j \in z, j \neq i}(V_{i, j}) * \sum_{j \in z, j \neq i} V_{i, j}} \quad 3.23$$

3.3.3.2.7 Opérateur de mutation

Nous avons utilisé notre algorithme avec deux opérateurs de mutation : une mutation aléatoire d'un gène et une autre appelée *mutation des plus mauvais gènes*.

En effet, l'objectif de la mutation est d'améliorer une solution en apportant une légère modification sur un ou plusieurs gènes. Nous proposons une méthode de mutation appelée *mutation des plus mauvais gènes* (Algorithme 3.6) qui consiste à sélectionner pour chaque zone le gène ayant la plus faible valeur de qualité d'affectation (3.23) et modifier sa valeur. La nouvelle valeur est tirée aléatoirement selon une distribution uniforme.

Algorithme 3.6 - Opérateur de mutation contrôlée

```

Pour  $z = 1$  à  $NZone$  Faire
  Pour  $i = 1$  à  $NCell$  Faire
    Si  $q_i^z = \min(q^z)$  alors
      Tirage aléatoire d'un nombre  $a \in \{1, 2, \dots, NZone\}$ 
      Si  $a \neq z$  Alors
        La valeur du gène  $i$  est remplacés par  $z$ 
      Fin Si
    Fin Si
  Fin Pour
Fin Pour

```

3.3.3.3 Résultat expérimentaux

L'algorithme a été testé avec plusieurs paramétrages différents et nous avons retenu celui qui offre les meilleurs résultats :

- Taille de la population : 1500 individus.
- Nombre d'individus élites : 10 individus.
- Pourcentage de mauvais gènes pour le croisement dirigé : 30%.
- Taux de croisement : 100%.
- Taux de mutation : 100%.

- Critère d'arrêt : l'algorithme s'arrête si la solution n'est pas améliorée au bout de 50 générations.

Les tests sont organisés en deux séries : la première série est réalisée en utilisant les opérateurs de croisement et mutation aléatoires, et la deuxième en utilisant les opérateurs spécifiques que nous avons décrits précédemment.

Le Tableau 3.7 montre que l'algorithme trouve les meilleures solutions en termes de fonction de coût lorsque l'on utilise les opérateurs spécifiques, ceci s'explique par le fait que ces opérateurs agissent sur les mauvais gènes et sont donc plus efficaces pour réduire les conflits au fil des générations. Ce résultat se confirme à travers les temps de calcul. Grâce à un temps de calcul plus court les opérateurs aléatoires visitent un nombre de solutions beaucoup plus grand sans pour autant en tirer profit au niveau de la qualité du résultat final. Le calcul plus rapide est dû au fait que les opérateurs spécifiques effectuent une évaluation de tous les gènes à chaque opération génétique.

	<i>2 zones</i>		<i>3 zones</i>		<i>4 zones</i>		<i>5 zones</i>	
	<i>Aléatoires</i>	<i>Spécifiques</i>	<i>Aléatoires</i>	<i>Spécifiques</i>	<i>Aléatoires</i>	<i>Spécifiques</i>	<i>Aléatoires</i>	<i>Spécifiques</i>
<i>Nombre de génération</i>	436	265	394	255	412	247	571	347
<i>Temps d'exécution</i>	0h52mn	1h25mn	0h47	1h07mn	0h51	1h09mn	1h13mn	1h56mn
<i>Meilleure Fitness</i>	0,462	0,438	1,12	1,077	2,241	2,016	3,083	3,001

Tableau 3.7 – Comparaison des algorithmes

Ces résultats montrent que malgré que les opérateurs de croisement et de mutation aléatoires offrent un meilleur temps de convergence de l'algorithme, les opérateurs spécifiques sont plus performants en atteignant des solutions de meilleure qualité en parcourant une plus petite zone de l'espace de recherche.

Pour chaque série de tests, nous avons exécuté l'algorithme plusieurs fois en variant à chaque exécution le nombre de zones. Les figures suivantes présentent les résultats obtenus pour des découpages en 2, 3, 4 et 5 zones.

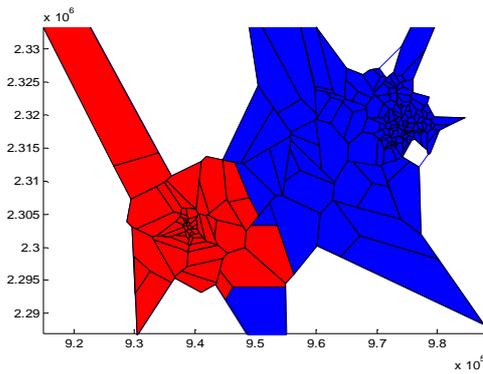


Figure 3.20 – Découpage spatial en 2 zones

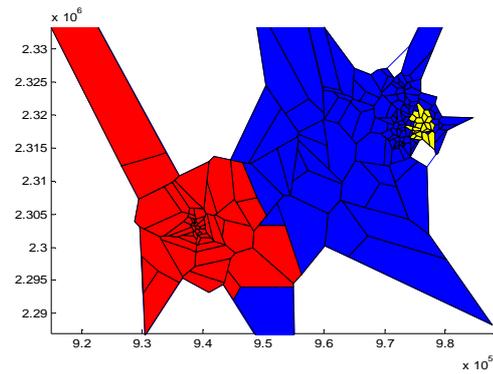


Figure 3.21 – Découpage spatial en 3 zones

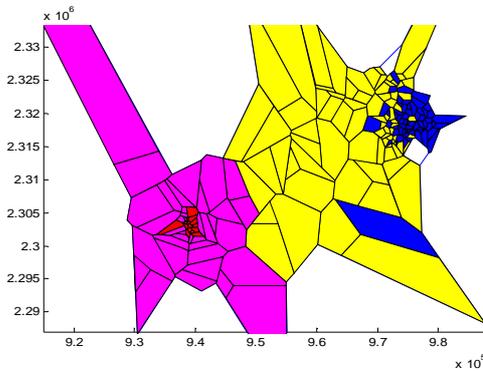


Figure 3.22 – Découpage spatial en 4 zones

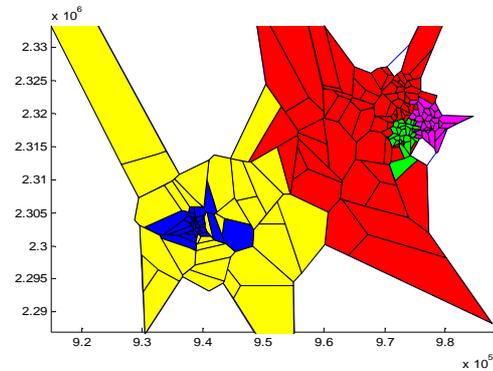


Figure 3.23 – Découpage spatial en 5 zones

L'instance de réseau utilisée pour ces tests contient 190 cellules couvrant deux villes respectivement de petite et moyenne taille. Le découpage en 2 zones illustré par la Figure 3.20 présente chaque ville et sa périphérie comme une zone. Lorsqu'on effectue un découpage en 3 zones (Figure 3.21), une partie du centre de la ville de taille moyenne se distingue comme nouvelle zone. Le passage à 4 zones (Figure 3.22) fait apparaître le centre de la petite ville comme une zone. Ces résultats montrent que l'algorithme mesure l'importance des ressemblances des profils de demande. L'analyse de ces profils a montré que l'écart de ressemblance entre les profils du centre ville et ceux de la périphérie est plus important pour la ville de moyenne taille. Enfin, le découpage en 5 zones (Figure 3.23) montre que les cellules du centre de la ville de taille moyenne se réorganisent et produisent deux zones distinctes.

Ces résultats indiquent que la formalisation du problème de découpage spatial en problème de partitionnement de graphe est efficace. La fonction objectif définie et l'algorithme d'optimisation utilisés sont en mesure d'effectuer un partitionnement spatial du réseau en zones de tarification. Toutefois, cette méthode de partitionnement n'est pas parfaite et des ajustements peuvent s'avérer nécessaires en fonction des cas à traiter.

3.3.4 Découpage temporel

3.3.4.1 Principe

Nous avons considéré dans les tests de simulation précédents que chaque heure de la journée constitue une période. Pour des raisons cognitives (cf. 1.1.2.2), nous souhaitons minimiser le nombre de périodes de la journée.

Nous définissons une période comme une suite d'heures successives de la journée où le tarif à appliquer peut être semblable pour toutes les heures. Or, dans le modèle de tarification planifiée le prix est calculé en fonction de la variation de la demande. Par conséquent, l'analyse des profils de demande des cellules du réseau pour une heure donnée, permet de déterminer la période à laquelle elle appartient. Ainsi, le problème de découpage temporel est vu comme un problème de clustering des heures que nous formalisons comme suit :

- Les individus à regrouper sont les heures de la journée.
- Les variables sont les valeurs de la demande dans les cellules du réseau.

Le regroupement des heures est réalisé en utilisant l'algorithme k-means décrit dans la section 3.3.2.1. Dans ce cas, les données d'entrée de l'algorithme de regroupement sont organisées dans une matrice $N_{Heur} \times N_{Cell}$ comme le montre le Tableau 3.2 de la section 3.1.3 où le réseau est composé de 100 cellules.

En fonction de la taille du réseau, le nombre de cellules peut être élevé, et par conséquent la taille des individus devient importante. Or, la qualité du regroupement est d'autant plus grande que le nombre de variables est réduit. Pour réduire le nombre de variables nous proposons d'utiliser une technique dite ACP (Analyse en Composantes Principales).

L'ACP est une méthode mathématique de l'analyse de données qui permet des transformations linéaires d'un grand nombre de variables intercorrélées de manière à obtenir un nombre relativement limité de composantes non corrélées [Vog93]. En d'autres termes, elle permet de réduire la dimension de l'espace de travail en tirant partie des corrélations entre les variables descriptives des individus.

La technique d'ACP consiste à calculer la matrice des covariances, la diagonaliser et en extraire les valeurs propres. Les vecteurs propres de la matrice définissent les axes factoriels. Il s'agit ensuite de projeter les données sur ces axes factoriels et de retenir la projection des données sur les n premiers axes. La valeur de n (le nombre d'axes à retenir) est déterminée par le pourcentage d'inertie expliquée par chaque axe. Un total de 80% d'inertie expliquée est suffisant pour représenter l'information utile [Jac91]. La Figure 3.29 montre un exemple de graphe des 7 premières valeurs propres obtenues avec une ACP sur une matrice 24×140 . Les 4 premières valeurs représentent 81.34% de la

somme totale des valeurs, ceci correspond à la quantité d'information utile que portent les 4 premiers axes factoriels. La dimension de l'espace de travail dans ce cas, peut être réduite à 4.

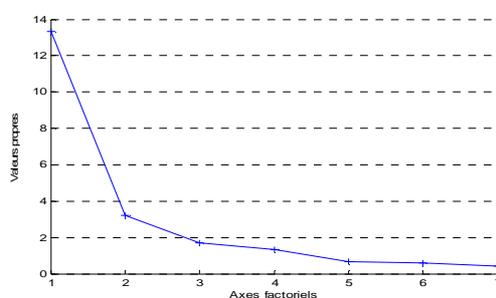


Figure 3.24 – Exemple d'inertie expliquée pour une ACP

La méthode de découpage temporel que nous proposons consiste alors à effectuer dans un premier temps une agrégation des données avec une ACP. Ensuite, Nous utilisons l'algorithme *k-means* avec la distance euclidienne (3.10). Le choix de cette distance est lié au fait qu'après l'application de l'ACP, la dimension des objets à classer est généralement réduite à 2, 3 ou 4. Pour une telle dimension, la distance euclidienne s'avère plus efficace que la corrélation de Pearson.

3.3.4.2 Résultats expérimentaux

Nous avons effectué une série de tests sur l'instance du réseau présentée précédemment. La Figure 3.25 montre que l'application de l'ACP sur la matrice de données réduit la dimension de l'espace des variables à $Dimension = 2$. En effet, les 2 premières valeurs représentent 90.94% de la somme totale des valeurs.

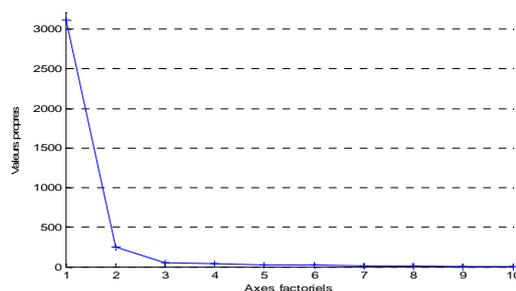


Figure 3.25 - Inertie expliquée pour une ACP appliquée au données du réseau test

Nous avons lancé plusieurs exécutions de l'algorithme *k-means* en variant le nombre de groupe d'heures à construire. La Figure 3.26 montre un exemple de résultats. Chaque barre représente le résultat d'une exécution de l'algorithme, chaque couleur représente un groupe d'heures issu du processus de regroupement i.e. une période. Enfin, les numéros représentent les heures de la journée de minuit à 23 heures.

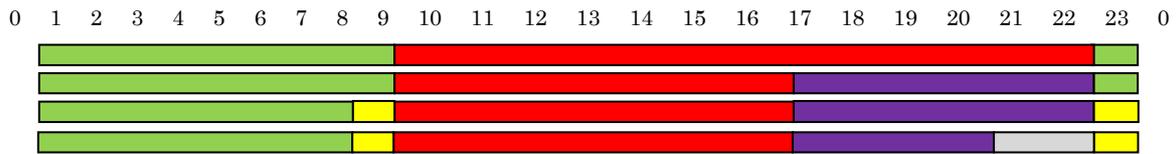


Figure 3.26 – Découpage temporel en périodes d'une journée travaillé

Ces résultats montrent que la méthode que nous proposons distingue bien les périodes selon les habitudes des clients. En effet, un découpage en 2 périodes distingue une période de nuit qui s'étend de 23 heures à 9 heures et une autre période de 9 heures à 23 heures qui regroupe le jour et la soirée. Lorsqu'on effectue un découpage en 3 périodes, la période soirée se distingue entre 17 heures et 23 heures. Le découpage en 4 périodes fait apparaître une période supplémentaire qui regroupe les deux heures : de 8 heures à 9 heures et de 23 heures à minuit. L'apparition de cette période montre l'efficacité de notre méthode car ces deux heures ont une spécificité commune, elles constituent les deux points de transition avec la période de nuit qui a la caractéristique d'être une période à très faible demande i.e. entre 8 heures et 9 heures la demande augmente brusquement de façon très importante et l'inverse se produit entre 23 heures et minuit. Un découpage en 5 périodes divise la période de soirée en deux : la période de soirée proprement dite de 17 heures à 21 heures et la période de fin de soirée de 21 heures à 23 heures. Cette méthode propose une série de découpages en périodes et le choix d'un découpage revient à l'opérateur qui peut aussi apporter des modifications à un découpage avant de l'adopter.

Le découpage présenté dans cet exemple est obtenu en utilisant les données d'une journée travaillée. L'analyse des données d'un week-end ou d'un jour férié donne des résultats légèrement différents. La Figure 3.27 montre les résultats d'un découpage en périodes d'un *dimanche*. Bien que la période de nuit reste identique à celle distinguée pour un jour travaillée, la période de jour présente quelques différences. D'une part elle reste relativement stable malgré la variation du nombre de périodes, et d'autre part l'heure de transition de la nuit vers le jour se situe entre 9 heures et 10 heures alors qu'elle était entre 8 heures et 9 heures pour la journée travaillée.

Ces résultats montrent l'efficacité de la méthode que nous proposons pour le découpage temporel. Elle offre à l'opérateur une aide à la décision pour déterminer le découpage de la journée en périodes. La possibilité d'étudier différents types de journée : jour travaillé, jour férié, week-end, etc. ouvre des perspectives d'études d'une grille tarifaire pour une semaine complète.

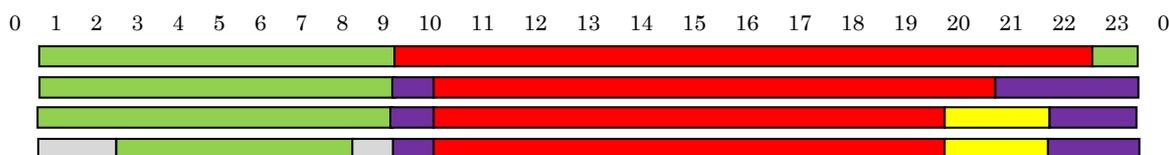


Figure 3.27 – Découpage temporel en périodes d’une journée de week-end

3.4 Conclusion

La généralisation du modèle de tarification planifiée à un réseau complet est confrontée à des difficultés techniques de mise en œuvre et des contraintes cognitives liées essentiellement à la perception de la grille tarifaire par les clients. Ces difficultés et contraintes sont étroitement liées aux profils de demande des cellules. Pour pallier les difficultés et satisfaire les contraintes posées, nous avons proposé de traiter des groupes de cellules qui présentent des similarités de profils de demande. Le principe de la démarche consiste alors à regrouper les cellules du réseau selon les similarités de leurs profils de demande et de traiter ensuite chaque groupe de cellules comme un « sous-réseau ». Ainsi, il est possible de calculer pour chaque groupe, considéré comme une zone, une grille tarifaire unique, d’où le principe de tarification par zones.

Pour partager le réseau en groupes de cellules, nous avons dans un premier temps utilisé une méthode de classification automatique basée sur l’algorithme *k-means*. Bien que cette méthode satisfasse le critère de similarité des profils de demande, elle s’avère incapable de déterminer les contours géographiques des zones de tarification, i.e. prendre en compte la connexité géographique des cellules d’une même zone.

L’intégration du paramètre géographique dans la construction des zones de tarification a engendré une nouvelle formalisation du problème. En effet, nous avons considéré le problème du découpage spatial du réseau comme un problème de partitionnement de graphe non contraint. Les cellules représentent les nœuds du graphe et les relations entre ces cellules sont des arêtes pondérées par deux poids : la corrélation des cellules et leur distance de voisinage. La difficulté majeure d’un problème de partitionnement de graphe non contraint est la formalisation de sa fonction objectif. Nous avons proposé une adaptation de la formule de calcul de *ratio*. Cette adaptation consiste d’une part à prendre en compte la dispersion géographique des cellules à travers le calcul de l’écart type des distances de voisinage, et d’autre part à éviter la dominance des zones ayant un faible nombre de cellules en intégrant le nombre d’arêtes dans la formule de calcul du poids et de la coupe d’une zone.

La recherche d’une solution au problème de partitionnement nécessite un algorithme d’optimisation. Nous avons choisi d’utiliser un algorithme génétique, ce choix est lié à la capacité de ce type d’algorithme à s’adapter à un très grand nombre de problèmes

d'optimisation. Plusieurs tests ont été nécessaires pour trouver un bon paramétrage de l'algorithme et les résultats obtenus sont satisfaisants.

D'autre part, la nécessité de proposer aux clients une grille tarifaire simple et facile à percevoir pose une contrainte de découpage de la journée en périodes. Nous avons proposé d'utiliser l'algorithme *k-means* pour regrouper les heures ayant un comportement similaire en termes de fluctuation de la demande. Le problème de la taille importante des matrices de données a été résolu par l'agrégation de données à l'aide d'une ACP. Cette méthode propose des découpages en différents nombres de périodes et laisse le choix à l'opérateur d'adopter le découpage adéquat selon ses propres critères.

Les méthodes proposées dans ce chapitre nous permettent de découper la journée en périodes et d'organiser le réseau en zones de tarification. Chaque zone contient des cellules ayant des similarités de demande. Ainsi il est possible de calculer pour chaque zone une grille tarifaire unique. Le chapitre suivant reprend le processus complet de génération des grilles tarifaires pour un réseau.

Chapitre 4 Evaluation et simulation

Dans ce chapitre nous présentons une évaluation du modèle de tarification par zones avec deux types d'évaluation. Dans la première partie nous évaluons l'impact de la nouvelle grille tarifaire sur les performances du réseau avec une synthèse des méthodes retenues pour réaliser le processus complet de génération de la grille tarifaire. Les performances sont mesurées à chaque étape. Dans la deuxième partie nous testons la robustesse du modèle. Celle-ci est éprouvée à l'aide d'un environnement de simulation qui permet de réaliser des variations de la demande offerte. Ainsi nous pouvons évaluer la robustesse de l'approche face à la mobilité spatiale des clients.

Sommaire

4.1	Génération et évaluation d'une grille tarifaire	142
4.1.1	Traitement du réseau test	142
4.1.2	Evaluation des grilles tarifaires	146
4.1.3	Synthèse des résultats.....	149
4.2	Evaluation de la robustesse du modèle	150
4.2.1	Description de l'environnement de simulation	151
4.2.2	Formalisation de l'environnement de simulation.....	153
4.2.3	Simulation et résultats	156
4.2.4	Synthèse des résultats.....	165
4.3	Conclusion	166

4.1 Génération et évaluation d'une grille tarifaire

Dans cette partie nous reprenons et nous évaluons les solutions algorithmiques que nous avons retenues pour le processus complet de génération d'une grille tarifaire. Ce processus de génération d'une grille tarifaire est donné par les étapes suivantes :

- Redimensionnement des cellules à congestion permanente.
- Découpage temporel de la journée en périodes.
- Découpage spatial du réseau en zones de tarification.
- Calcul d'une grille tarifaire pour chaque zone.

Pour mettre en évidence l'effet des méthodes que nous avons proposées sur les performances du réseau, nous comparons les résultats obtenus dans chaque étape aux résultats obtenus dans des conditions « idéales ». Nous appelons conditions idéales du processus d'optimisation, les conditions pour lesquelles le gain en performance est maximal, c'est-à-dire :

- **Optimisation individuelle des cellules** : une grille tarifaire est calculée pour chaque cellule indépendamment des autres cellules, le gain en performance est alors maximal sur l'ensemble du réseau car la congestion est réduite localement de façon idéale sans contrainte venant des profils de demande des autres cellules.
- **Optimisation heure par heure** : chaque heure de la journée est considérée comme une période où une taxe sera appliquée. Par conséquent, les prix de la nouvelle grille tarifaire varieront d'une heure à l'autre pour chaque cellule. Dans ce cas, nous pourrions avoir un ajustement optimal du coût à la situation de chaque heure.

Il est clair que ces résultats de référence ne sont pas applicables sur le terrain car la lisibilité d'une grille tarifaire changeant à chaque cellule et avec un prix différent pour chaque heure est incompréhensible pour le client et quasiment inexploitable pour l'opérateur. Les performances obtenues dans ces conditions sont simplement considérées comme référence théorique pour les résultats que l'on cherche à obtenir. Par la suite, à chaque étape du processus les indicateurs de performances sont évalués et comparés aux indicateurs obtenus pour les autres étapes. A la fin du processus nous présenterons une analyse récapitulative de tous les indicateurs de performance.

4.1.1 Traitement du réseau test

L'instance de réseau utilisée pour ces tests a été présentée précédemment, elle comporte 83 sites couvrant 190 cellules réparties sur deux villes et leurs périphéries. Les cellules ont des profils de demande variés avec des capacités différentes.

4.1.1.1 Performances de référence sans redimensionnement

Le premier travail que nous avons effectué consiste à calculer une grille tarifaire individuelle pour chaque cellule indépendamment des autres où chaque heure du jour est considérée comme une période. Ce cas représente le cas idéal de calcul de grille pour la décongestion du réseau où le modèle de tarification élimine le maximum de congestion. L'algorithme bénéficie d'une totale liberté pour le traitement spatial et temporel des tarifs. La Figure 4.1 présente les indicateurs de performance obtenus.

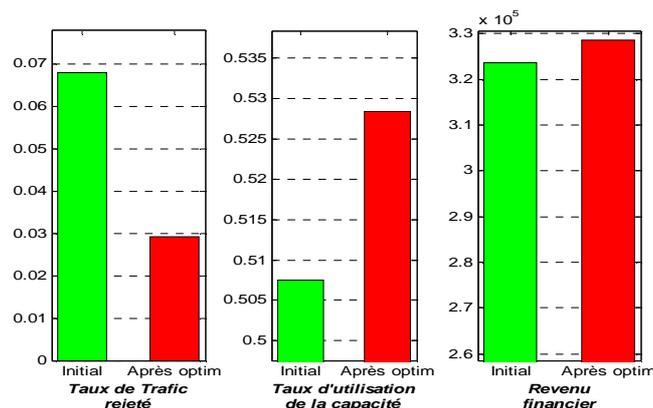


Figure 4.1 – Indicateurs de performance de référence avec optimisation par cellule et par heure

Ces résultats montrent que le modèle de tarification réduit la congestion de plus de 50%, elle passe d'un peu moins de 7% à seulement 3%. Le taux d'utilisation du réseau a très légèrement augmenté en passant de 50,7% à 53% environ. Le revenu financier quant à lui a faiblement augmenté sachant que l'optimisation a été effectuée avec une contrainte $\varepsilon > 0$ qui ne cherche pas à augmenter sensiblement le revenu financier mais simplement à interdire les pertes.

Bien que le trafic rejeté soit considérablement réduit, l'objectif cible de 2% de trafic rejeté n'est pas atteint. Il pourrait être atteint si une légère perte financière était tolérée. L'analyse des profils de demandes des cellules montre que cela est dû aux cellules à congestion permanente où le gain en termes de trafic rejeté est insignifiant. Ceci montre bien l'importance d'un pré-traitement spécifique pour ces cellules. Le paragraphe suivant présente les résultats de référence obtenus après le redimensionnement des cellules à congestion permanente.

4.1.1.2 Performances de référence avec redimensionnement

Afin d'améliorer les performances du réseau, nous appliquons le processus de détection et de redimensionnement des cellules présenté dans la section précédente sur le réseau test. Nous avons choisi arbitrairement le seuil $\gamma^{max} = 0,25$ donc nous redimensionnons les cellules qui ne peuvent pas accueillir au moins un quart du trafic rejeté. Le nombre de cellules redimensionnées par ce processus est de 24 cellules soit environ 12% du

réseau. La Figure 4.2 présente les indicateurs de performance du réseau obtenus suite au redimensionnement des 24 cellules à congestion permanente.

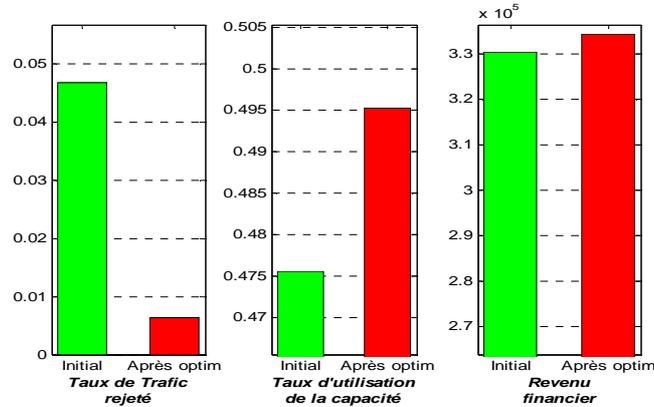


Figure 4.2 - Indicateurs de performance de référence après le redimensionnement

Le redimensionnement conduit bien entendu à réévaluer les indicateurs de performances avant optimisation. On a donc des valeurs différentes, légèrement améliorées, sur les trois critères analysés. Après optimisation, l'effet du redimensionnement sur le taux de rejet est important. La Figure 4.2 montre que la réduction de la congestion dépasse largement les attentes : le taux de congestion après optimisation est de moins de 1% alors que la cible est de 2%. Ces résultats montrent l'efficacité du modèle de tarification pour traiter la congestion lorsqu'elle est localisée dans le temps donc lorsqu'elle sensible à un ajustement tarifaire. Pour la suite des tests nous utiliserons ce réseau redimensionné.

Ces résultats de référence sont obtenus en considérant chaque heure comme période. La section suivante présente le découpage temporel de la journée en périodes spécifiques.

4.1.1.3 Découpage temporel de la journée

Dans les tests précédents nous avons considéré chaque heure de la journée comme une période. Pour que la grille tarifaire soit facile à percevoir par les clients et facile à gérer par l'opérateur, nous effectuons un découpage temporel qui vise à regrouper les heures qui présentent des propriétés similaires de demande, et ainsi identifier les différentes périodes correspondant à chaque niveau de charge. Nous appliquons le processus de regroupement des heures décrit dans la section 3.3.3.1 du chapitre 3. La Figure 4.3

présente les résultats obtenus en variant le nombre de périodes à considérer de 2 à 5 périodes. Chaque couleur correspond à une période et regroupe les heures représentées par les numéros au-dessus des barres.

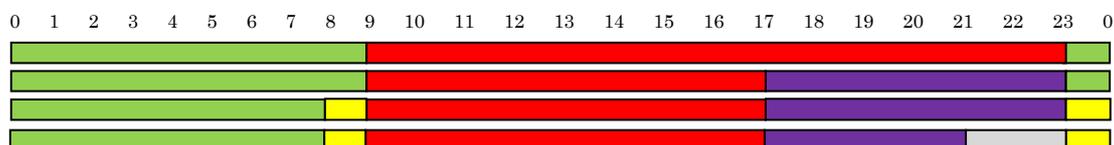


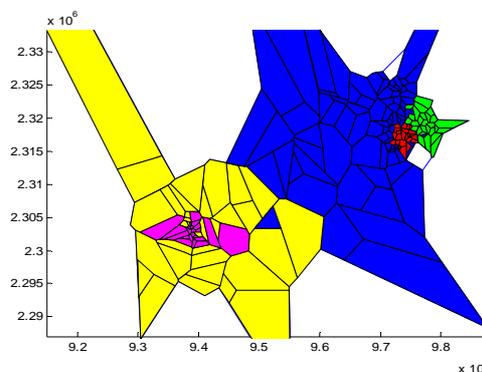
Figure 4.3 – Découpage temporel en périodes

Ces résultats proposent un raffinement progressif du découpage. Globalement, à chaque fois que l'on augmente le nombre de périodes, une période du découpage précédent se scinde en deux. Toutefois, les heures entre 8 heures et 9 heures et entre 23 heures et minuit se distinguent particulièrement pour les raisons évoquées dans le chapitre 3.

Le choix d'un découpage parmi ces découpages proposés revient à l'opérateur. Nous avons choisi pour ces tests le découpage en 3 périodes car nous estimons qu'il est adaptable au comportement connu des clients. Ce découpage est composé d'une période de nuit qui s'étend de 23 heures jusqu'à 9 heures, une période de journée entre 9 heures et 17 heures et une période de soirée qui regroupe les heures entre 17 heures et 23 heures. Nous utilisons ce découpage temporel dans la suite pour tous les tests.

4.1.1.4 Découpage spatial du réseau

Pour prendre en compte la diversité des profils de demande des cellules, nous proposons un découpage spatial du réseau en zones de tarification suivant le principe présenté en section 3.3.2 du chapitre 3. Nous avons effectué plusieurs découpages en variant le nombre de zones et nous avons retenu pour ce test le découpage en 5 zones (Figure 4.4).

**Figure 4.4 – Découpage spatial en 5 zones de tarification**

Le choix de ce découpage se justifie par le fait qu'il représente un zonage proche de la réalité : on distingue nettement les deux villes avec leurs centres respectifs et leurs

périphéries. Le processus de traitement du réseau nous a permis d'identifier d'une part, les cellules à congestion permanente et leur redimensionnement et d'autre part, les différentes périodes et zones de tarification. Le paragraphe suivant présente une analyse comparative des indicateurs de performance du réseau obtenu dans les trois cas d'optimisation : optimisation individuelle des cellules, optimisation globale du réseau et optimisation par zone.

4.1.2 Evaluation des grilles tarifaires

Les résultats présentés dans cette section sont obtenus avec des tests effectués sur le réseau présenté précédemment avec les cellules redimensionnées, un découpage temporel en 3 périodes et un découpage en 5 zones pour le dernier test.

4.1.2.1 Grille tarifaire individuelle par cellule

Pour montrer l'effet du découpage temporel sur les performances du réseau, nous avons effectué un test qui consiste à calculer une grille tarifaire par cellule en considérant les 3 périodes décrites précédemment. Les indicateurs de performance illustrés par la Figure 4.5 montrent que le découpage du jour en périodes diminue les performances du réseau en augmentant sensiblement le taux de trafic rejeté relativement aux résultats obtenus avec une optimisation heure par heure (Figure 4.2). Toutefois, l'objectif cible des 2% de trafic rejeté est atteint avec l'optimisation individuelle des cellules i.e. en calculant une grille tarifaire individuelle pour chaque cellule. Le paragraphe suivant présente le calcul d'une grille tarifaire pour le réseau complet.

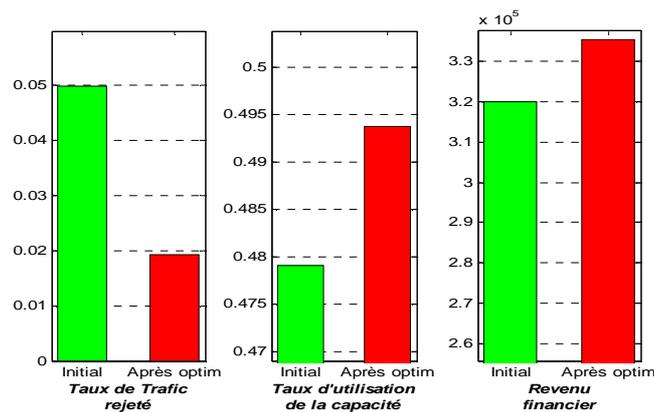


Figure 4.5 – Indicateurs de performance avec optimisation par cellule pour 3 périodes

4.1.2.2 Grille tarifaire unique pour le réseau

Bien que l'optimisation individuelle des cellules donne des résultats très satisfaisants, les contraintes opérationnelles d'utilisation de telles grilles par les clients et l'opérateur obligent à calculer une grille tarifaire unique pour l'ensemble des cellules. Ce processus consiste à chercher la grille tarifaire qui minimise le taux global de trafic rejeté par toutes les cellules. Les résultats de ce test sont illustrés par la Figure 4.6. Ce test montre que le modèle de tarification planifiée peut calculer une grille tarifaire unique qui réduit la congestion dans le réseau de 5% à 3%.

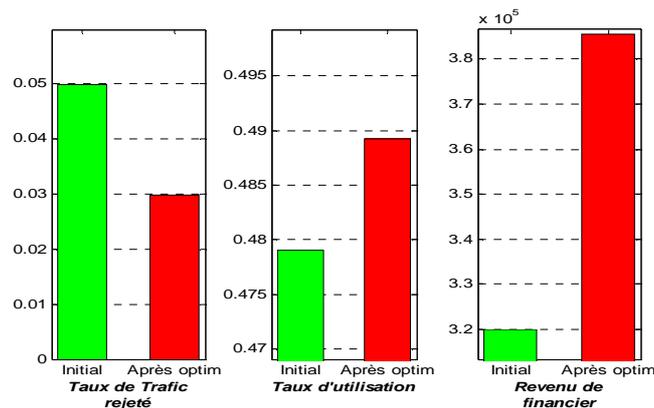


Figure 4.6 – Indicateurs de performance avec optimisation globale du réseau pour 3 périodes

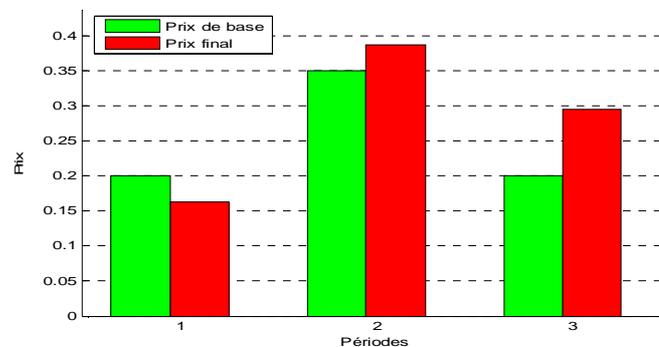


Figure 4.7 – Grilles tarifaires pour le réseau

La Figure 4.7 montre que le modèle augmente significativement le prix de la période de soirée où la majorité des cellules est congestionnée. Durant la période de journée, la plus grande partie des cellules présentent plus ou moins de la congestion mais d'autres cellules n'ont aucune congestion durant cette période. C'est la raison pour laquelle le modèle augmente le prix durant cette période mais de façon moins importante relativement à la période de soirée. La période de nuit étant creuse pour toutes les cellules, le modèle de tarification réduit le prix pour tenter d'attirer de la demande.

Par ailleurs, ces résultats montrent la pertinence du modèle de comportement des clients. En effet, l'augmentation du prix durant les périodes de journée et de soirée a bien diminué la congestion. Sachant que la période de nuit n'a pas accueilli une demande supplémentaire significative, il est évident que la demande est reportée de la période de soirée vers les moments creux de la période de journée. Le modèle de comportement a donc trouvé un équilibre entre le prix et la préférence des clients, par le fait de réduire l'écart entre le prix de la soirée et le prix de la journée, certains clients préféreront appeler pendant la journée en estimant que les nouveaux rapports préférence/prix leurs conviennent mieux.

Bien que le modèle de tarification ait réduit la congestion, cette réduction est nettement inférieure à celle obtenue avec l'optimisation individuelle des cellules (Figure 4.5). L'analyse montre que les différences des profils de demande des cellules du réseau sont à l'origine de cet écart entre les performances obtenues avec l'optimisation individuelle des cellules et l'optimisation globale du réseau. Dans le paragraphe suivant nous présentons maintenant les résultats obtenus avec l'optimisation par zone qui vise à découper le réseau en plusieurs sous-ensembles.

4.1.2.3 Grille tarifaire par zone

Pour améliorer les performances du réseau, nous avons effectué un découpage spatial (Figure 4.4) en zones de tarification. Chaque zone représente une partie de l'espace géographique couvert par le réseau. Les cellules d'une zone ont majoritairement des propriétés similaires de demande offerte. Toutefois, pour mieux définir les contours géographiques et la lisibilité des zones, certaines cellules sont affectées à une zone dont les cellules sont très différentes en termes de profil de demande. Malgré la difficulté de trouver cet équilibre entre les similitudes de profils de demande et la proximité géographique des cellules, le modèle de tarification a pu calculer des grilles tarifaires par zone qui réduisent globalement la congestion dans le réseau.

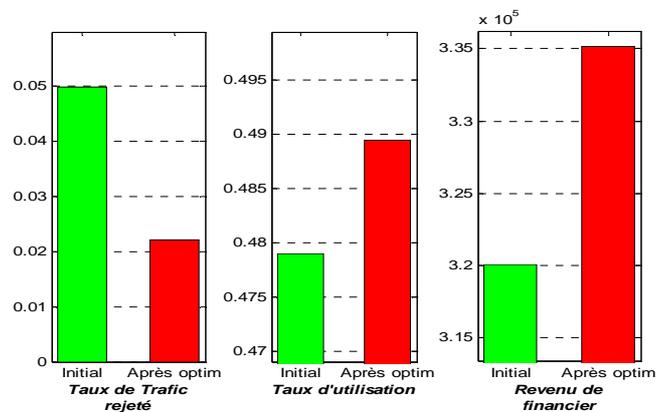


Figure 4.8 – Indicateurs de performance avec optimisation par zone pour 3 périodes

La Figure 4.8 montre que la tarification par zone réduit significativement la congestion par rapport à la tarification unique du réseau complet (Figure 4.6). Cette méthode permet d'approcher pour ce réseau test l'objectif cible des 2% de trafic rejeté. Toutefois, nous n'avons pas enregistré un gain significatif au niveau du taux d'utilisation du réseau et nous constatons une légère perte de revenu par rapport à l'optimisation globale. Cependant les résultats sur les trois critères sont tout à fait comparables à ceux obtenus en considérant une optimisation par cellule (Figure 4.5) et on a une gestion de grille beaucoup plus simple puisqu'il n'existe que 5 grilles différentes.

La Figure 4.9 illustre les grilles tarifaires des cinq zones pour 3 périodes (nuit, jour de 9h à 17h, soirée de 17h à 23h), chaque couleur correspond à la zone représentée par la

même couleur dans la Figure 4.4. Ces résultats montrent que les prix baissent durant la période de nuit dans toutes les zones pour la totalité des cellules du réseau. Durant la période de soirée, les prix augmentent significativement dans les cinq zones afin de réduire la demande très importante durant cette période dans la majorité des cellules. La période de journée marque la distinction entre les zones. En effet, le prix baisse dans la zone 2 et la zone 3 où une grande partie des cellules ne présentent pas de congestion significative. Dans la zone 5 un juste équilibre est trouvé en variant uniquement le prix durant les périodes de nuit et de soirée. En revanche le tarif augmente légèrement dans les zones 1 et 4 durant la période de journée où la congestion est non négligeable pour la majorité des cellules.

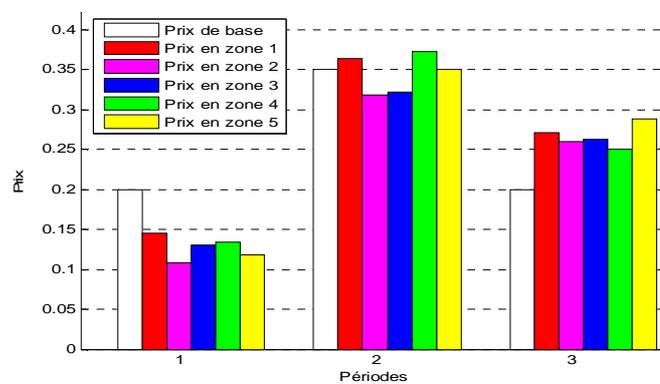


Figure 4.9 – Grilles tarifaires par zone

Par ailleurs, ce dernier résultat est particulièrement intéressant puisqu'il montre la pertinence de la méthode de découpage spatial que nous avons proposée. En effet, les zones 1 et 4 sont deux zones relativement petites et voisines, et leurs prix augmentent durant la journée et la soirée, et baissent durant la nuit, pourtant l'algorithme les distingue comme deux zones différentes. Les nouvelles grilles tarifaires de ces deux zones montrent que les cellules de la zone 1 sont légèrement moins congestionnées durant la journée que les cellules de la zone 4 puisque le prix de cette dernière est légèrement plus élevé. En revanche, durant la période de soirée ce sont les cellules de la zone 4 qui sont moins congestionnées vu que leur prix est moins élevé. Cette différence des profils de demande explique la distinction des zones par l'algorithme.

4.1.3 Synthèse des résultats

Les tests effectués sur l'instance de réseau présentée montrent que le modèle de tarification planifiée répond efficacement à l'objectif de calculer une grille tarifaire incitative pour réduire la congestion dans le réseau. Un ensemble de méthodes et de solutions a été proposé pour pallier les difficultés dues à la congestion et améliorer les résultats. Il est évident que les meilleurs résultats sont obtenus lorsque le modèle calcule une grille tarifaire pour chaque cellule, mais cette solution montre ses limites au niveau

du confort des clients qui verront le prix de leur communication changer au fur et à mesure qu'ils se déplacent dans le réseau. La solution la plus confortable pour les clients est le calcul d'une grille tarifaire unique pour le réseau, mais cette solution réduit les performances du réseau en termes de trafic rejeté. La Figure 4.10 montre qu'un compromis peut être trouvé entre le confort des clients et les performances du réseau en proposant la tarification par zone. En effet, le taux de trafic rejeté avec une tarification par zone est certes légèrement plus élevé que le taux de rejet avec la tarification par cellule, mais il est nettement moins important que celui obtenu lorsque la grille tarifaire est calculée pour le réseau complet.

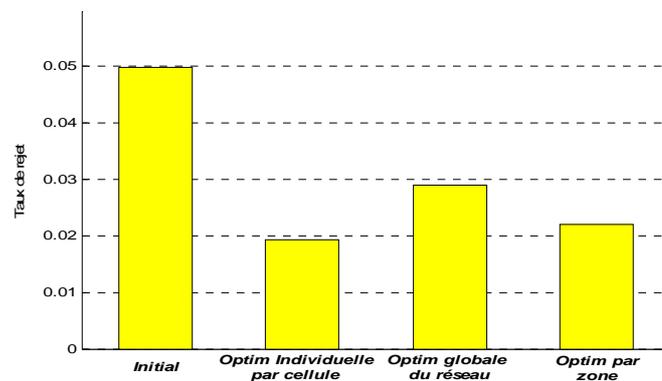


Figure 4.10 – Synthèse des taux de rejet des différents scénarios

Ces résultats prouvent l'efficacité du modèle de tarification planifiée et la pertinence des méthodes proposées pour répondre aux objectifs. Le modèle de tarification planifiée est basé sur l'analyse macroscopique de l'historique de la demande dans les cellules en faisant abstraction du nombre de clients. Cette méthode offre l'avantage de mener l'étude sur la *demande offerte qui est la mesure quantitative de l'occupation des canaux de communication*, mais elle présente toutefois une limite liée au *nombre de clients* présents dans la cellule et donc à la prise en compte de leur *mobilité* effective. Pour évaluer l'impact de la mobilité sur la robustesse du modèle de tarification, nous proposons maintenant de le tester dans un environnement de simulation.

4.2 Evaluation de la robustesse du modèle

Le modèle de tarification planifiée que nous proposons repose en partie sur la prévision du comportement des clients ayant appelé à une période, à un prix et dans un lieu donné. En particulier, le modèle de comportement utilise l'historique des données du réseau pour estimer l'attitude des clients face à une grille tarifaire et l'intégration du paramètre de préférence dans le calcul de l'utilité permet de prendre en compte implicitement la mobilité des clients.

Pour évaluer la robustesse du modèle de tarification planifiée face à la mobilité des clients, nous proposons de le tester dans un environnement de simulation où une nouvelle demande est calculée par une fonction du nombre de clients ayant appelé et de la nouvelle grille calculée. Ainsi l'environnement permet de comparer l'estimation faite par le modèle de tarification, de la nouvelle demande associée à la grille qu'il a générée pour décongestionner, et la génération d'une nouvelle demande obtenue par simulation de l'application de la grille générée. La partie suivante décrit l'environnement que nous avons conçu pour ce travail.

4.2.1 Description de l'environnement de simulation

L'objectif de cet environnement est de simuler la demande suite à la génération de la nouvelle grille tarifaire. Nous considérons un nombre $NClient$ de clients d'un réseau composé d'un ensemble $NCell$ de cellules. Les clients sont répartis par cellule et par heure. On note $NClient_{n,i}$ le nombre de clients dans la cellule n durant l'heure i .

L'évaluation de la robustesse du modèle de tarification face à la mobilité des clients consiste tout d'abord à générer des profils de demande ρ^0 à partir du nombre de clients $NClient$ et d'une grille tarifaire initiale P^0 . Ces profils de demande et la grille tarifaire initiale seront utilisés par le modèle de tarification pour calculer une nouvelle grille tarifaire P^1 qui réduira la congestion en produisant une estimation de la nouvelle répartition de la demande notée ρ^1 . L'utilisation de cette grille permettra alors de produire une nouvelle demande ρ^2 en simulant la réaction des clients $NClient$ face à ces nouveaux tarifs. La robustesse du modèle sera mesurée par les différences de profil entre les deux demandes ρ^1 et ρ^2 et par l'évaluation des performances du réseau sur la base des critères sur le taux de rejet, le taux d'utilisation du réseau et le revenu. Ainsi, l'environnement de simulation est composé de deux systèmes :

- **Générateur de demande** (Figure 4.11)

Ce système joue le rôle d'un mécanisme de reproduction du comportement collectif des clients. Il se base sur une loi probabiliste d'arrivée des appels et une durée moyenne des communications pour générer un profil de demande. Le générateur de demande utilise le nombre de clients par cellule et par heure et une grille tarifaire comme données d'entrée.

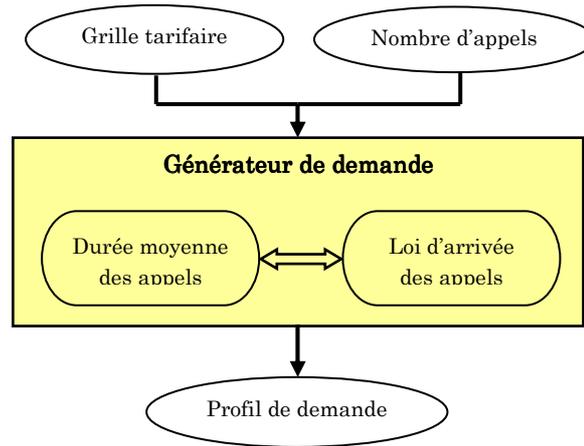


Figure 4.11 – Fonctionnement global du générateur de demande

– **Modèle de tarification** (Figure 4.12)

Le deuxième système de notre environnement est le modèle de tarification planifiée qui calcule une nouvelle grille tarifaire à partir des profils de demande qui ont été générés.

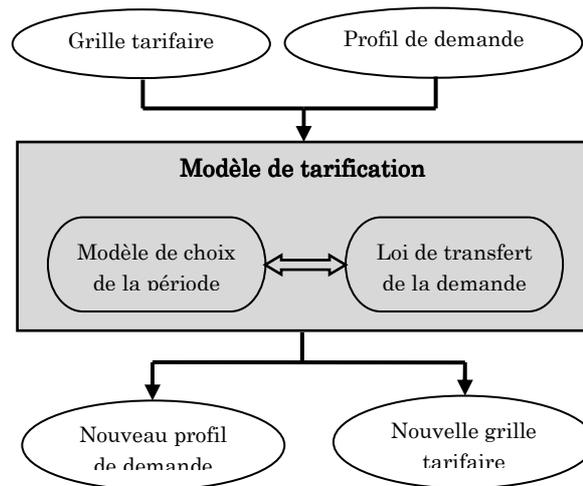


Figure 4.12 – Fonctionnement global du modèle de tarification

Les deux systèmes interagissent dans l'environnement pour produire les nouvelles demandes offertes et les nouvelles grilles. Ce processus de simulation présenté par la Figure 4.13 s'exécute en trois étapes :

- Générer les profils de demande initiale : à partir du nombre de clients, le générateur de demande calcule des profils de demande ρ^0 qui résultent de l'application de la grille tarifaire initiale P^0 . Ces profils sont appelés *demande initiale*.

- Réduire la congestion dans le réseau : le modèle de tarification utilise les profils de demande ρ^0 générés précédemment, et la grille tarifaire initiale P^0 pour calculer une nouvelle grille tarifaire P^1 qui réduit la congestion dans le réseau. Cette nouvelle grille tarifaire produit une demande ρ^1 que nous appelons *demande estimée* qui est un résultat de l'optimisation.
- Générer les profils de demande simulée : le générateur de demande construit des nouveaux profils ρ^2 à partir de la grille tarifaire P^1 et du nombre de clients $NClient$ afin de pouvoir les comparer ensuite avec les profils ρ^1 .

L'objectif de ce processus de simulation consiste à vérifier l'efficacité de l'estimation de la demande par le modèle de tarification. La robustesse du modèle de tarification est étroitement liée à l'importance de la différence entre les profils ρ^1 et ρ^2 . La section suivante présente la formalisation mathématique de cet environnement.

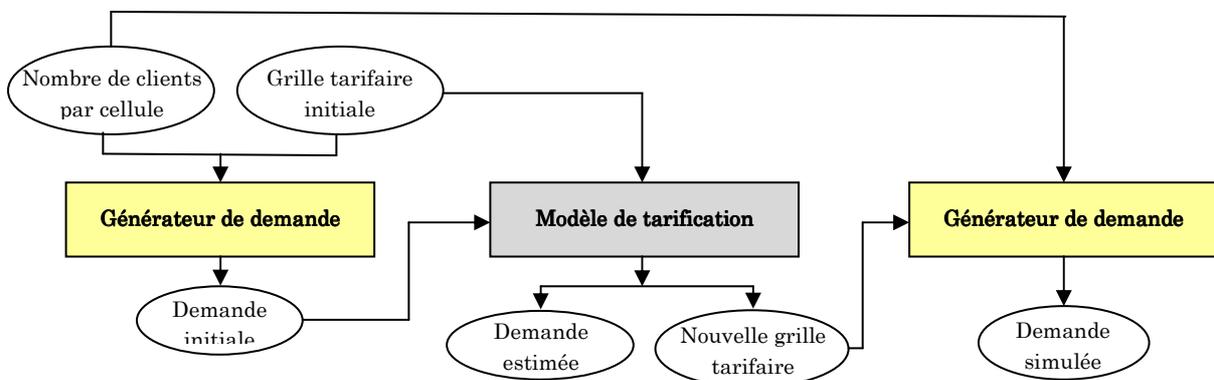


Figure 4.13 – Schéma de fonctionnement de l'environnement de simulation

4.2.2 Formalisation de l'environnement de simulation

La formalisation de l'environnement de simulation consiste à décrire la modélisation mathématique du générateur de demande et à définir les données du réseau test.

4.2.2.1 Construction du réseau test

L'environnement de simulation que nous proposons se base sur la génération de la demande à partir du nombre de clients présents dans chaque cellule. Etant donnée l'indisponibilité de données réelles relatives au nombre de clients dans le réseau, nous avons utilisé des données artificielles que nous avons générées automatiquement en posant des hypothèses macroscopiques. Nous considérons que le réseau compte un nombre $NClient$ de clients répartis sur 4 types de zones d'activités de profils de demande différents et préalablement définis. Les profils des zones sont étroitement liés aux activités socio-économiques, nous considérons les quatre principaux thèmes qui composent une ville : zone commerciale, zone industrielle, zone résidentielle et centre ville. On associe à chaque type de zone z un nombre $NCell^z$ de cellules et un profil global

de demande. La Figure 4.14 illustre un exemple de profil représentant une cellule de chaque zone.

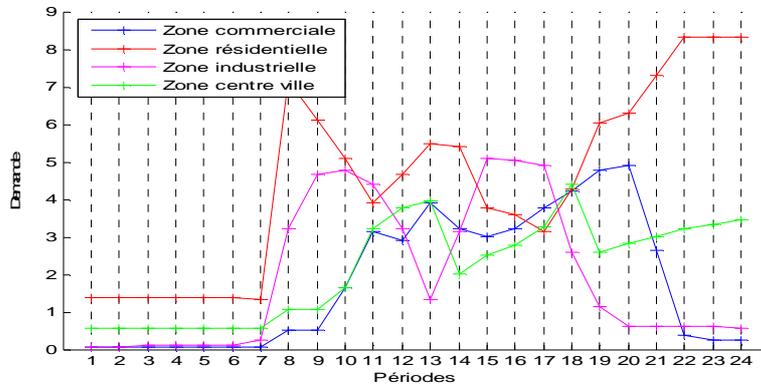


Figure 4.14 – Exemples de profils des zones

4.2.2.1.1 Nombre de clients par zone

La mobilité des clients est la caractéristique la plus importante qui différencie les usages des réseaux mobiles par rapport aux autres types de réseaux de télécommunications. Le nombre de clients dans une zone fluctue énormément d'une période à une autre sans que l'on puisse établir un modèle social très précis. Pour limiter les erreurs d'estimation, nous considérons que la fréquence d'échantillonnage de l'étude des variations est l'heure même si en pratique il faudrait presque descendre au niveau de la minute. Ainsi, nous définissons $NClient_i^z$ comme le nombre de clients dans la zone z durant l'heure i . Le nombre de clients est choisi selon le profil socio-économique de la zone. Par exemple, le nombre de clients dans la zone commerciale est très élevé durant les heures de fin d'après-midi et de début de soirée mais il est faible durant les heures de la matinée. Ces profils ont été construits arbitrairement pour les tests suivants.

4.2.2.1.2 Nombre de clients par cellule

Nous considérons que le nombre $NClient_{n,i}$ de clients durant l'heure i dans la cellule n appartenant à la zone z est un pourcentage du nombre de clients dans la zone z .

$$NClient_{n,i} = \theta_n^z * NClient_i^z \quad 4.1$$

Avec θ_n^z un facteur à fixer entre 0 et 1

Les nombres de clients présents dans chaque cellule durant chaque heure constituent les données initiales utilisées par le générateur de demande pour construire les profils de demande en fonction de la grille tarifaire appliquée. A noter que pour un réseau connu, le nombre de clients ayant appelé par cellule par heure pourrait aussi être utilisé comme

paramètre pour ajuster les profils de demande mais nous nous plaçons dans le cadre général. La section suivante décrit le fonctionnement du générateur de demande.

4.2.2.2 Formalisation du générateur de demande

Le rôle du générateur de demande consiste à estimer la quantité de trafic générée par les clients d'une cellule étant donnée l'application d'une grille tarifaire. En effet, nous considérons que le nombre de clients dans la cellule combiné avec le prix appliqué, engendre un certain nombre d'appels. En définissant une durée moyenne des appels, il est possible de calculer la quantité de trafic générée par ces clients.

4.2.2.2.1 Nombre d'appels par cellule

Soit $NAppel_{n,i}$ le nombre d'appels passés dans la cellule n durant l'heure i , par les $NClient_{n,i}$ clients de la cellule après l'application d'un prix $p_{n,i}$.

$$NAppel_{n,i} = NClient_{n,i} * \pi_{n,i} \quad 4.2$$

Où $\pi_{n,i}$ est la probabilité d'apparition d'un appel dans la cellule n durant l'heure i . Elle est calculée grâce à une loi d'arrivée des appels que nous présentons dans le paragraphe suivant.

4.2.2.2.2 Loi d'arrivée des appels

Traditionnellement, la loi d'arrivée des appels dans les réseaux mobiles est un processus de Poisson. Nous considérons que la loi d'arrivée des appels dans notre cas est un modèle de choix où le client choisit l'heure de son appel en fonction des paramètres des différentes heures du jour. Par conséquent, nous utilisons le modèle *Logit* pour déterminer ce choix.

Nous considérons que le choix du client dépend du prix appliqué et de sa préférence. Pour les tests de simulation, nous fixons arbitrairement les valeurs de préférence en fonction de la zone et de l'heure.

Soient $prix_{n,i}$, $pref_{n,i}$ et $U_{n,i}$ respectivement le prix, la préférence et l'utilité de la cellule n durant l'heure i . La probabilité de l'appel d'un client à l'heure i dans la cellule n est donnée par :

$$\pi_{n,i} = \frac{e^{U_{n,i}}}{\sum_{i=1}^{NPer} e^{U_{n,i}}} \quad 4.3$$

Pour calculer l'utilité de choisir une heure parmi toutes les heures du jour, nous adaptons le modèle défini dans la section 2.2.2 du chapitre 2. Les vecteurs de préférence

et de prix par cellule et par heure seront définis spécifiquement pour le réseau test mais si la simulation s'appuie sur un réseau existant il sera possible de partir des vecteurs réels de ce réseau.

$$U_{n,i} = \log_{10} \left(\frac{pref_{n,i}}{prix_{n,i}} \right) \quad 4.4$$

4.2.2.2.3 Calcul des profils de demande

La demande générée dans la cellule n durant l'heure i dépend du nombre d'appels $NAppel_{n,i}$ passés par les clients et de la durée moyenne h d'un appel. Ainsi :

$$\rho_{n,i} = NAppel_{n,i} * h \quad 4.5$$

L'ensemble des éléments de calcul que nous venons de présenter permettra de générer les profils de chaque cellule tels qu'illustrés en Figure 1.14 afin de construire un réseau de test. La partie suivante déroule ces calculs et donne des résultats de l'environnement de simulation sur le réseau construit.

4.2.3 Simulation et résultats

4.2.3.1 Réseau test

La définition des données initiales du réseau test consiste d'abord à affecter un nombre de clients par heure à chaque type de zone. Nous supposons par la suite la conservation du nombre total de clients dans le réseau i.e. les clients se déplacent entre les zones sans quitter le réseau et sans qu'un nouveau n'entre dans le réseau. Le Tableau 4.1 présente la répartition des clients sur les quatre zones que nous avons définies précédemment.

Le choix du nombre de clients par type de zone est effectué selon les thèmes socio-économiques de la zone. La Figure 4.15 montre que le nombre de clients dans la zone résidentielle est très élevé durant les périodes de nuit et de soirée, il diminue significativement durant la période de jour où les clients se trouvent répartis dans d'autres zones. Dans la zone industrielle, nous considérons que le nombre de clients est particulièrement important durant les heures de travail entre 8 heures et midi et entre 14 heures et 17 heures. Le nombre de clients dans cette zone chute brusquement durant les heures de soirée et de nuit. La zone centre ville présente un profil particulier du fait qu'elle regroupe différents thèmes : commerces, restaurants, résidences... La présence des habitations dans cette zone fait que le nombre de clients est élevé durant les périodes de nuit et de soirée, et la présence de la restauration attire un nombre important de clients entre midi et 14 heures, et renforce la présence durant la soirée. La présence d'un

nombre important de clients entre 16 heures et 18 heures s'explique par le thème commercial de cette zone. Enfin, la zone commerciale regroupe les centres commerciaux et les grandes surfaces qui se situent généralement dans la périphérie du centre ville, le nombre de clients dans cette zone est assez constant durant la journée et augmente considérablement en fin de journée et en début de soirée entre 17 heures et 21 heures.

Heure	Zone commerciale	Zone industrielle	Zone résidentielle	Centre ville	Nombre total de clients
1	30	93	1964	413	2500
2	30	93	1964	413	2500
3	30	97	1960	413	2500
4	30	108	1949	413	2500
5	30	108	1949	413	2500
6	30	137	1920	413	2500
7	30	243	1814	413	2500
8	60	584	1728	128	2500
9	60	846	1466	128	2500
10	194	876	1227	203	2500
11	376	802	928	394	2500
12	350	582	1107	461	2500
13	468	235	1310	487	2500
14	385	567	1300	248	2500
15	367	925	903	305	2500
16	389	915	861	335	2500
17	459	898	746	397	2500
18	503	454	1016	527	2500
19	567	203	1424	306	2500
20	579	110	1474	337	2500
21	312	110	1717	361	2500
22	42	110	1961	387	2500
23	30	110	1958	402	2500
24	30	100	1958	412	2500

Tableau 4.1 – Répartition des clients sur les zones du réseau test

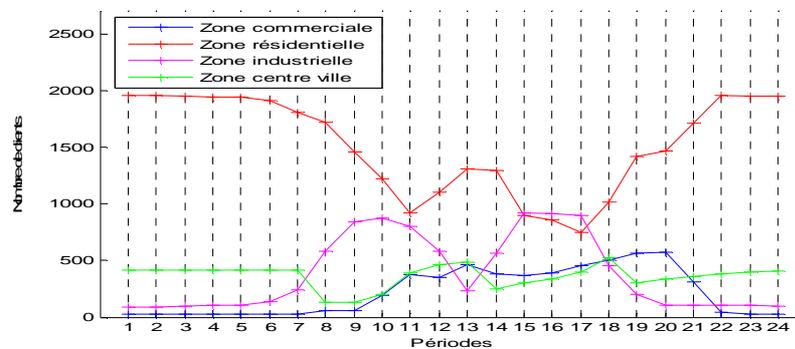


Figure 4.15 – Représentation graphique du nombre de clients par zone

A partir de ces données il est possible de générer un nombre de clients potentiels par cellule en utilisant l'équation 4.5 où $NClient_i^z$ provient du tableau 4.1 et la valeur du pourcentage θ_n^z est choisie aléatoirement pour chaque cellule dans l'intervalle $[0.1, 0.3]$. Le Tableau 4.2 donne la répartition par type de zone des 26 cellules du réseau test que nous avons construit et la Figure 4.16 montre le nombre de clients obtenu pour chaque cellule pour chaque type de zone.

Zone	Commerciale	Industrielle	Résidentielle	Centre ville
Nombre de cellules	5	8	7	6

Tableau 4.2 – Nombre de cellules par zone

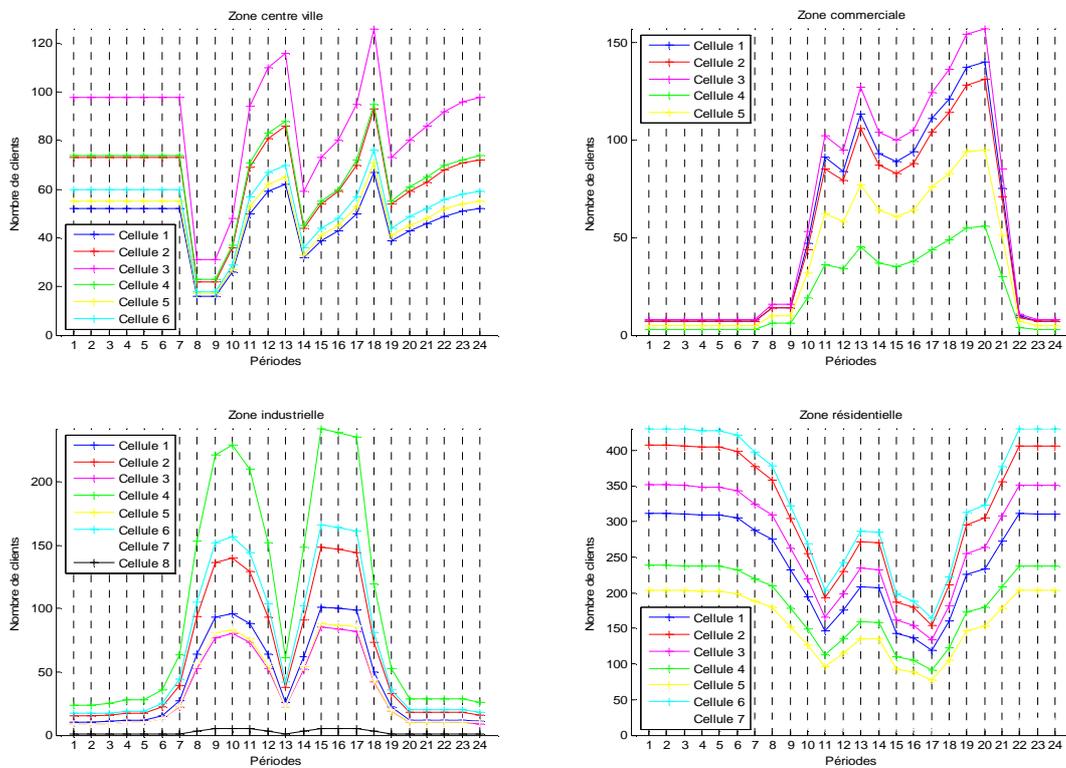


Figure 4.16 – Nombre de clients dans les cellules de chaque zone

Le générateur de demande utilise le nombre de clients par cellule pour calculer les profils de demande qui résultent de l'application d'une grille tarifaire par période et des préférences des clients pour chacune de ces périodes. Nous considérons que la journée est découpée en trois périodes :

- Période 1 : période de nuit qui s'étend de minuit à 9 heures.
- Période 2 : période de jour entre 9 heures et 18 heures.
- Période 3 : période de soirée qui se situe entre 18 heures et minuit.

Nous considérons aussi qu'initialement la même grille tarifaire initiale P^0 est appliquée à tout le réseau et nous fixons arbitrairement des valeurs de préférence pour chaque période (Tableau 4.3). Les valeurs de préférence sont choisies de façon à pénaliser la période de nuit où le trafic est très faible en général quelque soit le nombre de clients dans la cellule. Par ailleurs la période de soirée est considérée moins attractive que la période de jour.

	<i>Période 1</i>	<i>Période 2</i>	<i>Période 3</i>
<i>Grille tarifaire initiale P^0</i>	0,2	0,35	0,2
<i>Préférence</i>	0,01	1	0,6

Tableau 4.3 – Grille tarifaire initiale et préférence

Le réseau test que nous venons de présenter rassemble les données initiales nécessaires pour lancer le processus de simulation. Le paragraphe suivant présente les données calculées par le générateur de demande.

4.2.3.2 Génération de la demande initiale

La demande offerte dans une cellule représente la quantité de trafic générée par les appels des clients dans cette cellule. Pour calculer la demande, il est nécessaire de connaître le nombre d'appels passés par ces clients. La loi d'arrivée des appels (4.3) permet de calculer la probabilité d'apparition d'un appel en utilisant la fonction d'utilité donnée par la formule 4.4, les prix et les préférences utilisés ayant été fixés précédemment dans le Tableau 4.3. Le nombre d'appels donné par la formule 4.2 est alors calculé en fonction du nombre de clients de chaque cellule et chaque heure et de la probabilité d'apparition d'un appel. Les graphiques en Figure 4.17 donnent le nombre d'appels dans chaque cellule par type de zone.

Le nombre d'appels $N_{Appel_{n,i}}$ passés dans la cellule n durant l'heure i en réaction à la grille tarifaire initiale P^0 , permet alors de calculer la demande initiale $\rho_{n,i}^0$ générée par ces appels en utilisant la formule 4.5. Nous considérons une durée moyenne d'appel $h = 3 \text{ minutes}$. La Figure 4.18 donne en ordonnée les profils de demande ρ^0 des cellules obtenus pour chaque zone qui constituent les données de départ de la simulation.

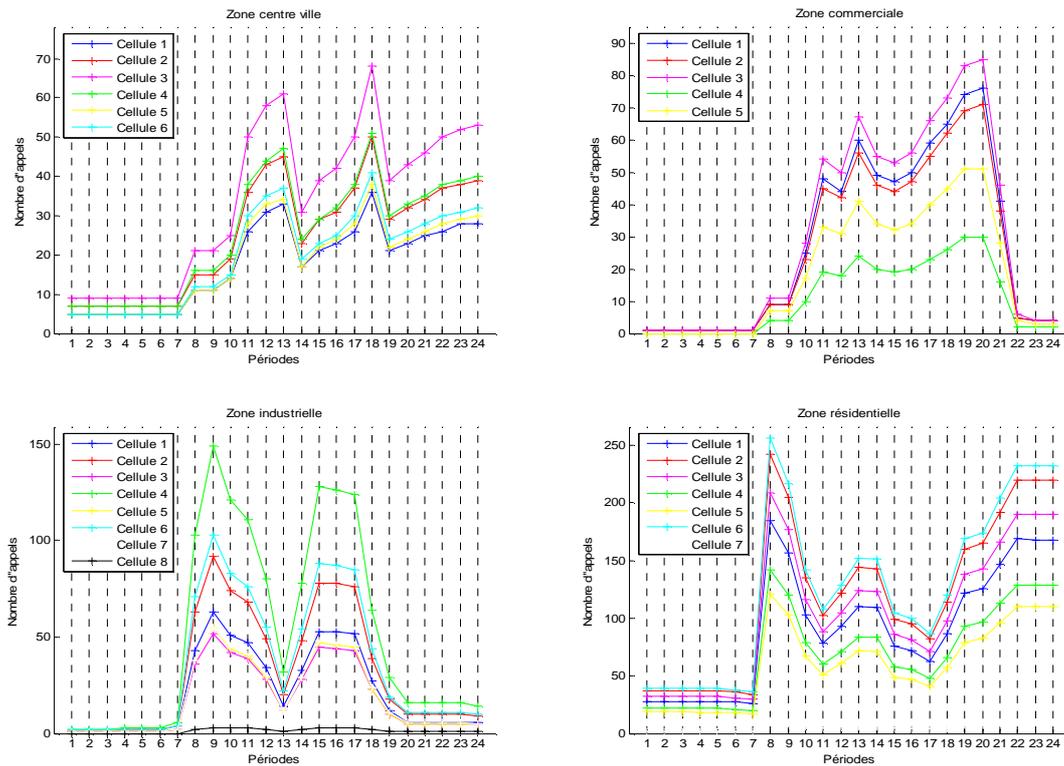


Figure 4.17 – Nombre d'appels dans chaque cellule

Les valeurs des prix et des préférences que nous avons utilisées sont identiques pour les heures de chaque période donnée. Par conséquent, les probabilités d'apparition d'un appel durant ces heures sont identiques ce qui justifie que les courbes des profils de demande soient similaires aux courbes du nombre d'appels.

Le dimensionnement des cellules est réalisé de façon à avoir des cellules non congestionnées et des cellules à congestion localisée. Toutefois, nous avons volontairement laissé apparaître quelques cellules à congestion permanente. Les cellules d'une zone donnée ne seront donc pas toutes traitées à l'identique pour l'optimisation de la congestion, cela dépendra du dimensionnement en capacité de chacune d'elles.

Les profils de demande étant similaires pour les cellules de chaque zone, nous présentons dans la suite de ce processus de simulation les résultats obtenus sur une seule cellule par zone. La section suivante présente les résultats du processus de décongestion du réseau.

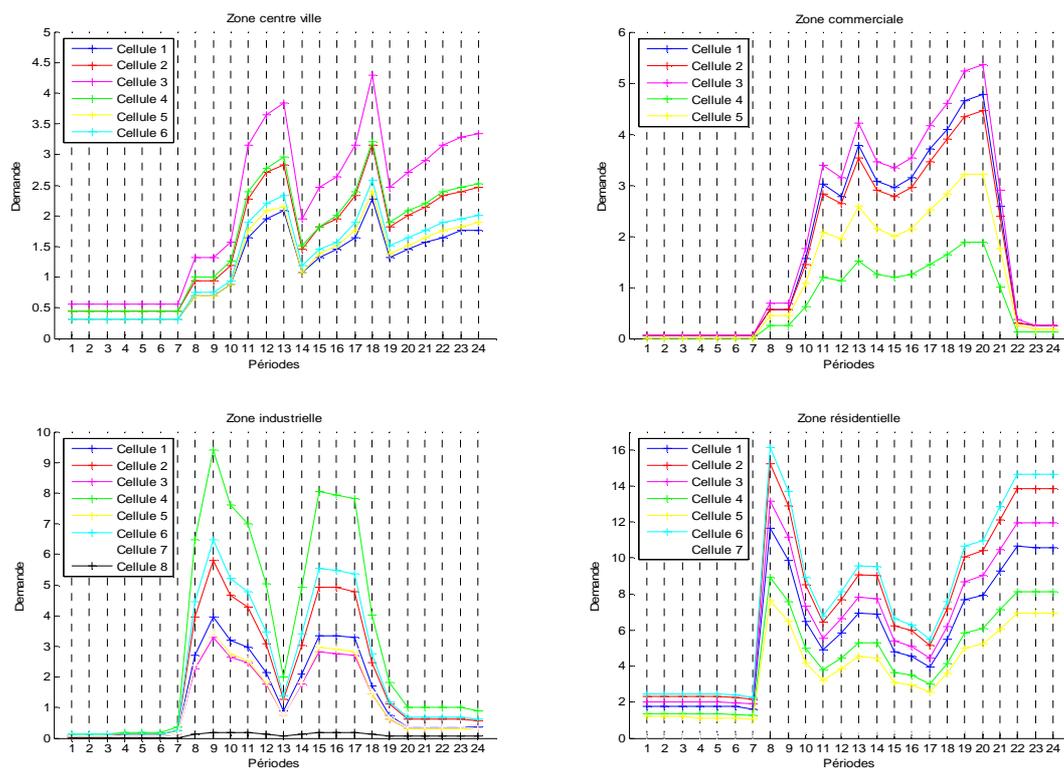


Figure 4.18 – Profils de la demande initiale des cellules

4.2.3.3 Optimisation et réduction de la congestion

La deuxième étape du processus de simulation consiste à appliquer le modèle de tarification planifiée pour calculer une nouvelle grille tarifaire P^1 afin de réduire la congestion dans le réseau. Nous avons effectué une optimisation par zone i.e. une grille tarifaire est calculée pour chacune des quatre zones du réseau. Les données initiales que nous avons utilisées sont les profils de demande ρ^0 que nous avons obtenus dans l'étape précédente et la grille tarifaire initiale P^0 que nous avons présentée dans le Tableau 4.3. Les valeurs de la préférence des clients sont calculées par le modèle de comportement présenté dans la section 2.2.2 du chapitre 2.

La Figure 4.19 montre les indicateurs de performance obtenus dans le réseau. Le trafic rejeté diminue considérablement de 12% à moins de 4%. Bien que ce résultat soit satisfaisant, il n'atteint pas la cible de 2% fixée comme objectif de l'optimisation du taux de blocage, ceci est dû en grande partie à la présence de certaines cellules à congestion permanente dans le réseau test. La nouvelle grille tarifaire a légèrement augmenté le taux d'utilisation du réseau et assez sensiblement le revenu financier de l'opérateur. L'optimisation a été faite sous contrainte de ne pas diminuer le revenu.

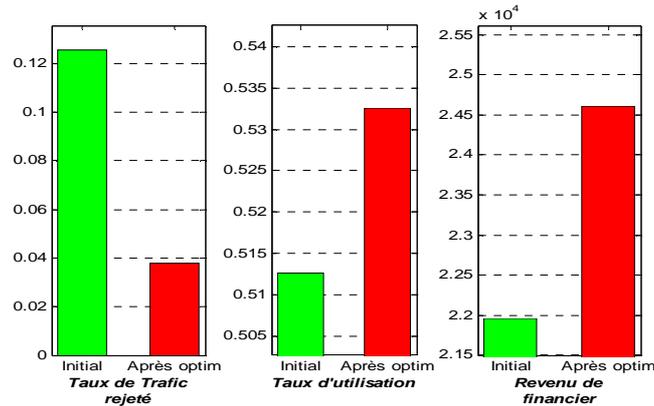


Figure 4.19 – Indicateurs de performance du réseau après le processus d'optimisation

Le modèle d'optimisation vise à réduire la congestion dans les cellules du réseau. La Figure 4.20 montre un exemple de résultats pour une cellule de chaque zone.

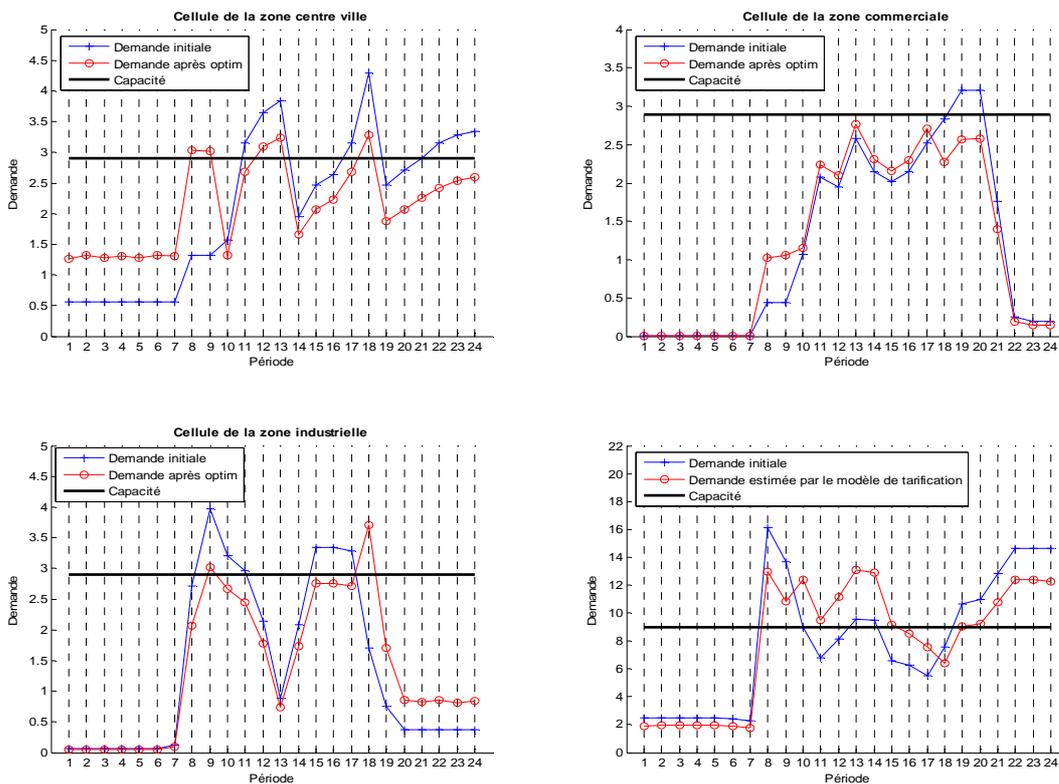


Figure 4.20 – Exemple de réduction de la congestion pour chaque zone

Ces résultats montrent que le modèle de tarification réduit la congestion en lissant la demande journalière dans les cellules. Ils montrent une fois de plus la sensibilité du modèle de comportement des clients à leur préférence à travers le rapport demande/prix. En effet, dans la cellule de la zone centre ville et durant la période de 7 heures à 9 heures (heures 8 et 9 sur le graphe), la demande estimée est très importante. Ceci est du

au fait que durant ces heures, la demande initiale marque un intérêt pour cette période tout en laissant une part de capacité disponible. L'optimisation diminue le prix de la période d'appartenance de cette tranche horaire (de minuit à 9h) pour attirer du trafic, comme le montre la Figure 4.21. Ce qui conduit à une augmentation relative sur l'ensemble de cette tranche mais forte sur le créneau 8h/9h. Ce même scénario se reproduit dans la cellule de la zone industrielle à l'heure 18 (entre 17 heures et 18 heures) au début de la période 18h/minuit. Le traitement de ces cas intermédiaires de montée ou de baisse du trafic demanderait l'ajout d'un nombre de périodes supplémentaires.

Les grilles tarifaires P^1 obtenues pour les quatre zones sont données par la Figure 4.21. Durant la période de nuit, les prix baissent dans toutes les zones pour tenter d'attirer du trafic et décongestionner les périodes de jour et de soirée. La période de jour est congestionnée pour les zones industrielle, résidentielles : et le centre ville d'où l'augmentation du prix pour ces zones. Le prix de la zone commerciale reste quasiment inchangé durant la période de jour car la congestion ne touche qu'une partie des cellules de la zone durant cette période et les autres ne disposent que de peu de capacité disponible. Durant la période de soirée, le prix diminue dans la zone industrielle où la demande est faible. Dans les autres zones où la demande est importante durant cette période, les prix ont sensiblement augmenté.

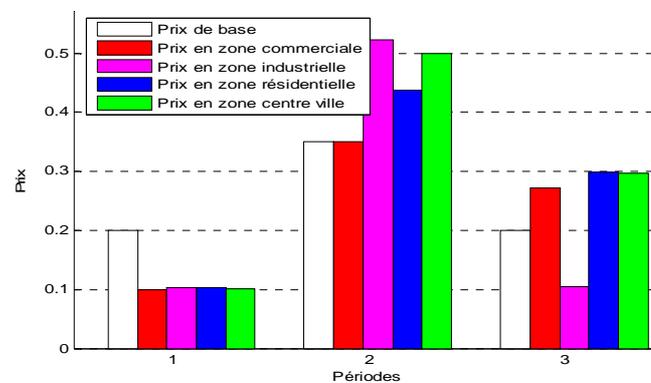


Figure 4.21 – Grille tarifaire par zone

Pour résumer les étapes franchies, dans la première étape de ce processus nous avons utilisé la grille tarifaire P^0 et le nombre N_{Client} de clients pour générer la demande initiale ρ^0 que montrent les courbes bleues en Figure 4.20. La deuxième étape applique le modèle de tarification sur ρ^0 pour calculer une nouvelle grille tarifaire P^1 à partir de la grille initiale P^0 . Le modèle de tarification estime que l'application de la grille tarifaire P^1 dans le réseau engendrera une demande ρ^1 que montrent les courbes rouges en Figure 4.20. L'étape suivante consiste à comparer cette demande à celle générée par le générateur de demande en utilisant la nouvelle grille tarifaire.

4.2.3.4 Génération de la demande avec la nouvelle grille tarifaire

La troisième étape du processus consiste à utiliser la grille tarifaire P^1 et le nombre de clients N_{Client} pour générer une demande ρ^2 . Ensuite, il s'agit de la comparer à la demande ρ^1 pour évaluer la robustesse du modèle de tarification. En effet, le modèle de tarification est alors d'autant plus robuste que les deux profils ρ^1 et ρ^2 sont proches.

La Figure 4.22 illustre les résultats obtenus. Nous présentons une cellule en exemple pour chaque zone en comparant les profils de demande ρ^2 obtenus dans cette étape aux profils ρ^0 et ρ^1 obtenus dans les étapes précédentes.

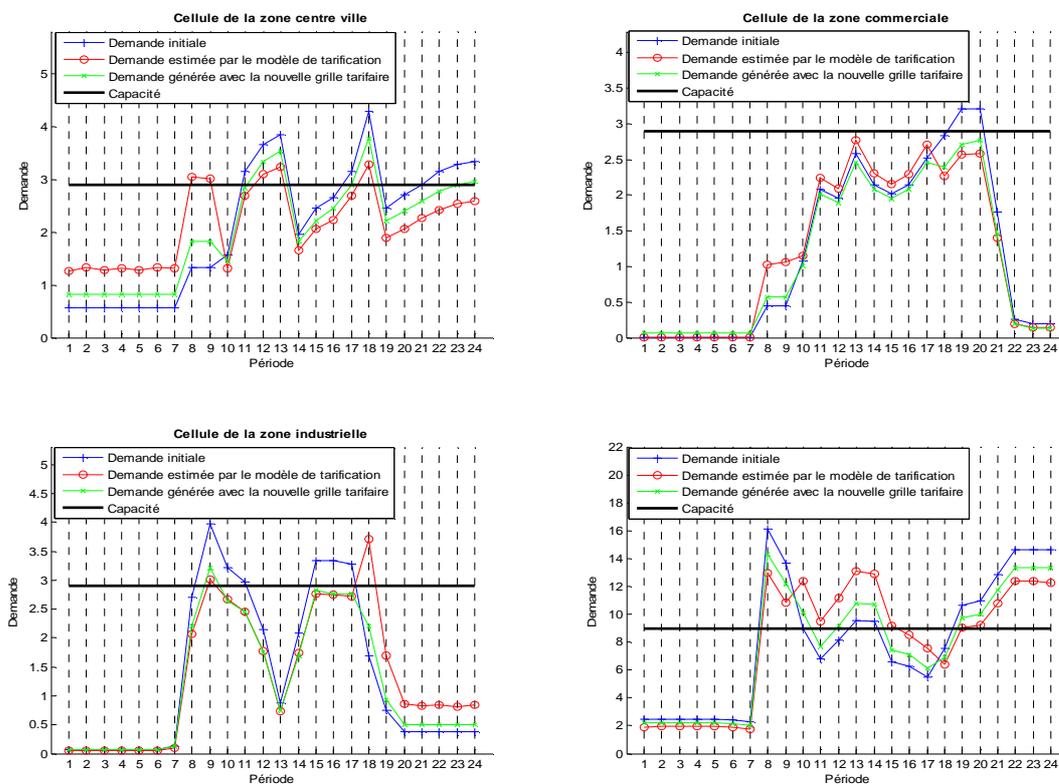


Figure 4.22 – Profils de demande des différentes étapes

Ces figures montrent que globalement, la demande estimée par le modèle de tarification planifiée est proche de la demande calculée par le générateur de demande avec la nouvelle grille tarifaire P^1 . Dans les deux cas les périodes congestionnées ont un trafic en baisse et les périodes non congestionnées un trafic en hausse. Les courbes des profils de demande ρ^1 coïncident plus ou moins avec celles des profils ρ^2 selon les heures et les zones. L'écart entre les deux profils ρ^1 et ρ^2 se creuse durant les heures où d'une part la demande est relativement importante, et donc la préférence est assez élevée, et d'autre part le prix est faible comme c'est le cas par exemple dans la zone centre ville entre 7 heures et 9 heures ou encore dans la zone industrielle entre 17 heures et 18 heures.

Dans ces deux cas, le modèle de tarification se base sur la valeur qu'il calcule de la préférence qui est assez élevée et le prix relativement bas pour estimer la demande, par conséquent il produit une demande élevée. Le générateur de demande quant à lui se base sur la faible valeur de la préférence présentée dans le Tableau 4.3 et donc la demande calculée est plus faible tout en devenant supérieure à la demande initiale puisque le prix a baissé. Pour pallier cet écart plusieurs solutions peuvent être envisagées, notamment comme nous l'avons déjà mentionné en redéfinissant le découpage temporel où les heures concernées feraient partie d'une autre période plus appropriée. Cette analyse post-optimisation peut constituer un élément supplémentaire d'aide à la prise de décision de l'opérateur pour retenir le meilleur découpage temporel. Pour cela il suffirait d'appliquer l'optimisation et la simulation pour les découpages construits en 3, 4 et 5 périodes puis de retenir la solution qui minimise l'écart entre la demande calculée par l'optimisation et la demande estimée par la simulation après génération de la grille.

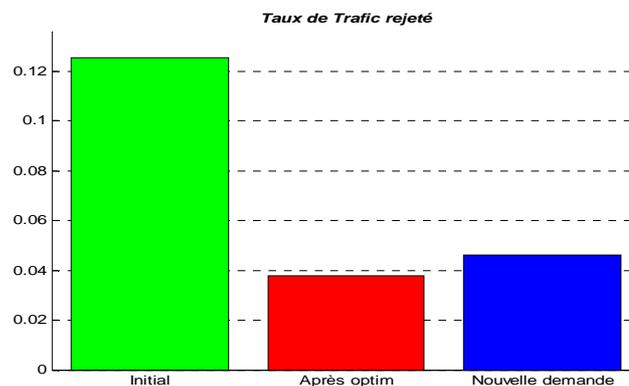


Figure 4.23 – Taux de trafic rejeté pour chaque étape

En dernier lieu, afin d'estimer l'efficacité du modèle en termes de réduction de la congestion dans le réseau, nous avons comparé le taux de trafic rejeté qui résulte de l'estimation de la demande par le modèle de tarification à celui engendré par la demande calculée par le générateur de demande. La Figure 4.23 montre que le modèle de tarification prédit un taux de trafic rejeté légèrement surestimé par rapport à celui calculé par le générateur de demande avec une erreur d'environ 15%. D'autres configurations de réseau demanderaient à être testées pour évaluer plus globalement cette erreur.

4.2.4 Synthèse des résultats

L'environnement de simulation avait pour objectif d'évaluer la robustesse du modèle de tarification planifiée face aux aléas dus à la mobilité des clients et de mettre en évidence son efficacité dans l'estimation de demande suite à l'application d'une nouvelle grille tarifaire.

Les résultats obtenus montrent que le modèle de tarification planifiée est en mesure de prendre en compte de façon relativement efficace la mobilité des clients. En effet, le modèle de comportement des clients utilise la demande et le prix de la période pour calculer la préférence des clients. Par conséquent, cette préférence est élevée si la demande est forte, i.e. il y a une forte présence des clients durant cette période, et au contraire, si le nombre de clients est faible, la demande initiale sera faible ainsi que la préférence. En fait la demande estimée par l'optimisation est dépendante de la pertinence des préférences qu'elle calcule pour chaque créneau horaire et le résultat sur la décongestion s'en ressent.

Le simulateur de variation de la demande que nous avons développé et l'étude comparative que nous avons faite montrent que la demande estimée par le modèle de tarification est très proche de la demande calculée par le générateur de demande. Cependant cette étude a permis de mettre en évidence que le modèle effectuait des erreurs pour les heures mal classées lors du découpage en période. Par exemple c'est le cas des créneaux horaires qui correspondent à des changements de comportement. La préférence pour ces créneaux existe mais est surévaluée ou sous-évaluée par rapport aux autres créneaux de la même période. Cela devient ainsi un moyen de vérifier la pertinence du découpage en périodes en estimant son impact sur le résultat final.

4.3 Conclusion

Le modèle de tarification planifiée initialement conçu pour réduire la congestion dans une cellule a été amélioré et étendu à un réseau complet. Dans ce chapitre, nous avons évalué les performances du modèle selon deux points de vue : d'une part via l'impact de la nouvelle grille tarifaire sur les performances du réseau, et d'autre part via la robustesse du modèle face à la mobilité des clients. Dans les deux cas nous avons évalué les résultats en utilisant les trois critères extérieurs à l'optimisation qui mesurent le taux de trafic rejeté, le taux d'utilisation du réseau et le revenu de l'opérateur.

Dans la première partie du chapitre nous avons présenté le processus global de calcul de la nouvelle grille tarifaire en quatre étapes : redimensionner les cellules à congestion permanente, définir un découpage temporel des journées en périodes, répartir le réseau en zone de tarification et enfin calculer une grille tarifaire unique pour chaque zone. Pour évaluer l'apport de chaque étape en termes de performance, nous avons calculé les indicateurs de performance du cas *idéal* que nous prenons comme référence. Les performances du réseau sont maximales lorsque l'on calcule une grille tarifaire individuelle pour chaque cellule et en considérant que chaque heure est une période. Il est évident que la mise en œuvre d'une telle tarification est impossible parce qu'elle est très difficile à gérer à la fois pour le client en termes de compréhension et d'utilisation, et pour l'opérateur en termes d'image et de facturation.

Les résultats des tests effectués montrent que le redimensionnement des cellules à congestion permanente améliore considérablement les performances du réseau car dans ce cas toutes les cellules sont sujettes à optimisation. Par ailleurs, le calcul d'une grille tarifaire unique pour tout le réseau réduit significativement les performances par rapport au cas idéal car il y a trop de diversité à prendre en compte. Par conséquent, nous avons proposé une solution intermédiaire qui consiste à découper le réseau en zones de tarification. Cette solution améliore considérablement les résultats initiaux sans pour autant atteindre les performances obtenus dans le cas idéal mais en étant très proche. Cette étude a montré que les solutions actuelles des opérateurs basées sur une grille géographique unique sont sous efficaces par rapport à du zonage à la fois pour le fonctionnement du réseau, avec plus de trafic rejeté, et aussi pour l'intérêt économique, avec moins de revenus financiers.

Dans la deuxième partie du chapitre, nous avons évalué la robustesse du modèle de tarification planifiée face à la mobilité des clients. En effet, la mobilité des clients est seulement implicitement prise en compte dans le modèle de tarification à travers le modèle de comportement. Nous avons donc construit un environnement de simulation où une demande est générée en fonction de la nouvelle grille tarifaire et d'une estimation du nombre de clients dans chaque cellule du réseau dont certains appellent et d'autres pas en fonction de la tarification présente. La comparaison de la demande obtenue par simulation de la grille et de celle estimée par le modèle d'optimisation est un bon moyen de vérifier la pertinence de l'approche. Au niveau des performances du réseau, la comparaison des performances sur les trois critères avec les deux demandes donne une idée plus précise de la valeur de la grille produite.

Le générateur de demande utilise une loi d'arrivée d'un appel sensible aux prix. Nous avons simulé la demande avec la grille tarifaire initiale et la grille tarifaire par zones proposée par le modèle de tarification. Puis nous avons comparé les profils de demande et les trois indicateurs de performances pour le réseau dans les deux cas. Bien que les deux profils de demande obtenus présentent des écarts selon les heures, leurs allures restent très proches voire même confondues la majeure partie du temps. Seules les heures mal classées dans leur période tarifaire créent des écarts importants qui peuvent être un élément de décision pour raffiner le découpage horaire. Concernant l'évaluation faite avec les trois indicateurs de performance, ils sont très proches pour les deux profils de demande. Nous avons donc conclu à un fonctionnement du modèle acceptable vis-à-vis de la mobilité des clients. A noter qu'un seul réseau a été testé et ces résultats demandent à être confirmés par d'autres simulations.

Conclusion et perspectives

Les réseaux mobiles comme tout réseau de transport sont sujets aux problèmes de congestion. Lorsque la congestion est permanente il faut investir dans le réseau, mais lorsque la congestion est localisée dans le temps, la tarification est un moyen efficace pour la redistribution de la demande. Dans cette thèse, nous avons travaillé sur l'élaboration d'un modèle de tarification planifiée pour traiter ce problème. L'objectif de ce modèle est d'établir une grille tarifaire qui optimise l'utilisation des ressources du réseau et respecte des contraintes de revenu financier pour l'opérateur.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté la problématique de la tarification sous différents aspects, et nous avons dressé un état de l'art des modèles existants pour la tarification de la congestion. Ainsi, dans la littérature un nombre important de travaux ont été menés dans différents domaines (transport routier, transport aérien, télécommunications...), et plusieurs modèles plus ou moins spécialisés ont été proposés pour contrôler la congestion par la tarification. Nous avons relevé deux types de modèles : les modèles dynamiques et les modèles statiques. Dans le domaine des réseaux mobiles, les travaux sont très récents du fait de la jeunesse de ce type de système. La littérature est concentrée sur des modèles de tarification dynamique en temps réel où les prix sont instantanément mis à jour en fonction de l'évolution de la demande et de la congestion dans les cellules. Dans ces travaux nous avons identifié des inconvénients majeurs qui rendent ce type de modèle inadéquat : le besoin de gérer une signalisation importante dans le réseau pour prévenir les clients des changements de tarif, le besoin de stocker des énormes quantités d'informations liées au lieu, à l'heure et au prix de chaque appel pour la facturation et le problème de la décision du tarif à appliquer quand il y a transfert de cellules en cours d'appel : cellule d'origine, cellule d'arrivée, les deux... ? Vu les inconvénients et les difficultés de mise en œuvre de ces principes, nous avons proposé un nouveau modèle qui s'appuie sur une analyse hors ligne des données du réseau pour gérer la congestion par la tarification.

La formalisation et la mise en œuvre de ce modèle de tarification planifiée ont fait l'objet du second chapitre. Nous avons dans un premier temps mis en évidence les champs d'application du modèle. Nous avons montré que le modèle était pertinent pour les cellules à congestion localisée dans le temps mais que les cellules trop saturées doivent

être traitées autrement (investissement en capacité). Ensuite nous avons élaboré le modèle à l'échelle d'une cellule. La recherche de la grille tarifaire qui minimise la congestion dans la cellule s'est présentée comme un problème d'optimisation que nous avons résolu par une heuristique. La planification d'une grille tarifaire exige la connaissance a priori des réactions des clients aux changements des tarifs et il a donc été nécessaire de mettre au point un modèle de comportement des clients. Nous avons considéré que la réaction du client se traduit par un choix d'une période d'appel en fonction du prix de chaque période et de sa préférence personnelle. Par conséquent, nous avons utilisé un modèle de choix discret pour calculer la probabilité de choix d'une période donnée. La deuxième partie de ce chapitre a abordé la généralisation du modèle de tarification planifiée à un réseau complet. Nous avons aussi présenté une adaptation de l'algorithme d'optimisation pour la prise en compte de toutes les cellules du réseau. Les résultats des tests de validation effectués sur deux réseaux issus du terrain nous ont permis d'identifier les limites de cette adaptation ainsi que les difficultés et les contraintes de sa mise en œuvre. L'analyse de ces résultats a montré que la présence des cellules à congestion permanente dans le réseau réduit considérablement les performances du modèle. Nous avons donc proposé une méthode pour le filtrage et le redimensionnement de ces cellules.

Dans le troisième chapitre, nous avons analysé les difficultés techniques et les contraintes cognitives que nous avons rencontrées lors de la généralisation du modèle de tarification à un réseau complet. La diversité des profils de demande était la difficulté la plus importante que nous avons rencontrée. Pour pallier cette difficulté, nous avons proposé d'organiser le réseau en groupes de cellules. Chaque groupe, qui constitue une zone de tarification, est composé de cellules qui présentent des profils similaires. La notion de zone suppose la connexité géographique des cellules qui la composent. Les cellules de chaque zone devraient donc concilier la similarité de leurs profils de demande et leur voisinage géographique. Pour résoudre ce problème du découpage spatial du réseau en zones de tarification, nous l'avons modélisé par un problème de partitionnement de graphe où les cellules représentent les nœuds du graphe et les relations entre les couples de cellules sont les arêtes. La solution du problème est alors la partition qui minimise le ratio de la coupe et du poids du graphe. Nous avons utilisé un algorithme génétique pour réaliser le découpage du réseau en zones de tarification. Par ailleurs, le découpage temporel de la journée en périodes pour constituer les tranches horaires de la grille a été réalisé à l'aide d'une méthode basée sur l'algorithme *k-means*. Le regroupement des heures de la journée qui présentent des similarités en termes de profil de demande est effectué avec plusieurs nombres de groupes. A l'issue de ces calculs une méthode d'évaluation des performances des regroupements est appliquée (évaluation par la *silhouette*) pour retenir le meilleur d'entre eux. Chaque groupe d'heures constitue alors une période correspondant à un tarif.

Le quatrième chapitre a été consacré à l'évaluation du modèle de tarification planifiée. Dans la première partie nous avons repris les méthodes retenues pour exécuter le processus complet de génération de la grille tarifaire. Nous avons commencé par évaluer les indicateurs de performance du réseau à l'état initial. Après avoir identifié et redimensionné les cellules à congestion permanente, nous avons étudié trois scénarios : grille tarifaire individuelle par cellule, grille tarifaire unique pour tout le réseau et grille tarifaire par zone. Nous avons ensuite comparé les performances du réseau pour ces scénarios en calculant pour chacun d'eux des indicateurs de performance : taux de rejet des appels, taux d'utilisation du réseau et revenu financier. Les résultats ont montré que la tarification par zone constitue un compromis entre, d'une part la maximisation des performances du réseau en termes de réduction de la congestion et d'autre part, le respect des contraintes spatiales qui consiste à calculer la grille tarifaire non pas pour chaque cellule mais pour un ensemble de cellules de façon à rendre la grille lisible par les clients. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons évalué la robustesse du modèle face à la mobilité des clients. Nous avons développé un environnement de simulation où il est possible de calculer une grille tarifaire en fonction du nombre de clients par cellule et du prix des communications. Une loi d'arrivée des appels est utilisée pour calculer la demande dans chaque cellule. La comparaison des résultats obtenus avec le modèle de tarification planifiée à ceux obtenus par simulation, montre que la mobilité des clients dans le modèle de tarification planifiée est correctement prise en compte par le modèle de comportement des clients.

A l'issue de ce travail qui a inauguré un nouveau type de solution pour le traitement de la congestion dans les réseaux mobiles, nous avons ouvert de nouvelles perspectives de recherche. Ces perspectives se présentent tant au niveau du modèle de tarification qu'au niveau des algorithmes mis en œuvre pour les phases d'optimisation.

Tout d'abord nous envisageons d'étendre le modèle à d'autres modes de tarification. En effet, nous nous sommes particulièrement intéressés dans le modèle que nous avons proposé dans cette thèse, à la *tarification à l'usage* où le client est facturé selon le nombre et la durée de ses appels. Cependant, il existe dans les réseaux mobiles plusieurs types de tarification notamment les *forfaits* et les *cartes prépayées*. Pour intégrer ces deux modes de tarification dans notre approche, nous envisageons d'utiliser le principe de *classes de clients* où chaque classe correspond à un type de tarification. Dans ce cas, puisque le client paye un montant fixé à l'avance, le prix du forfait ou de la carte, la fluctuation des prix durant une période donnée se répercuterait sur le temps de communication inclus dans le forfait. Pour mieux expliquer ce cas, considérons l'exemple d'un *client 1* qui choisit le paiement à l'usage et un *client 2* qui prend un forfait. Si la nouvelle grille tarifaire propose au client 1 de payer 0,3 euro/minute au lieu de 0,6 euro/minute durant la période i , elle devrait proposer un temps équivalent à n minutes supplémentaires de communications au lieu du temps forfaitaire initialement acheté par le client 2. Ce travail demanderait à examiner l'impact de l'ajout de minutes aux forfaits

existants sur la congestion. Ainsi les minutes pourraient être proposées à des lieux ou des moments précis favorables pour le réseau et le client.

Il y a aussi des perspectives liées aux technologies de réseau (GSM, GPRS, UMTS...). En effet dans cette thèse nous avons travaillé sur le cas du GSM où les transmissions sont des communications vocales. Pour adapter le modèle aux cas de transmission de données il faudrait reprendre notamment l'interprétation de la congestion. En effet la congestion en transmission de données se traduit par la dégradation du débit de transmission qui deviendrait la cible pour l'optimisation en lieu et place du taux de rejet que nous avons utilisé. Le réseau écoulant les deux types de trafic, le travail consisterait ici à intégrer les deux problématiques dans un modèle de tarification unique en distinguant bien entendu les comportements des clients pour les appels vocaux et pour les transmissions de données.

Concernant l'aspect algorithmique, dans le cadre de cette thèse nous avons considéré la gestion du revenu de l'opérateur comme un second critère que nous avons utilisé en contrainte. Pour approfondir la partie optimisation il nous paraît nécessaire de prendre en compte les deux critères en utilisant un algorithme d'optimisation bi-objectif. Dans cette perspective, nous avons déjà engagé une étude dans le cadre d'un stage de master recherche pour investiguer les opportunités et les possibilités d'appliquer un algorithme bi-objectif à ce problème. Les premiers résultats obtenus sont prometteurs, plusieurs tests ont été réalisés sur la même instance de réseau que celle que nous avons utilisée dans ce travail de thèse. Du point de vue de la minimisation de la congestion, l'algorithme bi-objectif trouve des solutions semblables à celles que nous avons trouvées au cours de cette thèse. Toutefois, les résultats de l'algorithme bi-objectif sont légèrement meilleurs que ceux de notre algorithme en terme de solutions dominantes sur les deux critères.

Toujours sur les algorithmes, la méthode de découpage spatial en zones de tarification peut être améliorée. Nous estimons que le paramétrage choisi pour l'algorithme génétique agit trop en faveur du voisinage géographique des cellules. Un calibrage des paramètres serait nécessaire pour améliorer la prise en compte des similitudes des profils de demande et ainsi augmenter les performances du réseau. Par ailleurs, même si les algorithmes génétiques se sont avérés applicables pour ce problème, nous n'avons pas testé d'autres méthodes d'optimisation plus simples en particulier des recherches locales qui seraient peut être plus efficaces pour un résultat similaire. Enfin, nous avons considéré dans ce travail de thèse que la méthode de découpage spatial n'est qu'un outil d'aide à la prise de décision, elle fournit plusieurs partitionnements selon le nombre de zones souhaité, mais la décision du choix du partitionnement revient à l'opérateur. Nous proposons pour la suite de ce travail de mettre au point une méthode qui permettrait de mesurer et de comparer la qualité des différents partitionnements produits.

Publications

Publications internationales avec actes et comité de lecture

M. Oughdi, A. Caminada, S. Lamrous, B. Morin, "Space partitioning based on genetic algorithm optimization", *International Conference on Metaheuristics and Nature Inspired Computing, META'08, Hammamet, Tunisia, 2008*.

M. Oughdi, S. Lamrous, A. Caminada, B. Morin, "Time-Clustering of Load in Mobile Networks", *IEEE International Conference on service systems and service management, SSSM'06, Vol. 2, pp. 1483 - 1488, 2006*.

M. Oughdi, A. Caminada, S. Lamrous, B. Morin, "Planning of Pricing Policy based on Network loads", *12th International Telecommunications Network Strategy and Planning Symposium, NETWORKS'06, pp. 1 - 6, 2006*.

M. Oughdi, A. Caminada, S. Lamrous, B. Morin, "Load Regulation in Mobile Network with Planned Pricing Model based on User Behaviour", *IEEE International Conference on Networking and Services, ICNS'05, pp. 53 - 53, 2005*.

Publications nationales avec actes et comité de lecture

S. Lamrous, M. Oughdi, A. Caminada, B. Morin, "Regroupement des cellules en tarification de réseau", *8^{èmes} rencontres francophones sur les aspects algorithmiques des communications, ALGOTEL'06. Trégastel, France, 2006*.

Communications à des congrès nationaux

M. Oughdi, S. Lamrous, A. Caminada, B. Morin, "Algorithme génétique pour le partitionnement spatial en tarification des réseaux mobiles", *Conférence annuelle de Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision, ROADEF'08, Clermont-Ferrand, France, 2008*.

M. Oughdi, B. Morin, S. Lamrous, A. Caminada, "Modèle d'optimisation pour la régulation de la charge d'un réseau mobile utilisant un modèle de tarification planifiée", *Conférence annuelle de Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision, ROADEF'07, Grenoble, France, 2007*.

M. Oughdi, S. Lamrous, A. Caminada, B. Morin, "Généralisation du modèle de tarification à un groupe de cellules d'un réseau mobile", *Conférence annuelle de Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision, ROADEF'06, Lille, France, 2006*.

Bibliographie

- [ABO03] M. Abou-Zeid and I. Chabini, "Methods for congestion pricing in dynamic traffic networks", *IFAC CTS*, 2003.
- [BAL67] G.H. Ball and D.J. Hall, "Clustering technique for summarizing multivariate data", *Behavioral Science*, Vol. 12, pp. 153 - 155, 1967.
- [BEN03] M. Ben-Akiva and M. Bierlaire, "Discrete choice methods and their application to short term travel decisions", In *Handbook of Transportation Science, International Series in Operations Research & Management Science*, Ed. Hall, Kluwer Academic Publishers, USA, 2003.
- [BEN84] M. Ben-Akiva, M. Cyna and A. de Palma, "Dynamic model of peak period congestion", *Transportation research*, Vol. 18B, N° 4/5, pp. 339-355, 1984.
- [BIC07] C.E. Bichot, "Elaboration d'une nouvelle métaheuristique pour le partitionnement de graphe : la méthode de fusion – fission. Application au découpage de l'espace aérien", *Rapport de thèse, Institut nationale polytechnique de Toulouse, France*, 2001.
- [BRA73] J. Bracken and J. McGill, « Mathematical programs with optimization problems in the constraints », *Operations Research*, Vol. 21(1), pp. 37 - 44, 1973.
- [CAP03] A. Capiez, "Yield Management : optimisation du revenu dans les services", *Ed. Germes*, 2003.
- [CER94] R. Cerf, "Une théorie asymptotique des algorithmes génétiques", *Rapport de thèse, Université de Montpellier II*, 1994.
- [COC93] R. Cocchi, S. Shenker, D. Estrin and L. Zhang, "Pricing in computer networks : motivation, formulation and exemple", *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 1, pp. 614 - 627, 1993.

- [COE95] C. A. C. Coello, A. D. Christiansen and A. Hernandez, "Multiobjective design optimization of counterweight balancing of a robot arm using genetic algorithm", *7th International Conference on Tools with Artificial Intelligence*, pp. 20 - 23, 1995.
- [COL92] A. Colomi, M. Dorigo and V. Maniezzo, "Distributed Optimization by Ant Colonies". In *Proceedings of the 1st European Conference on Artificial Life*, pp. 134 – 142, 1992.
- [COT03] J.P. Côté, P. Marcotte and G. Savard, "A bilevel modelling approach to pricing and fare optimisation in the airline industry", *Journal of Revenue and Pricing Management*, Vol. 2(1), pp. 23 - 36, 2003.
- [CRE99] J. Crémer and C. Hariton, "The pricing of critical applications in the Internet", *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol. 13, Issue 4, pp. 281-310, 1999.
- [DAF71] S. Dafermos and F. T. Sparrow, "Optimal resource allocation and toll patterns in user optimized transport networks", *Journal of Transport Economics and Policy*, 1971.
- [DAF73] S. Dafermos, "Toll patterns for multiclass-user transportation network", *Transportation science*, Vol. 7, pp. 211-223, 1973.
- [DAN97] J.I. Daniel and M. Pahwa, "Comparison of Three Empirical Models of Airport Congestion Pricing", *Journal of Urban Economics*, Vol. 47, pp. 1 - 38, 1997.
- [DAS91] B. V. Dasarathy, "Nearest Neighbor (NN) Norms: NN Pattern Classification Techniques", *IEEE Computer Society Press*, 1991.
- [DAU85] S. Daudel, G. Vialle, "Yield management", *Presses Institut du Transport Aérien*, 1985.
- [DES00] K. Deschinkel, J.L. Farges and D. Delahaye, "Optimisation of prices for air traffic control", *9th IFAC Symposium on Control in Transportation Systems*, 2000.
- [DES01a] K. Deschinkel, "Régulation du trafic aérien par optimisation dynamique des prix d'utilisation du réseau", *Rapport de thèse, Ecole nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace, France*, 2001.
- [DES01b] K. Deschinkel, J.L. Farges and D. Delahaye, "Optimizing and assigning price levels for air traffic management", *9th World Conference on Transport Research*, 2001.

- [DID71] E. Diday, "La méthode des nuées dynamiques", *Revue de Statistique Appliquée*, Vol. 19(2), pp. 19 – 34, 1971.
- [DRE03] J. Dréo, A. Pétrowski, P. Siarry and E. Taillard, "Métaheuristiques pour d'optimisation difficile", *Ed. Eyrolles*, 2003.
- [ERB07] G. Erbs, "Optimisation du revenu, tarification, et allocation de ressources dans les réseaux de télécommunications en contexte concurrentiel", *Rapport de thèse, Université Paris 6, France*, 2007.
- [ERL18] A. K. Erlang, "Solution of Some Problems in the Theory of Probabilities of Some Significance in Automatic Telephone Exchanges", *Elektroteknikeren*, Vol. 13, 1917 (translated to *Post Office Electrical Engineer's Journal*, Vol. 10, 189-197, 1918)
- [FIT00a] E.D. Fitkov-Norris and A. Khanifar, "Evaluation of dynamic pricing in mobile communication systems", *London Communications Symposium, UCL*, 2000.
- [FIT00b] E.D. Fitkov-Norris and A. Khanifar, "Dynamic pricing in mobile communication systems", *IEE 1st International Conference on 3G Mobile Communication Technologies*, Nr. 471, pp. 416 - 420, 2000.
- [FIT01] E.D. Fitkov-Norris and A. Khanifar, "Dynamic pricing in cellular networks, a mobility model with a provider-oriented approach", *IEE 2nd International Conference on 3G Mobile Communication Technologies*, Nr. 477, pp. 63-67, 2001.
- [FIT04] E.D. Fitkov-Norris, "Control theory approach for implementation of dynamic pricing in mobile cellular networks", *Telecommunications Quality of Services: The Business of Success, IEE*, pp.160 - 164, 2004.
- [FOR65] E.W. Forgy, "Cluster analysis of multivariate data: efficiency versus interpretability of classifications", *Biometric Society meeting*, Vol. 21, pp. 768, 1965.
- [FOR66] L. J. Fogel, A. J. Owens and M. J. Walsh, "Artificial Intelligence through Simulated Evolution", *Ed. Wiley*, 1966.
- [FOR92] S. Fortune, "Voronoi diagrams and delaunay triangulations", *Computing in Euclidean Geometry*, pp. 25 - 26, 1992.
- [FRA57] A. Fraser, "Simulation of genetic systems by automatic digital computers", *Australian Journal of Biological Sciences*, Vol. 10, pp. 484 - 491, 1957.

- [GOL89] D. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", *Ed. Addison-Welsey, 1989.*
- [GUP95] A. Gupta, D. O. Stahl and A. B. Whinston, "A Stochastic Equilibrium Model of Internet Pricing", *National Science Foundation #IRI, 1995.*
- [HIN83] E. G. Hinton and J. T. Sejnowski, "Analyzing Cooperative Computation". *5th Annual Congress of the Cognitive Science Society, 1983.*
- [HOL62] J. Holland, "Outline for a Logical Theory of Adaptive Systems", *Journal of the ACM, Vol. 9(3), 297 - 314, 1962.*
- [HOL75] J. Holland, "Adaptation in Natural and Artificial Systems", *The University of Michigan, 1975.*
- [HOP82] J. J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", *Proceedings of the National Academy of Sciences, U.S.A., Vol. 79, pp. 2554 - 2558, 1982.*
- [HOU01] J. Hou, J. Yang and S. Papavassiliou, "Integration of pricing with call admission control for wireless networks", *IEEE 54th Vehicular Technology Conference, Vol. 3, pp. 1344-1348, 2001.*
- [HOU02] J. Hou, J. Yang and S. Papavassiliou, "Integration of pricing with call admission control to meet QoS requirements in cellular networks", *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, Vol. 13(9), pp. 898-910, 2002.*
- [HUM01] S. Humair, "Yield Management for Telecommunication Networks: Deffining a New Landscape", *PhD thesis, Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology, 2001.*
- [JAC91] A. JACKSON, "User's guide to principal components", *Ed. Wiley, 1991.*
- [JAM89] M. Jambu, "Exploration informatique et statistique des données", *Collection technique et scientifique des télécommunications, 1989.*
- [JAN98] M. Jansson, "Marginal Cost Congestion Pricing under Approximate Equilibrium Conditions", *PHD Thesis, Dept. of Electrical Engineering and Computer Science, Cambridge, 1998.*
- [JAI99] A. K. Jain, M. N. Murty and P. J. Flynn, "Data clustering: a review", *ACM Computing Surveys, Vol. 31(3), pp. 264 - 323, 1999.*

- [JAR05] M. Jardino, "Fouille de données dans les corpus de textes – Classification", *Cours de l'Université Paris XI, 2005*.
- [JEF93] K. Jeffrey, MacKie-Mason and R. Varian, "Pricing the Internet". *University of Michigan, 1993*.
- [JIA00] S. Jianbo and M. Jitendra, "Normalized Cuts and Image Segmentation", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 22(8), pp. 888 - 905, 2000*.
- [KAU90] L. Kaufman and P.J. Rousseeuw, "Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis", *Ed. Wiley, 1990*.
- [KEN95] J. Kennedy and R.C. Eberhart, "Particle swarm optimization", *IEEE International Conference on Neuronal Networks, Vol.4, pp. 1942 - 1948, 1995*.
- [KEN03] Kenneth E. Train, "Discrete Choice Methods With Simulation", *Ed. Cambridge University Press, 2003*.
- [KER70] B. W. Kernighan and S. Lin, "An Efficient Heuristic Procedure for Partitioning Graphs", *Bell System Technical Journal, Vol. 49(2), pp. 291 - 307, 1970*.
- [KIR83] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt and M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing", *Science, Vol. 220(4598), pp. 671 - 680, 1983*.
- [KOH82] T. Kohonen, "Self-Organized Formation of Topologically Correct Feature Maps", *Biological Cybernetics, Vol. 46, pp. 59 - 69, 1982*.
- [KOH95] T. Kohonen, "Self-Organizing Maps", *Vol. 30, Springer, 1995*.
- [KU01] S. Ku and B. Lee, "A set-oriented genetic algorithm and the knapsack problem", *IEEE Congress on Evolutionary Computation, Vol. 01, pp. 650 - 654, 2001*.
- [KUM93] B. Kumar, "A resource pricing model for data networks", *IEEE International Conference on Information Engineering, Singapore, Vol. 2, pp. 6 - 11, 1993*.
- [LAB98] M. Labbé, P. Marcotte and G. Savard, "A bilevel model of taxation and its application to optimal highway pricing", *Management Science, Vol. 44(12), pp. 1608 - 1622, 1998*.

- [LAG99] X. Lagrange, P. Godlewski and S. Tabbane, "Réseaux GSM – DCS", *4ème édition, Ed. Germes, 1999.*
- [LEB04] L. Lebart, "Quelques méthodes de classification", *Cours de statistique, Université de Neuchâtel, 2004*
- [MAC67] J. MacQueen, "Some methods for classification and analysis of multivariate observation", *Proceedings of the 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and probability, Vol.1, pp. 281-297, 1967.*
- [MAC95] J.K. Mackie-mason and H. R. Varian, "Pricing the internet", *Public Access to the internet, pp. 269 - 314, 1995.*
- [MAN05] S. Mandal, D. Saha and A. Mahanti, "A technique to support dynamic pricing strategy for differentiated cellular mobile services", *IEEE Global Telecommunications Conference, Vol. 6, pp. 3388 - 3392, 2005.*
- [MAN08] M. Manaffar, H. Bakhshi and M. Pilevari, "A New Dynamic Pricing Scheme with Call Admission Control to Reduce Network Congestion", *IEEE 22nd International Conference on Advanced Information Networking and Applications - Workshops, pp. 347 - 352, 2008.*
- [MAR07] N.V. Marathe, G.S. Biradar, U.B. Desai and S.N. Merchant, "A Comprehensive Call Management Strategy for Congestion Control in Cellular Networks", *IEEE 2nd Conference on Communication Systems Software and Middleware, pp. 1-7, 2007.*
- [MCC43] W.S. McCulloch and W. Pitts, "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity", *Bulletin of Mathematical Biophysics, Vol. 9, pp. 127 - 147, 1943.*
- [MCG99] J. I. McGill and G. J. van Ryzin, "Revenue management: Research overview and prospects", *Transportation Science, Vol. 33(2), pp. 233 - 256, 1999.*
- [NAI01] S. K. Nair and R. Bapna, "An application of yield management for internet service providers", *Naval Research Logistics, Vol. 48(5), pp. 348 - 362, 2001.*
- [NAK05] J. P. Nakache and J. Confais, " Approche pragmatique de la classification", *Ed. TECHNIP, 2005.*
- [ODL99] A. Odlyzko, "Paris Metro Pricing : The minimalist differentiated services solution", *IEEE 7th International Workshop on Quality of Service, pp. 159 - 161, 1999.*

- [RAK05] R. Rakotomalala, "Arbres de décision", *Revue Modulad*, Vol. 33, pp. 163 - 187, 2005
- [REI03] P. Reichl, D. Hausheer and B. Stiller, "The cumulus pricing model as an adaptive framework for feasible, efficient and user-friendly tariffing of internet services", *Computer Networks: The International Journal of Computer and Telecommunications Networking*, Vol. 43(1), pp. 3 - 24, 2003.
- [ROS03] D. Ros and B. Tuffin, "A Mathematical Model of the Paris Metro Pricing Scheme for Charging Packet Networks", *Rapport de recherche 4775, INRIA, Mars 2003*.
- [ROU87] P. J. Rousseeuw, "Silhouettes: A Graphical Aid to the Interpretation and Validation of Cluster Analysis", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 20, pp. 53 - 65, 1987.
- [SRI95] N. Sriniva and K. Deb, "Multiobjective optimization using non-dominated sortig in genetic algorithms", *Evolutionary Computation*, Vol. 2(8), pp. 221 - 248, 1995.
- [STA52] H. V. Stackelberg, "Marktform und Gleichgewicht", *Springer-Verlag, Berlin, 1934. English translation: The theory of the market economy, Oxford University Press, 1952*.
- [STA86] C. Stanfill and D. Waltz, "Toward memory-based reasoning", *Special issue on parallelism in Communications of the ACM*, Vol. 29, pp. 1213 - 1228, 1986.
- [SUG74] M. Sugeno, "Theory of fuzzy integrals and its applications", *Institute of technonology, Tokyo, 1974*.
- [SUK06] H.R. Sukasdadi and P.K. Verma, "A Constant Revenue Model for Telecommunication Networks", *IEEE International Conference on Networking, International Conference on Systems and International Conference on Mobile Communications and Learning Technologies*, pp. 21, 2006.
- [TAG99] K. Tagawa, K. Kanesige, K. Inoue and H. Haneda, "A Design of Genetic Algorithm-based Meta-Heuristic Method: An Application to the Graph Coloring Problem", *Transactions of SICE*. Vol. 35(11), pp. 1355 - 1362, 1999.

- [TAL04] K. Talluri and G. van Ryzin, "Revenue Management under a general discrete choice model of consumer behavior", *Management Science*, Vol. 50(1), pp.15 - 33, 2004.
- [TAS07] F. M. Tasgetiren, P.N. Suganthan, Q. Pan and Y. Liang, "A genetic algorithm for the generalized traveling salesman problem", *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp.2382 – 2389, 2007.
- [TOM88] R. Tomassone, M. Danzart, J. J. Daudin and J. P. Masson, "Discrimination et classement", *Ed. Masson*, 1988.
- [VIC61] W.S. Vickrey, "Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders", *Journal of Finance*, N° 6, pp. 8 - 31, 1961.
- [VIC69] W.S. Vickrey, "Congestion theory and transportation investment", *American Economic Review*, Vol. 59, pp. 251 - 261, 1969.
- [VIT01] E. Viterbo and C.F. Chiasserini, "Dynamic pricing for connection-oriented services in wireless networks", *IEEE 12th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, Vol. 1, pp. A68 - A72, 2001.
- [VO06] D. Vo and M. Sorell, "Signaling Requirements for Smart Dynamic Pricing in Cellular Network", *IEEE 1st International Conference on Communications and Networking*, pp. 1 - 5, 2006.
- [VOG93] W. P. Vogt, "Dictionary of statistics and methodology: A nontechnical guide for the social sciences", *Ed. Newbury Park*, 1993.
- [WAL61] A. Walters, "The theory and measurement of private and social cost of highway congestion", *Econometrica*, 1961.
- [WEI89] Y. C. Wei and C. K. Cheng, "Towards efficient hierarchical designs by ratio cut partitioning", *IEEE International Conference on Computer-Aided Design*, pp. 298 - 301, 1989.
- [WEL00] K. L. Weldon, "A simplified introduction to correlation and regression", *Journal of Statistics Education*, Vol. 8(3), 2000.
- [YAI04a] S. Yaipairoj and F.C. Harmantzis, "Dynamic pricing with "alternatives" for mobile networks", *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Vol. 2, pp. 21 - 25, 2004.

-
- [YAI04b] S. Yaipairoj and F.C. Harmantzis, “A dynamic pricing model for data services in GPRS networks”, *IEEE Global Telecommunications Conference Workshops*, pp. 453 - 458, 2004.
- [YAN97] H. Yang and M.G.H. Bell, “Traffic Restraint, road pricing and network equilibrium”, *Transportation research*, Vol.31, pp. 303 - 314, 1997.
- [YIL06] O. Yilmaz and I.R. Chen, “Utilizing call admission control to derive optimal pricing of multiple service classes in wireless cellular networks”, *IEEE 12th International Conference on Parallel and Distributed Systems*, 2006.