



# THÈSE

pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Franche-Comté**

**spécialité Sciences Pour l'Ingénieur**

présentée et soutenue publiquement le 22 octobre 2010

par

**Didier MAMMOSSER**

Titre

## **Conception et optimisation d'un transducteur électrodynamique pour la récupération d'énergie vibratoire**

Thèse dirigée par : Manuel Collet & Emmanuel Foltête

### **Composition du jury**

<i>Président :</i>	Daniel GUYOMAR	Professeur, INSA Lyon
<i>Rapporteurs :</i>	Jean-François DEÛ Régis DUFOUR	Professeur, CNAM Paris Professeur, INSA Lyon
<i>Examineurs :</i>	Manuel COLLET Emmanuel FOLTÊTE	Chargé de Recherches CNRS, Institut FEMTO-ST Besançon Professeur, ENSMM Besançon



---

# Sommaire

---

<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xv</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Généralités sur l'énergie et sa récupération</b>	<b>5</b>
1.1 Généralités sur l'énergie . . . . .	5
1.1.1 Définition . . . . .	5
1.1.2 Historique . . . . .	5
1.1.3 Comparaison des sources d'énergie . . . . .	6
1.1.4 Intérêt de convertir l'énergie . . . . .	6
1.1.5 Intérêt de l'énergie électrique . . . . .	7
1.1.6 Evolution de la consommation énergétique . . . . .	7
1.2 Liens entre les différentes énergies . . . . .	8
1.2.1 Les différentes grandeurs physiques de l'énergie . . . . .	8
1.2.2 Premier principe de la thermodynamique . . . . .	8
1.2.3 Réservoir d'énergie . . . . .	9
1.2.4 Transformation réversible et irréversible . . . . .	9
1.2.5 Synthèse des liens entre les différentes énergies . . . . .	10
1.3 Energie versus puissance . . . . .	10
1.3.1 Définition de la puissance . . . . .	10
1.3.2 Comparaison de la puissance et de l'énergie . . . . .	12
1.3.3 Transfert de puissance . . . . .	12
1.3.3.1 Les différents types de puissance . . . . .	12
1.3.3.2 Maximisation de la puissance extraite . . . . .	13
1.4 Etude des principales sources d'énergie renouvelable . . . . .	14
1.4.1 Energie chimique . . . . .	14
1.4.2 Energie électromagnétique . . . . .	14
1.4.2.1 La lumière visible . . . . .	15
1.4.2.2 Les rayons infrarouges . . . . .	15
1.4.2.3 Les ondes radiofréquence . . . . .	15
1.4.3 Energie thermique . . . . .	16

1.4.4	Energie mécanique . . . . .	17
1.4.5	Comparaison des différentes sources d'énergie . . . . .	18
1.4.6	Avantages de l'énergie vibratoire . . . . .	19
1.5	Généralités sur la récupération d'énergie . . . . .	20
1.5.1	Définition de la récupération d'énergie . . . . .	20
1.5.2	Applications . . . . .	20
1.6	Etat de l'art de la récupération d'énergie mécanique . . . . .	21
1.6.1	Récupération d'énergie humaine . . . . .	21
1.6.1.1	Application quasi-statique . . . . .	21
1.6.1.2	Systèmes résonant . . . . .	24
1.6.2	Récupération de l'énergie vibratoire . . . . .	24
1.6.2.1	Générateur piézoélectrique . . . . .	24
1.6.2.2	Convertisseur électrostatique . . . . .	26
1.6.2.3	Conversion électromagnétique . . . . .	27
1.6.2.4	Conversion magnétostrictive . . . . .	29
1.6.3	Récupération d'énergie mécanique par générateur non résonant . . . . .	31
1.6.4	Synthèse . . . . .	32
<b>2</b>	<b>Stratégie de récupération d'énergie</b>	<b>35</b>
2.1	Produire de l'énergie électrique à partir de l'énergie vibratoire . . . . .	35
2.1.1	Transformation de l'énergie par les transducteurs . . . . .	35
2.1.1.1	Transducteur piézoélectrique . . . . .	35
2.1.1.2	Transducteur électrostatique . . . . .	39
2.1.1.3	Transducteur électromagnétique . . . . .	42
2.1.1.4	Synthèse des différents types de transducteurs . . . . .	44
2.1.2	Analyse des solutions techniques pour réaliser des récupérateurs d'énergie	46
2.1.3	Comparaison de différentes sources d'énergie vibratoire . . . . .	47
2.2	Critères pour récupérer l'énergie . . . . .	48
2.2.1	Vu de la structure flexible . . . . .	48
2.2.2	Vu du récupérateur d'énergie . . . . .	49
2.3	Choix de la stratégie de récupération d'énergie . . . . .	51
2.3.1	La récupération d'énergie : une stratégie de contrôle . . . . .	51
2.3.2	Comparaison des stratégies de contrôle pour faire de la récupération d'énergie . . . . .	52
2.3.3	Choix d'une stratégie passive pour récupérer l'énergie . . . . .	53
2.4	Modélisation de la structure avec un récupérateur d'énergie de type visqueux .	54
2.5	Stratégie de stabilisation ou de récupération d'énergie . . . . .	55
2.5.1	Stratégie de stabilisation . . . . .	55
2.5.2	Stratégie de récupération d'énergie . . . . .	56
2.5.3	Opposition des deux stratégies . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Optimisation de l'énergie récupérée par un système linéaire</b>	<b>59</b>
3.1	Modélisation de la structure avec un récupérateur d'énergie . . . . .	59
3.1.1	Modélisation du transducteur électromagnétique . . . . .	59
3.1.2	Modélisation de la structure flexible avec récupérateur d'énergie . . . . .	61
3.1.3	Troncature du modèle . . . . .	62
3.1.4	Modélisation du système étudié . . . . .	63

3.2	Optimisation à l'aide d'un récupérateur d'énergie . . . . .	65
3.2.1	Condition pour récupérer de l'énergie . . . . .	65
3.2.2	Etude numérique . . . . .	65
3.2.3	Etude analytique . . . . .	68
3.2.4	Limite de validité du modèle analytique . . . . .	71
3.2.5	Optimisation de la récupération d'énergie à l'aide du tracé du lieu d'Evans . . . . .	72
3.3	Optimisation à l'aide de plusieurs récupérateurs d'énergie . . . . .	75
3.3.1	Récupérer de l'énergie en deux points d'une structure . . . . .	75
3.3.2	Utilisation de plusieurs récupérateurs d'énergie . . . . .	76
3.3.2.1	Configuration étudiée . . . . .	76
3.3.2.2	Résultats de simulations . . . . .	77
3.3.3	Synthèse . . . . .	77
3.4	Validation expérimentale . . . . .	78
3.4.1	Description de la structure flexible . . . . .	78
3.4.2	Validation du modèle de poutre utilisée . . . . .	79
3.4.3	Les actionneurs . . . . .	81
3.4.4	Vérification du rendement du transducteur . . . . .	83
3.4.5	Résultats expérimentaux de récupération d'énergie . . . . .	83
3.4.6	Comparaison des modèles numériques et analytiques . . . . .	85
3.5	Analyse de l'efficacité du système sur une bande de fréquence . . . . .	86
3.6	Synthèse . . . . .	87
<b>4</b>	<b>Etude énergétique pour optimiser un système non linéaire</b> . . . . .	<b>89</b>
4.1	Présentation de la récupération d'énergie en non linéaire . . . . .	89
4.1.1	Description du système de récupération d'énergie étudié . . . . .	89
4.1.2	Scénarios de récupération d'énergie . . . . .	91
4.1.2.1	Cas du régime transitoire . . . . .	91
4.1.2.2	Cas du régime stationnaire . . . . .	92
4.2	Récupération d'énergie en régime transitoire . . . . .	92
4.2.1	Récupérer de l'énergie sur une structure avec conditions initiales . . . . .	92
4.2.1.1	Mise en équation . . . . .	92
4.2.1.2	Comparaison du modèle avec et sans inductance . . . . .	94
4.2.1.3	Existence d'un optimal de récupération d'énergie . . . . .	97
4.2.1.4	Détermination analytique de la capacité de stockage optimale . . . . .	98
4.2.1.5	Charge du condensateur en utilisant un pont de diode . . . . .	99
4.2.2	Récupérer de l'énergie sur une structure soumise à une excitation harmonique . . . . .	101
4.2.2.1	Présentation de l'étude . . . . .	101
4.2.2.2	Analyse des résultats . . . . .	102
4.2.2.3	Synthèse . . . . .	102
4.3	Récupération d'énergie en régime stationnaire . . . . .	103
4.3.1	Récupérer de l'énergie sur une structure soumise à une excitation harmonique . . . . .	103
4.3.1.1	Mise en équation . . . . .	104
4.3.1.2	Comparaison des résultats avec ou sans redressement . . . . .	106
4.3.1.3	Analyse des résultats lorsque la puissance fournie est optimale . . . . .	108
4.3.1.4	Synthèse . . . . .	109

4.3.2	Récupérer de l'énergie en utilisant une stratégie avec switchs . . . . .	109
4.3.2.1	Présentation du principe de récupération d'énergie avec switch	109
4.3.2.2	Description du SSH considéré . . . . .	111
4.3.2.3	Mise en équation . . . . .	112
4.3.2.4	Résultats des simulations . . . . .	113
4.3.2.5	Analyse des simulations . . . . .	114
4.4	Concevoir un système de récupération inertiel . . . . .	115
4.4.1	Choix d'une stratégie de récupération d'énergie non linéaire . . . . .	115
4.4.2	Dimensionner le récupérateur d'énergie inertiel . . . . .	116
4.4.3	Présentation du prototype conçu . . . . .	119
4.5	Validation expérimentale . . . . .	120
4.5.1	Caractéristiques mécaniques du récupérateur d'énergie . . . . .	121
4.5.1.1	Dispositif expérimental . . . . .	121
4.5.1.2	Caractérisation du prototype . . . . .	123
4.5.2	Résultats expérimentaux . . . . .	124
4.5.2.1	Vérification des puissances dans le cas linéaire . . . . .	124
4.5.2.2	Récupération d'énergie à l'aide d'un montage utilisant une ou plusieurs diodes . . . . .	126
4.5.2.3	Récupération d'énergie à l'aide du module EH300A . . . . .	128
4.5.2.4	Synthèse des mesures . . . . .	133
4.6	Synthèse de la récupération d'énergie avec un circuit non linéaire . . . . .	134
<b>5</b>	<b>Conception optimisée d'un système de récupération d'énergie inertiel accordé</b>	<b>135</b>
5.1	Système étudié . . . . .	135
5.1.1	Montage du récupérateur d'énergie sur une source d'énergie finie . . . . .	135
5.1.2	Mise en équation du problème . . . . .	136
5.1.3	Expression de la puissance moyenne récupérée . . . . .	137
5.1.4	Présence d'un optimal . . . . .	137
5.2	Optimisation de la récupération d'énergie dans des cas particuliers . . . . .	138
5.2.1	Optimisation de la récupération d'énergie en utilisant les stratégies des amortisseurs de masse accordés . . . . .	138
5.2.1.1	Présentation de la stratégie . . . . .	138
5.2.1.2	Pertinence de la stratégie . . . . .	139
5.2.2	Optimisation de la puissance extraite pour un amortissement fixé . . . . .	141
5.2.2.1	Expression de l'amortissement optimal . . . . .	141
5.2.2.2	Cas où le récupérateur d'énergie est faiblement amorti . . . . .	142
5.2.2.3	Généralisation de la stratégie . . . . .	143
5.2.2.4	Étude quand la structure porteuse entre en résonance . . . . .	144
5.2.2.5	Performances du récupérateur inertiel . . . . .	146
5.2.2.6	Synthèse . . . . .	147
5.3	Conception optimale du récupérateur d'énergie inertiel . . . . .	147
5.3.1	Analyse des simulations numériques . . . . .	148
5.3.2	Stratégie 1 . . . . .	148
5.3.3	Stratégie 2 . . . . .	150
5.3.4	Comparaison des différentes stratégies . . . . .	150
5.4	Synthèse . . . . .	151

---

<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>155</b>
<b>Annexes</b>	<b>161</b>
<b>A Evaluation de la puissance moyenne en mode complexe</b>	<b>161</b>
A.1 Définition de la puissance moyenne . . . . .	161
A.2 Relation entre grandeurs complexes et puissance réelle . . . . .	161
<b>B Jacobi's Theorem</b>	<b>163</b>
<b>C Expressions analytiques des puissances fournies et récupérées</b>	<b>165</b>
C.1 Point E . . . . .	165
C.2 Point D . . . . .	166
C.3 Point C . . . . .	167
C.4 Point B . . . . .	168
C.5 Point A . . . . .	169
<b>D Module de stockage d'énergie EH300A</b>	<b>171</b>
<b>E Conception du récupérateur d'énergie</b>	<b>175</b>
E.1 Aimant . . . . .	175
E.2 Ressort plat . . . . .	177
E.3 Plans du récupérateur d'énergie . . . . .	178
<b>Résumé</b>	<b>195</b>
<b>Abstract</b>	<b>195</b>



---

## Table des figures

---

1.1	Le transfert de l'énergie . . . . .	9
1.2	Synthèse des phénomènes réversible et irréversible [1] . . . . .	10
1.3	Lien entre les différents types d'énergie [2] . . . . .	11
1.4	Générateur dont on extrait de l'énergie . . . . .	13
1.5	Montre thermique Seiko [3] : (a) photo de la montre - (b) schéma en coupe - (c) photo des modules thermoélectrique - (d) modules thermoélectriques . . . . .	16
1.6	Système de récupération d'énergie des vagues [4] . . . . .	17
1.7	Interrupteur sans fil EnOcean [5] : (a) Vue éclatée - (b) Principe de fonctionnement (1) bâti, (2) et (3) lames élastiques, (4) transducteur piézoélectrique, (5) circuit électronique, (6) boutons en caoutchouc, (7) couvercle . . . . .	18
1.8	Récupération d'énergie dans une station de métro à Tokyo [6] . . . . .	20
1.9	Chaussure piézoélectrique (Shenck [7]) : (a) prototype - (b) vue éclatée - (c) puissance générée par les générateurs en PZT bouclés sur une résistance de $500k\Omega$ . . . . .	22
1.10	Chaussure électromagnétique [3] : (a) montage externe par lanière - (b) système intégré dans la semelle . . . . .	23
1.11	Chaussure électrostatique [3] : (a) générateur monté dans la chaussure - (b) système électrostatique isolé . . . . .	23
1.12	Générateur piézoélectrique Midé monté sur un bogie [8] . . . . .	25
1.13	Structure de générateurs piézoélectriques [9] : (a) poutre avec deux couches piézoélectriques - (b) poutre composite . . . . .	25
1.14	Générateur piézoélectrique pour MEMS [10] . . . . .	26
1.15	Générateur piézoélectrique APA [11] . . . . .	26
1.16	Différents principes de générateurs électrostatiques . . . . .	27
1.17	Générateur électrostatique proposé par Despesse [12] . . . . .	27
1.18	Générateur électromagnétique développé par Beby et al. [13] . . . . .	28
1.19	Générateur électromagnétique à la taille d'une pile AA développé par Yuen et al. [14] . . . . .	28
1.20	Générateur Perpetuum [15] : (a) principe de fonctionnement - (b) application - (c) vue intérieure . . . . .	29
1.21	Générateur électromagnétique Ching et al. [16] : (a) vibration verticale (premier mode) - (b) vibration horizontale (second mode) - (c) vibration horizontale (troisième mode) . . . . .	30

1.22	Principe générateur magnétostrictif développé par Staley [17] . . . . .	30
1.23	Générateur électromagnétique linéaire non résonant [18] . . . . .	31
1.24	Générateur électromagnétique en rotation non résonant [19] . . . . .	32
1.25	Générateur piézoélectrique à choc [20] . . . . .	32
1.26	Principe de la génération magnétohydrodynamique [21] . . . . .	33
1.27	Générateur magnétohydrodynamique pour récupération d'énergie humaine [22] . . . . .	33
2.1	Différents modes de fonctionnement des matériaux piézoélectrique : (a) mode 33 - (b) mode 31 . . . . .	36
2.2	Montage classique d'un transducteur piézoélectrique sur une structure flexible . . . . .	37
2.3	Cycle pour déterminer le coefficient $k_{33}$ [23] . . . . .	38
2.4	Principe générateur électrostatique . . . . .	39
2.5	Cycle de conversion de l'énergie d'un générateur électrostatique [24] . . . . .	40
2.6	Circuit électrique générateur électrostatique [25] . . . . .	41
2.7	Générateurs électrostatiques [26] : (a) CDRG - (b) CFPG . . . . .	41
2.8	Principe du générateur électromagnétique . . . . .	43
2.9	Comparaison des actionneurs en fonction de leur densité énergétique et des fréquences d'utilisation [27] . . . . .	45
2.10	Exemple de montage pour récupérer de l'énergie . . . . .	47
2.11	Extraire de l'énergie d'une structure flexible . . . . .	48
2.12	Modélisation du récupérateur d'énergie isolé . . . . .	50
2.13	Exemple de connexion du récupérateur d'énergie sur une structure flexible . . . . .	50
2.14	Comparaison des domaines d'utilisation des générateurs : VDRG, CDRG et CFPG [26] . . . . .	54
2.15	Exemple de lieu d'Evans . . . . .	56
2.16	Comparaison des puissances récupérées . . . . .	58
3.1	Schéma du récupérateur d'énergie $i$ . . . . .	60
3.2	Forces internes du récupérateur d'énergie $i$ . . . . .	60
3.3	Circuit électrique du récupérateur d'énergie . . . . .	61
3.4	Modélisation de la structure flexible étudiée avec le système de récupération d'énergie connecté . . . . .	63
3.5	Modélisation du système bouclé . . . . .	64
3.6	Puissance $P_1$ en fonction de la pulsation et de la résistance $a$ . . . . .	66
3.7	Puissance $P_2$ en fonction de la pulsation et de la résistance $a$ . . . . .	66
3.8	Puissances moyennes $P_1$ (+) et $P_2$ (●) en fonction de la résistance totale $a$ avec la fréquence choisie pour maximiser $P_2$ . . . . .	67
3.9	Lieu d'Evans de $H_2$ quand la résistance totale $a$ varie . . . . .	67
3.10	Comparaison des lieux d'Evans déterminés analytiquement et numériquement . . . . .	71
3.11	Comparaison des puissances extraites déterminées analytiquement et numériquement . . . . .	72
3.12	Poutre encastree libre avec un récupérateur d'énergie externe . . . . .	73
3.13	Puissance récupérée pour différents positionnements du récupérateur d'énergie . . . . .	73
3.14	Lieu d'Evans pour différents positionnements du récupérateur d'énergie . . . . .	74
3.15	Zoom du lieu d'Evans de la figure 3.14 . . . . .	75
3.16	Modèle poutre avec convertisseur électromagnétique entre les points 2 et 3 . . . . .	76
3.17	Montage de deux récupérateurs d'énergie interne . . . . .	77

3.18	Dispositif expérimental . . . . .	79
3.19	Dispositif expérimental schématique . . . . .	79
3.20	Modèle simplifié de la poutre encastree-libre . . . . .	80
3.21	Comparaison FRF $\frac{acc1}{f_1}$ numérique et expérimentale . . . . .	80
3.22	FRF $h_{11}$ en boucle ouverte : expérimentale (●), simulée avec 1 mode (×), simulée avec 6 modes (○) . . . . .	81
3.23	Evolution de $C_e$ en fonction de la profondeur de pénétration de la bobine dans l'aimant . . . . .	82
3.24	Evolution des coefficients $C_e$ de chaque bobine en fonction de la fréquence . . . . .	83
3.25	Comparaison des puissances mécanique ( $P_{2m}$ ) et électrique ( $P_{2e}$ ) du récupérateur d'énergie . . . . .	84
3.26	Puissance maximale en fonction de la partie résistive du feed-back : $P_1$ simulée (×); $P_2$ simulée (●); $P_1$ mesurée (□); $P_2$ mesurée (○) . . . . .	85
3.27	Tracé de $P_2$ en fonction de la fréquence pour différentes résistances $a$ . . . . .	87
3.28	Résistance optimale en fonction de la largeur de bande . . . . .	87
4.1	Récupérateur d'énergie inertiel monté sur une structure vibrante rigide . . . . .	90
4.2	Modélisation simplifiée du récupérateur d'énergie . . . . .	91
4.3	Schéma de principe du stockage de l'énergie électrique . . . . .	91
4.4	Récupération et dissipation d'énergie en régime stationnaire . . . . .	92
4.5	Charge du condensateur en utilisant une diode . . . . .	93
4.6	Comparaison des énergies échangées dans le cas avec et sans inductance $L_b$ (pour $C = 0.29 F$ et $R = 0.2 \Omega$ ) . . . . .	96
4.7	Comparaison des puissances échangées dans le cas avec et sans inductance $L_b$ (pour $C = 0.29 F$ et $R = 0.2 \Omega$ ) . . . . .	96
4.8	Évolution de la quantité d'énergie stockée en fonction de la capacité du condensateur . . . . .	98
4.9	Évolution de la quantité d'énergie stockée en fonction de la capacité du condensateur et du coefficient de couplage imposé (avec $R = 0.1 \Omega$ ) . . . . .	99
4.10	Charge du condensateur en utilisant un pont de diodes . . . . .	100
4.11	Les différentes phases de la récupération d'énergie par intermittence . . . . .	101
4.12	Évolution des puissances moyennes en fonction de la durée de chargement de la structure mécanique ( $C = 250 mF$ ) . . . . .	103
4.13	Schéma du circuit électrique permettant de récupérer et d'alimenter un système électronique d'impédance $Z$ . . . . .	104
4.14	Circuit électronique considéré pour la boîte "Ajustement tension sortie" : (a) Tension non redressée - (b) Tension redressée . . . . .	104
4.15	Évolution de la tension ( $V_c$ ) stockée dans le condensateur $C$ pour une tension de générateur ( $V_s$ ) non redressée . . . . .	106
4.16	Tracé de $P_{conv}$ : (a) Tension de sortie non redressée - (b) Tension de sortie redressée . . . . .	107
4.17	Évolution des puissances instantanées et de la vitesse simulée quand la tension de bobine n'est pas redressée . . . . .	109
4.18	Cycle énergétique d'un générateur piézoélectrique de type SSH [28] . . . . .	110
4.19	Principe du SSH appliqué aux transducteurs électromagnétiques . . . . .	111
4.20	Principe du cycle énergétique des générateurs électromagnétiques de type SSH . . . . .	112
4.21	Évolution des puissances dans le cas SSH en fonction de la pulsation d'excitation (pour $Z = 10 \Omega$ ) . . . . .	114

4.22	Évolution des puissances en fonction de la résistance $Z$ quand la pulsation est ajustée sur celle de la structure en résonance . . . . .	114
4.23	Évolution des puissances en fonction de la pulsation d'excitation quand l'impédance $Z$ optimise la puissance récupérée par le SSH . . . . .	116
4.24	Principe de montage des bobines par rapport aux aimants [29] . . . . .	118
4.25	Vue en perspective du récupérateur d'énergie conçu . . . . .	120
4.26	Vue en projection du récupérateur d'énergie . . . . .	120
4.27	Photo annotée du dispositif expérimental . . . . .	121
4.28	Schématisation du dispositif expérimental . . . . .	121
4.29	Modélisation du dispositif expérimental . . . . .	122
4.30	FRF expérimentale $\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_1}$ du récupérateur d'énergie en boucle ouverte . . . . .	123
4.31	Évolution de $C_e$ expérimental en fonction de la fréquence . . . . .	125
4.32	Puissance maximale en fonction de la partie résistive $a$ du feed-back linéaire avec (a) 3 bobines - (b) 9 bobines . . . . .	125
4.33	Montage expérimental du module EH300A . . . . .	128
4.34	Phases de fonctionnement du module EH300A (extrait de la documentation technique annexe D) . . . . .	129
4.35	Mesures des puissances dans le cas où la sortie du module EH300A s'ouvre et se ferme . . . . .	130
4.36	Évolution de l'amplitude de $\ddot{x}_1$ dans le cas où la sortie du module EH300A s'ouvre et se ferme . . . . .	131
4.37	Mesures dans les cas où la sortie du module EH300A est ouverte en permanence	132
5.1	Montage du récupérateur d'énergie sur une structure porteuse d'énergie finie . .	136
5.2	Principe du TMD . . . . .	139
5.3	Comparaison des déplacements de $M_1$ avec et sans TMD . . . . .	140
5.4	Évaluation de la stratégie des TMD (avec $\mu = 0.01$ , $M_1 = 1 \text{ kg}$ , $\xi_m = 0.2 \%$ , $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$ et $\ddot{x}_0 = 1 \text{ m.s}^{-2}$ ) . . . . .	140
5.5	Évolution de l'amortissement optimal $\xi_{2 \text{ opt}}$ (cf. formule 5.13) quand $\omega_1 = \omega_2 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$ . . . . .	142
5.6	Comparaison de l'optimum de $P_r$ quand l'amortissement est choisi faible à l'optimum obtenu par simulations ( $r_1 = 0.95$ et $\xi_m = 0.2\%$ ) . . . . .	143
5.7	Comparaison de l'optimum de $P_r$ quand l'amortissement est choisi faible à l'optimum obtenu par simulations ( $r_1 = 1.05$ et $\xi_{2 \text{ max}} = 2\%$ ) . . . . .	144
5.8	$r_2$ optimal obtenu numériquement quand $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$ . . . . .	145
5.9	Évolution de $\xi_2$ optimisant $P_r$ à l'aide de simulations numériques . . . . .	145
5.10	Montage du récupérateur d'énergie externe . . . . .	146
5.11	Comparaison de $P_r$ optimal obtenue numériquement quand $\xi_2$ est fixé ou non (avec $r_1 = 0.95$ et $\xi_m = 0.2\%$ ) . . . . .	147
5.12	Comparaison des termes au dénominateur de l'équation 5.8 lorsque les paramètres sont optimisés . . . . .	148
5.13	$\mu$ optimal obtenu numériquement quand $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$ . . . . .	149
5.14	Comparaison de $P_{r \text{ opt}}$ obtenue par simulations numériques ( $\times$ ), par la stratégie 1 ( $\text{—}$ ) et par la stratégie 2 ( $\blacksquare$ ) avec $\mu \leq 0.10$ , $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$ , $\xi_1 = \xi_m = 0.2 \%$ $r_{2 \text{ min}} = 0.5$ et $\xi_2 \leq 2 \%$ . . . . .	151

---

5.15	Évolution de $P_{r\ opt}$ obtenue par stratégie 1 avec $\omega_1 = 200\ rd.s^{-1}$ , $r_{2\ min} = 0.5$ et : (a) $\xi_1, \xi_m$ variables et $\mu_{max} = 0.25$ - (b) $\xi_1 = \xi_m = 0.2\ \%$ et $\mu_{max}$ variable . .	153
5.16	Évolution de $\frac{P_{r\ opt}}{P_\rho}$ obtenue par stratégie 1 pour différentes valeurs de $\mu_{max}$ . .	154
D.1	Module de récupération d'énergie Advanced Linear Devices . . . . .	171
E.1	Aimant anneau utilisé de référence A27-16-5 chez YX Magnetic [30] . . . . .	175
E.2	Exemple de polarisations possible des aimants cylindriques [30] . . . . .	176
E.3	Simulations par une plaque de Mindlin du ressort en CuBe2 d'épaisseur 0.8 mm	177



---

# Liste des tableaux

---

1.1	Comparaison des différents types d'énergie . . . . .	7
1.2	Comparaison des différents types de transducteurs . . . . .	19
2.1	Comparaison des caractéristiques des matériaux piézoélectriques . . . . .	37
2.2	Comparaison des différents générateurs piézoélectriques en PZT . . . . .	39
2.3	Comparaison des différents types transducteurs électrostatiques . . . . .	42
2.4	Comparaison des différents types transducteurs électromagnétiques . . . . .	42
2.5	Comparaison des caractéristiques des aimants [31] . . . . .	44
2.6	Avantages et inconvénients des différents transducteurs [22] . . . . .	46
2.7	Comparaison des différentes sources vibratoires . . . . .	47
2.8	Synthèse des stratégies classiques de contrôle colocalisé [32] (où $s$ représente la variable de Laplace et $g_i$ le gain du contrôle) . . . . .	52
3.1	Synthèse des résultats analytiques pour les points particuliers . . . . .	70
3.2	Comparaison des puissances maximales récupérées avec deux récupérateurs d'énergie interne (avec $\xi_1 = 0.2\%$ ) . . . . .	78
3.3	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux en boucle ouverte . . . . .	80
3.4	Erreur relative maximale entre les FRF calculées avec 1 et 6 modes . . . . .	81
3.5	Comparaison des résultats analytiques et numériques . . . . .	86
4.1	Évaluation des énergies échangées (sans redressement de la tension) pour une structure soumise à une impulsion, qui charge un condensateur en une période $T$ . . . . .	97
4.2	Évaluation des puissances récupérables en fonction des conditions d'utilisation . . . . .	117
4.3	Synthèse des résultats expérimentaux pour une capacité $C = 4 \text{ mF}$ et $\max(\ddot{x}_1) = 1 \text{ m.s}^{-2}$ . . . . .	127
4.4	Synthèse des résultats expérimentaux pour différentes capacités où l'impédance est optimisée ( $\max(\ddot{x}_1) = 1 \text{ m.s}^{-2}$ ) . . . . .	128
4.5	Synthèse des résultats expérimentaux pour différents niveaux d'excitation $\ddot{x}_1^{moy}$ et impédances de sortie $Z$ (dans le cas où la sortie du module EH300A se ferme durant le cycle) . . . . .	131
4.6	Synthèse des résultats expérimentaux pour différents couples ( $\ddot{x}_1^{max}, Z$ ) avec la sortie du module EH300A ouverte en permanence . . . . .	133



---

# Remerciements

---

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude aux Professeurs Manuel Collet et Marc Berthillier qui ont rendu possible le fait que je réalise une thèse au sein du département de mécanique appliquée de l'institut FEMTO-ST.

Je voudrais remercier une nouvelle fois Monsieur Manuel Collet pour avoir accepté d'être mon directeur de thèse durant ces sept années, d'avoir été disponible et de m'avoir aidé à faire des choix pertinents pour permettre le bon avancement de ce travail de thèse. Je voudrais également remercier mon second directeur de thèse, Monsieur Emmanuel Foltête, d'avoir été présent lorsque j'avais besoin d'aide, notamment pour la partie expérimentale.

J'exprime toute ma gratitude à Messieurs Jean-Louis Masson et Jean-Marc Cote pour avoir été disponibles pour résoudre les problèmes techniques que j'ai rencontrés.

Je souhaite également remercier Messieurs Jean-François Deü et Régis Dufour pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse. J'exprime également ma reconnaissance à Monsieur Daniel Guyomar pour son intérêt quant à mon travail et d'avoir accepté d'être le président de mon jury.

Pour finir je tiens tout particulièrement à dire un grand merci à ma femme, Cara, pour m'avoir soutenu et aidé durant toute la durée de cette thèse.



---

# Introduction

---

Dans les sociétés industrielles les problèmes énergétiques sont essentiels. En effet, l'énergie est indispensable pour faire fonctionner diverses applications (voitures, ordinateurs, chauffage, ...). Elle est également nécessaire à la vie. Nous consommons des aliments et assimilons l'énergie chimique qu'ils contiennent pour nous permettre de nous déplacer et d'entretenir la température de notre corps à 37°C. L'énergie a également été un facteur essentiel pour le développement de l'homme [33]. Il a commencé par utiliser l'énergie mécanique que peuvent produire les animaux pour tirer des chariots, puis le vent pour propulser des bateaux et maintenant l'essence pour faire avancer les voitures. L'homme a appris en évoluant à utiliser l'énergie qui se trouve stockée sous des formes diverses et variées telles que chimique, mécanique, électrique, thermique, ... Il est parfois possible de l'utiliser directement (l'énergie mécanique du vent peut servir à moudre du blé) mais généralement il faut la transformer avant qu'elle ne soit utilisable (convertir l'énergie solaire en électricité) et finalement l'utiliser pour faire fonctionner un appareil électrique. Jusqu'à présent une énergie "bon marché" était extraite de gisements pétroliers et houillers dont les stocks sont limités. Avec l'épuisement des ressources naturelles, les hommes doivent rechercher en permanence de nouvelles sources d'énergies [34]. Une des conséquences de la diminution des réserves naturelles en énergie est l'augmentation de leur prix. Certaines considérées comme moins avantageuses par le passé (car moins énergétiques à volume comparable), deviennent intéressantes en considérant le coût pour obtenir une quantité d'énergie donnée. C'est ainsi que les hommes se sont tournés vers les énergies renouvelables telles les énergies éolienne, hydraulique, ou bien solaire. L'avantage d'utiliser le milieu environnant est de disposer d'un réservoir d'énergie infinie et donc de ne pas risquer l'épuisement de cette source. De nouvelles stratégies sont apparues pour rendre les systèmes autonomes (lampe torche rechargeable, ...) ou augmenter leur durée de vie.

L'énergie est une notion assez difficile à appréhender, car elle se présente sous des formes très diverses. Le mot "énergie" n'est apparu en France qu'en 1875 sous la définition que nous lui connaissons actuellement avec la naissance de la thermodynamique. Sadi CARNOT pose les fondements de cette science au début du XIX<sup>e</sup> siècle avec son livre "Réflexion sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance". La thermodynamique définit l'énergie comme la capacité d'un système à produire du travail ou de la chaleur [35]. D'après le premier principe il n'est possible que de transformer de l'énergie et non d'en créer. Par exemple, une centrale hydro-électrique transforme l'énergie potentielle de l'eau en énergie électrique afin de la rendre utilisable. Le second principe introduit des limitations à la transformation de cette énergie notamment l'irréversibilité dans certains cas et les pertes d'énergie durant la transformation.

Certaines formes d'énergie ne sont pas d'un usage pratique. Actuellement il n'y a guère que le chauffage comme utilisation d'une source calorifique de faible température. Par contre l'énergie électrique est très facilement employable et ne pollue pas le milieu environnant comme peut le faire l'énergie chimique extraite de l'essence, mais elle n'est pas présente naturellement dans le milieu environnant. Il faut donc la transformer à partir d'un autre type de source (thermique, solaire, ...). Elle est extrêmement pratique car on sait la convertir en différents types d'énergie (calorifique, mécanique) et ce avec un bon rendement ou bien l'utiliser directement sous cette forme pour alimenter un appareil électronique par exemple. De plus, celle-ci est facilement transportable (dans des lignes haute tension).

L'énergie électrique étant nécessaire à presque tous les appareils. Le tout n'est pas seulement d'obtenir l'énergie électrique, il est faut également être capable de la stocker pour assurer sa souplesse d'emploi. L'énergie solaire convertie en électricité est emmagasinée dans des batteries (par exemple : calculatrice solaire) et est utilisée plus tard. De plus, extraire de l'énergie du milieu environnant permet de se libérer du problème de la décharge du réservoir d'énergie comme le montre Shad ROUNDY et al. [36]. Ceci est très pratique quand on s'intéresse à des appareils portatifs que l'on souhaite entièrement autonomes. La récupération d'énergie permet donc de ne plus être limité par la durée de vie des batteries alimentant l'appareil considéré. Elle a également un effet positif sur l'environnement en permettant de se passer des millions de batteries qui doivent être changées régulièrement.

Evidemment la quantité d'énergie récupérée dépend de la taille de la source, de la taille du récupérateur d'énergie et de la possibilité d'en utiliser plusieurs. La qualité de la transformation est un facteur également important. En effet, il faut limiter au maximum les pertes lors de la conversion d'une énergie en une autre. De plus, il n'est pas possible d'en faire entrer autant que l'on le désire dans un récupérateur d'énergie pendant un temps donné. Le but de ce travail de recherche est de maximiser le transfert énergétique du milieu environnant vers le système de stockage d'énergie. Cette étude va montrer la démarche suivie à travers les cinq chapitres qui suivent.

Le premier chapitre s'intéresse aux différents types d'énergie qui existent et plus particulièrement à celles renouvelables. Ce sont des sources adaptées pour réaliser de la récupération d'énergie car elles sont en général inépuisables. Quelques exceptions existent cependant. Il faut par exemple faire attention à ne pas consommer trop de bois pour ne pas épuiser cette source qui nécessite du temps pour se régénérer. La puissance liant l'énergie au temps est bon outil pour comparer les différents récupérateurs d'énergie.

Le second chapitre s'intéresse au choix de la stratégie pour récupérer le maximum d'énergie d'une structure mécanique. Pour déterminer la plus adaptée, il faut notamment étudier les transducteurs envisageables et imposer des critères. Cela permet de comparer les différentes stratégies et d'en retenir une. L'analyse de celle-ci permet de constater qu'elle se rapproche d'une stratégie de contrôle, ce qui nous a amené à les étudier pour essayer d'optimiser la récupération d'énergie.

Le troisième chapitre va montrer sur quels paramètres il faut agir pour maximiser l'énergie récupérée dans le cas d'un feed-back linéaire et en considérant une source d'énergie infinie. La structure support utilisée et le transducteur retenu pour la récupération d'énergie sont définis et modélisés. Les puissances entrantes et sortantes sont évaluées numériquement et analytiquement dans le cas d'une récupération d'énergie par un transducteur unique. La puissance théorique extraite est maximisée et les résultats sont confrontés à des mesures expérimentales. Le cas de plusieurs transducteurs montés sur la structure flexible a également été étudié. Ces études permettent de donner les paramètres sur lesquels il faut agir pour optimiser le transfert d'énergie dans le cas linéaire.

Le quatrième chapitre réalise l'optimisation d'un système de récupération d'énergie mécanique fixé sur un réservoir. Dans cette partie nous tiendrons compte de l'électronique non linéaire utilisée pour récupérer l'énergie. Deux stratégies seront envisagées : l'une utilisant le régime transitoire et l'autre le régime stabilisé. L'étude de ces stratégies fait ressortir certaines règles de conception. Un prototype a été réalisé en utilisant les paramètres préconisés. Ce démonstrateur a permis d'évaluer les puissances récupérées expérimentalement et de vérifier si les paramètres de conception permettent effectivement de maximiser l'énergie récupérée.

Le cinquième chapitre étudie le cas où le récupérateur d'énergie conçu au chapitre précédent n'est plus alimenté par un réservoir mais par une source d'énergie finie. L'interaction entre le récupérateur d'énergie et la structure porteuse amène à réévaluer les paramètres de conception et à envisager différentes stratégies. Nous finirons en identifiant les paramètres de conception permettant d'optimiser la puissance extraite.



# Chapitre 1

---

## Généralités sur l'énergie et sa récupération

---

Certaines ressources énergétiques commençant à diminuer, l'homme se tourne à nouveau vers l'exploitation de ressources renouvelables. Pour ne pas manquer d'énergie dans le futur, la recherche de nouvelles sources est nécessaire. C'est dans ce contexte qu'est apparue la récupération d'énergie.

Nous commencerons par énoncer quelques généralités sur l'énergie. Puis nous verrons les liens qui existent entre différentes formes d'énergie. Il n'est pas possible de transférer celle-ci à n'importe quelle vitesse, ce qui nous amène à introduire la notion de puissance. Nous analyserons ensuite le potentiel de différentes ressources renouvelables. Nous continuerons ce chapitre en définissant ce qu'est la récupération d'énergie et le terminerons par un état de l'art.

### 1.1 Généralités sur l'énergie

Après avoir défini ce qu'est l'énergie et fait un bref historique, nous allons passer à la comparaison des différentes formes sous lesquelles elle peut se présenter. Nous noterons qu'il est parfois utile de la transformer. Nous détaillerons pourquoi l'énergie électrique est celle que l'on privilégie. Cette partie se terminera par l'étude de l'évolution de la consommation énergétique.

#### 1.1.1 Définition

Le mot énergie vient du grec *energeia* qui signifie "Force en mouvement". Il est difficile de le définir car l'énergie se présente sous des formes diverses et variées (solaire, mécanique, chimique, électrique, magnétique, ...). D'une façon assez générale elle représente la capacité d'un système à produire un travail, de la chaleur, ou de la lumière.

#### 1.1.2 Historique

La première forme d'énergie à avoir été utilisée est celle contenue dans la biomasse. Les hommes préhistoriques ont commencé par l'employer en faisant du feu pour se chauffer et

cuire des aliments. Celle-ci est en réalité prélevée de l'énergie solaire et stockée sous forme chimique dans la matière vivante (ex : les végétaux).

Environ 3000 ans avant Jésus-Christ, les premiers bateaux à voile apparaissent et utilisent l'énergie du vent. Environ 200 ans avant Jésus-Christ apparaissent les premiers moulins à vent chez les Perses. Et ce n'est qu'au XIV<sup>e</sup> siècle que les moulins à vent fleurissent aux Pays-Bas. Ils servent principalement à pomper l'eau et à moudre le grain. Les moulins à eau sont apparus à la même époque que les moulins à vent pour les mêmes utilisations. Ce n'est qu'après l'apparition de l'électricité que l'eau stockée dans les barrages a servi à produire de l'énergie.

La révolution industrielle a été rendue possible aux XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles par la maîtrise de nouvelles sources d'énergie : le pétrole et le charbon. Dans les années 1950 c'est de tour de l'énergie nucléaire. Bien que l'effet photovoltaïque ait été découvert (1839) avant celui de la radioactivité (1896), l'énergie solaire a commencé à être utilisée après. En effet, il a fallu attendre le premier choc pétrolier de 1973 pour que cette source commence à être utilisée. Après l'augmentation du coût du pétrole, celle-ci a commencé à devenir économiquement intéressante et connaît actuellement un fort développement.

Avec la diminution de certaines réserves naturelles et l'augmentation du prix de l'énergie, de nouvelles sources ont été envisagées. L'océan est l'une d'elles. Par exemple, Leijon et al. [37] ont eu l'idée de récupérer l'énergie fournie par les vagues et de la transformer en énergie électrique. L'énergie mécanique provenant des marées ou des courants marins peut également être récupérée. L'homme est toujours à la recherche de nouvelles sources d'énergies à exploiter. Certaines ne sont pas encore utilisables, d'autres ne peuvent pas encore être récupérées (comme la foudre par exemple) ou bien n'ont pas encore été découvertes.

### 1.1.3 Comparaison des sources d'énergie

Il peut y avoir d'énormes différences entre les énergies contenues dans un volume donné comme le montre le tableau 1.1. On peut constater que l'uranium est bien plus énergétique que l'essence par exemple. Cette dernière permet tout de même de produire plusieurs dizaines de kilojoules par centimètre cube d'essence, ce qui en fait une source très intéressante. Cette densité énergétique est notamment suffisante pour faire fonctionner avec une autonomie importante une voiture nécessitant pourtant une puissance élevée.

La densité d'énergie massique n'est pas le seul paramètre à considérer lors du choix d'une source. Il faut également tenir compte des déchets pouvant être produits lors de la transformation d'énergie. L'uranium en se désintégrant va produire des déchets toxiques pour l'homme, ce qui ne permet son utilisation que pour des applications très particulières (et par conséquent peu nombreuses).

Enfin l'utilisation finale de l'énergie est aussi un élément qui peut jouer un rôle dans le choix d'une source, en vue par exemple de limiter les conversions.

### 1.1.4 Intérêt de convertir l'énergie

Si on désire chauffer une pièce, le plus simple est d'utiliser directement une source de chaleur. Dans ce cas, l'énergie calorifique n'a pas besoin d'être transformée, elle est simplement transférée de la source à la pièce. Ce n'est pas nécessairement la meilleure solution, car des pertes s'opèrent dans les tuyaux lors du transport. Une autre possibilité est de transformer l'énergie électrique en chaleur et ce avec un bon rendement. Son transport se fait facilement dans des conducteurs électriques et les dissipations par effet Joule sont faibles. En faisant le bilan des

Source d'énergie	Type d'énergie	Energie volumique ( $J/cm^3$ )	Energie massique ( $J/g$ )
Uranium 238 [38]	Nucléaire	$2.23 \times 10^{10}$	$1.19 \times 10^9$
Charbon (densité = 1.8) [2]	Chimique	63 000	35 000
Essence [2]	Chimique	32 000	45 000
Pile à combustible (Direct méthanol [2])	Chimique	3 600	4 500
Batterie Nickel Cadmium [39]	Chimique	3 240	1 260
Batterie Li-ion [39]	Chimique	9 720	4 430
Pile alcaline AA Varta 2600mAh	Chimique	16 900	5 600
Super capacité Panasonic 0.2F 3.3V [40]	Electrique	9.56	3.125

TAB. 1.1 – Comparaison des différents types d'énergie

pertes nous pouvons constater que dans certains cas il est plus intéressant d'avoir choisi de convertir de l'énergie pour améliorer son transport et/ou son stockage.

Enfin il faut noter que certaines énergies ne sont pas utilisables dans leur état naturel. C'est notamment le cas des énergies primaires (solaire, biomasse, ...) qui doivent être converties pour être rendues "utilisables".

### 1.1.5 Intérêt de l'énergie électrique

La forme d'énergie la plus intéressante est certainement l'électricité. Elle est bon marché car assez facile à produire à partir des ressources naturelles qui nous entourent : les rivières, le vent, ... Elle est facilement stockée dans des batteries ou transportée à l'aide de conducteurs électriques et aisément transformée en une autre forme d'énergie (en chaleur entre autres). De plus, sa consommation présente l'avantage de ne pas produire de déchets. Pour toutes ces raisons, l'électricité s'est imposée pour alimenter les appareils qui nous entourent.

### 1.1.6 Evolution de la consommation énergétique

La consommation énergétique mondiale a rapidement augmenté depuis le début de l'industrialisation. Le même phénomène peut s'observer en France. La consommation moyenne était de 0.3 tep<sup>1</sup>/habitant/an à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle et de 4.15 tep/habitant/an au début du XXI<sup>e</sup> siècle [33]. Vu la présence généralisée de l'énergie électrique, il est normal de retrouver également une augmentation de la production d'électricité française entre 1971 et 2006 [41]. Cette augmentation est due à la hausse du nombre d'appareils électriques et non à l'accroissement de leur consommation comme cela est montré dans l'étude réalisée par Truttmann et Rechberger [42]. Ces besoins énergétiques croissants, nous amènent à devoir considérer toutes les sources d'énergies potentielles et à déterminer celles qui sont les plus viables. Pour cela il faut bien comprendre les liens qui existent entre les différentes formes d'énergie.

<sup>1</sup>tep = tonne équivalent pétrole qui est une autre unité de mesure de l'énergie (1 tep = 11630 kWh)

## 1.2 Liens entre les différentes énergies

L'arrivée de la thermodynamique a permis de faire le lien entre différentes énergies et par conséquent entre les différentes branches de la physique. Nous verrons que de l'énergie peut être extraite d'un réservoir et que cette transformation peut se faire de façon réversible ou non. Nous finirons cette partie en faisant un bilan des différentes formes d'énergie qui existent et des liens entre elles.

### 1.2.1 Les différentes grandeurs physiques de l'énergie

Un joule(J) correspond à l'énergie mécanique qu'il faut fournir à un poids d'un newton pour l'élever d'un mètre. C'est cette unité que l'on utilise dans le système international pour quantifier l'énergie. Cette grandeur physique caractérise la capacité d'un système à modifier l'état d'autres systèmes avec lesquels il entre en interaction. On retrouve le concept d'énergie dans tous les domaines de la physique : en mécanique, en thermodynamique, en électromagnétisme, en mécanique quantique, en chimie, ... Mais chaque domaine utilise sa propre unité d'énergie. On retrouve par exemple l'électronvolt ( $eV$ ) pour la physique des particules, ou le kilowattheure ( $kWh$ ) pour la consommation électrique. Dans le domaine de la thermique, la calorie (notée  $cal$ ) est utilisée. Elle est définie comme l'énergie calorifique qu'il faut apporter à un gramme d'eau pour passer de  $14.5^{\circ}C$  à  $15.5^{\circ}C$  sous pression atmosphérique normale.

La thermodynamique a montré que l'énergie est la grandeur physique qui permet de faire le lien entre les différentes branches de la physique. Elle permet par exemple de quantifier ce qui est échangé entre un circuit électrique et un système mécanique.

### 1.2.2 Premier principe de la thermodynamique

Le premier principe de la thermodynamique appliqué à un domaine matériel  $D$  qui subit une transformation infinitésimale entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . Il peut s'écrire de la façon suivante :

$$dU = \delta W + \delta Q \quad (1.1)$$

La variation d'énergie ( $dU$ ) est due à un échange de chaleur ( $\delta Q$ ) et/ou de travail ( $\delta W$ ) avec le milieu extérieur à  $D$ . La notation "d" est utilisée pour une différentielle exacte (fonction qui ne dépend pas du chemin suivi) et "δ" pour une petite variation qui dépend du chemin suivi.

L'énergie  $U$  du système est la somme de l'énergie cinétique ( $E_c$ ) et de l'énergie interne. Dans l'énergie interne on trouve l'énergie calorifique  $E_{cal}$ , potentielle  $E_p$ , de déformation  $E_{déform}$ , ...

$$U = E_c + E_{cal} + E_p + E_{déform} + \dots \quad (1.2)$$

Si le système n'échange ni chaleur, ni travail avec le milieu extérieur, cela signifie que la variation d'énergie est nulle. La somme des énergies disponibles dans le système  $D$  est donc constante. Si le système  $D$  cède de l'énergie au milieu extérieur, alors il devient une source d'énergie.

### 1.2.3 Réservoir d'énergie

Un système qui peut échanger de l'énergie sans que son état ne soit modifié est appelé un réservoir d'énergie.

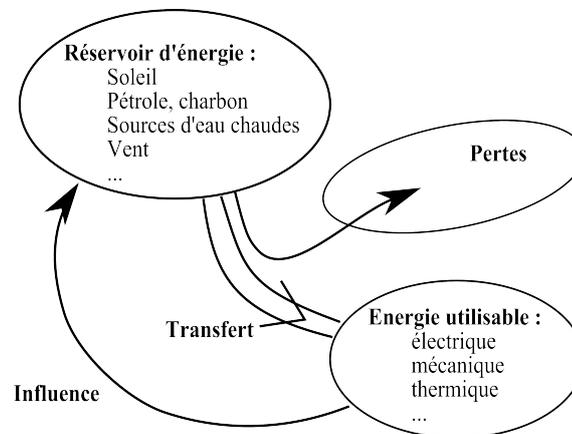


FIG. 1.1 – Le transfert de l'énergie

La figure 1.1 montre que tout transfert d'énergie a une influence sur le réservoir, même si celui-ci est très important. Lorsque la quantité d'énergie prélevée par rapport à celle disponible dans le réservoir est faible, on considère que l'influence sur la source est négligeable.

Il ne faut pas seulement prendre en compte la quantité d'énergie prélevée, mais également celle perdue. En effet, la conversion n'est jamais parfaite, il y a toujours une partie plus ou moins importante de l'énergie qui est transformée sous une forme que l'on ne sait pas ou que l'on n'arrive pas à récupérer. Ces pertes impliquent que l'on ne peut pas revenir à l'état initial, ce qui nous amène à introduire la notion de réversibilité.

### 1.2.4 Transformation réversible et irréversible

Il n'est pas possible de transformer intégralement la chaleur en énergie électrique ou mécanique ce qui amène la notion d'irréversibilité. La chaleur est une énergie désordonnée, ce qui explique le terme de "dégradé" [34, 43]. Par opposition, le travail peut être transformé intégralement en énergie électrique (l'inverse est également vrai). Cela correspond à une transformation réversible.

Sur la figure 1.2 on trouve une représentation simplifiée des phénomènes réversibles et irréversibles. Un phénomène est réversible s'il est possible de remettre toute l'énergie prélevée dans le réservoir. Pour que cela soit possible, il ne faut pas qu'il y ait de pertes sinon nous avons à faire à un phénomène irréversible. Cela correspond à une première approche du second principe de la thermodynamique. Mais il manque une condition mathématique pour séparer les phénomènes réversibles et irréversibles.

En 1854 suite à des travaux sur les machines thermiques, Clausius définit cette grandeur et l'appelle "entropie". Ce mot vient du grec *entropia* qui signifie "retour en arrière" pour faire allusion à la réversibilité [35]. Cette grandeur notée  $S$  caractérise l'état du système au même titre que la pression, la température, ... L'entropie ne se conserve pas contrairement à l'énergie [44], elle se crée spontanément dans un système isolé qui n'est pas en équilibre comme énoncé par le second principe de la thermodynamique ( $dS \geq 0$ ). Un système purement mécanique qui évolue

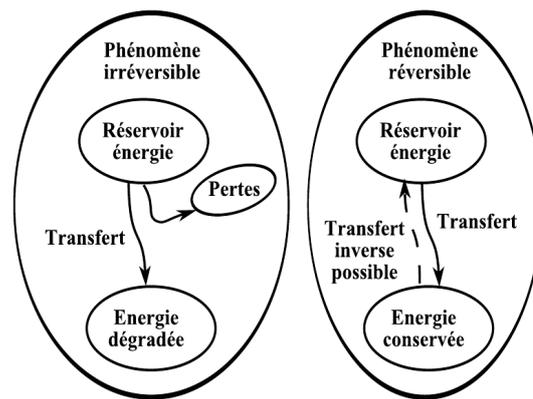


FIG. 1.2 – Synthèse des phénomènes réversible et irréversible [1]

au cours du temps a une variation d'entropie nulle, caractérisant un phénomène réversible. En pratique, un phénomène n'est jamais parfaitement réversible, mais il peut être considéré comme tel si la création d'entropie est faible devant les énergies mises en jeu.

### 1.2.5 Synthèse des liens entre les différentes énergies

La figure 1.3 montre de façon simplifiée les différentes formes d'énergie que l'on peut rencontrer et les interactions entre elles.

On y retrouve que les énergies mécaniques, thermiques, chimiques et électromagnétiques peuvent être converties en énergie électrique. Cette figure cite également les transducteurs nécessaires à ces transformations : les convertisseurs photovoltaïques, thermoélectriques, ...

Un rapport de la société AdaptivEnergy (fabriquant de récupérateurs d'énergie) indique en fonction de la source d'énergie le type de transducteur le plus approprié [45]. Pour des applications dans le domaine des transports (trains, camions, voitures, avions, ...) ou celui des machines industrielles (pompes, moteurs, ...), il est potentiellement intéressant de récupérer l'énergie vibratoire. L'énergie solaire est généralement plus adaptée pour alimenter des capteurs en extérieur (sur un pont ou une route par exemple). Les convertisseurs thermoélectriques sont intéressants pour des applications industrielles qui dégagent de la chaleur telles les raffineries, ...

## 1.3 Energie versus puissance

Ce n'est pas parce qu'une source dispose d'une quantité d'énergie importante que l'on va automatiquement en récupérer beaucoup. Il faut également considérer la vitesse à laquelle l'énergie peut être transférée. Dans un premier temps nous allons définir ce qu'est la puissance, puis nous comparerons cette grandeur à l'énergie.

### 1.3.1 Définition de la puissance

L'énergie d'un système peut être définie en fonction du temps  $t$  et de variables  $X_i$  indépendantes. Celles-ci peuvent être intensives (température, pression,...) ou extensives (volume, ...). La puissance instantanée est déterminée en calculant la variation d'énergie par unité de temps :

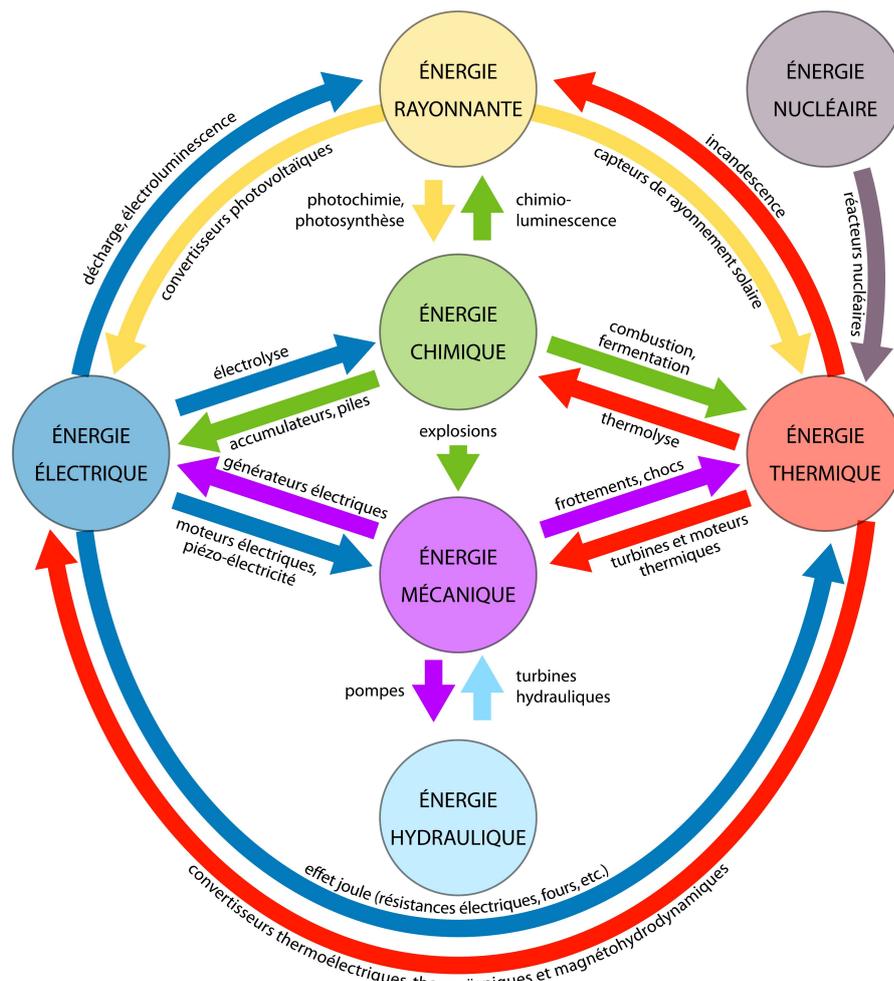


FIG. 1.3 – Lien entre les différents types d'énergie [2]

$$P^{inst} = \frac{dU}{dt}(t, X_i) \quad (1.3)$$

L'unité de puissance dans le système international est le watt et correspond à des joules par seconde. On peut également la mettre sous la forme :

$$P^{inst} = \left( \frac{\partial U}{\partial t} \right) + \sum_i \left( \frac{\partial U}{\partial X_i} \right) \frac{dX_i}{dt} \quad (1.4)$$

La grandeur  $\left( \frac{\partial U}{\partial X_i} \right) \frac{dX_i}{dt}$  correspond à la puissance liée à la variable  $X_i$ .

Pour donner un sens plus physique à la puissance, James Watt a défini le cheval-vapeur. Il s'agit du travail d'un cheval (vigoureux) tirant une charge de 75 kg à la vitesse de  $1 \text{ m.s}^{-1}$ . Cette unité a été introduite à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle car à cette époque on se servait essentiellement de la puissance des chevaux. Elle permettait de comparer la puissance des machines à vapeur à celle des chevaux. Mais cette unité ne fait pas partie du système international. En fait un cheval-vapeur correspond à une puissance de 736 Watts. De cette ancienne unité on comprend bien que pour obtenir une forte puissance il va falloir cumuler les chevaux alors que pour augmenter l'énergie il va falloir augmenter leur temps de travail.

### 1.3.2 Comparaison de la puissance et de l'énergie

Disposer d'une très grande énergie ne veut pas dire que la puissance sera automatiquement élevée. Pour constater cela il suffit de comparer deux énergies du tableau 1.1 entre elles. Par exemple 23 GJ sont stockés dans un centimètre cube d'uranium 238 et "seulement" 63 kJ dans le même volume d'essence. Cela représente environ 350 000 fois moins. Sachant que la demi-période de l'uranium est de 4.5 milliard d'années, cela signifie que la source ne libère naturellement qu'une puissance de  $0.16 \mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Cette puissance est ridiculement petite par rapport à ce que l'on peut obtenir avec de l'essence comme un moteur quatre temps permet de produire environ  $15 \text{W}\cdot\text{cm}^{-3}$  avec un mélange air-essence (sous forme gazeuse). Nous voyons donc bien que grande quantité d'énergie ne rime pas forcément avec forte puissance.

Les énergies renouvelables n'apparaissent pas dans le tableau 1.1 car elles ne peuvent pas être définies par une énergie. Comme celles-ci se renouvellent, elles dépendent donc du temps. Par contre il est possible de les caractériser par leur vitesse d'extraction de l'énergie, c'est à dire la puissance. Par exemple, l'éolienne Ampair® 600 est un petit modèle (son diamètre de pales est de 1.7 m) qui permet de produire  $1300 \text{kWh}\cdot\text{an}^{-1}$  si on considère un vent de référence à  $5 \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  [46]. En tenant compte de son encombrement, qui est d'environ  $500 \text{dm}^3$ , nous déterminons une puissance volumique d'approximativement  $0.3 \text{mW}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Cela revient à récupérer  $4.26 \times 10^{13} \text{J}\cdot\text{cm}^{-3}$  en 4.5 milliards d'années (demi période de l'uranium). La puissance produite par cette éolienne n'est pas énorme (bien plus faible que celle de l'essence) mais en la laissant récupérer de l'énergie suffisamment longtemps celle-ci devient colossale (supérieure à celle de l'uranium 238). Cet exemple montre que les énergies renouvelables deviennent très intéressantes sur le long terme.

### 1.3.3 Transfert de puissance

#### 1.3.3.1 Les différents types de puissance

Si on se réfère à l'équation 1.4, la puissance instantanée d'un processus physique dépend des deux variables duales  $\frac{\partial U}{\partial X_i}$  et  $\dot{X}_i$  :

$$P_{X_i}^{inst} = \left( \frac{\partial U}{\partial X_i} \right) \dot{X}_i \quad (1.5)$$

$\frac{\partial U}{\partial X_i}$  est la force généralisée associée à la variable  $\dot{X}_i$ . La puissance moyenne calculée sur un temps donné  $\tau$  est alors :

$$P_{X_i}^{moy} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left( \frac{\partial U}{\partial X_i} \right) \dot{X}_i dt \quad (1.6)$$

Si un système fonctionne de façon périodique, le temps  $\tau$  est choisi égal à la période. Dans ce cas, nous pouvons utiliser les grandeurs complexes associées à  $\left( \frac{\partial U}{\partial X_i} \right)$  et  $\dot{X}_i$ . Selon les résultats donnés dans l'annexe A, nous avons donc :

$$P_{X_i}^{moy} = \frac{1}{2} \Re \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X_i} \right) \cdot \bar{\dot{X}}_i \right] \quad (1.7)$$

$\bar{X}_i$  représente le complexe conjugué de  $X_i$ . Dans ce cas  $P_{X_i}^{moy}$  correspond également à la puissance active.

La puissance instantanée varie plus ou moins fortement autour de la valeur moyenne. La puissance réactive quantifie cette variation. Elle est définie par :

$$P_{X_i}^{réac} = \frac{1}{2} \Im \left[ \frac{\partial U}{\partial X_i} \cdot \bar{X}_i \right] \quad (1.8)$$

Dans le cas de grandeurs harmoniques,  $P_{X_i}^{réac}$  correspond à l'écartement maximal de la puissance instantanée par rapport à sa valeur moyenne.

### 1.3.3.2 Maximisation de la puissance extraite

La figure 1.4 représente la source d'énergie par un générateur de force généralisée  $\frac{\partial U}{\partial X_i}$  et un flux  $\dot{X}_i$ . En général dès que de l'énergie est transférée, il y a des pertes (comme énoncé par le second principe de la thermodynamique). Modélisons les par une impédance interne  $Z_{int}$ . L'énergie extraite de la source sert à alimenter l'impédance externe  $Z$ .

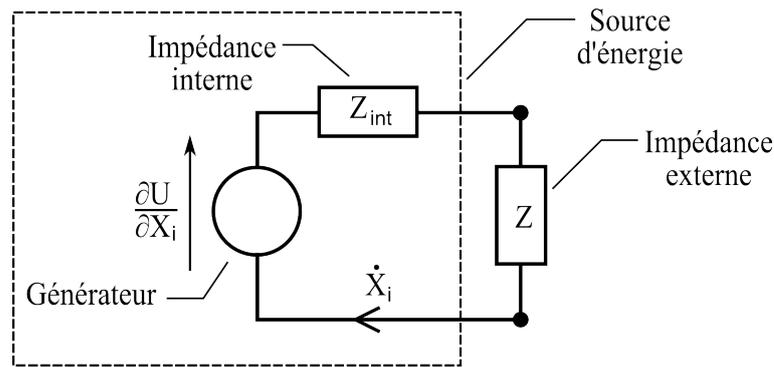


FIG. 1.4 – Générateur dont on extrait de l'énergie

Si le générateur est sinusoïdal et le circuit linéaire (avec  $Z_{int} = R_{int} + jX_{int}$  et  $Z = R + jX$ ), alors la puissance moyenne fournie par le générateur vaut :

$$P_{X_i}^{moy} = \frac{1}{2} \|\dot{X}_i\|^2 \Re [Z_{int} + Z] = \frac{1}{2} (R_{int} + R) \|\dot{X}_i\|^2 \quad (1.9)$$

La puissance moyenne alimentant  $Z$  est déterminée par :

$$P_Z = \frac{1}{2} \Re [Z \dot{X}_i \cdot \bar{X}_i] = \frac{1}{2} R \|\dot{X}_i\|^2 \quad (1.10)$$

Comme  $\dot{X}_i = \frac{\partial U}{Z_{int} + Z}$ , il vient :

$$P_Z = \frac{1}{2} \left\| \frac{\partial U}{\partial X_i} \right\|^2 \frac{R}{(R_{int} + R)^2 + (X_{int} + X)^2} \quad (1.11)$$

Ainsi la puissance  $P_Z$  est maximale si  $X = -X_{int}$  et si la résistance  $R$  vérifie  $\frac{dP_Z}{dR} = 0$ . Cela est

réalisé lorsque  $R = R_{int}$ . Il faut donc choisir  $Z = \bar{Z}_{int}$  pour que  $P_Z$  soit maximisée. Dans ce cas elle est déterminée par :

$$P_{Z \max} = \frac{1}{8\Re(Z_{int})} \left\| \frac{\partial U}{\partial X_i} \right\|^2 \quad (1.12)$$

La puissance produite par le générateur s'écrit alors :

$$\max(P_{X_i}^{moy}) = \frac{1}{4\Re(Z_{int})} \left\| \frac{\partial U}{\partial X_i} \right\|^2 = 2 \times P_{Z \max} \quad (1.13)$$

Notons que plus les pertes internes seront faibles, plus il sera possible d'extraire de l'énergie de la source.

Dans le cas où force généralisée  $\frac{\partial U}{\partial X_i}$  représente la tension  $V$  aux bornes d'un générateur et  $\dot{X}_i$  l'intensité  $I$  du courant qui y circule, nous retrouvons le théorème de Jacobi (cf annexe B) : pour maximiser la puissance de sortie, il faut choisir une impédance électrique égale au conjugué de l'impédance interne du générateur.

## 1.4 Etude des principales sources d'énergie renouvelable

Nous allons nous intéresser aux sources d'énergie renouvelable. Dans un premier temps nous étudierons les énergies chimique, électromagnétique, thermique et mécanique. Puis nous les comparerons.

### 1.4.1 Energie chimique

De l'électricité peut être produite à partir d'une réaction chimique. C'est ce qui se passe dans une pile. Le chimiste Volta a inventé la pile en 1800 en superposant alternativement des disques de zinc et de cuivre séparés par une solution aqueuse salée. Il s'est servi d'une réaction d'oxydoréduction pour produire de l'électricité. La pile s'arrête de produire du courant quand tout le métal a été oxydé, ce qui implique une durée de vie limitée. Ici nous ne sommes pas dans le cas d'une énergie réellement renouvelable.

Des recherches portent sur de nouvelles sources pour créer des piles renouvelables. Tender et al. ont créé une batterie chimique à partir de l'interface entre sédiments marins et eau de mer [47]. Elle produit de 20 à 32 mW.m<sup>-2</sup> selon la salinité de l'eau, la nature des sédiments et la surface de contact de l'anode enfoncée dans les sédiments. C'est une source d'énergie renouvelable, mais l'anode doit être déplacée de temps en temps afin de renouveler le combustible.

L'oxydoréduction n'est pas la seule source d'énergie chimique. Il est également possible d'en extraire des aliments que nous absorbons par exemple.

### 1.4.2 Energie électromagnétique

L'énergie électromagnétique est transmise par les photons qui sont des particules sans masse. Ce sont les rayons  $\gamma$  qui sont les plus énergétiques car ils ont la fréquence la plus élevée. Mais peu de recherches sont réalisées pour les utiliser car ils sont dangereux pour l'homme. Nous nous intéresserons uniquement aux caractéristiques de la lumière visible, des rayons infrarouges et des ondes radiofréquence.

### 1.4.2.1 La lumière visible

Commençons par nous intéresser à l'énergie électromagnétique la plus couramment récupérée : l'énergie solaire. Il est possible de l'utiliser pour alimenter des systèmes de petite taille telle que des montres et des calculatrices solaires comme ceux-ci ne nécessitent qu'une faible puissance pour fonctionner. Les centrales solaires permettent, quant à elles, d'obtenir de fortes puissances mais nécessitent des panneaux solaires de grandes dimensions. Evidemment la puissance obtenue dépend également de l'ensoleillement reçu par les cellules. Aux Pays-Bas l'irradiation solaire moyenne est de  $992 \text{ kWh}\cdot\text{m}^{-2}$  sur l'année contre  $2026 \text{ kWh}\cdot\text{m}^{-2}$  en Tanzanie [48]. Malgré un ensoleillement plus faible aux Pays-Bas qu'en Tanzanie, il reste tout de même avantageux de récupérer cette énergie. Par contre en intérieur, l'irradiation moyenne chute à des valeurs de l'ordre de  $3.5$  à  $20 \text{ Wh}\cdot\text{m}^{-2}$ . Cela montre que l'énergie solaire est surtout intéressante en milieu extérieur. Les valeurs citées précédemment ne tiennent pas compte du rendement des cellules photovoltaïques (rapport entre la puissance produite et la puissance solaire irradiant le panneau solaire). Malgré un faible rendement, de l'ordre de  $10\%$  [49], on arrive tout de même à obtenir une puissance électrique utilisable convenable même en intérieur. Pour obtenir une puissance de sortie de  $1 \text{ mW}$ , en considérant une puissance incidente de  $1 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$  sur la cellule photovoltaïque placée à l'intérieur, il faut disposer d'une surface raisonnable de  $10 \text{ cm}^2$ . De plus, les recherches réalisées ont permis d'améliorer le rendement qui s'élève à  $15\%$  avec le tellure de cadmium (CdTe) [36]. Cela entraîne encore une diminution des encombrements. Les cellules photovoltaïques sont utilisables dans de nombreux cas, mais nécessitent un apport minimal de lumière.

### 1.4.2.2 Les rayons infrarouges

Une autre solution consiste à utiliser des cellules thermo photovoltaïque (TPV), dont le principe est identique à celui des cellules photovoltaïques, mais c'est ici la chaleur qui est convertie en énergie électrique. Pour fonctionner, les cellules thermo photovoltaïques doivent être proches d'une source de chaleur élevée. Une expérience au "Photovoltaic Laboratory Ioffe Physico-Technical Institute" de Saint Pétersbourg a montré qu'il est possible de récupérer une puissance d'environ  $500 \text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$  pour une source de chaleur dont la température est fixée à  $1250^\circ\text{C}$  [50]. Dans ce cas, le rendement est faible ( $12\%$ ). En fait, ce rendement dépend de la température de la source comme l'ont montré O'Sullivan et al. [51]. Il passe de  $15\%$  ( $P = 700 \text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ ) pour  $T = 1300^\circ\text{K}$  à  $24\%$  ( $P = 2100 \text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ ) pour  $T = 1500^\circ\text{K}$ . Il peut atteindre  $30\%$  dans les meilleurs cas. Cette technologie doit encore être améliorée pour pouvoir être généralisée. Il faut que le rendement augmente pour ne plus avoir besoin d'une source de chaleur dont la température soit si élevée.

### 1.4.2.3 Les ondes radiofréquence

Les ondes électromagnétiques émises pour les radios, télévisions et téléphones portables peuvent également être récupérées. Pour cela il faut être proche de l'antenne émettrice. L'ordre de grandeur de cette puissance reste cependant très faible (de l'ordre de quelques  $\mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-2}$ ), ce qui limite son intérêt à des applications très spécifiques.

### 1.4.3 Energie thermique

L'effet thermoélectrique, découvert au cours du XIX<sup>e</sup> siècle, permet de convertir un flux de chaleur en électricité. Des matériaux tels que le tellure de bismuth ( $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ), ou des alliages silicium-germanium (SiGe) permettent d'observer ce phénomène. Il est aussi connu sous le nom d'effet Seebeck. Pour l'instant, le rendement de ces matériaux reste faible même si des études récentes montrent des améliorations. Les meilleurs rendements obtenus ont été de 21% en laboratoire [52]. En raison des coûts élevés et des faibles rendements, l'effet Seebeck est encore peu utilisé.

Les transducteurs thermoélectriques sont aujourd'hui utilisés pour des applications spatiales [53]. En effet la NASA a besoin de récupérer l'énergie thermique produite par des radio-isotopes pour produire de l'énergie électrique. D'autres applications utilisant des cellules thermoélectriques commencent à voir le jour pour alimenter des systèmes peu gourmands énergétiquement comme la montre thermique (cf. figure 1.5) développée par Seiko [3]. Les thermopiles utilisées sont composées de thermocouples placés en série entre une source chaude et froide. Elles produisent un courant de  $10 \mu\text{A}$  et une tension de 3 V lorsqu'elles sont soumises à une différence de température de  $5^\circ\text{C}$ .

Des essais de récupération d'énergie utilisant l'effet pyroélectrique ont également été réalisés [54]. Il ne faut pas confondre cet effet avec l'effet thermoélectrique qui lui nécessite un gradient de température. Dans les matériaux pyroélectriques (comme certains piézoélectriques), c'est le changement de température qui est à l'origine de la variation de polarisation et qui entraîne une différence de potentiel. Elle disparaît après un certain temps de relaxation. Cet effet est une alternative intéressante par rapport à l'effet thermoélectrique [55].

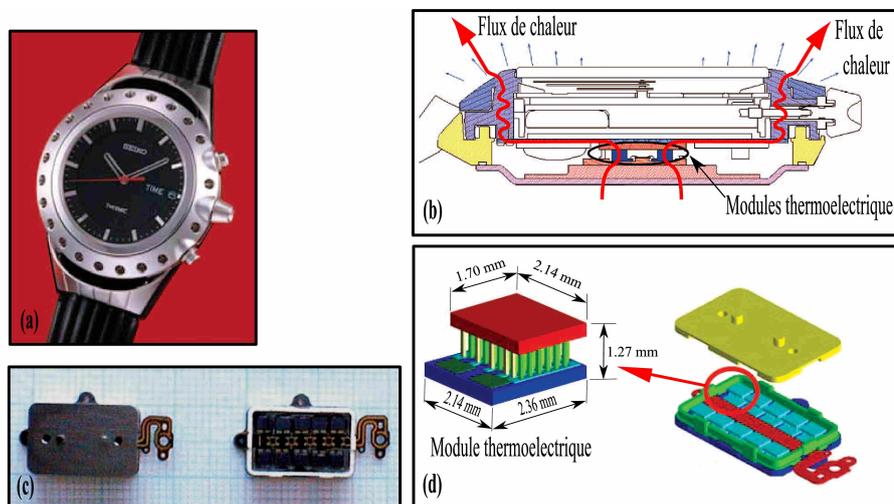


FIG. 1.5 – Montre thermique Seiko [3] : (a) photo de la montre - (b) schéma en coupe - (c) photo des modules thermoélectrique - (d) modules thermoélectriques

Il existe d'autres études portant sur la transformation à grande échelle d'énergie thermique en électricité. Des essais utilisant la différence de température entre les eaux de surface et des fonds des océans ont été menés (énergie maréthermique ou énergie thermique des mers<sup>2</sup>). Cette technique a un potentiel gigantesque étant donné la taille des océans. Mais pour fonctionner, elle nécessite une différence minimale de température de  $22^\circ\text{C}$  [56]. Il faut avoir au moins  $26^\circ\text{C}$  en

<sup>2</sup>ETM

surface et un fond marin supérieur à 1000 m pour être en présence d'une température inférieure à 4 °C. Ces conditions sont réunies sous les latitudes tropicales. Le NEHLA (Natural Energy Laboratory of Hawaii Authority, laboratoire américain) arrive à produire avec ce principe des puissances de l'ordre du mégawatt.

#### 1.4.4 Energie mécanique

Toujours dans le domaine marin, des projets de production d'électricité sont testés à partir de l'énergie mécanique présente dans les vagues. La figure 1.6 montre une bouée attachée par un câble qui entraîne en translation un aimant. Il se déplace dans un stator constitué de bobines. Ce dernier est solidement fixé au fond de la mer à l'aide de blocs de béton. Il serait ainsi possible d'extraire de la mer Baltique 20 TWh par an selon Leijon et al. [37].

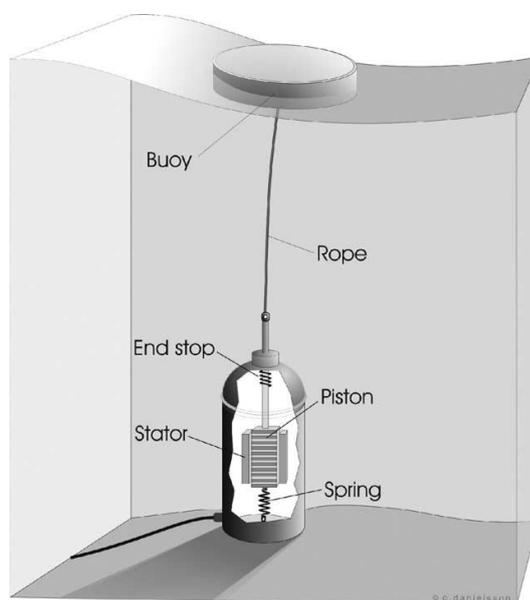


FIG. 1.6 – Système de récupération d'énergie des vagues [4]

Il existe d'autres projets tel SEAREV (Système Electrique Autonome de Récupération de l'Energie des Vagues), créé par l'équipe d'Alain Clément au Laboratoire de mécanique des fluides de Nantes [57]. Il devrait être commercialisable vers 2011-2012 et être capable de produire environ 4.4 GWh par année (ce qui représente une puissance moyenne de 0.5 MW). A titre de comparaison, les éoliennes qui produisaient 50 kW il y a environ 50 ans génèrent actuellement environ 5 MW [58]. Cela laisse présager de beaux jours à ces nouvelles technologies.

Evidemment la puissance (ou l'énergie) obtenue dépend des dimensions du récupérateur d'énergie. Les systèmes présentés précédemment sont de grande taille et basés sur une utilisation de transducteurs électromécaniques. Il existe également des systèmes de taille beaucoup plus petite. Par exemple la radio conçue par la société Freeplay permet de convertir plus de 74 % de l'énergie cinétique produite (en tournant une manivelle) en électricité [59]. La puissance de sortie obtenue ici n'est que de l'ordre du watt, mais est suffisante pour alimenter une radio.

Proportionnellement à leurs tailles respectives, la radio Freeplay et le projet SEAREV, produisent approximativement la même puissance volumique. Elle est de l'ordre du milliwatt par centimètre cube. Cela signifie que les transducteurs de petite taille sont tout aussi efficaces que

ceux de grande taille.

Les systèmes décrits précédemment utilisent tous le même principe : déplacer des aimants par rapport à des bobines. Dans le cas de la radio, un mouvement de rotation est imposé alors que pour le système de récupération d'énergie des vagues c'est une translation. Ce principe est également transposable à des systèmes qui atteignent des tailles assez petites (inférieure au centimètre cube). Par exemple les montres Seiko "Kinetic" utilisent ce principe et ne nécessitent qu'un encombrement de quelques millimètres cubes [60].

Il faut noter que pour des systèmes de très petite taille, il est généralement plus intéressant d'utiliser des transducteurs piézoélectriques plutôt qu'électromagnétiques. Les premiers sont généralement plus adaptés à la miniaturisation. La société EnOcean [5] développe des interrupteurs sans fil qui utilisent une technologie basée sur des transducteurs piézoélectriques comme l'interrupteur PTM 100 représenté sur la figure 1.7. En appuyant les lames élastiques (2) et (3) se déforiment et compressent un matériau piézoélectrique. Une énergie de 0.1 mJ est produite si un effort de 8 N est appliqué. Celle-ci va servir à générer un signal pour transmettre des informations à un récepteur qui peut être situé jusqu'à une distance de 300 m (dans un environnement sans obstacle).

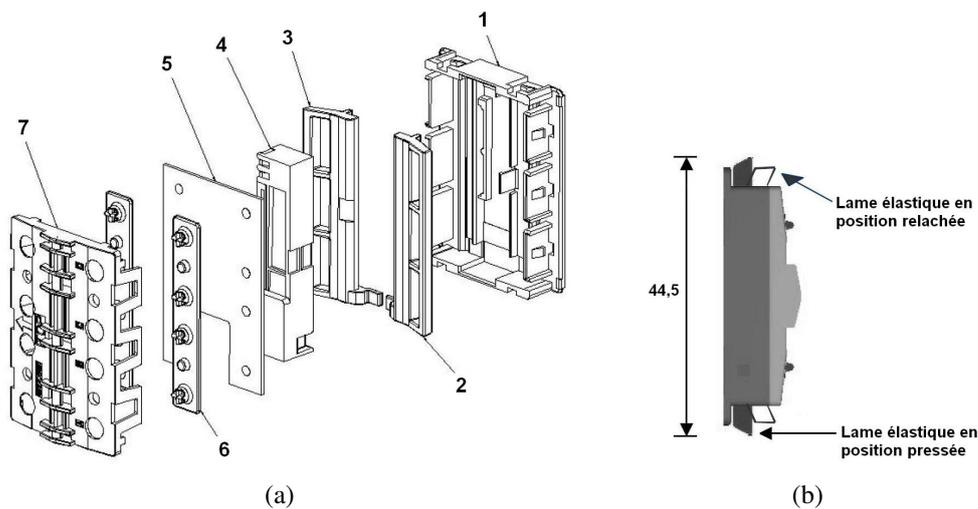


FIG. 1.7 – Interrupteur sans fil EnOcean [5] : (a) Vue éclatée - (b) Principe de fonctionnement (1) bâti, (2) et (3) lames élastiques, (4) transducteur piézoélectrique, (5) circuit électronique, (6) boutons en caoutchouc, (7) couvercle

D'autres systèmes de petite taille utilisant des transducteurs piézoélectriques ont été envisagés tel le prototype à manivelle développé par Poulin [61]. Il produit une puissance moyenne de  $13.2 \mu W$  pour une fréquence de compression de 55 Hz.

### 1.4.5 Comparaison des différentes sources d'énergie

De nombreuses sources d'énergie renouvelables existent autour de nous. Celles-ci peuvent être récupérées à plus ou moins grande échelle en fonction de l'importance de la source. Elles sont également capables de fournir des puissances plus ou moins élevées en fonction de la densité énergétique disponible.

Réaliser un bilan énergétique de chacune des sources n'est pas aisé. En effet nous pouvons remarquer que les résultats reportés dans le tableau 1.2 mélangent des puissances volumiques

et surfaciques. De plus, les valeurs données sont très approximatives.

Dans ce tableau la source d'énergie chimique n'est pas présentée car elle produit des quantités importantes de déchets (par exemple lors de l'oxydation).

Parmi les sources d'énergie considérées, nous pouvons constater que la plus intéressante en extérieur est l'énergie solaire. En intérieur, les énergies vibratoires et thermiques ont des performances supérieures à celles de l'énergie solaire.

Type d'énergie récupérée	Type de transducteur	Puissance de sortie
Solaire [49]	Photovoltaïque	10 mW/cm <sup>2</sup> (en extérieur)
		10 μW/cm <sup>2</sup> (en intérieur)
RF Wifi [62]	Récepteur RF	1 μW/cm <sup>2</sup>
Thermique [63]	Thermoélectrique	60 μW/cm <sup>3</sup> (ΔT = 10° C)
Vibratoire [63]	Electromagnétique	1 - 200 μW/cm <sup>3</sup>
	Piézoélectrique	
	Electrostatique	
Acoustique [64]		0.96 μW/cm <sup>3</sup> (à 100 dB)

TAB. 1.2 – Comparaison des différents types de transducteurs

L'énergie vibratoire permet de produire une puissance supérieure à une centaine de microwatts par centimètre cube.

L'énergie thermique semble intéressante a priori, mais cette solution n'est envisageable que dans peu de cas de figure. En effet elle nécessite la présence d'une différence de température importante. Pour que cette solution soit plus couramment utilisée, il faut que les rendements des transducteurs thermoélectriques augmentent pour obtenir une puissance convenable avec un gradient de température raisonnable.

Les énergies acoustiques et radiofréquences ne sont pas utilisées du fait de la faible puissance potentiellement générée.

### 1.4.6 Avantages de l'énergie vibratoire

Le tableau 1.2 montre que l'énergie solaire est celle qui permet d'obtenir le maximum de puissance en extérieur. Mais celle-ci n'est pas utilisable dans n'importe quelles conditions. Durant la nuit ou si l'on est situé dans un environnement où la lumière ne pénètre pas, il est impossible d'utiliser cette solution. De plus les systèmes qui doivent être alimentés ne sont pas toujours placés en extérieur. L'énergie vibratoire est, quant à elle, présente dans beaucoup d'environnements (machine tournante, système en mouvement, structure soumise au vent ou à un choc, bruit qui nous entoure, ...). Il est donc assez facile de la prélever. De plus, l'énergie vibratoire est transférable immédiatement (contrairement à un gradient de température qui nécessite un certain temps pour s'installer et se stabiliser). Les récupérateurs d'énergie vibratoire produisent enfin des puissances volumiques suffisantes pour alimenter des microsystèmes.

De nombreuses recherches s'opèrent actuellement dans ce domaine et que l'on retrouve sous la désignation de récupération d'énergie mécanique.

## 1.5 Généralités sur la récupération d'énergie

Commençons par définir ce que l'on entend par le terme de "récupération d'énergie". Ensuite nous allons distinguer les différents types de récupération d'énergie.

### 1.5.1 Définition de la récupération d'énergie

Rappelons d'abord qu'aucune énergie n'est jamais créée comme le rappelle bien le premier principe de la thermodynamique, il n'existe que des conversions.

La récupération d'énergie consiste à prélever une énergie disponible dans l'environnement et jusqu'alors non exploitée. Revenons par exemple sur le cas de la radio Freeplay. Ici, il ne s'agit pas d'un cas de récupération d'énergie, car il faut fournir spécifiquement de l'énergie mécanique pour pouvoir l'alimenter électriquement.

Le prélèvement d'énergie a généralement un effet sur la source. Si on considère le cas d'une dynamo sur un vélo, on observe bien qu'il devient plus difficile de pédaler quand la dynamo fonctionne. Ici on se retrouve à la limite de ce que l'on peut appeler de la récupération d'énergie, comme on doit fournir un effort supplémentaire pour produire cette énergie.



FIG. 1.8 – Récupération d'énergie dans une station de métro à Tokyo [6]

Un bon exemple de récupération d'énergie est le système testé à Tokyo (cf. figure 1.8). Celui-ci est composé de transducteurs piézoélectriques intégrés dans le sol à la sortie de la station de métro "Marunouchi". Ils permettent de récupérer environ 1 watt quand les passagers passent sur ce tapis sans qu'ils ne le remarquent. Ce prototype a été testé de façon concluante durant quelques mois de l'année 2006. Une nouvelle expérience a été réalisée en 2008 en passant la puissance récupérée à 10 W lors du passage d'un passager. Une puissance moyenne de 500 kW a ainsi pu être produite avec une superficie de 90 m<sup>2</sup> de sol piézoélectrique.

### 1.5.2 Applications

Un système de récupération d'énergie de grande taille a pour but de produire l'énergie dont nous avons besoin au quotidien. Mais ce dispositif doit disposer d'un gisement d'énergie suffisant. L'océan est un réservoir d'énergie gigantesque et produire quelques kilowatts à partir de l'énergie stockée dans les vagues n'est pas un problème. Avoir un système de récupération d'énergie avec un encombrement supérieur à quelques mètres cubes n'est a priori pas gênant [37].

Par contre cela devient un problème s'il faut alimenter un microsystème. Heureusement ceux-ci n'ont besoin que d'une faible puissance. Il est donc envisageable d'alimenter ceux-ci par des récupérateurs d'énergie de petite taille comme l'a montré Jean-Mistral [65]. Il est possible

d'obtenir quelques dizaines de microwatts avec un système de l'ordre du centimètre cube. Cela a été rendu possible par la diminution de la consommation des composants électroniques. Il faut noter que lorsque la durée de vie du système doit être longue, ces systèmes deviennent bien plus intéressants que les batteries dont l'autodécharge n'est plus un phénomène négligeable. Il est donc possible de rendre autonome énergétiquement des microsystèmes tel les MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems) ou les MOEMS (Micro-Opto-Electro-Mechanical Systems).

Comme noté dans le rapport édité par Los Alamos National Laboratory [64], cette technologie est particulièrement bien adaptée pour faire de la surveillance de structure ou bien de l'environnement (sons,...). Elle est utilisée pour alimenter des capteurs sans fils [66] qui ne nécessitent donc plus de changement de batteries et deviennent par conséquent plus fiables. Ils peuvent aussi être placés en des endroits difficiles d'accès.

Les récupérateurs d'énergie étant généralement simples d'installation et robustes, leur emploi se généralise. Des recherches portent même sur la possibilité d'alimenter des systèmes électroniques portables pour les rendre réellement autonomes. Une puissance d'une cinquantaine de milliwatts peut être assez facilement extraite d'une personne qui marche pour alimenter un lecteur MP3 [49]. De plus, cette technique permet des gains financiers sur le long terme puisqu'il n'y a plus de batteries à remplacer.

La récupération d'énergie est un nouveau domaine qui est amené à se développer comme l'indique Krikke [67]. De nombreuses recherches ont lieu afin de proposer de nouvelles applications. Les sociétés produisant des produits pour le camping commencent à intégrer cette nouvelle technologie à leurs produits. Il n'est pas toujours nécessaire de stocker l'énergie prélevée, celle-ci peut parfois être utilisée tout de suite. L'énergie mécanique prélevée lors du choc entre la batte de baseball et la balle est immédiatement utilisée pour amortir les vibrations qui sont apparues [68]. Beaucoup d'autres applications sont imaginables.

Pour cette étude nous allons nous focaliser sur des systèmes de récupération d'énergie mécanique qui ne sont pas trop volumineux (inférieurs au décimètre cube).

## 1.6 Etat de l'art de la récupération d'énergie mécanique

Commençons par faire un état de l'art de la récupération d'énergie mécanique sur l'homme avant de considérer une source d'énergie vibratoire quelconque. Nous distinguerons les générateurs résonants de ceux qui ne le sont pas avant de faire la synthèse des différents types de récupérateurs d'énergie.

### 1.6.1 Récupération d'énergie humaine

Starner et al. [69] ont montré que l'homme est une source potentielle importante. Il dépense par exemple 1630 W en faisant un sprint. Il est donc certainement possible de récupérer quelques watts à partir de cette énergie mécanique humaine comme l'ont confirmé quelques études [70, 71].

#### 1.6.1.1 Application quasi-statique

Il est possible de récupérer l'énergie produite lors d'un effort ou d'un mouvement réalisé. Dans ce cas la fréquence est faible et le transducteur utilisé pour convertir l'énergie mécanique a

le temps de trouver sa position d'équilibre. Nous sommes donc dans un cas de figure quasi-statique.

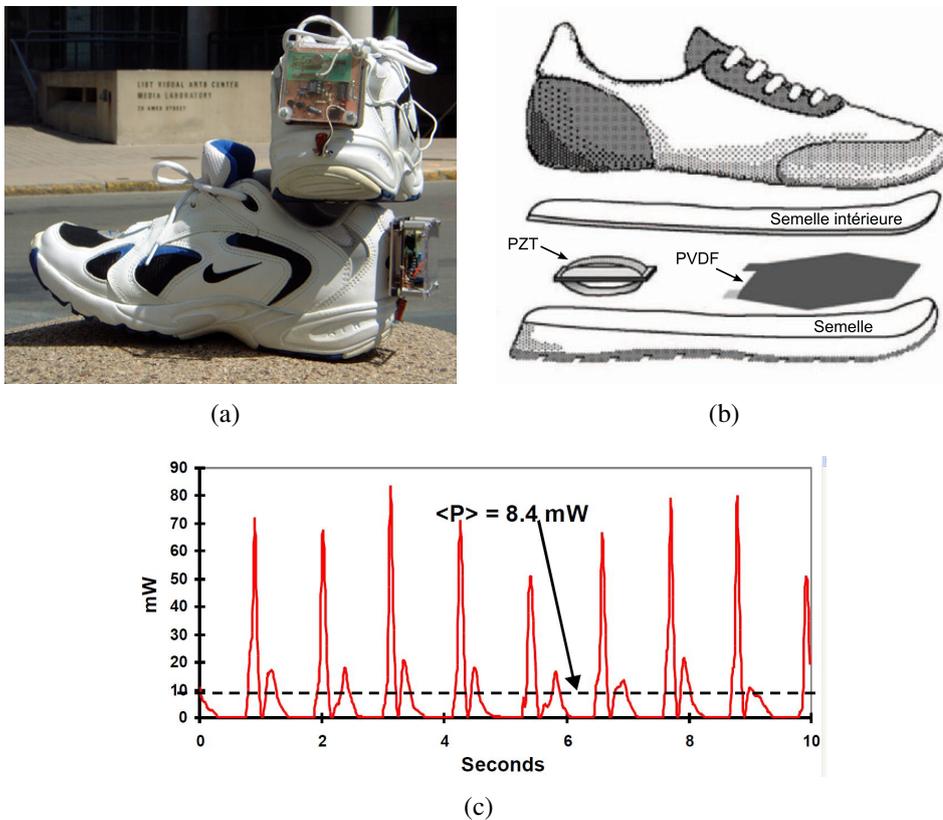


FIG. 1.9 – Chaussure piézoélectrique (Shenck [7]) : (a) prototype - (b) vue éclatée - (c) puissance générée par les générateurs en PZT bouclés sur une résistance de  $500k\Omega$

C'est par exemple le cas des chaussures développées au M.I.T. (Massachusetts Institute of Technology de Cambridge) par Paradiso et al. [72]. Le prototype est représenté sur la figure 1.9a et les deux types de transducteurs piézoélectriques utilisés sont représentés sur la vue éclatée de la figure 1.9b. Ils sont insérés dans la semelle de la chaussure pour récupérer de l'énergie durant la phase de marche. L'un est constitué de deux plaques de PZT placées au niveau du talon de la chaussure. Quand celui-ci est soumis au poids de la personne, les transducteurs se déforment et génèrent une tension. L'autre type de transducteur est réalisé en PVDF. Il est placé à l'avant de la chaussure car dans cette zone il faut utiliser un matériau piézoélectrique souple pour ne pas gêner la marche. C'est la déformation de la semelle lors de la marche qui va permettre de produire du courant. La puissance générée lors de la phase de marche est représentée sur la figure 1.9c. Nous pouvons observer des pics supérieurs à 80 mW lorsque les transducteurs piézoélectriques en PZT sont branchés sur une charge purement résistive de  $500 \text{ k}\Omega$ . Dans ce cas la puissance moyenne développée par les deux générateurs en PZT vaut 8.4 mW et 1.3 mW pour celui en PVDF [72].

Des solutions utilisant des transducteurs électromagnétiques pour récupérer l'énergie lors de la marche ont également été développées au MIT [3]. En posant le talon sur le sol, un mouvement de rotation est créé et transmis à une dynamo. Deux solutions techniques utilisant ce principe

sont représentées sur la figure 1.10. Le prototype représenté sur la figure (a) est placé par dessus la chaussure et produit 250 mW. Celui de la figure (b) est inséré à l'intérieur du talon de la chaussure et génère une puissance de 60 mW. Ces deux systèmes produisent plus de puissance que le système piézoélectrique présenté sur la figure 1.9 mais sont plus gênants pour la marche et plus encombrants.



FIG. 1.10 – Chaussure électromagnétique [3] : (a) montage externe par lanière - (b) système intégré dans la semelle

Une autre possibilité consiste à récupérer l'énergie en utilisant un transducteur électrostatique. Le matériau électroactif est placé dans le talon souple d'une chaussure comme on peut le voir sur la figure 1.11. En se déformant le transducteur va produire une variation de la capacité du matériau électrostatique. Cette solution, développée par le SRI, permet de produire environ 800 mW [3] pour une personne de 70 kg marchant à la fréquence de 2 pas par seconde. Avec ce système il est possible de faire plus de 100 000 cycles (ou 14 heures de marche) avant de devoir réimposer une charge au générateur électrostatique.

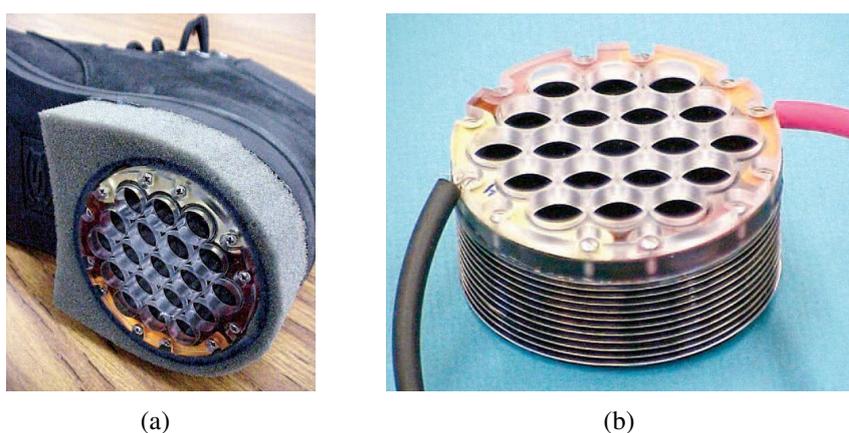


FIG. 1.11 – Chaussure électrostatique [3] : (a) générateur monté dans la chaussure - (b) système électrostatique isolé

D'autres nouvelles applications portables sont également en cours de développement. Des recherches sont menées pour intégrer par exemple des matériaux piézoélectriques à des fibres

[73, 74]. Cela permet d'envisager de récupérer de l'énergie à partir de vêtements que l'on porte. Pour des fréquences imposées plus élevées, les solutions quasi-statiques ne sont plus adaptées et il est préférable d'utiliser des générateurs de type résonant.

### 1.6.1.2 Systèmes résonant

Les systèmes résonants sont adaptés aux sources périodiques ou de type chocs. Le laboratoire SATIE (Systèmes et Applications des Technologies de l'Information et de l'Energie) s'est intéressé à la récupération d'énergie vibratoire à partir d'un système résonant électromagnétique [75]. Celui-ci a développé un système constitué d'un aimant et d'une masse de 50 grammes se déplaçant linéairement de 8 cm à travers des bobines. Cette masse est reliée à un ressort et l'ensemble est dimensionnée pour entrer en résonance lorsqu'une personne marche (c'est à dire à environ 2 Hz). Ce générateur accroché à la hanche d'une personne permet de fournir une puissance maximale de 150 mW et une puissance moyenne de l'ordre de 20 mW. Büren et al. ont par ailleurs montré que la quantité d'énergie récupérée dépend de la position du récupérateur d'énergie sur le corps [76]. Ils estiment qu'en optimisant cette position, il est possible de récupérer environ 1000  $\mu\text{W}$  pour un récupérateur d'énergie d'un encombrement d'un centimètre cube.

L'homme n'est pas la seule source d'énergie mécanique vibratoire, il existe bien d'autres sources qui vibrent et permettent par conséquent de récupérer de l'énergie.

## 1.6.2 Récupération de l'énergie vibratoire

Les thèses qui se sont déroulées dans le cadre du projet européen VIBES (VIBration Energy Scavenging) ont montré le potentiel de la récupération d'énergie sur des structures vibrantes [77, 78, 79]. Les transducteurs utilisés sont généralement les mêmes que ceux employés pour les applications humaines résonantes [80] : piézoélectriques, électrostatiques ou bien électromagnétiques. Des prototypes ont été également réalisés pour tester des transducteurs magnétostrictifs.

### 1.6.2.1 Générateur piézoélectrique

Les matériaux piézoélectriques sont couramment utilisés pour récupérer l'énergie vibratoire [81]. Il faut noter qu'ils ne produisent que très peu de courant malgré une tension très élevée. Cela limite par conséquent la valeur de la puissance de sortie. La société Midé Technology Corporation [8] a tout de même réussi à développer des systèmes de récupération d'énergie utilisant des matériaux piézoélectriques tel le 'Vulture PEH20'. Il nécessite cependant d'être accordé à la fréquence d'excitation. Avec ce modèle celle-ci peut être située entre 80 et 175 Hz. Ce système peut produire une puissance de 8 mW pour une accélération de  $10 \text{ m.s}^{-1}$  à 120 Hz et un encombrement d'environ  $40 \text{ cm}^3$ . Ce produit est fixé sur la structure vibrante à l'aide de vis comme nous pouvons le voir sur le zoom de la figure 1.12. Ici le système est monté sur le bogie d'un train et permet de récupérer l'énergie vibratoire présente quand celui-ci roule. Le rôle de ce générateur est d'alimenter le capteur sans fil qui contrôle la force de freinage.

La plupart de ces récupérateurs d'énergie, notamment ceux développés par Midé, utilisent le principe d'une poutre encastrée-libre vibrant sur son premier mode de flexion. Des matériaux piézoélectriques sont fixés sur la structure flexible et la fréquence de résonance est ajustée sur celle de la structure porteuse. Roundy et al. [9] présentent les montages classiquement utilisés

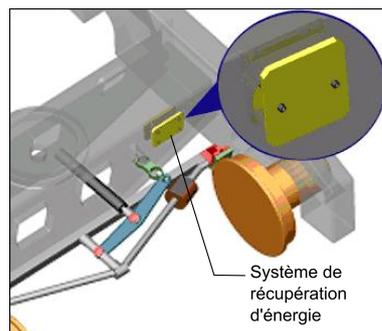


FIG. 1.12 – Générateur piézoélectrique Midé monté sur un bogie [8]

pour ce type de générateur sur la figure 1.13. Dans le cas de la figure (a), la poutre est uniquement constituée de deux couches de matériaux piézoélectriques. La présence de la masse supplémentaire fixée en bout de poutre a pour rôle d'amplifier le mouvement de flexion et de permettre le réglage de la fréquence de résonance.

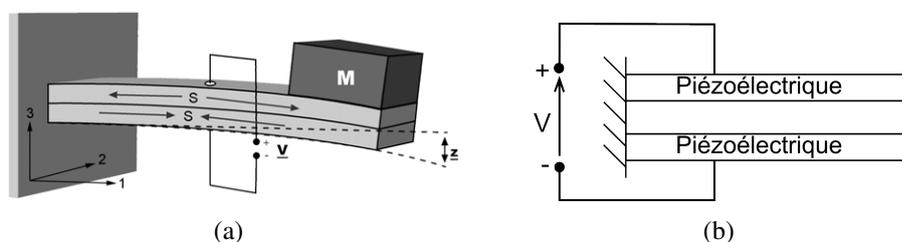


FIG. 1.13 – Structure de générateurs piézoélectriques [9] : (a) poutre avec deux couches piézoélectriques - (b) poutre composite

Certaines applications intègrent directement le récupérateur d'énergie au système à alimenter. Arms et al. ont par exemple intégré un générateur piézoélectrique à des capteurs de température et d'humidité [82]. Ce transducteur est capable de produire une puissance de 2 mW pour une accélération faible (moins de  $1 \text{ m.s}^{-2}$ ) et un encombrement de l'ordre du centimètre cube. La puissance produite permet également de transmettre les mesures à l'aide d'un émetteur radio. Des générateurs piézoélectriques ont également été développés pour alimenter des MEMS tel celui de Jeon et al. [10]. Celui-ci est composé d'une poutre en PZT de dimensions  $170 \times 260 \mu\text{m}$  comme le montre la figure 1.14. Une masse additionnelle a été ajoutée en bout de poutre pour ajuster la pulsation de résonance du système. Excité par la base à une fréquence de 13.9 kHz, il produit  $1 \mu\text{W}$  pour une tension de 2.4 V. La densité de puissance obtenue de  $0.74 \text{ mW.cm}^{-2}$  est supérieure à celle d'une batterie lithium ion. Nous voyons donc l'intérêt de ce type de générateur pour alimenter des MEMS.

Les transducteurs piézoélectriques ne sont pas toujours montés sur des poutres. Parfois un système de forme elliptique est employé pour amplifier les déformations. Sosnicki et al. [83] ont réalisé un tel générateur. Ils ont utilisé un actionneur piézoélectrique amplifié (APA) développé par la société Cedrat Technologies [11]. Une masse de 250 g a été montée sur celui-ci comme le montre la figure 1.15. Excité par sa base avec une amplitude de  $35 \mu\text{m}$  à une fréquence de 110 Hz, le générateur a permis de produire 50 mW pour un encombrement total de  $35 \text{ cm}^3$ . Cette solution est donc tout aussi efficace que celle utilisant une poutre en flexion.

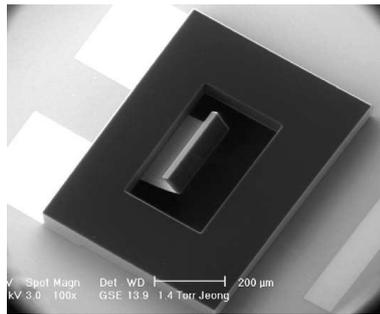


FIG. 1.14 – Générateur piézoélectrique pour MEMS [10]

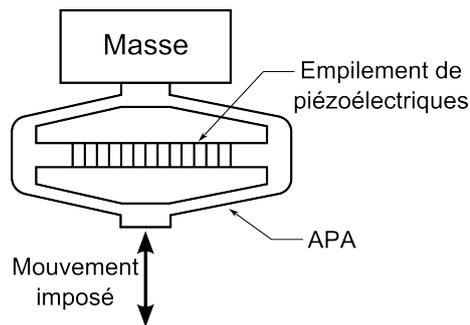


FIG. 1.15 – Générateur piézoélectrique APA [11]

Cornwell et al. [84] ont montré qu'il est possible d'améliorer considérablement les performances du générateur piézoélectrique en ajustant sa position et sa fréquence de résonance. Cette constatation est également valable pour d'autres types de transducteurs.

### 1.6.2.2 Convertisseur électrostatique

Une autre solution pour récupérer de l'énergie vibratoire est d'utiliser un transducteur électrostatique. Celui-ci a l'avantage d'être facile à intégrer à des microsystèmes. Il est constitué d'un condensateur qu'il faut charger initialement à l'aide d'un autre générateur. L'énergie est produite en faisant varier mécaniquement sa capacité. Cela se fait par exemple en modifiant la surface opposant les charges positives et négatives comme le montre la figure 1.16a. L'autre solution est de faire varier la distance entre les charges positives et négatives comme on peut le voir sur la figure 1.16b.

Meninger et al. [24] ont validé le principe de la figure 1.16a par la réalisation d'un prototype. Celui-ci est réalisé dans une plaque de silicium d'un volume de  $37.5 \text{ mm}^3$  ( $15 \times 5 \times 0.5 \text{ mm}$ ). Excité à la fréquence de 2520 Hz, une puissance de  $8.6 \mu\text{W}$  est obtenue.

Despesse [12] a développé au LETI (Laboratoire d'Electronique, de Technologie et d'Instrumentation de Grenoble) un générateur électrostatique basé sur le principe de la figure 1.16b. Le prototype réalisé est représenté sur la figure 1.17. Il a un volume d'environ  $15 \text{ cm}^3$ , ce qui est beaucoup plus volumineux que celui développé par Meninger et al. [24]. Excité avec une amplitude de  $94 \mu\text{m}$  à 50 Hz il permet de produire théoriquement une puissance de 1 mW. En pratique seulement 0.5 mW ont pu être récupérés pour des raisons de dissymétrie de la structure.

Les puissances obtenues sont largement suffisantes pour alimenter un microsystème.

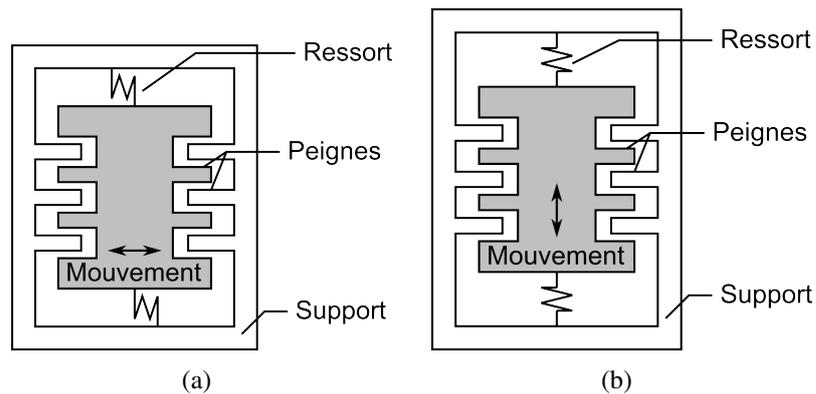


FIG. 1.16 – Différents principes de générateurs électrostatiques

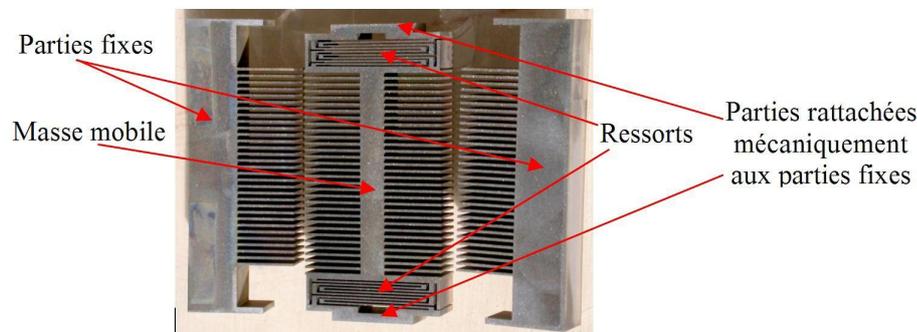


FIG. 1.17 – Générateur électrostatique proposé par Despesse [12]

### 1.6.2.3 Conversion électromagnétique

Pour convertir l'énergie mécanique il est également possible d'employer des transducteurs électromécaniques. Ils fournissent un voltage faible par rapport aux transducteurs piézoélectriques, mais ils permettent de produire des intensités plus élevées que ces derniers. La puissance obtenue est donc du même ordre de grandeur (à volume comparable).

Les générateurs électromagnétiques utilisent la variation du champ magnétique dans une bobine pour produire du courant. Ce principe a été utilisé sur le prototype développé par Beeby et al. [13]. Il est très similaire aux systèmes de récupération d'énergie piézoélectriques résonants comme on peut le voir sur la figure 1.18. Celui-ci est également constitué d'une poutre encastree-libre excitée par sa base. La masse supplémentaire en bout de poutre sert à ajuster la fréquence de résonance et à augmenter l'amplitude du débattement transversal. En vibrant, l'aimant passe devant une bobine, ce qui a pour conséquence de faire varier le flux magnétique traversant la bobine et donc de générer du courant. Ce générateur d'un volume de  $60 \text{ mm}^3$  (en tenant compte de l'espace nécessaire pour que la poutre vibre) permet de produire  $2.85 \mu\text{W}$  lorsque la structure est soumise à une accélération de  $3 \text{ m.s}^{-2}$  à une fréquence de 350 Hz.

Yuen et al. [14] ont développé un générateur électromagnétique qui à la taille d'une pile AA. Ce générateur d'un volume de  $7.4 \text{ cm}^3$  ( $\text{Ø}14 \times 48 \text{ mm}$ ), excité à 80 Hz avec une accélération de  $4.63 \text{ m.s}^{-2}$  permet de produire  $120 \mu\text{W}$ . Pour obtenir 14 kJ, ce qui correspond à l'énergie stockée dans la pile alcaline Varta décrite dans le tableau 1.1, il faut la faire fonctionner pendant

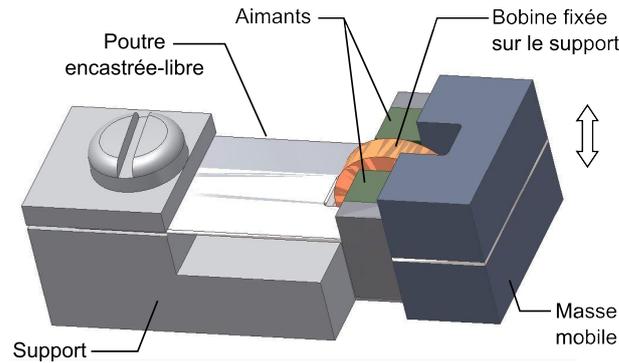


FIG. 1.18 – Générateur électromagnétique développé par Bebbly et al. [13]

3.7 années. L'utilisation d'un ressort plat permet de réduire l'encombrement. Le transducteur électromagnétique et le circuit électronique ont ainsi pu être placés à l'intérieur de la pile AA. Ce dernier sert à augmenter la valeur de la tension afin qu'elle puisse être redressée et devenir utilisable.

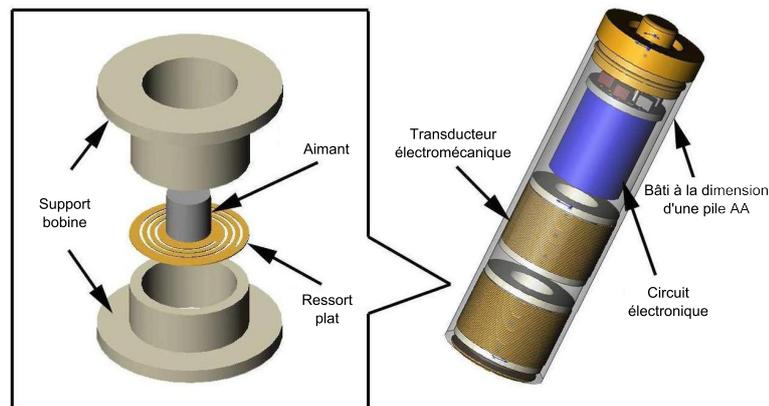


FIG. 1.19 – Générateur électromagnétique à la taille d'une pile AA développé par Yuen et al. [14]

Certains générateurs électromagnétiques sont commercialisés. La société Perpetuum vend par exemple le générateur PMG17 représenté sur la figure 1.20 [15]. La tension générée est redressée avant d'alimenter des capteurs de contrôle comme schématisé sur la figure 1.20a. Ceux-ci servent à vérifier l'état de la structure sur laquelle ils sont montés. La figure 1.20b montre un exemple d'application de contrôle d'une machine électrique. Les vibrations servent à alimenter les capteurs situés dans le boîtier PMG17 comme on peut le voir sur la figure 1.20c. Une fois les mesures effectuées, les informations sont envoyées à l'aide d'un transmetteur sans fil. D'après les données constructeur, ce modèle d'un encombrement de  $130 \text{ cm}^3$  et d'une masse de  $650 \text{ g}$  permet de produire  $45 \text{ mW}$  pour une accélération maximale de  $10 \text{ m.s}^{-2}$ . La tension de sortie est de l'ordre de quelques volts. Pour obtenir ces valeurs, la fréquence doit être ajustée à la fréquence imposée par la structure porteuse.

Tous les générateurs électromagnétiques présentés jusqu'ici fonctionnent suivant une seule direction, ce qui peut en limiter l'utilisation. Ching et al. [16] ont réalisé des essais de production d'énergie suivant trois directions différentes comme on peut le constater sur la figure 1.21. Ici un ressort plat en spirale permet au récupérateur d'énergie d'entrer en résonance lorsqu'il est excité à l'une des trois fréquences. Il est alors possible de récupérer  $800 \mu\text{W}$  pour un volume de

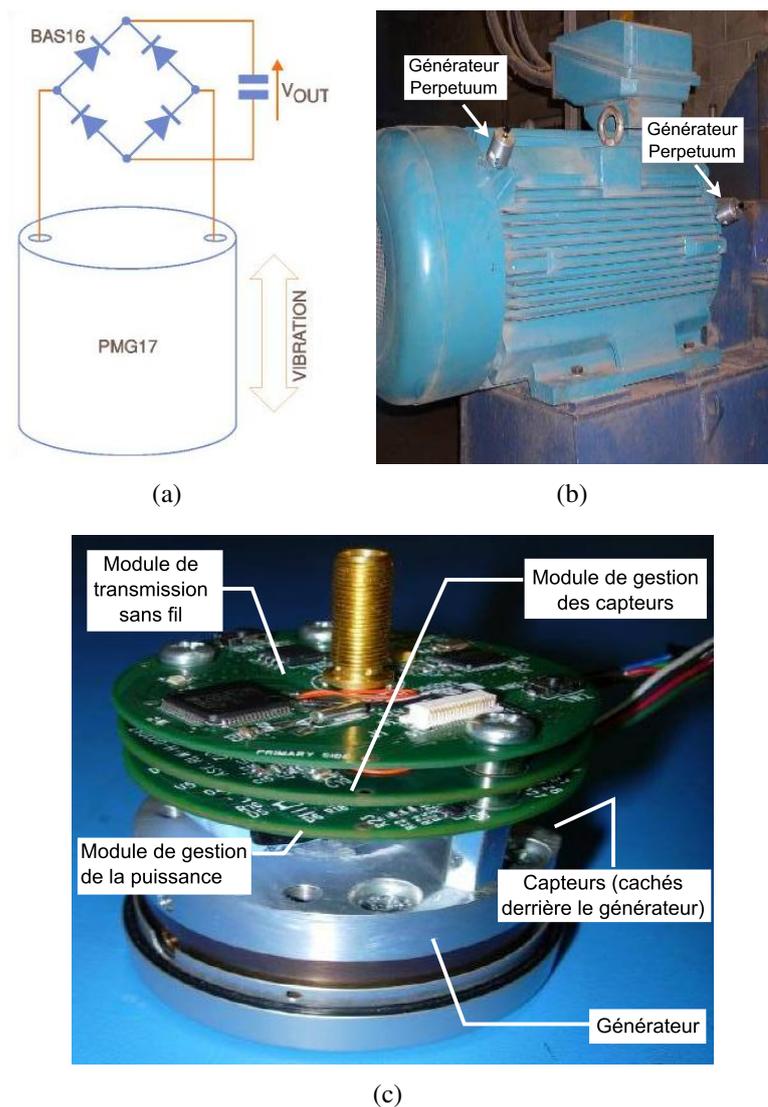


FIG. 1.20 – Générateur Perpetuum [15] : (a) principe de fonctionnement - (b) application - (c) vue intérieure

l'ordre du centimètre cube.

Pour réduire au maximum l'encombrement, un micro-générateur électromagnétique utilisant une bobine plate a été développé par Shearwood et al. [85]. Celui-ci permet de produire une puissance de  $0.3 \mu\text{W}$  pour une excitation à  $4.4 \text{ kHz}$  avec une amplitude de  $0.5 \mu\text{m}$  et un volume d'une dizaine de millimètres cubes. Cela correspond à une puissance volumique d'environ  $30 \mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Dans l'avenir il sera donc certainement possible d'utiliser des transducteurs électromagnétiques de très petite taille.

#### 1.6.2.4 Conversion magnétostrictive

De nouveaux types de générateurs utilisant l'effet Villari commencent à faire leur apparition. Cet effet se manifeste au sein des matériaux magnétostrictifs tel le Terfenol-D ou le Galfenol. Quand ceux-ci sont déformés sous l'action d'un effort, une variation du champ magnétique se produit. En plaçant une bobine à proximité de ce champ magnétique variable, un courant

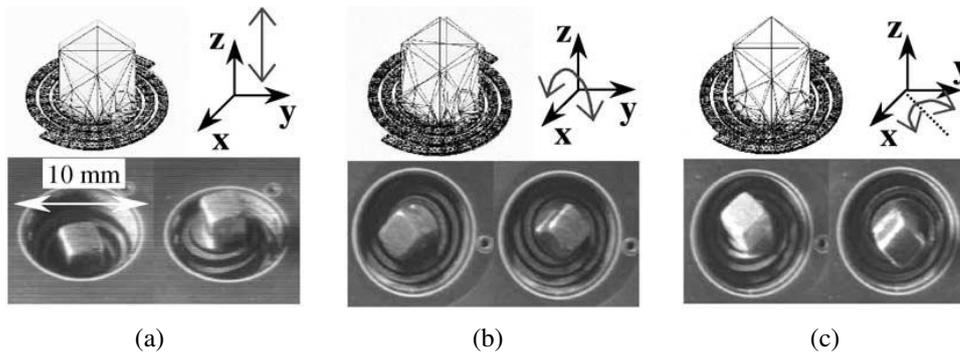


FIG. 1.21 – Générateur électromagnétique Ching et al. [16] : (a) vibration verticale (premier mode) - (b) vibration horizontale (second mode) - (c) vibration horizontale (troisième mode)

électrique peut être produit. Staley [17] a conçu un générateur utilisant des matériaux magnétostrictifs tel que celui schématisé sur la figure 1.22. Le prototype réalisé a permis de montrer la faisabilité de ce nouveau type de générateur. Celui-ci est, tout comme les générateurs piézoélectriques, constitué d'une poutre excitée par sa base. La masse additionnelle placée sur la poutre permet d'ajuster sa fréquence de résonance. Entre cette structure flexible et le support rigide est inséré un ressort de rappel lui impose de toujours être en compression. La flexion de la poutre engendre la déformation du matériau magnétostrictif. Le flux magnétique créé par le matériau magnétostrictif traverse la bobine placée autour de lui et permet de générer un courant. Deux matériaux magnétostrictifs différents ont été testés. Ils ont été soumis à un effort de 10 N à une fréquence de 61 Hz. La puissance maximale obtenue a été de  $23 \mu\text{W}$  pour le Terfenol-D et de  $20 \mu\text{W}$  pour le Galfenol. Les deux matériaux magnétostrictifs sont donc équivalents. Les tensions restent cependant faibles (de l'ordre du millivolt) et posent des difficultés pour le redressement de la tension. De plus, cette technologie est encombrante : le prototype présente un volume d'environ  $700 \text{ cm}^3$ . Malgré ces désavantages cette technologie est tout de même intéressante car les matériaux magnétostrictifs ont un temps de réaction très rapide. De plus, il est possible en choisissant un matériau adapté de faire fonctionner ce type de générateur à basse température (inférieure à 150 Kelvin) ou à haute température (jusqu'à  $400 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Ils sont donc potentiellement adaptés aux applications spatiales [86].

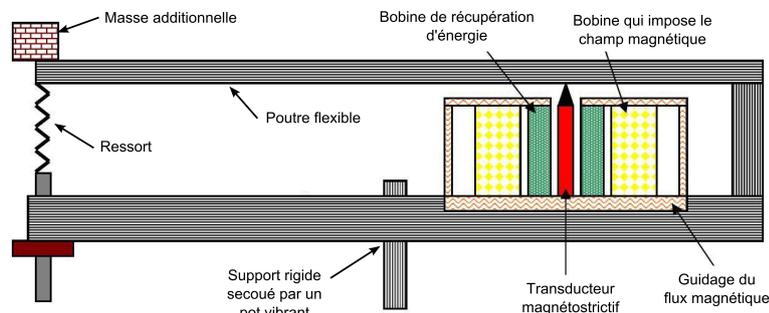


FIG. 1.22 – Principe générateur magnétostrictif développé par Staley [17]

Bayrashev et al. [87] ont exploré la possibilité de combiner un matériau piézoélectrique entre 2 couches de Terfenol-D pour améliorer les performances des matériaux magnétostrictifs. Le

prototype d'un volume de  $2.2 \text{ cm}^3$  (en incluant la taille de l'aimant) et excité à 5 Hz, permet de produire  $80 \mu\text{W}$ . Ce type de générateur reste assez délicat à mettre en oeuvre, ce qui explique que cette technologie ne soit pas encore courante.

### 1.6.3 Récupération d'énergie mécanique par générateur non résonant

Utiliser un récupérateur d'énergie résonant est une solution qui fonctionne bien si la fréquence de la source est bien identifiée et fixée. Par contre si elle varie cette stratégie n'est pas très efficace. Il est alors préférable d'utiliser un récupérateur d'énergie non résonant. Sterken et al. [18] ont par exemple proposé de déplacer un aimant librement dans un tube bobiné comme représenté sur la figure 1.23. Le prototype a été réalisé avec un aimant de diamètre 10 mm, le bobinage change de sens tous les 16 mm et est réalisé avec un fil de diamètre 0.1 mm (AWG 39). Ce système est monté sur un outil qui impose une accélération de  $493 \text{ m.s}^{-2}$  à une fréquence de 5 Hz. Ce générateur non résonant stocke 2.9 mJ en 10 secondes dans un condensateur (la tension générée a été préalablement redressée à l'aide d'un pont de diodes). Cela correspond à une puissance moyenne produite de 0.29 mW.

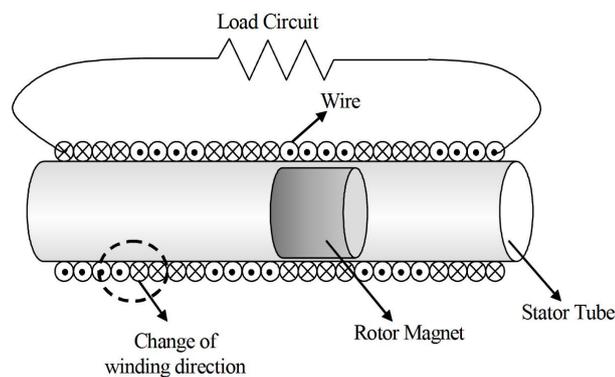


FIG. 1.23 – Générateur électromagnétique linéaire non résonant [18]

Une autre solution de générateur non résonant est proposée par Spreemann et al. [19], basée sur le mouvement de deux aimants devant un ensemble de six bobines comme le montre la figure 1.24. Quand le générateur est soumis à une vibration, le pendule se met à tourner pour produire de l'électricité. Ce système fonctionne indépendamment de la fréquence imposée à la structure, mais le pendule nécessite d'être écarté de sa position d'équilibre au départ. Ce générateur, d'un volume d'environ  $1.5 \text{ cm}^3$ , permet de produire 0.26 mW lorsqu'il est soumis à une accélération de  $3.5 \text{ m.s}^{-2}$  et une fréquence de 25 Hz. Cette puissance est comparable à celle obtenue par des générateurs résonants.

Un système de récupération d'énergie basé sur les chocs a été testé à l'institut FEMTO-ST (Franche-Comté Electronique, Mécanique, Thermique et Optique - Sciences et Technologies) de Besançon [20]. Ce système est constitué de 4 billes en acier qui provoquent des chocs sur 8 plaques piézoélectriques comme le montre la figure 1.25. Le système a un diamètre externe de 14 mm et une hauteur de 2 mm ce qui donne un encombrement de  $0.3 \text{ cm}^3$ . Pour une accélération de  $14 \text{ m.s}^{-2}$  et une fréquence de 6 Hz il est possible de récupérer  $0.5 \mu\text{W}$ . La société CEDRAT Technologies a également montré qu'il est possible d'utiliser le choc sur un transducteur APA (comme celui représenté sur la figure 1.15) pour alimenter un émetteur radiofréquence [11].

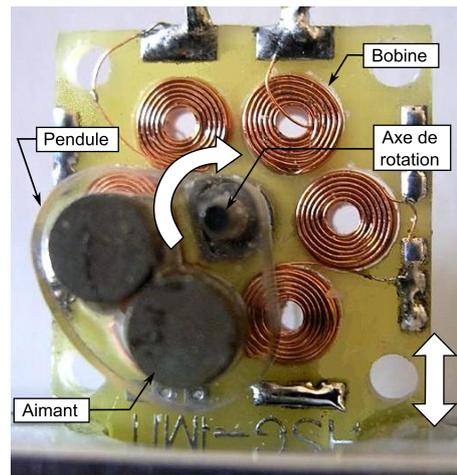


FIG. 1.24 – Générateur électromagnétique en rotation non résonant [19]

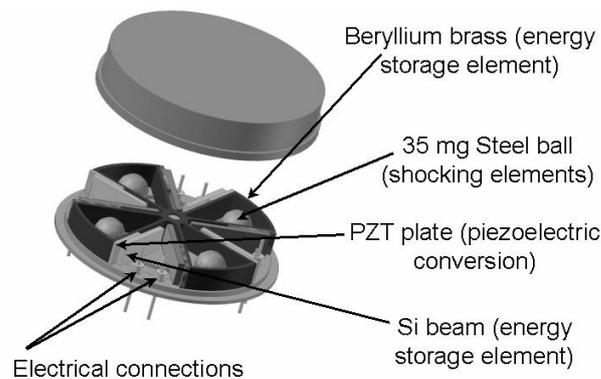


FIG. 1.25 – Générateur piézoélectrique à choc [20]

Il faut également noter que des études sont menées pour utiliser des générateurs magnétohydrodynamiques, dont le principe est illustré sur la figure 1.26. Ici c'est l'énergie cinétique d'un fluide conducteur qui est transformée en électricité. Le générateur magnétohydrodynamique conçu par Jia et al. [22] est prévu pour une application de récupération d'énergie humaine en étant fixé à la hanche d'une personne comme le montre la figure 1.27. Ce système d'un volume d'environ  $20 \text{ cm}^3$  permet de produire au maximum une puissance d'environ une dizaine de microwatt lorsqu'une personne marche. Il présente un rendement est de l'ordre de 45 %.

#### 1.6.4 Synthèse

Cette revue montre qu'actuellement la récupération d'énergie est un domaine très actif et qui est à l'origine de nombreux développements. On peut constater l'originalité des solutions non résonantes bien qu'elles présentent des puissances volumiques faibles (de l'ordre de quelques microwatts par centimètre cube). Pour obtenir des puissances supérieures il vaut mieux utiliser des applications résonantes (qu'elles soient conçues pour des applications humaines ou non). Les transducteurs piézoélectriques, électromagnétiques et électrostatiques ont des performances comparables. Ils permettent tous de produire des puissances de plusieurs centaines de microwatts par centimètre cube. Notons que les transducteurs magnétostrictifs sont un peu plus difficiles à mettre en oeuvre et que leur densité de puissance est un peu plus faible (pour le mo-

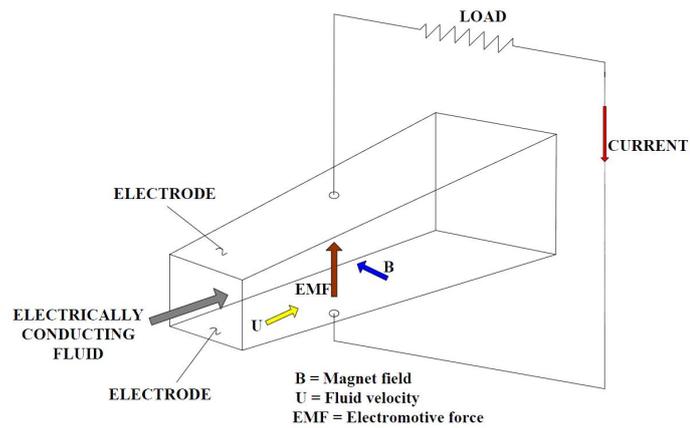


FIG. 1.26 – Principe de la génération magnétohydrodynamique [21]

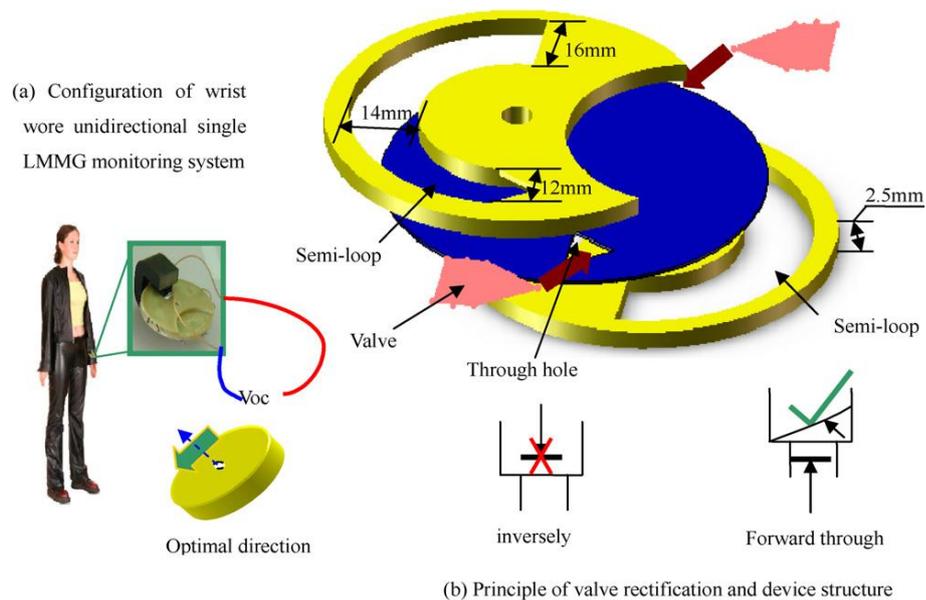


FIG. 1.27 – Générateur magnétohydrodynamique pour récupération d'énergie humaine [22]

ment) que celle des trois autres types de transducteurs. Notons tout de même que les puissances volumiques produites varient beaucoup. Cela s'explique par le fait que les sources d'énergie vibratoire ne sont pas toutes aussi énergétiques les unes que les autres et qu'il n'est pas toujours facile de les comparer.



# Chapitre 2

---

## Stratégie de récupération d'énergie

---

Après avoir examiné les transducteurs et les sources potentiellement candidates pour la mise en place d'une récupération d'énergie vibratoire, nous nous attacherons à définir un critère pour récupérer l'énergie. Puis nous étudierons les stratégies qui pourraient être mises en place afin de choisir celle qui semble la plus adaptée. Celle-ci est étudiée dans le cas d'une récupération d'énergie de type visqueux sur une structure flexible. Ce système est modélisé et montre des similitudes avec les problèmes de contrôle. Nous examinerons si une stratégie de stabilisation peut être utilisée ou si une stratégie spécifique est nécessaire.

### 2.1 Produire de l'énergie électrique à partir de l'énergie vibratoire

Nous allons commencer par comparer les différents types de transducteurs adaptés à notre contexte avant de nous intéresser aux solutions retenues pour réaliser les générateurs. La puissance qu'ils sont capables de produire dépend de celle de la source d'énergie. Nous l'évaluerons dans quelques uns des cas les plus courants.

#### 2.1.1 Transformation de l'énergie par les transducteurs

Il existe de nombreux transducteurs utilisables pour la récupération d'énergie. Parmi les plus fréquemment utilisés on trouve les transducteurs piézoélectriques, électrostatiques et électromagnétiques.

##### 2.1.1.1 Transducteur piézoélectrique

L'effet piézoélectrique, découvert en 1880 par Pierre et Jacques Curie, est lié à la polarisation électrique du matériau [88]. On distingue l'effet direct et inverse.

Les progrès réalisés ont amélioré les performances des matériaux piézoélectriques, notamment avec l'apparition des céramiques PZT. De nombreuses recherches utilisant cette technologie ont vu le jour pour créer des générateurs électriques. Ce type de matériau présente l'avantage d'être

compact et de créer de fortes tensions. Mais l'intensité de sortie du générateur reste faible ce qui limite la valeur de la puissance récupérée.

Nous utiliserons les notations de IEEE Standard on Piezoelectricity [23]. Les numéros 1, 2 et 3 représentent respectivement les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Sur la figure 2.1 les matériaux piézoélectriques sont polarisés suivant la direction 3. Sur la figure 2.1a un effort  $F$  est appliqué suivant la direction de polarisation 3. Le matériau piézoélectrique va donc travailler suivant sa direction de polarisation (mode 33). Il est également possible de le faire travailler suivant une direction perpendiculaire à celle de polarisation (mode 31) comme on peut le voir sur la figure 2.1b. Le mode 31 est privilégié si le matériau possède une faible épaisseur.

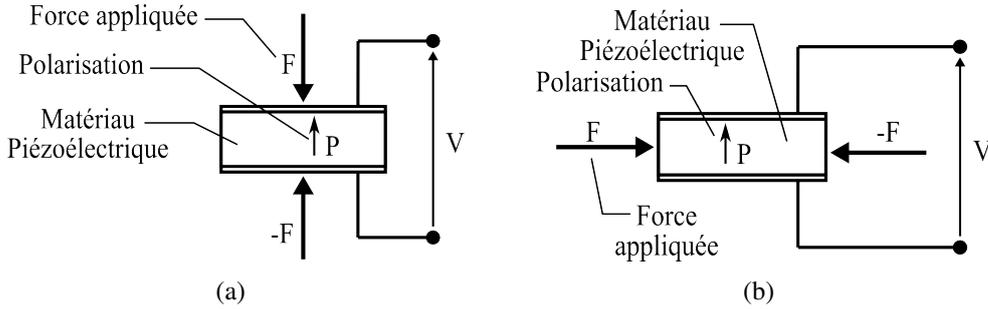


FIG. 2.1 – Différents modes de fonctionnement des matériaux piézoélectrique : (a) mode 33 - (b) mode 31

Les relations constitutives électromécaniques d'un matériau piézoélectrique sont donnés par les équations suivantes [89] :

$$\begin{cases} T = c^E S - e^T E \\ D = e S + \epsilon^S E \end{cases} \quad (2.1)$$

$T$  est le tenseur des contraintes et  $D$  le déplacement électrique (où  $\int_{\partial\Omega} D d\Omega$  vaut la charge  $q$ ).  $S$  est le tenseur des déformations et  $E$  le champ électrique.  $c^E$  est le tenseur d'élasticité à champ électrique constant,  $\epsilon^S$  les permittivités diélectriques à déformation constante et  $e$  les coefficients de couplage piézoélectrique.

Ces équations montrent le lien entre la tension obtenue aux bornes du piézoélectrique (liée à la valeur du champ électrique  $E = \nabla V$ ), la contrainte  $T$  et la déformation  $S$ .

Elles peuvent également être mises sous la forme [89] :

$$\begin{cases} S = s^E T + d^T E \\ D = d T + \epsilon^T E \end{cases} \quad (2.2)$$

avec  $s^E = (c^E)^{-1}$ ,  $d = e s^E$  et  $\epsilon^T = \epsilon^S + d^T e$ . La tension qui apparaît aux bornes du matériau piézoélectrique dépend des coefficients de couplage piézoélectrique de la matrice  $d$ . Plus les coefficients de  $d$  prennent des valeurs importantes, plus la tension sera élevée. Nous pouvons constater que tous les matériaux piézoélectriques n'ont pas les mêmes caractéristiques comme le montre le tableau 2.1.

Matériau piézoélectrique	$T_{Curie}$ (°C)	Densité	$c_{33}$ (GPa)	$k_{33}$	$k_{31}$	$d_{33} \times 10^{-12}$ (m.V <sup>-1</sup> )	$d_{31} \times 10^{-12}$ (m.V <sup>-1</sup> )
PVDF [90]	90 °C	1.8	2.5		≈ 0.1	-25	15
PZN-4.5% PT [91]	155 °C	7.9	105	0.91	0.5	1800-2000	-970
PMN-32% PT [91]	166 °C	8.0	129	0.91	0.51	1800-2000	-1000
PZT 5A [91]	340 °C	7.9		0.73	0.37	400	-190

TAB. 2.1 – Comparaison des caractéristiques des matériaux piézoélectriques

Les Poly-Vinyl-DiFluorènes (PVDF) ont des valeurs  $d_{13}$  et  $d_{33}$  plus faibles que les autres matériaux piézoélectriques. Apparemment les PVDF ne sont donc pas les meilleurs candidats pour faire de la récupération d'énergie, mais ils ont le gros avantage d'être très souples. Le PVDF a un module de Young de 2.5 GPa alors que celui des céramiques piézoélectriques est de l'ordre de 100 GPa. Cela implique que le PVDF ne modifie pas trop les caractéristiques de la structure sur laquelle il est installé et explique qu'il soit tout de même utilisé. C'est pour cette raison qu'il est notamment installé dans la partie flexible de la semelle des chaussures récupératrices d'énergie développées par Shenck [7] comme on peut le voir sur la figure 1.9.

En général le matériau piézoélectrique est fixé par collage sur une structure flexible comme le montre la figure 2.2. Cette dernière en vibrant déforme le matériau piézoélectrique qui est utilisé, dans ce cas, suivant le mode 31 (ce mode dépend de l'orientation de la polarisation par rapport à la déformation).

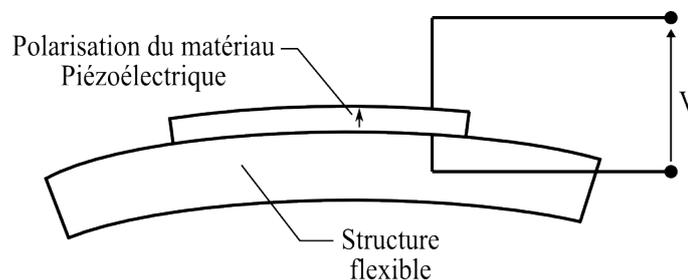


FIG. 2.2 – Montage classique d'un transducteur piézoélectrique sur une structure flexible

Une autre caractéristique fondamentale des matériaux piézoélectriques est le coefficient de couplage  $k$  défini par :

$$k = \sqrt{\frac{\text{Energie électrique disponible}}{\text{Energie mécanique fournie}}} \quad (2.3)$$

Ce paramètre est très important car  $k^2$  représente le rendement de la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique. Le coefficient  $k_{33}$  est obtenu en réalisant un cycle particulier représenté sur la figure 2.3.

Le matériau piézoélectrique (polarisé suivant la direction 3) est uniquement soumis à une contrainte de compression ( $-T_3$ ). Les électrodes sont court-circuitées. L'équation 2.2 donne  $-S_3 = s_{33}^E(-T_3)$ , ce qui explique la croissance selon la pente  $s_{33}^E$  pour le chemin  $A \rightarrow B$ . L'énergie mécanique fournie à la structure (par unité de volume) vaut  $\int_A^B T_3 dS_3$ . Ensuite le circuit électrique est ouvert et l'effort de compression est relâché. Sachant que le déplacement électrique  $D$

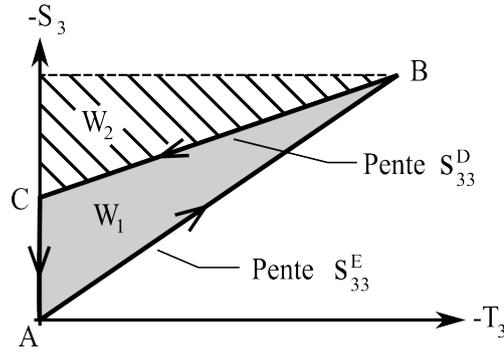


FIG. 2.3 – Cycle pour déterminer le coefficient  $k_{33}$  [23]

est imposé, le système d'équation 2.2 devient  $S = [s^E - d^T (\epsilon^T)^{-1} d] T + d^T (\epsilon^T)^{-1} D$ . Selon les définitions de IEEE Standard on Piezoelectricity [23] nous avons  $s^D = s^E - d^T (\epsilon^T)^{-1} d$ . Le déplacement électrique étant imposé nul, cela se traduit par la réalisation de la décompression suivant une nouvelle pente (plus faible)  $s_{33}^D$  pour aller du point  $B$  au point  $C$ . Dans ce cas l'énergie  $W_2 = \int_B^C T_3 dS_3$  est prélevée. La dernière étape pour fermer le cycle ( $C \rightarrow A$ ) est le transfert de l'énergie électrique stockée  $W_1 = \left( \int_A^B T_3 dS_3 - W_2 \right)$  à une impédance.

Le même type de cycle sert à déterminer  $k_{31}$ . Il est également possible d'exprimer les coefficients de couplage en fonction des coefficients piézoélectriques [23] :

$$\begin{cases} k_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{\epsilon_{33}^T s_{11}^E}} \\ k_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{\epsilon_{33}^T s_{33}^E}} \end{cases} \quad (2.4)$$

Il est donc logique d'observer dans le tableau 2.1 que  $k$  dépend de la direction considérée. On trouve généralement une valeur plus élevée pour  $k_{33}$  que pour  $k_{31}$ . Il est donc préférable de faire fonctionner le matériau piézoélectrique suivant le mode 33, mais cela n'est pas toujours possible notamment pour des contraintes d'encombrement.

Les céramiques en titanate zirconate de plomb (PZT) et les monocristaux ferroélectriques (tels que le PZN et le PMN-PT) ont des valeurs de couplage élevées. Ce sont donc les piézoélectriques privilégiés pour la récupération d'énergie. Le PVDF, qui a un rendement très faible, n'est que peu utilisé. Kymissis et al. ont en effet comparé les puissances récupérables avec du PVDF et du PZT [92]. Ces deux matériaux piézoélectriques sont insérés dans la même semelle de chaussure. La puissance extraite par le PZT ( $0.14 \text{ mW.cm}^{-3}$ ) est effectivement supérieure à celle du PVDF ( $0.07 \text{ mW.cm}^{-3}$ ).

Le tableau 2.2 fait la synthèse des puissances produites par différents systèmes de récupération d'énergie utilisant un piézoélectrique de type PZT. Celles-ci sont très variables car les volumes des générateurs sont différents. Cela nous amène donc plutôt à comparer les puissances volumiques. Celles-ci sont toujours assez variables car les accélérations et les fréquences imposées changent. Des puissances volumiques entre  $9 \mu\text{W.cm}^{-3}$  et  $37 \text{ mW.cm}^{-3}$  sont relevées. La valeur importante obtenue par Jeon et al. [10] montre que l'on peut obtenir une densité de puissance élevée. Mais dans ce cas, la source fournit beaucoup d'énergie, l'accélération et la fréquence

Volume ( $mm^3$ )	Fréquence (Hz)	Accélération ( $m.s^{-2}$ )	Puissance ( $\mu W$ )	Puissance volumique ( $mW.cm^{-3}$ )	Référence
1 000	120	2.5	250	0.25	Roundy [93]
1 000	120	2.25	375	0.38	Roundy [9]
0.027	13 900	106	1	37	Jeon [10]
230	80	227	2	0.009	White [94]
3	229	5	3.98	1.3	Liu [95]
80	1 800	23	40	0.5	Renaud [96]
0.769	183.8	7.4	0.32	0.42	Shen [97]

TAB. 2.2 – Comparaison des différents générateurs piézoélectriques en PZT

étant toutes deux élevées. La puissance de la source doit donc également être prise en compte pour permettre une comparaison plus judicieuse. Pour une fréquence de l'ordre d'une centaine d'hertz et une accélération de quelques mètres par seconde carré, on retrouve effectivement une puissance volumique qui est du même ordre de grandeur (de 0.2 à 0.4  $mW.cm^{-3}$ ).

### 2.1.1.2 Transducteur électrostatique

Le générateur électrostatique est constitué de deux plaques conductrices chargées dont l'une se déplace sous l'action d'une force  $F$  comme le montre la figure 2.4. Les plaques sont séparées par un matériau diélectrique empêchant le courant de passer de l'une à l'autre. Cet isolant peut être l'air ou un polymère diélectrique [98]. L'énergie mécanique utilisée pour faire varier l'épaisseur du condensateur permet de produire de l'électricité.

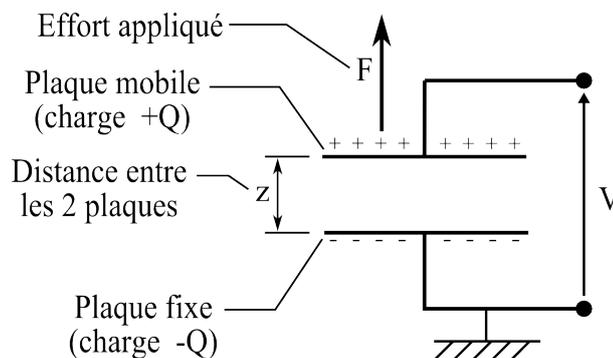


FIG. 2.4 – Principe générateur électrostatique

Le changement d'épaisseur  $z$  entre les plaques de surface  $S_c$  engendre une variation de la capacité du condensateur  $C_v$  :

$$C_v = \frac{\epsilon_c S_c}{z} \quad (2.5)$$

$\epsilon_c$  représente la constante diélectrique du matériau diélectrique isolant. La variation de  $C_v$  entraîne celle du potentiel  $V$  si on impose une charge  $Q$  constante :

$$V = \frac{Q}{C_v} \quad (2.6)$$

Si  $z$  augmente, alors le potentiel croit. L'énergie mécanique fournie pour faire varier  $z$  est donc convertie en énergie électrique. Pour récupérer celle-ci il faut imposer un cycle au transducteur électrostatique. La figure 2.5 représente l'un d'eux. La surface grisée A-B-D correspond à l'énergie extraite.

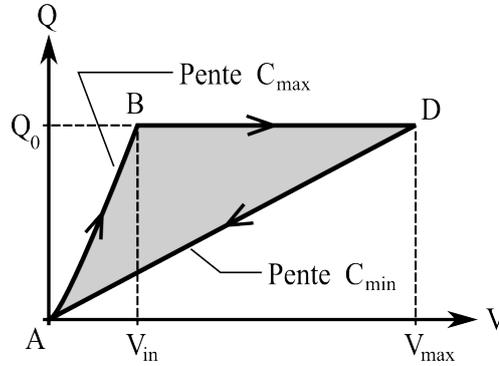


FIG. 2.5 – Cycle de conversion de l'énergie d'un générateur électrostatique [24]

Le cycle commence par la réalisation du trajet  $A \rightarrow B$ . Cela correspond au chargement de la capacité variable  $C_v$  quand elle atteint sa valeur maximale  $C_{v \max}$  (c'est à dire  $z$  minimum). C'est le générateur externe  $V_{in}$  représenté sur la figure 2.6 qui permet de faire cette opération. Il charge également la capacité parasite  $C_{par}$  placée en parallèle de  $C_v$ . Pour imposer les charges  $+Q$  et  $-Q$  à  $C_v$ , il faut que l'interrupteur (switch) SW1 soit fermé et que l'interrupteur SW2 reste ouvert. Quand  $C_{v \max}$  atteint la tension  $V_{in}$ , SW1 est ré ouvert (et SW2 reste ouvert) pour permettre de garder une charge  $Q$  constante sur le trajet  $B \rightarrow D$ . La force  $F$  est appliquée sur la plaque mobile pour augmenter  $z$  et par conséquent faire la conversion d'énergie mécanique en électrique (comme  $C_v$  diminue). La variation d'énergie mécanique  $W_m = \int_B^D F dz$  est égale à celle de l'énergie stockée dans le condensateur  $C_v$ . Nous pouvons donc écrire :

$$F = \frac{d\left(\frac{Q^2}{2C_v}\right)}{dz} \quad (2.7)$$

Comme  $Q$  est constant, cela implique que la force  $F$  est de la forme :

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_c S_c} \quad (2.8)$$

Comme  $F$  ne varie pas, nous nous retrouvons donc avec un effort de frottement sec de type Coulomb (que l'on notera  $F_{Cb}$ ). Celui-ci s'oppose au mouvement imposé à la plaque mobile :  $F_{Cb} = -F$ .

Une fois que  $C_v$  atteint sa valeur minimale  $C_{v \min}$ , SW2 est fermé pour charger la capacité de stockage  $C_{stor}$  avec la tension la plus grande possible. Ce transfert d'énergie à  $z = z_{min}$  implique la diminution de la tension  $V$  aux bornes de  $C_v$  et correspond au trajet  $D \rightarrow A$  (cf. figure 2.5) en suivant la loi  $Q = C_{v \min} V$ . L'énergie électrique stockée dans  $C_{stor}$  s'écrit selon Roundy [25] :

$$E_{elec} = \frac{1}{2} V_{in}^2 (C_{v \max} - C_{v \min}) \left( \frac{C_{v \max} + C_{par}}{C_{v \min} + C_{par}} \right) \quad (2.9)$$

Cette énergie correspond à la zone grisée de la figure 2.5.

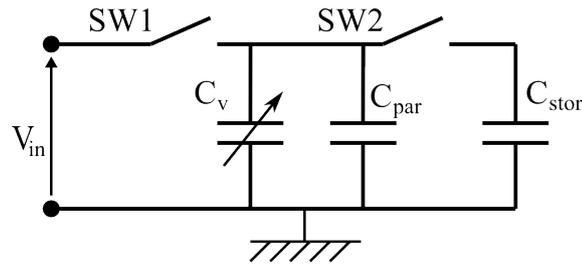


FIG. 2.6 – Circuit électrique générateur électrostatique [25]

Dans la phase de maintien de la charge  $Q$  constante, il faut donc intégrer la modélisation d'une force de frottement sec de Coulomb. Mitcheson et al. [26] ont comparé deux types de générateurs, représentés sur la figure 2.7, qui créent  $F_{Cb}$ . Le premier est un générateur qui utilise la résonance pour amplifier le déplacement de la plaque mobile par rapport à l'autre. Il s'agit d'un "Coulomb Damped Resonant Generator" (CDRG).

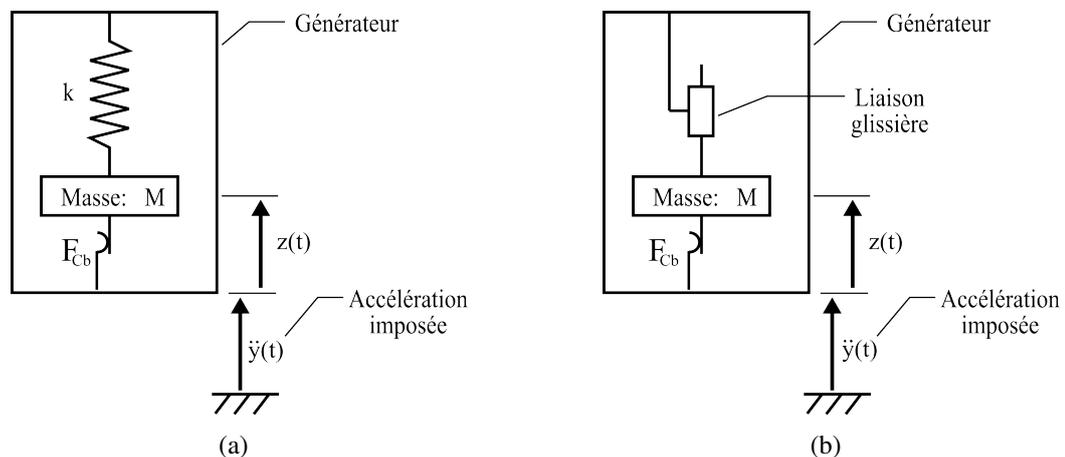


FIG. 2.7 – Générateurs électrostatiques [26] : (a) CDRG - (b) CFPG

Le second générateur, le "Coulomb Force Parametric Generator" (CFPG), n'utilise pas la résonance pour amplifier le mouvement. Dans ce cas le générateur est non résonant et peut donc être utilisé à n'importe quelle fréquence. Cette solution est moins efficace par rapport à un générateur résonant accordé sur la pulsation d'excitation.

En faisant la synthèse des systèmes de récupération d'énergie électrostatiques, on s'aperçoit que la solution non résonante n'est pas retenue en général. Tous les systèmes cités dans le tableau 2.3 sont basés sur une solution électrostatique résonante. Les puissances volumiques obtenues varient entre  $8 \mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-3}$  et  $2.16 \text{mW}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Despesse [101] arrive à produire une puissance importante ( $2.16 \text{mW}\cdot\text{cm}^{-3}$ ) car une accélération assez grande est imposée ( $9.2 \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ). Nous pouvons observer que si l'accélération diminue, la puissance baisse. Pour une fréquence de l'ordre d'une centaine d'hertz et une accélération de quelques mètres par secondes, on arrive à une puissance de  $0.11 \text{mW}\cdot\text{cm}^{-3}$  (cf.Roundy [99]). Cette valeur est équivalente à celle du générateur piézoélectrique décrit dans le tableau 2.2 par Roundy [9]. Ici les générateurs électrostatiques et piézoélectriques ont été placés dans les mêmes conditions pour permettre leur comparaison.

Volume ( $mm^3$ )	Fréquence ( $Hz$ )	Accélération ( $m.s^{-2}$ )	Puissance ( $\mu W$ )	Puissance volumique ( $mW.cm^{-3}$ )	Référence
75	2 520	-	8	0.11	Meninger [24]
1 000	120	2.25	110	0.11	Roundy [99]
800	10	3.9	6	0.008	Arakawa [100]
1 800	50	8.8	1052	0.58	Despesse [101]
32.4	50	9.2	70	2.16	Despesse [101]
63.4	290	$\leq 3.3$	3.74	0.059	Paracha [102]
36	1 000	1.96	4.28	0.12	Kuehne [103]
1 568	10	10?	24	0.015	Miao [104]

TAB. 2.3 – Comparaison des différents types transducteurs électrostatiques

### 2.1.1.3 Transducteur électromagnétique

Récupérer de l'énergie vibratoire avec un transducteur électromagnétique est assez simple. Les premiers générateurs sont apparus durant la seconde moitié du XIX<sup>e</sup> siècle. La bonne connaissance et les bonnes performances de cette solution ont amené de nombreux chercheurs à développer des récupérateurs utilisant ce principe : Williams et al. [105], Beeby et al. [13], Amirtharajah et al. [106], ...

Volume ( $mm^3$ )	Fréquence ( $Hz$ )	Accélération ( $m.s^{-2}$ )	Puissance ( $\mu W$ )	Puissance volumique ( $mW.cm^{-3}$ )	Référence
-	2	3.2	400	-	Amirtharajah [106]
240	322	-	530	2.21	El-Hami [107]
25	330	129	100	4.0	Williams [105]
25	70	5.8	1	0.04	Williams [105]
60	350	3	2.85	0.0475	Beeby [13]
840	322	2.7	180	0.21	Glynne-Jones [108]
4	11 400	-	2.5	0.625	Kulah [109]
1 000	110	95.5	830	0.830	Ching [16]
700	120	2.5	282	0.403	Serre [110]
106	8 080	3.9	0.148	0.0014	Kulkarni [111]
150	60	8.8	0.584	0.0039	Kulkarni [111]
8 620	100	9.8	290	0.0336	Marioli [112]

TAB. 2.4 – Comparaison des différents types transducteurs électromagnétiques

Les générateurs peuvent avoir des tailles très diverses comme le montre le tableau 2.4. Les volumes des générateurs cités vont de 4  $mm^3$  à 8.62  $cm^3$ . Il est difficile d'obtenir la miniaturisation des générateurs électromagnétiques (d'un volume inférieur à 1  $mm^3$ ) en raison de la présence de l'aimant nécessaire pour créer le champ magnétique.

Le principe de fonctionnement du générateur électromagnétique est de faire varier le flux magnétique  $\Phi_B$  traversant une bobine. La force électromotrice ( $fem$ ) créée vaut :

$$fem = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (2.10)$$

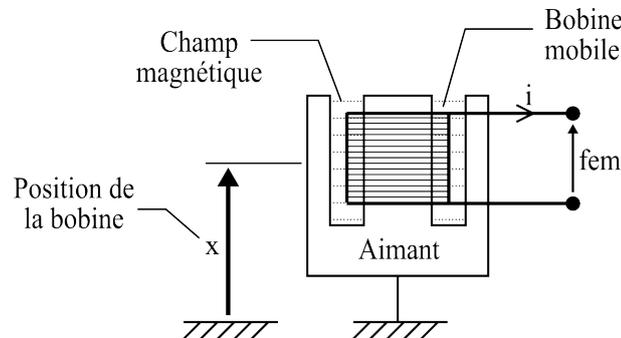


FIG. 2.8 – Principe du générateur électromagnétique

En général on choisit de déplacer une bobine dans un champ magnétique fixe créé par un aimant permanent comme représenté sur la figure 2.8. Pour que la  $fem$  soit maximisée, il faut que le déplacement s'opère perpendiculairement aux lignes de champ, c'est à dire verticalement dans le cas de figure représenté. La bobine se déplaçant de  $x$  par rapport à l'aimant, la  $fem$  est déterminée par la formule :

$$fem = C_e \frac{dx}{dt} \quad (2.11)$$

avec  $C_e$  le coefficient de couplage qui s'écrit :

$$C_e = NBl \quad (2.12)$$

Il dépend de la valeur du champ magnétique  $B$ , du nombre de spires  $N$  plongées dans le champ magnétique et de la longueur  $l$  de l'une d'elles. Lorsque la bobine représentée sur la figure 2.8 est parcourue par un courant électrique  $i$ , l'énergie produite pendant un court instant  $dt$  vaut  $\delta W_{el} = fem \times i dt$ . Celle-ci vient de la conversion de l'énergie mécanique  $\delta W_m$  fournie lors du déplacement  $dx$  de la bobine soumise à un effort  $F$  ( $\delta W_m = F \times dx$ ). Comme le rendement d'un transducteur électromagnétique est supérieur à 90 % en général, nous supposons qu'aucune perte ne s'opère pendant cette transformation. Nous avons par conséquent  $\delta W_{el} = \delta W_m$  et cela entraîne :

$$F_L = C_e i \quad (2.13)$$

Cette force correspond à celle de Laplace définie par  $\left( \int_0^l i \vec{dl} \wedge \vec{B} \right) \cdot \vec{x}$  et s'oppose au mouvement imposé à la bobine mobile.

Il faut également noter que l'augmentation de la densité d'énergie des aimants permet de diminuer la taille des transducteurs électromagnétiques. En effet, la densité d'énergie  $u$  produit le champ magnétique [113] :

$$B = \sqrt{2\mu_0\mu_r u} \quad (2.14)$$

où  $\mu_0$  représente la perméabilité du vide ( $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ ) et  $\mu_r$  la perméabilité relative du milieu.

Matériau magnétique	$T_{max}$ (°C)	$B_r$ (Tesla)	Densité énergie ( $mJ.cm^{-3}$ )	Remarques diverses
Néodyme Fer Bore	140 à 210	1.2 à 1.5	580 - 900	S'oxyde
Samarium Cobalt ( $SmCo_5$ )	250	1	400	Prix élevé en raison du Cobalt
Alnico	500	1.1 à 1.3	480 - 680	Se démagnétise facilement
Ferrites	250	0.2 à 0.4	20 - 60	Peu cher

TAB. 2.5 – Comparaison des caractéristiques des aimants [31]

Le tableau 2.5 montre que les aimants en terres rares (néodyme fer bore) sont très intéressants car ils présentent de fortes densité d'énergie.

Dans le tableau 2.4, on peut constater que la puissance volumique des transducteurs varie entre  $1.4 \mu W.cm^{-3}$  et  $4 mW.cm^{-3}$ . Pour obtenir la valeur la plus élevée, Williams et al. [105] ont imposé l'accélération la plus importante ( $129 m.s^{-1}$ ). Cette accélération élevée signifie que la source est très énergétique. Il est donc normal de retrouver une forte valeur de puissance volumique dans ce cas. Si on se place à une fréquence excitatrice d'une centaine d'hertz pour une accélération imposée de  $2 \sim 3 m.s^{-2}$ , on obtient une puissance de  $0.4 mW.cm^{-3}$ . Elle est du même ordre de grandeur que celle produite par des générateurs piézoélectriques et électrostatiques placés dans les mêmes conditions d'utilisation.

#### 2.1.1.4 Synthèse des différents types de transducteurs

Les puissances volumiques obtenues pour différents types de transducteurs sont assez variables (cf. tableaux 2.2, 2.3 et 2.4). Si on se place dans des conditions d'utilisation identiques ( $f = 120$  Hz et une accélération de  $2.25$  à  $2.5 m.s^{-2}$ ), on obtient des puissances qui sont du même ordre de grandeur (de  $0.11$  à  $0.40 mW.cm^{-3}$ ). Ceci confirme et étend l'étude de Poulin et al. [114] qui ont mené une comparaison entre des générateurs piézoélectriques et électromagnétiques.

Une autre possibilité pour rechercher le transducteur le plus adapté est d'utiliser les études réalisées dans le domaine du contrôle de structure. En effet, les mêmes transducteurs sont utilisés. Kornbluh et al. [115] ont montré que les actionneurs électromagnétiques, électrostatiques et piézoélectriques réagissent tous très rapidement. Ils sont donc tous adaptés pour être intégrés à des générateurs résonants. Ils ont également noté que la densité d'énergie était plus élevée pour des transducteurs de type P(VDF-TrFE) ou PZN que pour les autres transducteurs. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus par la DARPA <sup>1</sup> et présentés sur la figure 2.9. Le travail spécifique (en  $J/Kg$ ) qui apparaît sur cette figure est la quantification de l'énergie élastique ( $E_{el} = \frac{1}{2}E \epsilon^2$ ) par unité de masse (où  $E$  représente le module de Young et  $\epsilon$  la déformation du matériau). La puissance spécifique ( $W/Kg$ ) correspond à l'énergie spécifique multipliée par la fréquence. Sur la figure 2.9 on peut constater que le transducteur électromagnétique fonctionne pour de hautes fréquences (jusqu'à  $10^5$  Hz) bien qu'il faille faire attention aux coupures RL. Il permet également de produire une puissance importante (environ  $10^6 W/kg$ ). Il est légèrement moins performant qu'un transducteur en PZT, mais il faut noter que les efforts auxquels sont soumis

<sup>1</sup>Defense Advanced Research Projects Agency

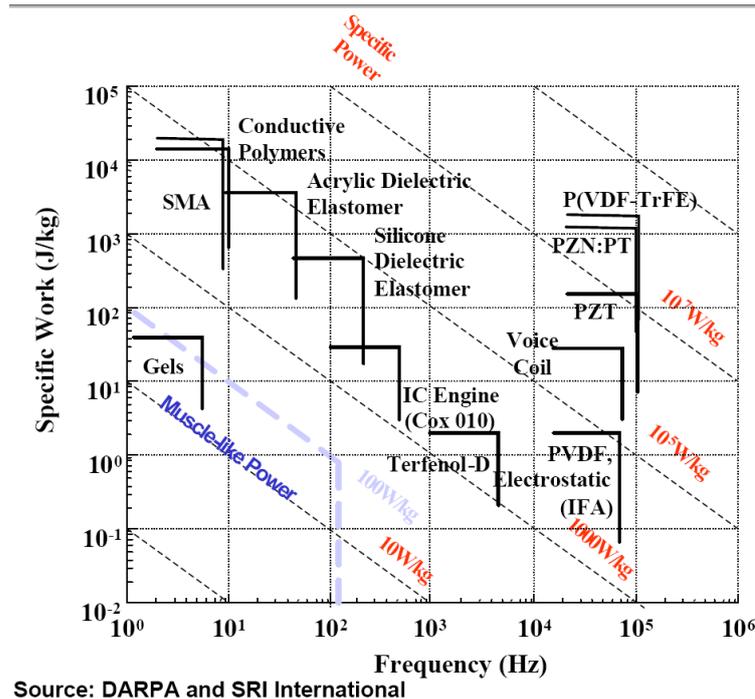


FIG. 2.9 – Comparaison des actionneurs en fonction de leur densité énergétique et des fréquences d'utilisation [27]

les transducteurs sont moins importants dans les générateurs que dans les actionneurs. Cela signifie qu'un fort travail spécifique n'est pas absolument nécessaire. De plus, l'amélioration des aimants en terre rare permet d'atteindre de fortes valeurs de champ magnétique et donc d'obtenir des transducteurs électromagnétiques puissants et compacts. Ce type de transducteur est donc une sérieuse alternative aux piézoélectriques.

L'étude des principaux transducteurs utilisés comme actionneur permet de voir les avantages et inconvénients de chacun d'eux [116, 117]. Jia et al. [22] ont également effectué ce type de bilan. Toutes ces études font ressortir les mêmes caractéristiques et sont reportées dans le tableau 2.6.

Ce dernier permet d'observer que l'efficacité des transducteurs n'est pas un critère de sélection car presque tous ceux considérés ont un bon rendement ( $\geq 90\%$ ). Lorsque le générateur doit avoir un faible encombrement (moins du centimètre cube), il est préférable de choisir un transducteur électrostatique qu'électromagnétique comme l'a montré Despesse [12]. Lorsque l'application considérée ne relève pas du domaine des MEMS, il est au contraire préférable de choisir un transducteur électromagnétique plutôt qu'électrostatique, le premier n'ayant pas besoin d'un générateur externe pour démarrer. Les matériaux piézoélectriques qui sont adaptés dans de nombreux cas ont le gros inconvénient de présenter une impédance de sortie élevée. Cela limite fortement l'intensité produite par le générateur. En conclusion, il faut examiner l'ensemble des conditions d'utilisation du récupérateur d'énergie pour choisir le transducteur le plus adapté.

Type transducteur	Avantages	Désavantages
Piézoélectrique	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Densité d'énergie élevée</li> <li>- Rendement élevé</li> <li>- Voltage élevé</li> <li>- Compatible avec MEMS</li> <li>- Coefficient de couplage élevé pour monocristal</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Impédance de sortie élevée</li> <li>- Dépolarisation</li> <li>- Perte de charge</li> <li>- PZT cassant</li> <li>- Faible couplage PVDF</li> </ul>
Electrostatique	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Adapté pour MEMS</li> <li>- Rendement très élevé</li> <li>- Pas besoin de matériaux intelligents</li> <li>- Voltage élevé</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Densité d'énergie faible</li> <li>- Nécessite un générateur de tension</li> </ul>
Electromagnétique	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Densité d'énergie élevée</li> <li>- Rendement élevé</li> <li>- Faible coût</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tension sortie faible</li> <li>- Pas adapté pour MEMS</li> </ul>
Magnétostrictif	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Densité d'énergie très élevée</li> <li>- Couplage élevé</li> <li>- Pas de dépolarisation</li> <li>- Adapté pour les hautes fréquences</li> <li>- Adapté pour de grandes déformations</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Non linéaire</li> <li>- Rendement moyen</li> <li>- Nécessite une bobine de récupération d'énergie</li> <li>- Nécessite parfois l'ajout d'aimants</li> <li>- Pas adapté pour MEMS</li> </ul>

TAB. 2.6 – Avantages et inconvénients des différents transducteurs [22]

### 2.1.2 Analyse des solutions techniques pour réaliser des récupérateurs d'énergie

L'état de l'art sur la récupération d'énergie réalisé au chapitre précédent a montré que les générateurs résonants permettent d'obtenir des puissances plus élevées que les systèmes non résonants. Nous choisissons ici de travailler à fréquence fixée, ce qui nous oriente vers une solution résonante.

La figure 2.10 montre le principe de la récupération d'énergie avec un système résonant. Un ressort de rigidité  $k$ , une masse mobile  $m$  et un amortisseur  $c$  (modélisant les pertes) constituent la structure flexible. Elle est montée sur une structure support vibrante de masse  $M$ . Le système masse-ressort est accordé sur la pulsation imposée par  $M$ . Une partie de l'énergie mécanique du réservoir  $M$  est transférée à la masse  $m$ . On se placera dans un premier temps dans le cas où  $m \ll M$  pour ne pas influencer le mouvement de la masse  $M$  de manière significative. Le système de récupération d'énergie va convertir une partie de l'énergie mécanique transférée. Il est fixé en deux points de la structure flexible comme on peut le voir sur la figure 2.10. Pour récupérer de l'énergie, il n'est pas obligatoire d'imposer une accélération sur la masse  $M$ , il suffit qu'elle possède une énergie mécanique.

La valeur de puissance récupérée dépend évidemment de la puissance que peut fournir la source vibratoire.

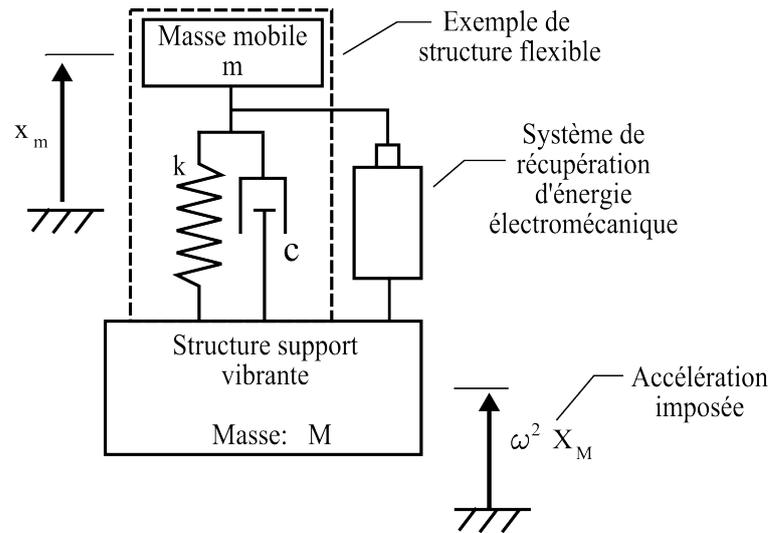


FIG. 2.10 – Exemple de montage pour récupérer de l'énergie

### 2.1.3 Comparaison de différentes sources d'énergie vibratoire

Le tableau 2.7 recense les principales caractéristiques (accélération et fréquence) des sources d'énergie vibratoire les plus courantes autour de nous. Dans ce tableau figure la puissance moyenne par unité de masse :

$$P_p = \frac{1}{2} \omega |\dot{x}|_{max}^2 \quad (2.15)$$

Sterken et al. [18] ont utilisé cette expression pour estimer la puissance disponible sur une source d'énergie vibratoire, qui permet de comparer le potentiel d'une source avant qu'un récupérateur d'énergie ne soit connecté.

Source	Accélération maxi ( $m.s^{-2}$ )	Fréquence (Hz)	$P_p$ ( $mW.kg^{-1}$ )
Tremblement de terre de magnitude 8 [118]	59	3	92 000
Moteur de voiture [93]	12	200	57
Sac à dos placé sur une personne qui [119] :			
- court doucement	10	3	2 650
- marche	5	2	995
Petite pompe à vide [19]	3.5	25	39
Petit four à micro-ondes [38]	2.25	121	3
Machine à laver [38]	0.5	109	0.18
Pont de 25 m de longueur avec trafic* [120]	0.02	2	0.016
Machine qui vibre [18]	1	1000	0.080
Machine en mouvement [18]	39	2	62 000

\* Le trafic est représenté par une voiture de 1200 kg roule à 10 m/s sur le pont

TAB. 2.7 – Comparaison des différentes sources vibratoires

Ce n'est pas parce la fréquence est faible ou bien que l'amplitude de l'accélération est faible que la puissance ou l'énergie disponible est automatiquement faible. Il faut également considérer la masse totale du système pour avoir une idée de la quantité d'énergie stockée. L'amplitude de l'accélération du pont de 25 mètres soumis au trafic d'une voiture est très faible ( $0.02 m.s^{-2}$ ) et

la fréquence considérée est faible également (2 Hz). On se retrouve logiquement avec une puissance disponible très faible ( $16 \mu\text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$ ). Comme ce pont a une masse linéique conséquente ( $\rho = 4800 \text{ kg/m}$ ) la source d'énergie dispose tout de même d'une puissance linéique d'environ  $80 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-1}$ , largement suffisante pour alimenter des capteurs de contrôle sans fil. Ces derniers nécessitent en effet une puissance de l'ordre de  $100 \mu\text{W}$  [49]. D'après le tableau 2.7, on peut constater que le moteur de voiture et la petite pompe à vide sont de bons candidats pour la récupération d'énergie. Les puissances massiques sont élevées (de l'ordre de quelques dizaines de milliwatt par kilogramme). L'être humain est également une très bonne source d'énergie. Une masse mobile d'un kilogramme placée dans le sac à dos d'une personne qui marche à une allure normale représente une source d'énergie d'environ un watt.

## 2.2 Critères pour récupérer l'énergie

Nous allons maintenant examiner le critère de récupération d'énergie du point de vue de la structure flexible puis de celui du récupérateur d'énergie.

### 2.2.1 Vu de la structure flexible

Plaçons-nous dans un cadre plus général que celui du système masse-ressort en considérant une structure flexible telle que celle représentée figure 2.11.

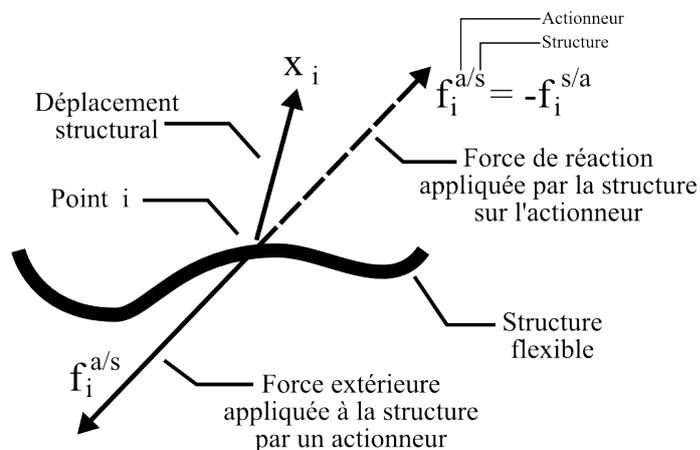


FIG. 2.11 – Extraire de l'énergie d'une structure flexible

L'équation de la structure flexible discrétisée par  $N$  degrés de liberté et soumise à un ensemble de forces (représenté par le vecteur  $f$ ) est modélisée par l'équation :

$$M_s \ddot{x} + C_s \dot{x} + K_s x = f \quad (2.16)$$

$M_s$ ,  $K_s$  et  $C_s$  représentent respectivement les matrices de masse, de raideur et d'amortissement.  $x$  est le vecteur de déplacement. Les notations  $\dot{x}$  et  $\ddot{x}$  représentent respectivement les vecteurs vitesse et accélération de  $x$ . Sur la figure 2.11, seule la force appliquée au point  $i$  est représentée par  $f_i^{s/a}$ . Elle correspond à la force appliquée par un actionneur (non représenté sur cette figure) sur la structure flexible. Si  $n$  actionneurs sont présents sur la structure, la puissance mécanique totale s'écrit :

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n \dot{x}_i^T \cdot f_i^{a/s} = \dot{x}^T \cdot f \quad (2.17)$$

À un instant donné, si la puissance instantanée au point  $i$  est positive, cela signifie que l'actionneur apporte de l'énergie à la structure. Si au contraire  $P_i < 0$ , cela implique qu'il en extrait.

Si à chaque instant  $t$  la condition  $P_i(t) \leq 0$  est respectée et s'il existe au moins un temps  $t_0$  pour lequel  $P_i(t_0) < 0$ , cela garantit que le récupérateur d'énergie connecté au point  $i$  prélève bien de l'énergie de la structure. Il n'est cependant pas nécessaire de vérifier en permanence  $P_i \leq 0$ , la condition  $\int_{-\infty}^{+\infty} P_i dt < 0$  moins forte que la précédente est suffisante.

En prémultipliant l'équation 2.16 par  $\dot{x}^T$  et en intégrant celle-ci, on obtient :

$$\begin{aligned} \left[ \frac{1}{2} \dot{x}^T M_s \dot{x} + \frac{1}{2} x^T K_s x \right]_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}^T C_s \dot{x} dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}^T \cdot f dt \\ &= \sum_{i=1}^p \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}_i^T \cdot f_i^{a/s} dt + \sum_{i=p+1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}_i^T \cdot f_i^{a/s} dt \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dans cette équation, les points sont supposés avoir été triés de telle manière que les  $p$  premiers correspondent aux actionneurs qui fournissent de l'énergie à la structure et les  $n - p$  suivants à ceux qui en récupèrent. Chaque actionneur  $i$  qui récupère de l'énergie impose donc une force  $f_i^{a/s}$  non constamment nulle sur la structure flexible. Notons que pour pouvoir récupérer de l'énergie, il faut qu'au moins l'un des  $p$  premiers actionneurs fournisse une énergie strictement positive à la structure, provenant d'une action externe (vent, vibration du support, choc, ...).

### 2.2.2 Vu du récupérateur d'énergie

La figure 2.12 montre un récupérateur d'énergie isolé.  $x_i$  et  $x_j$  représentent les déplacements imposés au transducteur par la structure flexible. Les efforts qui apparaissent sur cet actionneur correspondent aux forces appliquées par la structure flexible sur celui-ci. Ce système peut être connecté en deux points de la structure flexible comme représenté sur la figure 2.13. Nous le qualifierons alors de "récupérateur d'énergie interne". Si l'on ne connecte qu'un coté de l'actionneur sur la structure flexible, il sera appelé "récupérateur d'énergie externe". Sur la figure 2.13, l'effort de réaction du bâti sur le récupérateur d'énergie externe n'est pas représenté, mais cet effort existe et vaut  $-f_k^{s/a}$ .

Les efforts de réaction de l'actionneur sur la structure ne sont pas représentés sur la figure 2.13 mais sont bien présents. Ils sont de même intensité et de sens opposés aux efforts appliqués par la structure aux points de connexion des récupérateurs d'énergie. Les masses ajoutées par les récupérateurs d'énergie montés sur la structure flexible ont été intégrées à la matrice  $M_s$  sous forme de masses ponctuelles placées aux points de connexion. Le système représenté sur la figure 2.12 a donc une masse supposée nulle et les efforts à ses extrémités sont opposés (ce qui se traduit par l'égalité  $f_j^{s/a} = -f_i^{s/a}$ ).

L'énergie extraite par le récupérateur représenté sur la figure 2.12 vaut donc :

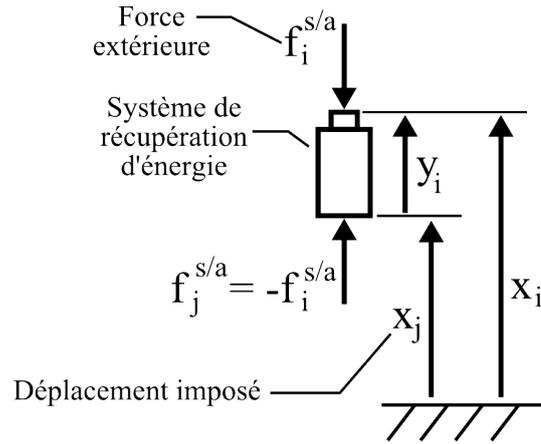


FIG. 2.12 – Modélisation du récupérateur d'énergie isolé

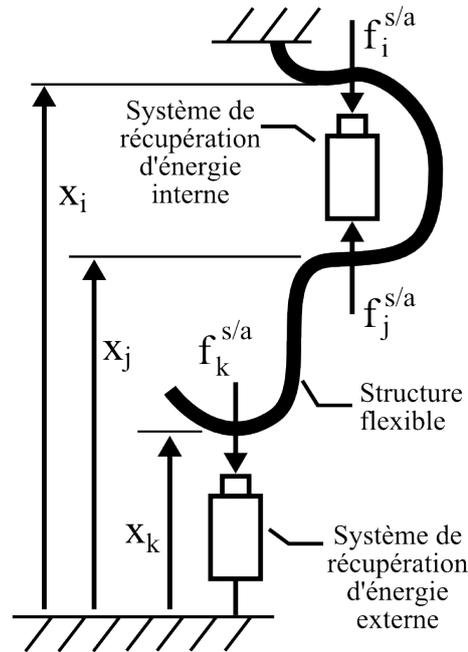


FIG. 2.13 – Exemple de connexion du récupérateur d'énergie sur une structure flexible

$$\begin{aligned}
 E_{hi} &= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{y}_i^T f_i^{s/a} dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} [\dot{x}_i^T (-f_i^{a/s}) - \dot{x}_j^T (-f_i^{a/s})] dt \\
 &= - \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}_i^T f_i^{a/s} dt - \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}_j^T f_j^{a/s} dt
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

À partir des conditions sur la récupération d'énergie d'une structure flexible (cf. section précédente), il est possible d'en déduire qu'il faut réaliser la condition  $E_{hi} > 0$ .

Afin de faciliter les notations, nous utiliserons  $f_i$  à la place de  $f_i^{s/a}$  pour la suite de l'étude. Le critère imposé pour récupérer de l'énergie peut par conséquent s'écrire :

$$E_{h_i} = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{y}_i^T f_i dt > 0 \quad (2.20)$$

L'énergie absorbée est maximale lorsque le système de récupération  $i$  présenté sur la figure 2.12 est orienté de telle façon à ce que les forces appliquées  $f_i$  et  $-f_i$  par la structure flexible soient colinéaires au vecteur vitesse  $\dot{y}_i$ .

## 2.3 Choix de la stratégie de récupération d'énergie

Nous allons commencer par montrer que la récupération d'énergie peut être assimilée à une stratégie de contrôle. Celle-ci peut être active, passive ou semi-active [121, 122, 123]. Puis nous analyserons plus en détail celle qui est la plus adaptée pour la récupération d'énergie.

### 2.3.1 La récupération d'énergie : une stratégie de contrôle

La puissance entrant dans le système de récupération d'énergie est définie par :

$$P_{h_i} = \dot{y}_i^T f_i \quad (2.21)$$

D'après la condition de récupération d'énergie de l'équation 2.20, il doit exister au moins un instant  $t_1$  tel que  $P_{h_i}(t_1) > 0$ . En  $t_1$  nous avons donc  $\dot{y}_i \neq 0$  et  $f_i \neq 0$ . Cela signifie qu'il y a une relation entre  $\dot{y}_i$  et  $f_i$ . Dans le cas général, il est possible d'exprimer la force  $f_i$  comme étant une fonction de  $y_i$  et de ses dérivées successives ( $\dot{y}_i, \ddot{y}_i, \dots$ ) :

$$f_i = g_i(y_i, \dot{y}_i, \ddot{y}_i, \dots) \quad (2.22)$$

La loi la plus connue est certainement le "Direct Velocity Feedback" (DVF) [124], qui rend la force proportionnelle à la vitesse ( $f_i = g_i \dot{y}_i$  où  $g_i$  est choisie constante).

Si au contraire on choisit la force comme entrée, alors il est possible d'imposer une loi de contrôle sur la vitesse  $\dot{y}_i$  :

$$\dot{y}_i = g_i^*(f_i, \dot{f}_i, \ddot{f}_i, \dots) \quad (2.23)$$

La loi la plus courante est l'IFF ("Integral Force Feedback") [125], le déplacement  $y_i$  est alors imposé proportionnel à l'intégrale de la force mesurée  $f_i$  ( $y_i = g_i^* \int f_i dt$  où  $g_i^*$  est choisie constante).

Les lois définies aux équations 2.22 et 2.23 sont celles que l'on trouve typiquement dans le domaine du contrôle colocalisé [32]. Il n'est pas si évident que cela de vouloir se rapprocher de celui-ci. En effet le contrôle a pour but premier d'isoler une structure [126] ou de l'amortir [127] et non de récupérer de l'énergie. Les principales lois de contrôle sont rappelées dans le tableau 2.8.

Si on s'intéresse à une force proportionnelle à la vitesse nous avons  $f_i = g_i \dot{y}_i$  avec  $g_i$  le gain du contrôle. Nous avons  $P_{h_i} \geq 0$  si  $g_i > 0$  et même  $P_{h_i} > 0$  tant que  $\dot{y}_i \neq 0$ . Nous avons donc  $E_{h_i} > 0$  (comme  $\dot{y}_i$  n'est pas constamment nulle). Par conséquent la stratégie DVF permet bien de récupérer de l'énergie. Nous obtenons le même résultat en imposant la force à partir d'une mesure d'accélération qui est intégrée (il s'agit d'un IFF). Dans ce cas  $y_i = g_i \int f_i dt$  (avec  $g_i$  un

Grandeur physique mesurée	La loi de contrôle est imposée sur :			Puissance extraite
	la force	l'effort de cisaillement	le déplacement	
Déplacement	$\frac{g_i}{s+a}s$			$P_{h_i}^{moy} > 0$
Vitesse	$g_i$			$P_{h_i} \geq 0$
Accélération	$\frac{g_i}{s}$			$P_{h_i} \geq 0$
Déformation		$-\frac{g_i \omega_f^2}{s^2 + 2\xi_f \omega_f s + \omega_f^2}$		$P_{h_i}^{moy} > 0$
Force			$\frac{g_i}{s}$	$P_{h_i} \geq 0$

TAB. 2.8 – Synthèse des stratégies classiques de contrôle colocalisé [32] (où  $s$  représente la variable de Laplace et  $g_i$  le gain du contrôle)

réel strictement positif), on se retrouve de nouveau avec une énergie prélevée positive ( $E_{h_i} > 0$ ) si  $f_i$  n'est pas en permanence nulle.

Dans le cas où l'effort imposé sur la structure suit la loi  $\frac{g_i}{s+a}y_i$ , nous ne pouvons pas garantir qu'à chaque instant  $P_{h_i} > 0$ . Par contre en supposant que  $y_i$  est une fonction périodique, nous pouvons déterminer la puissance moyenne ( $P_{h_i}^{moy}$ ) à l'aide de la relation A.8. Sachant que  $s = j\omega$  nous obtenons  $P_{h_i}^{moy} = \frac{\|y_i\|^2}{2} \Re \left[ \frac{g_i j\omega}{j\omega+a} \right] = \frac{g_i \omega^2 \|y_i\|^2}{2(\omega^2+a^2)}$  qui est bien strictement positive si  $g_i \omega^2 \|y_i\|^2 > 0$ . En utilisant la même méthode, nous arrivons à montrer qu'en contrôlant l'effort de cisaillement à partir de la mesure de la déformation implique également  $P_{h_i}^{moy} > 0$  si  $g_i \omega_f^3 \omega^2 > 0$  et que l'amplitude de la déformation n'est pas nulle.

Toutes les lois énoncées dans le tableau 2.8 permettent donc d'effectuer une récupération d'énergie.

### 2.3.2 Comparaison des stratégies de contrôle pour faire de la récupération d'énergie

Pour récupérer de l'énergie, plusieurs stratégies de contrôle sont envisageables : actives, passives et semi-actives.

Le contrôle actif n'est de toute évidence pas adapté à l'objectif de récupération d'énergie. Cette technique est adaptée pour stabiliser les structures [128], mais elle nécessite un apport en énergie [129] pour imposer la loi désirée à l'actionneur. En faisant le bilan des énergies fournies et dissipées cette stratégie n'est pas intéressante. De plus elle n'est pas toujours stable. Il est par exemple possible de générer des instabilités à hautes fréquences. Elles sont connues sous le nom de "spillover" et apparaissent car tous les modes de la structure ne sont pas contrôlés [130].

Une seconde possibilité est d'utiliser un transducteur qui n'a pas besoin d'un apport d'énergie externe pour en extraire de la structure, ce qui correspond à la situation du contrôle passif. Cette stratégie est toujours stable et peut être assez facilement mise en oeuvre. Elle permet de récupérer de l'énergie dans tous les cas de figures, mais optimiser la quantité d'énergie

récupérée nécessite une étude approfondie de la structure. Il faut déterminer la loi de contrôle puis optimiser le gain et le placement des systèmes de récupération d'énergie.

Une dernière option consiste à adopter un compromis entre les contrôles actif et passif. Cette solution est connue sous le nom de contrôle semi-actif. Ce concept a été énoncé par Karnopp et al. [131], il nécessite un apport énergétique externe faible et ne présente pas de risque de spillover [132]. Il est donc raisonnablement envisageable de récupérer plus d'énergie que celle nécessaire pour alimenter le système de récupération. Cette approche est aujourd'hui plutôt utilisée pour amortir des structures sans trop dépenser d'énergie [133, 134]. Quelques essais utilisant une méthode semi-active telle la technique du SSH ("Synchronized Switch Harvesting") ont été réalisés [135]. Une telle solution permet de mieux s'adapter aux caractéristiques de la structure flexible considérée et d'augmenter la quantité d'énergie récupérée par rapport à une stratégie passive.

Malgré ses avantages nous avons choisi de ne pas étudier cette solution et de nous focaliser sur l'utilisation du contrôle passif pour récupérer de l'énergie d'une structure flexible.

### 2.3.3 Choix d'une stratégie passive pour récupérer l'énergie

Mitcheson et al. [26] ont fait une comparaison des générateurs utilisant des transducteurs de façon passive. Cette étude compare trois architectures : les "Velocity Damped Resonant Generator" (VDRG) et les deux générateurs électrostatiques montrés sur la figure 2.7 (CDRG et CFPG). Les VDRG utilisent des transducteurs électromagnétiques. Les CDRG et CFPG sont des générateurs électrostatiques décrits au paragraphe 2.1.1.2. Tous les récupérateurs d'énergie sont excités en appliquant un déplacement  $Y_0$  sur le bâti. Cela implique un déplacement relatif maximal  $Z_l$  de la masse mobile  $m$ . Les puissances, les pulsations et les déplacements ont été normalisés pour permettre un comparatif. La puissance normalisée correspond au rapport de celle produite par le générateur divisée par  $2mP_p$  (où  $P_p$  est défini par l'équation 2.15). La pulsation normalisée  $\omega_c$  est le rapport de celle d'excitation divisée par celle de résonance du générateur.

La figure 2.14 montre que les puissances normalisées dépendent de  $\omega_c$  et du rapport  $Z_l/Y_0$ . Le générateur CFPG ne dépend pas du paramètre  $\omega_c$  car il n'a pas de pulsation de résonance. La puissance est donc constante pour toutes les valeurs  $\omega_c$  à  $Z_l/Y_0$  imposé. Nous pouvons constater que si  $\omega_c < 0.5$ , alors le générateur CFPG est le plus intéressant. Notons tout de même que celui-ci produit une puissance bien plus faible que les deux autres quand nous sommes proche de la résonance ( $\omega_c \approx 1$ ). Les générateurs VDRG et CDRG sont équivalents si  $\omega_c = 1$ . S'il est possible d'ajuster la pulsation de résonance du générateur pour qu'elle corresponde à celle de l'excitation (et donc obtenir  $\omega_c = 1$ ), il est préférable de retenir un générateur résonant pour maximiser la puissance extraite.

Un générateur VDRG couvre un domaine de pulsations et de déplacement  $Z_l/Y_0$  plus grand qu'un CDRG comme on peut le constater sur la figure 2.14. Notons qu'un  $Z_l$  faible correspond à un fort amortissement interne du générateur. Le VDRG a de plus l'avantage d'être facilement réalisable, nous retiendrons donc cette solution. Beeby et al. ont comparé différentes tailles (macroscopique et microscopique) de VDRG et sont arrivés à la conclusion que les mêmes règles de conception peuvent être utilisées [13]. Cela indique que les résultats que nous allons présenter par la suite sont indépendants de la taille de récupérateur d'énergie choisie.

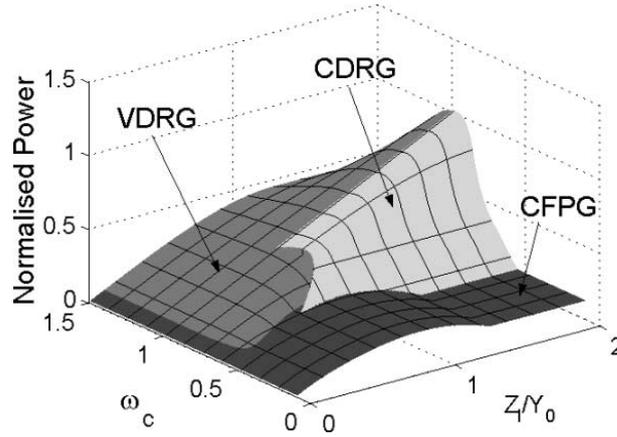


FIG. 2.14 – Comparaison des domaines d'utilisation des générateurs : VDRG, CDRG et CFPG [26]

## 2.4 Modélisation de la structure avec un récupérateur d'énergie de type visqueux

La solution retenue pour récupérer de l'énergie consiste à appliquer une force proportionnelle à la vitesse de déplacement  $\dot{y}_i$ .

$$f_i = g(\dot{y}_i) = g_i \cdot \dot{y}_i \quad (2.24)$$

La structure flexible modélisée par l'équation 2.16 et contrôlée par un DVF peut donc être mise sous la forme [32] :

$$\begin{cases} M_s \ddot{x} + C_s \dot{x} + K_s x = f + Bu \\ \dot{y} = B^T \dot{x} \\ u = -G \cdot \dot{y} \end{cases} \quad (2.25)$$

Les matrices  $M_s > 0$ ,  $K_s \geq 0$  symétriques incluent les ajouts de masse et de rigidité engendrés par les récupérateurs d'énergie comme indiqué précédemment. La structure est soumise aux conditions initiales  $x(0) = x_0$  et  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$ . L'ensemble des forces appliquées par les systèmes de récupération d'énergie sur la structure est représenté par le vecteur  $u$ . Celui-ci permet d'appliquer les efforts aux différents points de connexion de la structure par le vecteur  $Bu$ . La matrice d'influence  $B$  permet de modéliser le positionnement des récupérateurs d'énergie sur la structure flexible. D'après la loi de contrôle choisie,  $u$  dépend de la vitesse relative mesurée  $\dot{y}$ . Comme  $u$  et  $\dot{y}$  sont colocalisés, la même matrice d'influence est utilisée et donc  $\dot{y} = B^T \dot{x}$ . L'ensemble des forces extérieures appliquées sur la structure est représenté par  $f$  (hors forces de contrôle). La puissance extraite de la structure flexible qui vibre est égale à celle extraite par les récupérateurs d'énergie ( $P_h = -\dot{y}^T u$ ).

À partir du système d'équation 2.25, il est possible d'intégrer les récupérateurs d'énergie pour arriver à :

$$\begin{cases} M_s \ddot{x} + (C_s + BGB^T) \dot{x} + K_s x = f \\ x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \end{cases} \quad (2.26)$$

En observant l'équation obtenue, on peut se rendre compte que le système de récupération

d'énergie apparaît comme une impédance dissipative ( $BGB^T$ ) ajoutée à la structure, ce qui a pour effet d'augmenter l'amortissement de la structure. Le même résultat est observé si la récupération d'énergie est réalisée à l'aide d'un transducteur piézoélectrique [136].

Comme les énergies récupérées sont directement liées à ce qui est prélevé de la structure, on peut penser qu'optimiser la stabilisation de la structure est une bonne solution. Est-ce réellement la stratégie à adopter ?

## 2.5 Stratégie de stabilisation ou de récupération d'énergie

Avant de comparer les stratégies de stabilisation et de récupération d'énergie, nous commencerons par étudier chacune d'elles séparément.

### 2.5.1 Stratégie de stabilisation

L'analyse de la stabilité de la structure se fait en étudiant les solutions de l'équation caractéristique 2.27 en fonction de  $G$  :

$$[M_s s^2 + (C_s + BGB^T)s + K_s] X = 0 \quad (2.27)$$

où  $s$  est la variable de Laplace. Le système est toujours stable dès lors que  $C_s + BGB^T > 0$ . Les solutions peuvent alors s'écrire [137] :

$$s_i = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (2.28)$$

où  $\omega_i \geq 0$  est la  $i^{\text{ème}}$  pulsation propre et  $\xi_i$  le coefficient d'amortissement modal supposé sous-critique ( $0 \leq \xi_i < 1$ ).

La solution complexe  $s_i$  dépend des matrices  $M_s$ ,  $C_s$  et  $K_s$ . Elle dépend également de la matrice de boucle de rétroaction  $G$  et du vecteur d'influence  $B$ . La solution réelle  $x_{(t)}$  de l'équation caractéristique 2.27 vaut donc :

$$x_{(t)} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i e^{s_i t} + \alpha_{-i} \phi_{-i} e^{s_{-i} t} \quad (2.29)$$

$\alpha_{-i}$  est le conjugué de  $\alpha_i$  ( $\alpha_{-i} = \bar{\alpha}_i$ ). On a également  $s_{-i} = \bar{s}_i$  et  $\phi_{-i} = \bar{\phi}_i$ . Il est donc possible de modifier l'expression de  $x_{(t)}$  pour aboutir à :

$$x_{(t)} = \sum_{i=1}^n \gamma_i e^{-\xi_i \omega_i t} \cos(\omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} t + \beta_i) \quad (2.30)$$

Dans cette équation  $\gamma_i$  est un vecteur réel et  $\beta_i$  représente le retard de phase (grandeur réelle également). Tous deux dépendent des conditions initiales de la structure.

Comme  $\Re(s_i) \leq 0$ , l'inégalité suivante est vérifiée :

$$|x_{(t)}| \leq \gamma e^{\max[\Re(s_i)]t} \quad (2.31)$$

$\gamma$  est un réel strictement positif comme  $\gamma = \max |\gamma_i|$ . L'inégalité 2.31 correspond au résultat énoncé par Komornik [138]. Pour obtenir le retour le plus rapide de la structure dans sa position

d'équilibre, il faut que  $\max [\Re(s_i)]$  soit le plus petit possible. Cela peut se traduire en minimisant une fonction de coût  $J_{st}$ . Il faut alors écrire que :

$$J_{st}(G) = \max_{i \in [1;n]} \{ \max [\Re(s_i)] \} \quad (2.32)$$

Ce critère est équivalent à celui proposé par Monnier et al. [125], qui a permis d'optimiser la stabilisation d'une structure flexible contrôlée par un IFF. Meyer et al. [139] ont montré que les résultats utilisés pour l'optimisation d'un IFF sont applicables à un contrôle de type DVF, qui est la forme duale de l'IFF.

En utilisant l'équation 2.27, on peut obtenir le lieu d'Evans de la structure contrôlée. La figure 2.15 représente le lieu d'Evans de deux modes ( $i$  et  $j$ ) d'une structure flexible contrôlée. Chaque courbe correspond à la solution  $s$  des modes  $i$  et  $j$  quand le paramètre de boucle de rétroaction  $G$  varie. Sur cette figure, la solution  $s_i(G_i)$  est repérée où  $G_i$  minimise  $\Re(s_i(G))$  et par conséquent la fonction coût  $J_{st}$  pour le mode  $i$ .  $G_i$  est donc le paramètre de stabilisation optimal, qui maximise l'amortissement du  $i^{\text{ième}}$  mode de la structure.

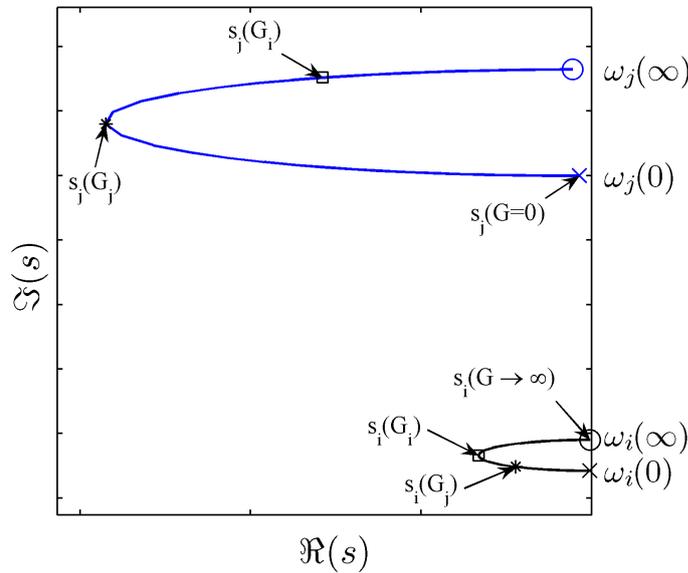


FIG. 2.15 – Exemple de lieu d'Evans

Dans le cas général, le gain optimal  $G_i$  n'optimise pas la stabilisation du mode  $j$  comme on peut le constater sur figure 2.15, chaque mode ayant son propre paramètre optimal  $G$ .

Pour optimiser la stabilisation de tous les modes, la fonction coût doit être minimisée sur l'ensemble des modes. Il faut alors choisir le paramètre  $G$  pour que la solution  $\Re(s(G))$  soit minimale. Le paramètre  $G_i$  répond à cette condition sur la plus petite des boucles de la figure 2.15. Comme sur l'autre boucle on a  $\Re(s_j(G_i)) < \Re(s_i(G_i))$ , le paramètre  $G_i$  minimise  $J_{st}$  pour les deux modes considérés  $i$  et  $j$ .

## 2.5.2 Stratégie de récupération d'énergie

L'énergie totale récupérée de la structure flexible s'écrit :

$$E_h = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}^T (BGB^T) \dot{x} dt \quad (2.33)$$

Quand la matrice  $G$  est choisie positive, l'énergie récupérée  $E_h$  est positive. Si  $f \in L^2(\mathbb{R})$ , alors on a  $x \in L^2(\mathbb{R})$  et  $E_h < \infty$  (théorème de Schwartz). Selon le théorème de Parseval, il est possible d'écrire l'inégalité entre les domaines fréquentiel et temporel :

$$E_h = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}_{(t)}^T (BGB^T) \dot{x}_{(t)} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{X}_{(-j\omega)}^T (BGB^T) \dot{X}_{(j\omega)} d\omega \quad (2.34)$$

Or  $\dot{X} = j\omega (-\omega^2 M_s + j\omega(C_s + BGB^T) + K_s)^{-1} F$ , ce qui implique que l'énergie maximale récupérée dépend de  $G$ , de  $f$  et de  $\omega$ . Si  $f$  est une fonction périodique de période  $\tau$ , l'équation 2.34 n'est plus applicable comme  $E_h$  devient infini. Il n'est alors pas possible de définir un critère qui maximise cette quantité. Si on se trouve dans le cas où  $f \in L^2(\tau)$ , alors donnons une nouvelle définition de l'énergie récupérée. Celle-ci sera déterminée pendant une période  $\tau$  :

$$E_{h\tau} = \int_0^\tau \dot{x}^T (BGB^T) \dot{x} dt \quad (2.35)$$

Cette quantité est un scalaire positif (de valeur finie) que l'on peut maximiser, ce qui est équivalent à maximiser la puissance moyenne récupérée  $P_h$  sur un cycle défini par :

$$P_h = \frac{E_{h\tau}}{\tau} \quad (2.36)$$

Pour une fonction périodique  $f$ , la décomposition de Fourier des fonctions  $f_{(t)}$  et  $\dot{x}_{(t)}$  donne :

$$\begin{cases} f_{(t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n e^{-jn\omega t} \\ \dot{x}_{(t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-jn\omega) x_n e^{-jn\omega t} \end{cases} \quad (2.37)$$

Notons  $\bar{x}_n$  le complexe conjugué de  $x_n$  et appliquons le théorème de Parseval à la fonction réelle  $\dot{x}_{(t)}$ . En notant que  $\bar{\dot{x}}_n = \dot{x}_{-n}$ , on obtient la relation :

$$\begin{aligned} P_h &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \dot{x}_{(t)}^T (BGB^T) \dot{x}_{(t)} dt \\ &= \omega^2 \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \bar{x}_n^T (BGB^T) x_n \end{aligned} \quad (2.38)$$

Comme  $x_n = (-n^2\omega^2 M_s + jn\omega(C_s + BGB^T) + K_s)^{-1} f_n$  on constate à nouveau que  $P_h$  dépend de  $G$ , de  $f$  et de  $\omega$ . De l'expression de  $x_n$  et de l'équation 2.38 on peut en conclure que  $P_h(G=0) = P_h(G \rightarrow \infty) = 0$ . La puissance moyenne récupérée étant une fonction continue positive dépendant de  $G$ , elle admet au moins un maximum. Définissons une nouvelle fonction coût  $J_h$  pour optimiser la récupération d'énergie :

$$J_h(G, f, \omega) = P_h(G, f, \omega) \quad (2.39)$$

Cette fonction admet au moins une solution (dans le cas où une force extérieure périodique  $f$  est appliquée à la structure flexible). Dans le cas où  $f \in L^2(\mathbb{R})$ , des résultats similaires peuvent être obtenus en étudiant la quantité d'énergie totale récupérée  $E_h$  à la place de  $P_h$ .

La fonction coût  $J_h$  peut également être utilisée pour définir si de l'énergie est prélevée ou non

de la structure. Cela est utile si  $G$  n'est pas une matrice définie positive. Dans ce cas de figure il faut étudier les matrices  $G$  qui permettent d'obtenir l'inégalité  $J_h > 0$ .

### 2.5.3 Opposition des deux stratégies

Observons la puissance qu'il est possible d'extraire d'une structure flexible à l'aide d'un unique actionneur. D'après le lieu d'Evans tracé sur la figure 2.15, nous devons choisir  $G = G_i$  pour maximiser la stabilisation de la structure excitée autour du mode  $i$ . Nous allons supposer que la structure est soumise à une seule force excitatrice  $f(t) = f_0 \cos(\omega t)$  dont l'amplitude  $f_0$  est fixée. Comme nous avons montré que  $J_h$  dépend de la pulsation  $\omega$ , nous allons rechercher le paramètre  $G$  qui maximise  $P_h$  lorsque  $\omega$  varie autour de  $\omega_i(G_i) = \Re(s_i(G_i))$  (où  $s_i(G_i)$  est la solution optimisant la stabilisation du mode  $i$  représenté sur la figure 2.15). La figure 2.16 montre l'évolution de  $P_h$  lorsqu'un seul récupérateur d'énergie est connecté. Seules les pulsations  $\omega_i(0)$ ,  $\omega_i(G_i)$  et  $\omega_i(\infty)$  indiquées sur la figure 2.15 seront étudiées.

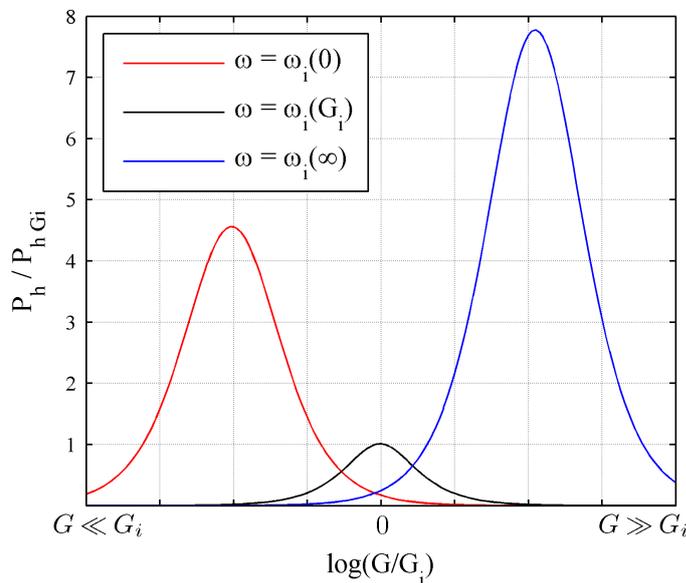


FIG. 2.16 – Comparaison des puissances récupérées

Nous pouvons d'abord constater que choisir  $\omega = \omega_i(G_i)$  permet effectivement de maximiser la puissance récupérée quand  $G = G_i$ . Cette valeur optimale  $P_{hG_i}$  ne nous intéresse pas directement car nous cherchons à faire un comparatif des puissances récupérées quand  $G$  et  $\omega$  varient. C'est pour cette raison que nous avons normalisé  $P_h$  par rapport à  $P_{hG_i}$ . Nous pouvons ensuite constater que  $P_h$  admet effectivement un maximum pour  $\omega = \omega_i(G_i)$  et  $\omega = \omega_i(\infty)$ , mais il n'est pas situé en  $G = G_i$ . Dans ces deux cas de figure, nous obtenons que  $P_h$  optimal est supérieur à  $P_{hG_i}$ , ce qui montre que maximiser la stabilisation n'est pas le meilleur choix à faire dans le cas général. Il est normal d'arriver à cette observation puisque les définitions des fonctions coût  $J_h$  et  $J_{st}$  ne sont pas les mêmes. En effet  $J_h$  dépend du paramètre de boucle feed-back  $G$ , de la pulsation  $\omega$  et de la force externe  $f$  appliquée sur la structure alors que  $J_{st}$  ne dépend que de  $G$ .

La stratégie de stabilisation n'étant pas toujours optimale, il faut donc en développer une spécifique pour optimiser les paramètres du système de récupération d'énergie.

# Chapitre 3

---

## Optimisation de l'énergie récupérée par un système linéaire

---

Nous avons évoqué dans les parties 2.1 et 2.2 différentes intégrations possibles d'un récupérateur d'énergie sur une structure : système interne ou externe sur une structure flexible, système oscillant monté sur une structure assimilée à une masse rigide... En réalité, ces différentes configurations peuvent se ramener au cas élémentaire d'un récupérateur sur structure flexible. Les cas interne et externe ne se distinguent que par la prise en compte de déplacements relatifs ou absolus. Le cas du système oscillant sur masse rigide peut être considéré comme une structure flexible dont la dynamique ne contient que le mode du système oscillant.

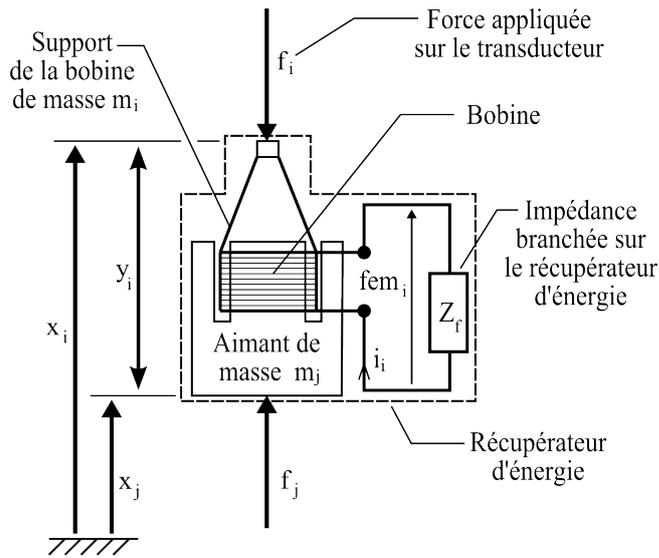
Nous allons donc limiter l'étude qui suit au cas d'un récupérateur sur structure flexible. Après avoir proposé une modélisation du système, nous chercherons à optimiser la récupération d'énergie en utilisant un seul dispositif avant d'en considérer plusieurs. Nous comparerons ensuite les prédictions théoriques des puissances extraites à celles mesurées expérimentalement. Enfin comme l'apport d'énergie peut se faire sur une bande fréquentielle variable, nous étudierons l'influence de celle-ci sur la récupération d'énergie, avant de terminer par une synthèse des résultats obtenus.

### 3.1 Modélisation de la structure avec un récupérateur d'énergie

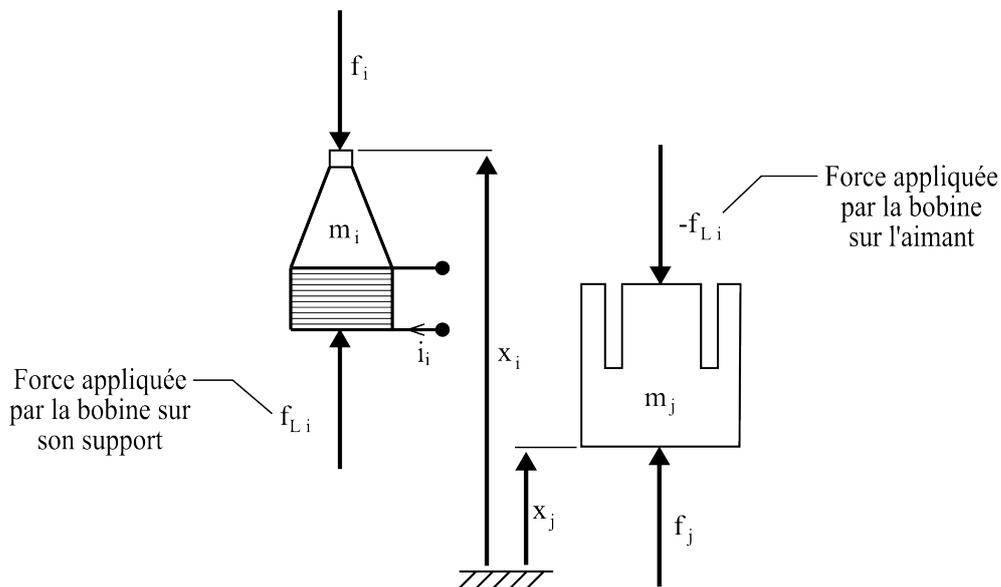
Commençons par modéliser séparément le récupérateur d'énergie et la structure flexible. Nous ferons ensuite apparaître les interactions entre ces deux éléments.

#### 3.1.1 Modélisation du transducteur électromagnétique

Le récupérateur d'énergie schématisé sur la figure 3.1 est destiné à être fixé sur une structure flexible. Il est soumis aux efforts  $f_i$  et  $f_j$  appliqués sur la structure. Il est composé d'un transducteur électromagnétique connecté à une impédance  $Z_f(\omega)$ , qui correspond à une représentation simplifiée de l'électronique de récupération d'énergie. Elle est généralement constituée d'un pont de diodes pour redresser le courant et d'une batterie pour stocker l'énergie.

FIG. 3.1 – Schéma du récupérateur d'énergie  $i$ 

Le transducteur électromagnétique est réalisé à l'aide d'une bobine se déplaçant dans un champ magnétique créé par l'aimant. Le bobinage est fixé sur une pièce rigide (de forme conique) pour permettre de transmettre les efforts imposés par la structure flexible sur celui-ci. À l'intérieur du récupérateur d'énergie apparaissent les forces de Laplace ( $f_{L i}$  et  $-f_{L i}$ ) représentées sur la figure 3.2 et déterminées à l'aide de l'équation 2.13.

FIG. 3.2 – Forces internes du récupérateur d'énergie  $i$ 

En isolant chacune des parties, nous obtenons les équations suivantes :

$$\begin{cases} m_i \ddot{x}_i = f_i + f_{L i} \\ m_j \ddot{x}_j = f_j - f_{L i} \end{cases} \quad (3.1)$$

Le déplacement relatif  $y_i$  (cf. figure 3.1) de la bobine par rapport à l'aimant se fait perpendicu-

lairement au champ magnétique pour maximiser le flux traversant la bobine et par conséquent la  $fem$  (cf. formule 2.10). Reprenons les lois qui régissent la conversion électromagnétique (équations 2.11 et 2.13) pour déterminer les équations de couplage électromécanique du transducteur  $i$  :

$$\begin{cases} fem_i = C_e \frac{dy_i}{dt} \\ f_{L i} = C_e i_i \end{cases} \quad (3.2)$$

$i_i$  est le courant qui circule dans la bobine et  $fem_i$  la force électromotrice qui apparaît aux bornes de celle-ci en boucle ouverte. On suppose que toutes les bobines et aimants utilisés sont identiques. Le coefficient de couplage  $C_e$  qui apparaît dans le système d'équations 3.2 est donc le même pour chaque récupérateur d'énergie et son expression est donnée par l'équation 2.12.

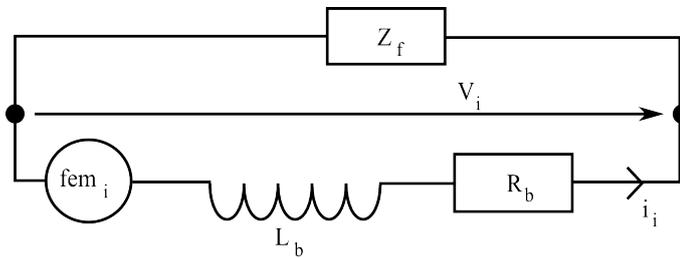


FIG. 3.3 – Circuit électrique du récupérateur d'énergie

Le récupérateur d'énergie est modélisé par le circuit électrique représenté sur la figure 3.3. On y retrouve la bobine modélisée par le générateur  $fem_i$ , l'inductance  $L_b$  et la résistance interne  $R_b$ . Nous supposons que l'impédance  $Z_f$  branchée sur la bobine possède uniquement une partie résistive  $R_f$  et une partie inductive  $L_f$ . Dans le domaine fréquentiel, nous avons donc  $Z_f = R_f + j\omega L_f$  (où  $\omega$  représente la pulsation).  $V_i$  est la tension qui apparaît aux bornes du transducteur électromagnétique lorsque l'impédance  $Z_f$  est branchée. En écrivant l'égalité des tensions aux bornes du générateur et de  $Z_f$  nous obtenons l'équation électrique suivante :

$$V_i = -(R_b + j\omega L_b)i_i + fem_i = (R_f + j\omega L_f)i_i \quad (3.3)$$

La combinaison des équations 3.2 et 3.3 conduit à l'expression de la fonction de transfert  $G_i(\omega)$  du récupérateur d'énergie :

$$G_i(\omega) = -\frac{f_{L i}}{j\omega y_i} = \frac{C_e^2}{a + j\omega b} \quad (3.4)$$

où  $a = R_b + R_f$  et  $b = L_b + L_f$ . La variable "a" représente la partie dissipative (résistance) et "b" celle de stockage.

Les masses  $m_i$  et  $m_j$  du transducteur électromagnétique vont être intégrées à la structure flexible comme nous allons le voir par la suite.

### 3.1.2 Modélisation de la structure flexible avec récupérateur d'énergie

Un récupérateur d'énergie interne fixé sur une structure flexible lui applique les forces  $-f_i$  et  $-f_j$ . Pour tenir compte des points de connexion  $i$  et  $j$ , utilisons les vecteurs d'influence  $b_i$  et  $b_j$ . En se servant de l'équation 2.16, nous arrivons à :

$$M_s \ddot{x} + C_s \dot{x} + K_s x = f - b_i f_i - b_j f_j \quad (3.5)$$

où  $f$  représente toutes les forces appliquées sur la structure flexible autres que celles engendrées par le récupérateur d'énergie considéré.  $f_i$  et  $f_j$  sont déterminées par l'équation 3.1. Cela nous permet de modifier l'équation 3.5 pour arriver à :

$$[M_s + m_i b_i b_i^T + m_j b_j b_j^T] \ddot{x} + C_s \dot{x} + K_s x = f + (b_i - b_j) \cdot f_{L i} \quad (3.6)$$

Cette équation permet d'intégrer les masses mobiles du récupérateur d'énergie à la structure flexible en ajoutant des masses ponctuelles aux points de connexions. Notons que si nous avons affaire à un récupérateur d'énergie externe, il suffit d'imposer  $b_j = 0$ . Si nous considérons d'autres récupérateurs d'énergie, il faut naturellement ajouter d'autres masses ponctuelles sur la structure flexible.

### 3.1.3 Troncature du modèle

Posons  $\Phi$  la matrice modale du système conservatif et  $q_s$  le vecteur des déplacements modaux satisfaisant l'équation  $X = \Phi q_s$ . En prémultipliant l'équation 3.6 par  $\Phi^T$ , nous obtenons :

$$\tilde{M}_s \frac{d^2 q_s}{dt^2} + \tilde{C}_s \frac{dq_s}{dt} + \tilde{K}_s q_s = \Phi^T (f_{(\omega)} + (b_i - b_j) \cdot f_{L i}(\omega)) \quad (3.7)$$

avec :

$$\tilde{M}_s = \Phi^T (M_s + m_i b_i b_i^T + m_j b_j b_j^T) \Phi = \text{diag}(\mu_p) \quad (3.8)$$

$$\tilde{K}_s = \Phi^T K_s \Phi = \text{diag}(\mu_p \omega_p^2) \quad (3.9)$$

$$\tilde{C}_s = \Phi^T C_s \Phi \quad (3.10)$$

$\mu_p$  représente la masse modale et  $\omega_p$  la pulsation du mode  $p$ . Nous supposons que l'amortissement  $C_s$  est proportionnel (hypothèse de Basile). Cela nous permet d'écrire que :

$$\tilde{C}_s = \text{diag}(2\xi_p \omega_p \mu_p) \quad (3.11)$$

$\xi_p$  est le coefficient d'amortissement du mode  $p$ . Appliquons la transformée de Fourier aux deux membres de l'équation 3.7. On obtient :

$$\begin{aligned} x_{(\omega)} &= \left[ \Phi (-\omega^2 \tilde{M}_s + j\omega \tilde{C}_s + \tilde{K}_s)^{-1} \Phi^T \right] (f_{(\omega)} + (b_i - b_j) \cdot f_{L i}(\omega)) \\ &= H_{(\omega)} (f_{(\omega)} + (b_i - b_j) \cdot f_{L i}(\omega)) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$H_{(\omega)}$  est la matrice de flexibilité dynamique généralisée. Elle peut être mise sous la forme [32] :

$$H_{(\omega)} = \sum_{p=1}^n \frac{\Phi_p \Phi_p^T}{\mu_p (2j\xi_p \omega_p \omega + \omega_p^2 - \omega^2)} \quad (3.13)$$

$n$  est le nombre de degrés de liberté de la structure flexible discrétisée. Ses pulsations propres sont supposées classées par ordre croissant :  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n$ .

La pulsation imposée  $\omega$  est supposée proche de l'un des modes isolés  $\omega_N$  de la structure. Regroupons les modes de basse et haute fréquences dans la matrice de résidus statique  $R_N^0$ . La matrice de flexibilité se présente alors sous la forme :

$$H(\omega) = \frac{\Phi_N \Phi_N^T}{\mu_N (2j\xi_N \omega_N \omega + \omega_N^2 - \omega^2)} + R_N^0 \quad (3.14)$$

avec :

$$R_N^0 \approx -\frac{1}{\omega^2} \sum_{p=1}^{N-1} \frac{\Phi_p \Phi_p^T}{\mu_p} + \sum_{p=N+1}^n \frac{\Phi_p \Phi_p^T}{\mu_p \omega_p^2} \quad (3.15)$$

Si on a  $\omega_N \gg \omega_p$  pour  $p < N$  et  $\omega_N \ll \omega_p$  pour  $p > N$ , alors  $R_N^0$  devient négligeable par rapport à  $\frac{\Phi_N \Phi_N^T}{\mu_N (2j\xi_N \omega_N \omega + \omega_N^2 - \omega^2)}$ .

### 3.1.4 Modélisation du système étudié

Dans un premier temps nous étudierons un seul système de récupération d'énergie connecté sur la structure flexible comme représenté sur la figure 3.4. Il s'agit d'un récupérateur d'énergie interne qui peut être fixé à n'importe quel point. Pour simplifier l'étude, on va supposer que la force d'excitation est appliquée en un point unique (point 1) et notée  $f_1$ . Elle fournit de l'énergie mécanique au système.  $f_2$  représente la force appliquée par le récupérateur au point 2 et  $x_2$  le vecteur déplacement colocalisé. Les efforts  $f_1$  et  $f_2$  correspondent aux efforts électromagnétiques car les masses mobiles des deux transducteurs électromagnétiques ont été incluses à la structure flexible aux points 1 et 2 sous forme de masses ponctuelles.  $f_1$  et  $f_2$  ne sont pas notées  $f_{L1}$  et  $f_{L2}$  (forces de Laplace) pour alléger les notations.

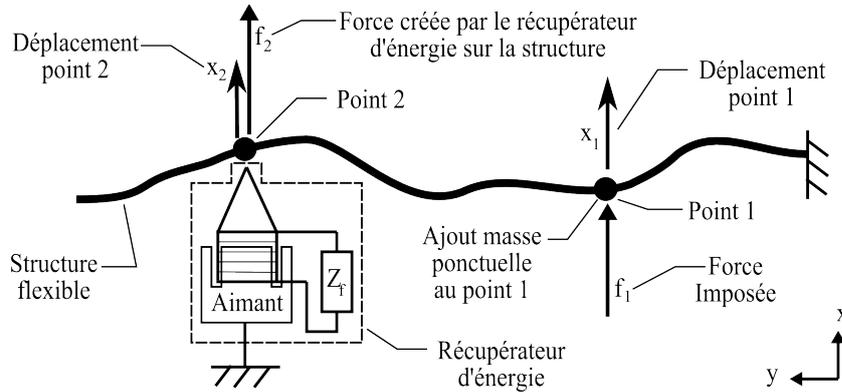


FIG. 3.4 – Modélisation de la structure flexible étudiée avec le système de récupération d'énergie connecté

Les déplacements aux points 1 et 2 sont définis par  $x_1 = b_1^T x$  et  $x_2 = b_2^T x$ , où  $b_1$  et  $b_2$  sont des vecteurs d'influence. Nous utiliserons les mêmes notations  $f_1$ ,  $x_1$ ,  $f_2$  et  $x_2$  pour représenter les grandeurs scalaires réelles à la place des vecteurs de même nom. Ces scalaires sont projetés sur l'axe  $x$ .

Le vecteur force  $f$  dépend de l'effort externe imposé  $f_1$  et de celui de réaction  $f_2$ .

$$f = b_1 f_1 + b_2 f_2 \quad (3.16)$$

Introduisons les fonctions de transfert  $h_{ij} = x_i/f_j$  définies par :

$$\begin{cases} x_1 = h_{11}f_1 + h_{12}f_2 \\ x_2 = h_{21}f_1 + h_{22}f_2 \end{cases} \quad (3.17)$$

À partir des équations 3.14, 3.15 et 3.17 il est possible d'obtenir les fonctions de transfert  $h_{ij}$  lorsque la pulsation  $\omega$  est proche de celle de  $\omega_N$  :

$$\begin{cases} h_{11} = \frac{a_{11}}{2j\xi_N\omega_N\omega + \omega_N^2 - \omega^2} + r_{11}^0 \\ h_{12} = \frac{a_{12}}{2j\xi_N\omega_N\omega + \omega_N^2 - \omega^2} + r_{12}^0 \\ h_{21} = \frac{a_{21}}{2j\xi_N\omega_N\omega + \omega_N^2 - \omega^2} + r_{21}^0 \\ h_{22} = \frac{a_{22}}{2j\xi_N\omega_N\omega + \omega_N^2 - \omega^2} + r_{22}^0 \end{cases} \quad (3.18)$$

avec :

$$\begin{cases} a_{ij} = \frac{b_i^T \Phi_N \Phi_N^T b_j}{\mu_N} \\ r_{ij}^0 = b_i^T R_N^0 b_j \end{cases} \quad (3.19)$$

Notons que les coefficients  $a_{ij}$  et les résidus statiques  $r_{ij}^0$  sont des scalaires. De plus, nous avons  $r_{12}^0 = (r_{12}^0)^T = r_{21}^0$  (comme  $R_N^0$  est une matrice symétrique) et  $a_{12} = (a_{12})^T = a_{21}$ . Ces remarques nous permettent d'en conclure que  $h_{12} = h_{21}$ .

Le récupérateur d'énergie utilisé impose un feed-back  $G$  sur la structure tel que  $f_2 = -j\omega G y_2$  comme indiqué à l'équation 3.4. La figure 3.5 montre cette boucle de rétroaction sur la modélisation LTI (Linear Time Invariant) de la structure flexible (qui est représentée par  $H_{(\omega)}$ ).

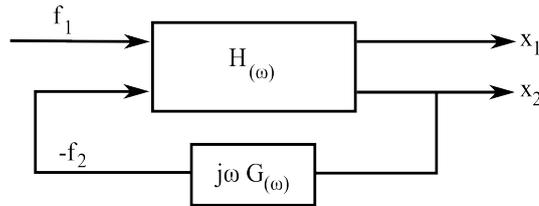


FIG. 3.5 – Modélisation du système bouclé

De l'équation 3.17 et en tenant compte du feed-back, il est possible de déduire une fonction de réponse fréquentielle (FRF) de la structure flexible avec le récupérateur d'énergie connecté :

$$\begin{cases} H_1 = \frac{x_1}{f_1} = h_{11} - j\omega G \frac{h_{12}^2}{1 + j\omega G h_{22}} \\ H_2 = \frac{x_2}{f_1} = \frac{h_{12}}{1 + j\omega G h_{22}} \end{cases} \quad (3.20)$$

À partir de la condensation de Guyan réalisée aux points de connexion, il est possible d'étudier la structure à partir d'une entrée unique  $f_1$  et de déterminer les puissances aux points 1 et 2.

## 3.2 Optimisation à l'aide d'un récupérateur d'énergie

Pour réaliser l'optimisation de la récupération d'énergie, nous avons besoin de définir les puissances moyennes entrante ( $P_1$ ) et sortante ( $P_2$ ) de la structure. Le système d'équations 3.20 et la formule A.8 nous permettent de déterminer  $P_1$  et  $P_2$ , dans le cas d'un régime stationnaire :

$$P_1 = \frac{1}{2} \Re(\overline{j\omega x_1} f_1) = \frac{1}{2} \|f_1\|^2 \Re(j\omega H_1) \quad (3.21)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \Re(\overline{j\omega x_2} f_2) = \frac{1}{2} \omega^2 \|f_1\|^2 \|H_2\|^2 \Re(G) \quad (3.22)$$

$\overline{j\omega x_1}$  représente le complexe conjugué de  $j\omega x_1$  et  $G(\omega) = \frac{C_e^2}{a + j\omega b}$ .

Nous avons montré dans le paragraphe 2.5.2 qu'il existe un gain  $G$  optimisant la récupération d'énergie et nous allons maintenant déterminer celui-ci. Nous commencerons par déterminer la condition à respecter pour qu'il y ait effectivement récupération d'énergie, puis nous passerons aux analyses numérique et analytique pour en déduire la puissance maximale extraite. Nous terminerons en montrant comment utiliser le lieu d'Evans pour optimiser la puissance extraite de la structure.

### 3.2.1 Condition pour récupérer de l'énergie

Pour récupérer de l'énergie, il faut que la fonction coût  $J_h$  soit positive. Comme  $J_h = P_2$ , cela implique que pour la pulsation  $\omega$  considérée nous ayons :

$$\Re(G) > 0 \quad (3.23)$$

Cette inégalité traduit la condition mathématique à respecter pour qu'il y ait effectivement récupération d'énergie. En remplaçant  $G$  par son expression, nous obtenons la condition  $a > 0$ . Cela signifie qu'une partie résistive est nécessaire dans la boucle de rétroaction pour que de l'énergie soit extraite de la structure. Il est normal de constater que la condition de récupération d'énergie ne dépende pas de la partie inductive  $b$  du circuit. En effet  $b$  ne fait que prélever de façon temporaire de l'énergie de la structure, puis la lui restitue. Comme  $b$  intervient dans les échanges de puissances (puissance réactive), nous devrions retrouver que ce paramètre agit tout de même sur la valeur de la puissance moyenne récupérée  $P_2$ .

### 3.2.2 Etude numérique

Les puissances moyennes  $P_1$  et  $P_2$  peuvent être évaluées numériquement à partir des équations 3.21 et 3.22. L'effort imposé  $f_1$  est choisi sinusoïdal et d'amplitude 1 Newton. Les figures 3.6 et 3.7 montrent l'évolution de ces puissances en fonction de la fréquence et de la valeur de la résistance dissipative  $a$ .

Comme nous cherchons la puissance optimale que l'on peut extraire de la structure flexible, nous allons déterminer sur la figure 3.7 la fréquence qui maximise  $P_2$  pour chaque résistance  $a$ . Nous obtenons ainsi l'évolution de  $P_2$  maximale en fonction de  $a$  comme représentée sur la figure 3.8. Sur celle-ci nous avons également reporté la puissance fournie  $P_1$  correspondante et annoté certains points particuliers :

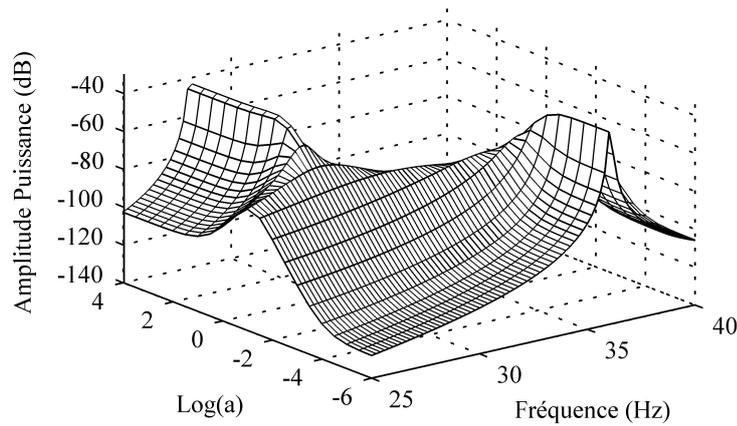


FIG. 3.6 – Puissance  $P_1$  en fonction de la pulsation et de la résistance  $a$

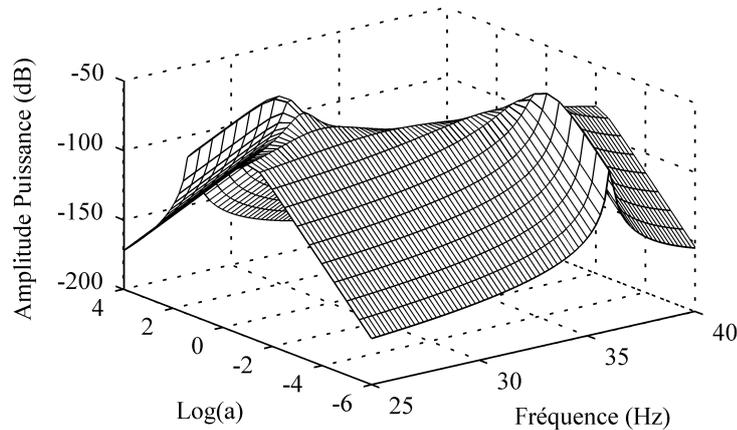


FIG. 3.7 – Puissance  $P_2$  en fonction de la pulsation et de la résistance  $a$

- Les points  $A_1$  et  $A_2$  correspondent au système en boucle ouverte ( $a \rightarrow \infty$ ). La puissance  $P_2$  tend vers zéro car il n'y a aucune dissipation d'énergie possible dans une résistance infinie.
- Les points  $E_1$  et  $E_2$  correspondent au système en boucle fermée ( $a = 0$ ). La puissance  $P_2$  tend vers zéro car il n'y a aucune dissipation d'énergie possible dans une résistance nulle.
- Le point C correspond au rapport  $\eta = P_2/P_1$  maximal. La courbe de  $P_2$  est quasiment confondue avec celle de  $P_1$ . Le rendement  $\eta$  est presque égal à 100%, ce qui signifie que la quasi-totalité de l'énergie entrante dans la structure est récupérée. Cependant la valeur de  $P_2$  en ce point est loin d'être celle qui fournit le plus de puissance. Ce phénomène s'explique par le fait que l'on ne laisse pas l'énergie pénétrer dans la structure.
- Les points  $B_2$  et  $D_2$  correspondent au maximum de puissance  $P_2$ . Dans ce cas l'énergie récupérable est optimisée.

Ces résultats montrent que pour un effort sinusoïdal  $f_1$  avec une amplitude constante et une pulsation choisie autour de la pulsation propre du système, il est possible de trouver deux maxima : l'un pour une "faible" résistance et l'autre pour une "forte". Cette dernière est celle décrite dans l'article de Stephen [140]. Reportons sur le tracé du lieu d'Evans les points particuliers de  $P_2$  annotés sur la figure 3.8. Celui-ci est obtenu à partir de l'équation 3.7 en posant  $f = 0$ ,  $b_2 = b_i$  et  $b_j = 0$ . En appliquant la transformée de Laplace et en tenant compte de la relation

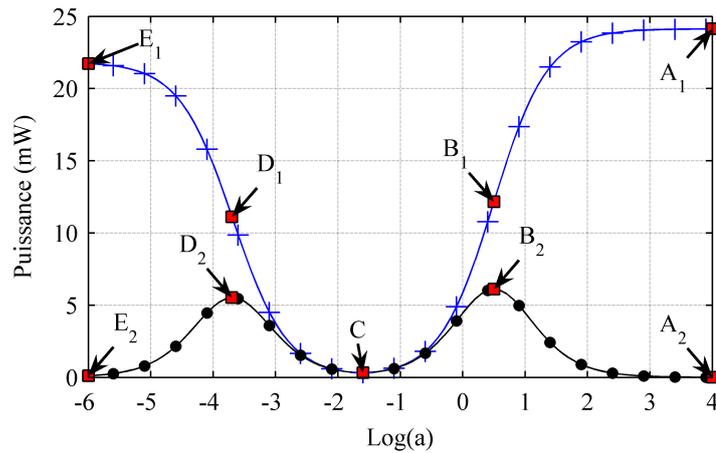


FIG. 3.8 – Puissances moyennes  $P_1$  (+) et  $P_2$  (•) en fonction de la résistance totale  $a$  avec la fréquence choisie pour maximiser  $P_2$

3.4, nous obtenons :

$$\left( \tilde{M}_s s^2 + \tilde{C}_s s + \tilde{K}_s + \Phi^T b_2 \cdot G s b_2^T \Phi \right) Q_s = 0 \tag{3.24}$$

avec

$$G(s) = -\frac{f_L 2}{s y_2} = \frac{C_e^2}{a + b s} \tag{3.25}$$

L'évolution de la position de  $s$  sur le lieu d'Evans est obtenue en faisant varier  $a$  entre 0 et  $+\infty$ . Sur la figure 3.9, seules les solutions du mode  $N$  sont représentées.

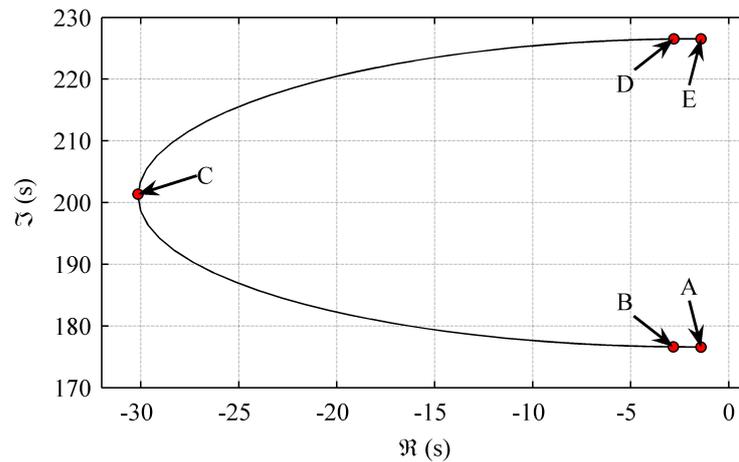


FIG. 3.9 – Lieu d'Evans de  $H_2$  quand la résistance totale  $a$  varie

Les points particuliers correspondant à  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C$ ,  $D_2$  et  $E_2$  sont respectivement notés  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ . On peut alors constater que les points  $B$ ,  $C$  et  $D$  ne sont pas confondus. Cette constatation n'est valable que si l'on a imposé une force externe sinusoïdale. Cela se comprend bien car les stratégies de stabilisation et de récupération d'énergie sont différentes dans ce cas de figure.

Notons que le point  $C$  correspond au cas où le système est le plus amorti comme on peut le voir sur la figure 3.9. Cela explique que la puissance extraite soit faible et ne permette pas par

conséquent d'optimiser la récupération d'énergie.

Une étude analytique va nous permettre d'identifier les paramètres sur lesquels il faut agir pour maximiser  $P_2$ . Elle va également nous montrer s'il est possible d'utiliser le lieu d'Evans pour déterminer la position des points  $B$  et  $D$ . Cet outil très utile pour maximiser l'amortissement d'une structure [125], est-il également adapté pour optimiser la récupération d'énergie ?

### 3.2.3 Etude analytique

Pour développer un modèle analytique, nous allons considérer une fréquence proche d'un mode isolé de la structure flexible et considérons que les résidus statiques sont négligeables.

Dans l'équation 3.19, les vecteurs  $\Phi_N$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  sont des vecteurs colonnes. Les produits  $\Phi_N^T b_1$  et  $\Phi_N^T b_2$  sont par conséquent des scalaires et l'égalité suivante est vraie :

$$(b_1^T \Phi_N \Phi_N^T b_1)(b_2^T \Phi_N \Phi_N^T b_2) = (b_1^T \Phi_N \Phi_N^T b_2)(b_2^T \Phi_N \Phi_N^T b_1) \quad (3.26)$$

Les coefficients  $a_{ij}$  sont donc reliés par l'équation :

$$a_{11} \times a_{22} = a_{12}^2 \quad (3.27)$$

Nous pouvons en déduire l'égalité  $h_{11} \times h_{22} = h_{12}^2$  du fait de l'hypothèse de résidus statiques nuls ( $r_{11}^0 = r_{12}^0 = r_{22}^0 = 0$ ). Le système d'équations 3.18 devient alors :

$$\begin{cases} h_{22} = \frac{a_{22}}{2j\xi_N \omega_N \omega + \omega_N^2 - \omega^2} \\ h_{11} = \frac{a_{11}}{a_{22}} h_{22} \\ h_{12} = \frac{a_{12}}{a_{22}} h_{22} \end{cases} \quad (3.28)$$

Les puissances  $P_1$  et  $P_2$  peuvent donc être exprimées en fonction de  $h_{22}$  et de  $G$  :

$$\begin{cases} P_1 = \frac{1}{2} \|f_1\|^2 \frac{a_{11}}{a_{22}} \Re \left( j\omega \left[ \frac{h_{22}}{1 + j\omega G h_{22}} \right] \right) \\ P_2 = \frac{1}{2} \omega \|f_1\|^2 \frac{a_{11}}{a_{22}} \left\| \frac{h_{22}}{1 + j\omega G h_{22}} \right\|^2 \Im(G) \end{cases} \quad (3.29)$$

Nous arrivons aux expressions des puissances  $P_1$ ,  $P_2$  et du rendement  $\eta = P_2/P_1$  données par les équations 3.30 à 3.32.

$$P_1 = \frac{\frac{1}{2} \|f_1\|^2 a_{11} \omega^2 (2\xi_N \omega_N [a^2 + (b\omega)^2] + C_e^2 a_{22} a)}{[a(\omega_N^2 - \omega^2) - 2\xi_N \omega_N b \omega^2]^2 + [C_e^2 a_{22} + b(\omega_N^2 - \omega^2) + 2\xi_N \omega_N a]^2 \omega^2} \quad (3.30)$$

$$P_2 = \frac{\frac{1}{2} \|f_1\|^2 C_e^2 a_{12}^2 a \omega^2}{[a(\omega_N^2 - \omega^2) - 2\xi_N \omega_N b \omega^2]^2 + [C_e^2 a_{22} + b(\omega_N^2 - \omega^2) + 2\xi_N \omega_N a]^2 \omega^2} \quad (3.31)$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_e^2 a_{22} a}{2\xi_N \omega_N [a^2 + (b\omega)^2] + C_e^2 a_{12} a} \quad (3.32)$$

On suppose que l'on fixe  $b$ ,  $\omega_N$  et la position du récupérateur d'énergie sur la structure flexible. Les expressions analytiques des puissances  $P_1$  et  $P_2$  ne dépendent donc plus que des paramètres  $a$  et  $\omega$ . Le détail des calculs des puissances, rendement et des paramètres optimaux correspondant aux différents points particuliers sont donnés dans l'annexe C.

Le lieu des pôles est quant à lui obtenu à partir de l'équation 3.24. Si nous supposons que l'intensité du déplacement modal associé au mode  $N$  est prépondérant par rapport aux autres, alors nous pouvons écrire que la  $N^e$  ligne de  $Q_s$  est la seule à ne pas être nulle. Cela signifie que seul le terme (N,N) de la matrice  $\Phi^T b_2 \cdot G s \cdot b_2^T \Phi$  nous intéresse, il nous faut donc résoudre :

$$s^2 + 2\xi_N \omega_N s + \omega_N^2 + s G \Phi_N^T b_2 \cdot b_2^T \Phi_N = 0 \quad (3.33)$$

En remplaçant  $G$  par son expression et en notant que  $a_{22} = \Phi_N^T b_2 \cdot b_2^T \Phi_N$ , nous arrivons à l'équation suivante :

$$b s^3 + (2\xi_N \omega_N b + a) s^2 + (2\xi_N \omega_N a + b \omega_N^2 + C_e^2 a_{22}) s + a \omega_N^2 = 0 \quad (3.34)$$

Elle permet d'obtenir les parties réelles et imaginaires de  $s$  pour les différents points particuliers du lieu d'Evans. Tous les résultats sont synthétisés dans le tableau 3.1 en posant :

$$\omega_{N_E} = \sqrt{\omega_N^2 + \frac{C_e^2 a_{22}}{b}} \quad (3.35)$$

et

$$\omega_{N_C} = \frac{\omega_{N_E} + \omega_N}{2} \quad (3.36)$$

$\omega_{N_E}$  est la pulsation de résonance au point de fonctionnement E (en court-circuit) et  $\omega_{N_C}$  celle au point C.

L'étude analytique confirme que les points A et E ne sont pas intéressants pour la récupération d'énergie. En effet il n'y a aucun transfert d'énergie ( $P_2 = 0$ ) quand  $a = 0$  ou  $a \rightarrow \infty$ . Notons que ces deux points ont la même abscisse sur le lieu d'Evans :  $-\xi_N \omega_N$ .

La puissance maximale extraite ( $P_2$ ) est la même aux deux points optimaux B et D. Elle ne dépend ni du coefficient de couplage  $C_e$  ni de la position du récupérateur d'énergie sur la structure. Il n'est donc pas nécessairement utile d'avoir un aimant avec un fort champ magnétique. Il n'est pas nécessaire non plus de placer le système de récupération d'énergie au point de débattement maximal comme l'ont fait Torah et al. [141].

Les deux résistances  $a$  optimisant  $P_2$  sont influencées par  $C_e$  et  $a_{22}$ . Dans ces deux cas  $P_2$  est égale à la moitié de  $P_1$  et les deux points ont la même abscisse sur le lieu d'Evans :  $-2\xi_N \omega_N$ . Cela correspond à les coefficients d'amortissement électrique et mécanique égaux. Cette constatation déjà reportée par Stephen [140] revient à appliquer le théorème de Jacobi (cité au paragraphe 1.3.3.2) à un problème multi-physique.

Si l'on fixe la valeur de la puissance fournie à la structure, alors  $P_2$  est maximum au point C (car il présente le meilleur rendement). Ce cas de figure revient à ajuster la force imposée à la structure en fonction du feed-back de récupération d'énergie pour conserver  $P_1$  constante, mais ne correspond pas à la situation rencontrée en général.

Les puissances  $P_1$  et  $P_2$  exprimées au point E dans le tableau 3.1 sont valides tant que la condition  $(2\xi_N \omega_N)^2 \gg \left[ \left( \frac{\omega_{N_E}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]^2$  est réalisée (voir équation C.3), c'est à dire si  $\omega$  est suffi-

Point	A	B	C	D	E
$\Re(s)$	$-\xi_N \omega_N$	$-2\xi_N \omega_N$	$-\left(\frac{\omega_{NE}^2 - \omega_N^2}{3\omega_N^2 + \omega_{NE}^2}\right) \omega_{NC}$	$-2\xi_N \omega_N$	$-\xi_N \omega_N$
$\Im(s)$	$\omega_N$	$\omega_N$	$\omega_{NC}$	$\omega_{NE}$	$\omega_{NE}$
$a$	$\infty$	$\frac{C_e^2 a_{22}}{2\xi_N \omega_N}$	$b\omega_{NC}$	$\frac{2\xi_N \omega_N}{C_e^2 a_{22}} (b\omega_{NE})^2$	0
$\frac{P_1}{\ f_1\ ^2}$	$\frac{a_{11}}{4\xi_N \omega_N}$	$\frac{a_{11}}{8\xi_N \omega_N}$	$a_{11} \left(\frac{b\omega_{NC}}{C_e^2 a_{22}}\right) \left(\frac{1}{\eta_c}\right)$	$\frac{a_{11}}{8\xi_N \omega_N}$	$\frac{a_{11}}{4\xi_N \omega_N}$
$\frac{P_2}{\ f_1\ ^2}$	0	$\frac{a_{11}}{16\xi_N \omega_N}$	$a_{11} \left(\frac{b\omega_{NC}}{C_e^2 a_{22}}\right) \left(\frac{1}{\eta_c}\right)^2$	$\frac{a_{11}}{16\xi_N \omega_N}$	0
$\eta$	0	$\frac{1}{2}$	$\eta_c = 1 - 2\xi_N \omega_N \frac{2b\omega_{NC}}{C_e^2 a_{22}}$	$\frac{1}{2}$	0

TAB. 3.1 – Synthèse des résultats analytiques pour les points particuliers

samment proche de  $\omega_{NE}$ . Dans le cas contraire il faut reprendre l'étude de l'équation 3.31 avec  $\xi_N = 0$  pour déterminer quelle est la puissance maximale extractible et conduit à :

$$P_2 = \frac{1}{2} \|f_1\|^2 C_e^2 a_{12}^2 \frac{a\omega^2}{[\omega_N^2 - \omega^2]^2 a^2 + [\omega_{NE}^2 - \omega^2]^2 b^2 \omega^2} \quad (3.37)$$

Cette fonction admet au moins une valeur optimale quand  $a$  varie, donnée par  $\frac{\partial P_2}{\partial a} = 0$  (à  $\omega$  fixé) :

$$a_{opt} = b\omega \left| \frac{\omega_{NE}^2 - \omega^2}{\omega^2 - \omega_N^2} \right| \quad (3.38)$$

L'équation 3.37 peut donc être mise sous la forme (en tenant compte de l'expression de la résistance optimale  $a_{opt}$ ) :

$$P_2 = \frac{1}{2} \|f_1\|^2 \frac{C_e^2 a_{12}^2}{2b} \frac{\omega}{|(\omega^2 - \omega_N^2)(\omega_{NE}^2 - \omega^2)|} \quad (3.39)$$

Si  $\omega \rightarrow \omega_N$  alors  $P_2 \rightarrow \infty$  et  $a_{opt} \rightarrow \infty$ , ce qui signifie que le point optimal  $D$  tend vers le point  $E$  quand  $\xi_N \rightarrow 0$ .

De même si  $\omega \rightarrow \omega_{NE}$ , on trouve que  $P_2 \rightarrow \infty$ . Dans ce cas  $a_{opt} \rightarrow 0$  et par conséquent  $B \rightarrow A$  quand  $\xi_N \rightarrow 0$ .

En  $\xi_N = 0$  la puissance fournie est égale à la puissance dissipée car il n'y a plus de pertes internes. Le rendement est constamment égal à  $\eta = 1$ .

Notons enfin que plus l'amortissement électrique créé sur la structure par le feed-back est faible, plus la durée de stabilisation permettant d'obtenir la quantité d'énergie annoncée par la formule

3.39 est longue.

### 3.2.4 Limite de validité du modèle analytique

Le modèle analytique utilisé n'est valable que si la structure est excitée à une fréquence proche de l'un de ses mode isolé. La pulsation en boucle fermée  $\omega_{NE}$  du mode  $N$  doit donc rester plus petite que celle du mode suivant  $\omega_{N+1}$ . En considérant l'équation 3.35, cette condition se traduit par :

$$\frac{C_e^2 a_{22}}{b} < \omega_{N+1}^2 - \omega_N^2 \quad (3.40)$$

Il faut vérifier cette inégalité pour que l'étude analytique soit valide. La figure 3.10 compare les lieux d'Evans obtenus en utilisant le système simplifié de l'étude analytique (cf. équation 3.34) et celui issu de l'étude numérique (cf. équation 3.24) pour différentes valeurs de  $b$ .

On peut remarquer que toutes les courbes convergent vers un point unique quand  $a \rightarrow \infty$  et ce, quelle que soit la valeur de  $b$  testée. Les modèles analytique et numérique sont donc cohérents quand  $a$  est grand.

Pour une induction  $b$  fixée on peut noter que les lieux d'Evans de l'étude analytique et numérique ne sont plus parfaitement superposés lorsque  $a$  diminue. Il y a un petit écart sur la partie réelle et imaginaire des solutions, qui devient plus important quand on choisit une valeur de  $b$  faible. Cette différence est un effet de la troncature modale.

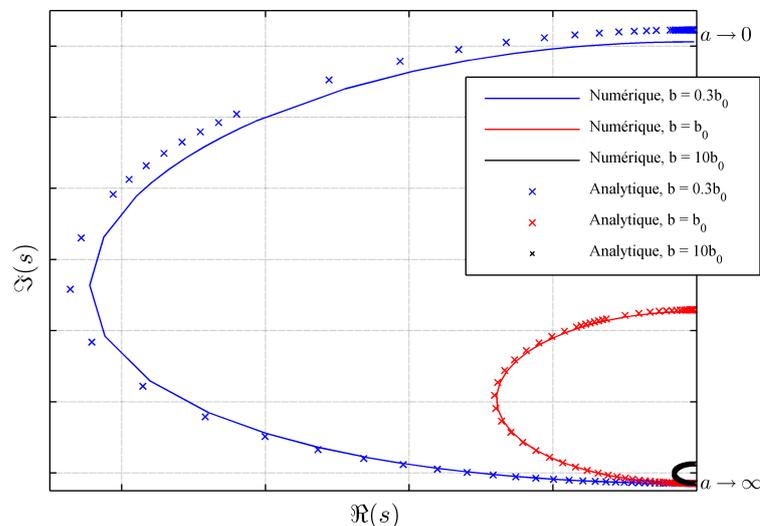


FIG. 3.10 – Comparaison des lieux d'Evans déterminés analytiquement et numériquement

Observons l'influence de cette différence sur la puissance récupérée. La figure 3.11 compare l'évolution de  $P_2(a)$  pour différentes valeurs de  $b$  lorsque la pulsation est ajustée sur  $\omega_{NE}$  obtenue analytiquement et numériquement (il est possible d'utiliser le tracé du lieu d'Evans de la figure 3.10 pour déterminer ces valeurs).

Nous pouvons constater que la valeur optimale de  $P_2$  obtenue par simulation numérique baisse lorsque  $b$  diminue. Par contre la valeur analytique  $P_2$  maximale ne varie pas, comme annoncé par la formule de  $P_2$  au point  $B$  (cf. tableau 3.1). Nous pouvons en revanche remarquer que

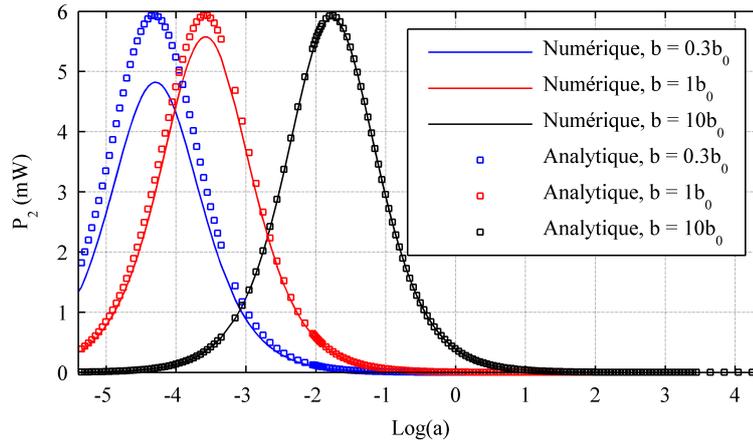


FIG. 3.11 – Comparaison des puissances extraites déterminées analytiquement et numériquement

la résistance optimale ne change quasiment pas que  $\omega_{N_E}$  soit déterminée numériquement ou analytiquement.

Nous pouvons en conclure que la valeur de la puissance récupérée théoriquement est surévaluée si  $b$  est grand. L'écart devient important si  $b$  est choisi inférieur à  $b_0$  (valeur de l'inductance qui induit une erreur de la puissance maximale récupérée d'au maximum 5%). Par contre le critère de positionnement sur le lieu d'Evans reste correct. La formule de la résistance optimale  $a$  au point  $B$  du tableau 3.1 reste donc valable.

### 3.2.5 Optimisation de la récupération d'énergie à l'aide du tracé du lieu d'Evans

Revenons au cas où  $b$  est choisi suffisamment grand pour que l'erreur sur le lieu d'Evans n'entraîne pas une erreur supérieure à 5% sur la valeur de  $P_2$  au point  $B$  entre les simulations numériques et analytiques ( $b \geq b_0$ ).

Les formules analytiques de  $\Re(s)$  du tableau 3.1 au point  $B$  ou  $D$  donnent  $\Re(s) = -2\xi_N\omega_N$ . Autrement dit les points du lieu d'Evans situés à cette abscisse maximisent la puissance récupérée. Pour confirmer cette observation sur le modèle analytique, nous allons étudier le positionnement des points  $B$  et  $D$  sur le lieu d'Evans à l'aide de simulations numériques quand la taille de la boucle varie.

Choisissons de maximiser la puissance extraite par un transducteur électromagnétique fixé sur une poutre encastree-libre de longueur totale 525 mm. Ce système est schématisé sur la figure 3.12. L'une des extrémités du récupérateur d'énergie est fixée au point 2 de la structure flexible et l'autre est encastree sur le bâti. La poutre est excitée au point 1 par une force  $f_1$  de type sinusoïdale. Sa fréquence est choisie proche du premier mode propre de flexion de la structure. Pour étudier la position de l'optimal de récupération d'énergie sur le lieu d'Evans dans divers cas de figure, il suffit de faire varier la taille de la boucle en changeant la différence  $\omega_{N_E} - \omega_N$ . Celle-ci est liée aux paramètres  $C_e$  (coefficient de couplage de la bobine),  $b$  (partie réactive du feed-back) et  $a_{22}$  (position du récupérateur d'énergie). Choisissons de faire varier  $a_{22}$  en modifiant la distance  $L$  du point 2 à l'encastrement. La puissance récupérée  $P_2$  est déterminée à l'aide de la formule 3.22. Pour chaque résistance  $a$ , la pulsation  $\omega$  maximisant  $P_2$  est retenue. La figure 3.13 trace l'évolution de  $P_2$  optimale pour différentes positions  $L$ .

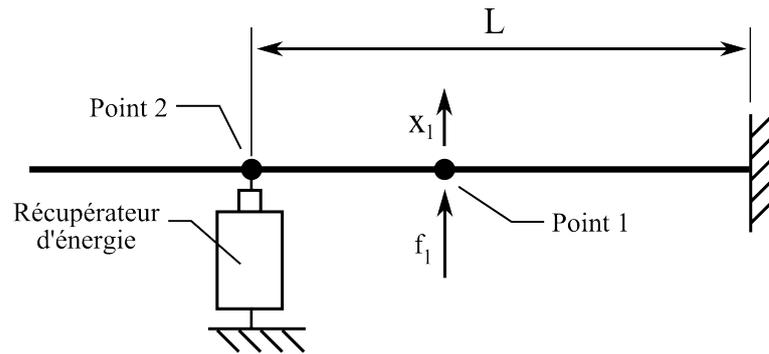


FIG. 3.12 – Poutre encastée libre avec un récupérateur d'énergie externe

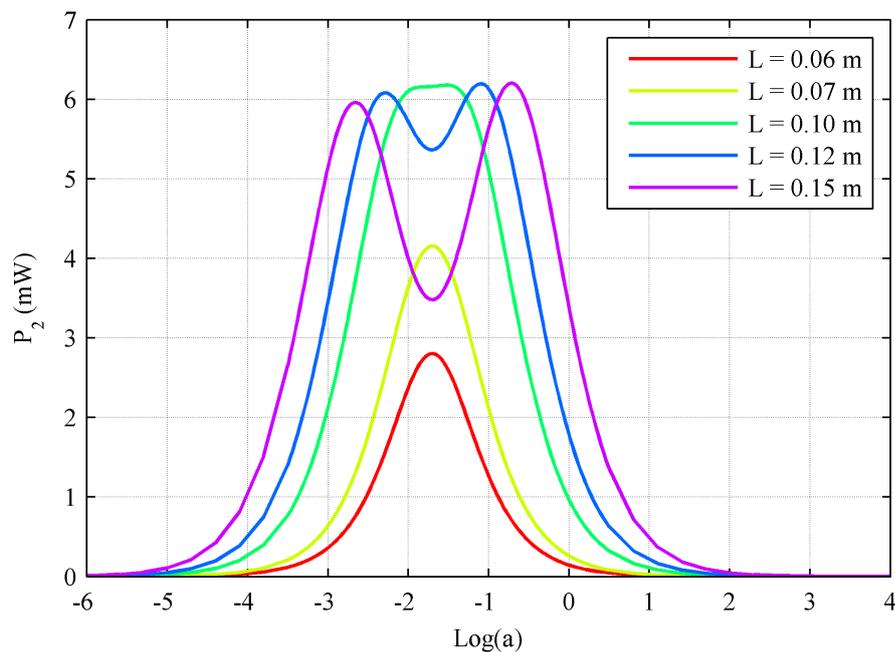


FIG. 3.13 – Puissance récupérée pour différents positionnements du récupérateur d'énergie

Nous observons que si  $L \geq 0.12 \text{ m}$ , nous avons bien deux résistances  $a$  optimales qui correspondent aux points  $B_2$  et  $D_2$  définis sur la figure 3.8. En  $L = 0.10 \text{ m}$ , les deux résistances optimales sont devenues assez proches et le maximum local associé à la résistance optimale la plus faible (point  $D_2$ ) n'est plus clairement distinguable. Ce phénomène est intéressant car il correspond à une situation où une "large" gamme de résistances maximisent l'énergie récupérée. Des résistances allant de  $8 \text{ m}\Omega$  à  $52 \text{ m}\Omega$  permettent de récupérer plus de  $6 \text{ mW}$ . Notons que tant que  $L \geq 0.10 \text{ m}$ , la valeur de la puissance maximale reste relativement constante (légèrement supérieure à  $6 \text{ mW}$ ). Dans le cas de  $L = 0.15 \text{ m}$ , la gamme de résistances permettant de dépasser  $6 \text{ mW}$  s'étend de  $130 \text{ m}\Omega$  à  $280 \text{ m}\Omega$ . Quand  $L < 0.10 \text{ m}$ , il ne reste plus qu'une seule résistance qui maximise  $P_2$ , dont la valeur devient faible quand  $L$  diminue. Ce phénomène est logique car la poutre est excitée autour de son premier mode de flexion et les déplacements deviennent alors très faibles.

Reportons les positions des résistances optimisant la récupération d'énergie (déterminées numériquement) sur le tracé du lieu d'Evans correspondant à chaque valeur de  $L$ . Nous observons sur la figure 3.14 que pour  $L \geq 0.12 \text{ m}$ , les points  $B$  et  $D$  ont une abscisse égale à deux fois

l'amortissement de la structure  $\xi_1 \omega_1 = 0.36$  en boucle ouverte ( $\xi_1$  étant l'amortissement interne de la structure et  $\omega_1$  la pulsation propre en boucle ouverte du premier mode de flexion). En  $L = 0.10 \text{ m}$ , la boucle est à peine supérieure à  $2\xi_1 \omega_1$ . Il est donc logique que les points  $B$  et  $D$  se rapprochent de  $C$  (correspondant à l'amortissement maximal) quand la taille de la boucle diminue. La figure 3.15 montre même que les points  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont confondus pour  $L \leq 0.07 \text{ m}$ .

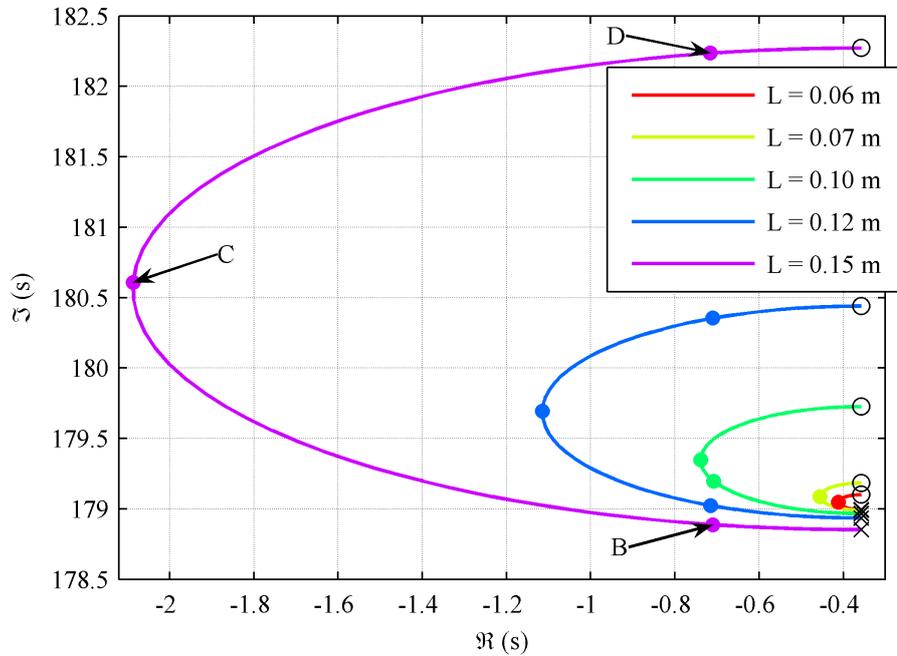


FIG. 3.14 – Lieu d'Evans pour différents positionnements du récupérateur d'énergie

Quand  $L < 0.10 \text{ m}$ , on peut remarquer que l'abscisse maximale du lieu d'Evans est inférieure à  $2\xi_1 \omega_1$ . Le récupérateur d'énergie ne peut pas atteindre l'amortissement souhaité, les points  $B$  et  $D$  deviennent confondus et se localisent sur le point  $C$  comme on peut le voir sur la figure 3.15. Celui-ci offre le maximum d'amortissement et de puissance dans cette configuration.

Nous venons de montrer qu'il est possible d'utiliser le lieu d'Evans pour déterminer les gains maximisant la récupération d'énergie et d'observer si nous sommes dans une configuration optimale. En effet, si les boucles du lieu d'Evans réalisent  $-\min(\Re(s)) > 2\xi_1 \omega_1$  alors la puissance maximale extractible est atteinte et ne dépend plus de la taille de la boucle. Elle est obtenue pour les deux gains qui réalisent  $\Re(s) = 2\xi_1 \omega_1$  et est relativement constante (environ 6 mW dans le cas simulé). Au contraire, lorsque  $-\min(\Re(s)) \leq 2\xi_1 \omega_1$ , il n'existe plus qu'un extremum de la puissance maximale récupérée, situé à l'amortissement maximal (point  $C$ ). Dans ce cas, pour éviter que la puissance maximale récupérée ne devienne trop faible, il faut choisir la boucle la plus grande possible.

Ce comparatif entre la taille de la boucle du lieu d'Evans et la puissance maximale récupérée permet de faire des ajustements de la conception du système de récupération d'énergie. Par exemple si la position du récupérateur d'énergie est imposée dans une zone ne permettant pas d'obtenir  $-\min(\Re(s)) > 2\xi_N \omega_N$ , il est possible d'augmenter la taille de la boucle en réduisant la valeur de  $b$  ou en augmentant  $C_e$ . La solution peut alors consister à introduire une inductance négative pour réduire  $b$ . Un autre cas de figure qui peut se présenter est que la résistance de sortie  $a$  soit imposée et qu'elle ne maximise pas la puissance extraite. Si celle-ci est située entre les résistances optimale minimale et maximale, alors il est possible d'ajuster la valeur de  $b$  pour

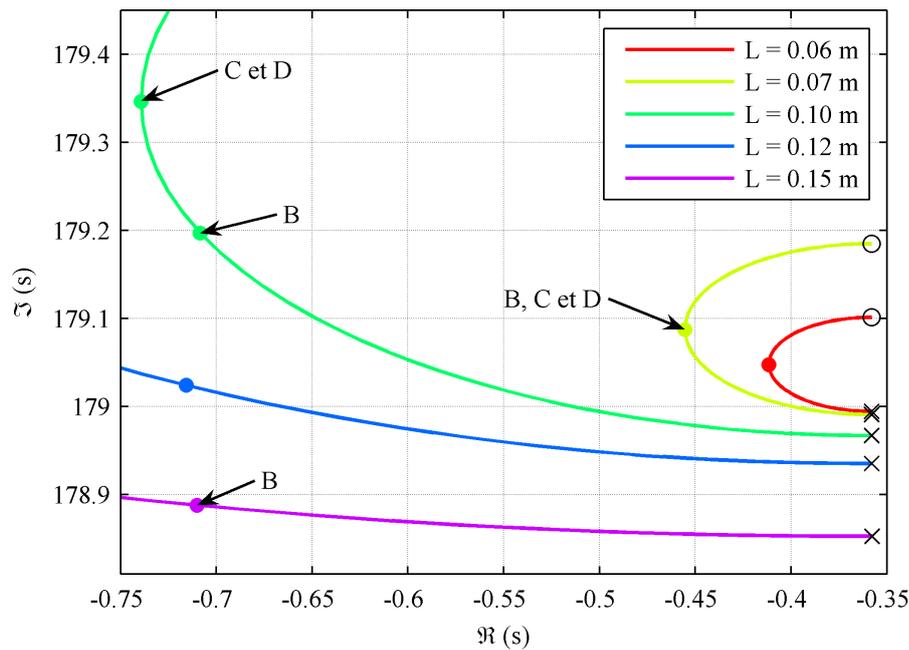


FIG. 3.15 – Zoom du lieu d'Evans de la figure 3.14

que la résistance imposée maximise  $P_2$ . Si ce n'est pas le cas, il faut soit revoir la valeur du coefficient de couplage  $C_e$ , soit le positionnement  $L$  (pour modifier  $a_{22}$ ).

Nous pouvons donc en conclure qu'il est possible d'utiliser le lieu d'Evans pour maximiser la récupération d'énergie. Dans le cas d'une structure flexible soumise à un feed-back de type DVF, il faut trouver le paramètre qui réalise  $\Re(s) = -2\xi_N\omega_N$  sachant que  $-\xi_N\omega_N$  est la partie réelle de  $s$  en boucle ouverte. Si la boucle est trop petite ( $-\min(\Re(s)) < 2\xi_N\omega_N$ ) alors il faut envisager de revoir la conception du récupérateur d'énergie, ou son positionnement. Une autre solution consiste à fixer plusieurs récupérateurs d'énergie sur la structure.

### 3.3 Optimisation à l'aide de plusieurs récupérateurs d'énergie

Dans cette partie, nous allons nous intéresser au cas où plusieurs récupérateurs d'énergie sont utilisés sur une même structure. Nous commencerons par analyser la récupération de l'énergie à partir de deux points, puis de quatre points. Nous finirons par une synthèse des résultats obtenus.

#### 3.3.1 Récupérer de l'énergie en deux points d'une structure

En considérant la récupération d'énergie à partir de deux points d'une structure, on peut soit utiliser deux récupérateurs d'énergie externes, soit en connecter un entre ces deux points. Ce second cas correspond à utiliser un récupérateur d'énergie interne tel celui présenté sur la figure 2.13.

On choisit de placer un récupérateur d'énergie interne entre les points 2 et 3 de la structure flexible représentée sur la figure 3.16. Le point 1 est toujours utilisé pour imposer une force sur la structure. La masse du récupérateur d'énergie est concentrée sur les points 2 et 3. En supposant qu'il n'y a pas de frottements entre les bobines et les aimants, on a  $\vec{f}_2 = -\vec{f}_3$ . En

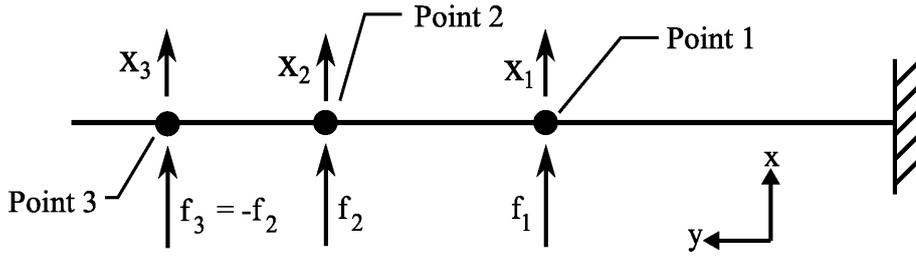


FIG. 3.16 – Modèle poutre avec convertisseur électromagnétique entre les points 2 et 3

considérant le transducteur extérieur à la poutre, on peut écrire (tout comme à l'équation 3.16) que :

$$\begin{aligned} f &= b_1 f_1 + b_2 f_2 + b_3 f_3 \\ &= b_1 f_1 + b_2 f_2 - b_3 f_2 \end{aligned} \quad (3.41)$$

Les déplacements aux différents points peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} x_1 = h_{11} f_1 + h_{12} f_2 - h_{13} f_2 \\ x_2 = h_{21} f_1 + h_{22} f_2 - h_{23} f_2 \\ x_3 = h_{31} f_1 + h_{32} f_2 - h_{33} f_2 \end{cases} \quad (3.42)$$

Le déplacement relatif  $x_r = x_2 - x_3$  permet d'évaluer l'effort  $f_2 = C_e \frac{dx_r}{dt}$ . Il est alors possible de modifier l'équation 3.42, pour obtenir le système suivant :

$$\begin{cases} x_1 = h_{11} f_1 + (h_{12} - h_{13}) f_2 \\ x_r = (h_{21} - h_{31}) f_1 + (h_{22} + h_{33} - h_{23} - h_{32}) f_2 \end{cases} \quad (3.43)$$

Si on compare les expressions des équations 3.17 et 3.43, on constate qu'elles sont similaires. Il est donc possible de généraliser les résultats obtenus pour tout type de récupérateur d'énergie (externe ou interne). Pour pouvoir maximiser la récupération d'énergie, il faut que la boucle du lieu d'Evans dépasse deux fois l'amortissement en boucle ouverte. Si ce n'est pas le cas, il faut connecter davantage de récupérateurs d'énergie sur la structure flexible.

### 3.3.2 Utilisation de plusieurs récupérateurs d'énergie

#### 3.3.2.1 Configuration étudiée

Nous allons maintenant considérer deux récupérateurs d'énergie interne connectés sur une structure flexible, comme représenté sur la figure 3.17. Le point 1 est utilisé pour fournir l'énergie à la structure par l'intermédiaire d'une force  $f_1$  sinusoïdale. Son amplitude est fixée à 1 N. La pulsation est choisie proche de celle du premier mode de flexion de la poutre. Notons  $\xi_1$  l'amortissement interne de la structure flexible du mode considéré. La valeur  $\xi_1 = 0.2\%$  est choisie pour les simulations.

Les points 2 et 3 sont connectés à un récupérateur d'énergie qui impose un feed-back  $G_{23}$  sur la structure. De même,  $G_{45}$  représente la boucle de rétroaction imposée par le récupérateur d'énergie connecté entre les points 4 et 5. Les fonctions de transfert  $G_{23}$  et  $G_{45}$  sont données par l'équation 3.4. La partie inductive  $b$  est imposée identique pour les deux récupérateurs d'énergie, par contre chacun possède sa propre partie résistive  $a$ . En faisant varier  $a$ , il est possible d'obtenir un lieu d'Evans pour chacun des récupérateurs (en ayant imposé l'autre récupérateur

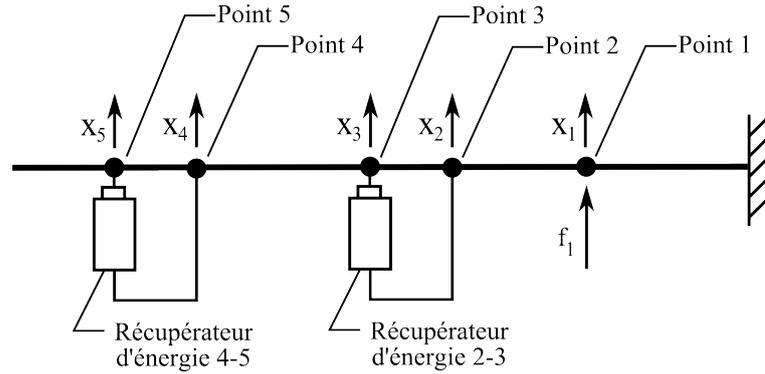


FIG. 3.17 – Montage de deux récupérateurs d'énergie interne

en boucle ouverte). Nous allons utiliser ces tracés pour déterminer les amortissements ( $\xi_{23}$  et  $\xi_{45}$ ) que chacun d'eux génère :

$$\begin{cases} \xi_{23} = -\frac{\Re(s_{23})}{\|s_{23}\|} - \xi_1 \\ \xi_{45} = -\frac{\Re(s_{45})}{\|s_{45}\|} - \xi_1 \end{cases} \quad (3.44)$$

Nous avons soustrait  $\xi_1$  pour ne garder que l'amortissement lié à la récupération d'énergie.

Nous ferons varier la taille des boucles d'Evans en changeant l'écartement entre les points de connexion des deux récupérateurs d'énergie considérés. Cela nous permettra de faire varier les valeurs d'amortissement maximales  $\xi_{23 \max}$  et  $\xi_{45 \max}$ .

Nous allons fixer une valeur  $\xi_{23}$  parmi celles autorisées, puis parcourir le lieu d'Evans du deuxième récupérateur d'énergie (entre les points 4 et 5) en cherchant à maximiser la puissance totale récupérée  $P_{\text{récup tot}} = P_{\text{récup 23}} + P_{\text{récup 45}}$ . On notera  $\xi_{\text{tot}} = \xi_{23} + \xi_{45}$  l'amortissement total vu par la structure.

### 3.3.2.2 Résultats de simulations

Le tableau 3.2 présente les résultats dans différents cas de figure.

Dans le premier cas,  $\xi_{23 \max} + \xi_{45 \max}$  est inférieur à  $\xi_1$ . On observe que la puissance récupérée maximale vaut  $6.09 \text{ mW}$  et correspond à  $\xi_{\text{tot}} = 0.98\%$ , lorsque  $\xi_{23}$  et  $\xi_{45}$  sont à leur valeurs optimales.

Les deuxième et troisième cas correspondent à  $\xi_{23} \leq \xi_1$ . Ils montrent que la puissance maximale récupérable vaut  $6.14 \text{ mW}$  et correspond à  $\xi_{\text{tot}} = \xi_1 = 0.20\%$ , quelle que soit la configuration retenue.

Enfin le quatrième cas correspond à  $\xi_{23} > \xi_1$ . Ici la meilleure récupération est obtenue avec  $\xi_{45} = 0$  et la puissance vaut alors  $5.35 \text{ mW}$ .

### 3.3.3 Synthèse

Il n'est pas toujours intéressant de monter plusieurs récupérateurs d'énergie sur la structure pour maximiser la puissance récupérée, cela dépend de la structure et des caractéristiques du transducteur utilisé. Si la taille de la boucle du lieu d'Evans d'un récupérateur d'énergie est suffisamment grande ( $-\min[\Re(s)] > 2\xi_N \omega_N$ ) alors il n'est pas nécessaire d'en connecter plusieurs,

Amortissement maxi (%)	$\xi_{23}$ fixé	$\xi_{45}$ variable	$P_{récup\ 23}$ (mW)	$P_{récup\ 45}$ (mW)	$P_{récup\ tot}$ (mW)	$\xi_{tot}$ (%)
$\xi_{23\ max} = 0.02$ $\xi_{45\ max} = 0.14$	0	$\xi_{45\ max}$	0	5.97	5.97	0.14
	$\xi_{23\ max}$	$\xi_{45\ max}$	0.86	5.24	6.09	0.17
	$0 < \xi_{23} < \xi_{23\ max}$	$\xi_{45\ max}$	0.34	5.68	6.03	0.15
$\xi_{23\ max} = 0.10$ $\xi_{45\ max} = 0.14$	0	$\xi_{45\ max}$	0	5.97	5.97	0.14
	$\xi_{23\ max}$	$\xi_1 - \xi_{23}$	2.90	3.24	6.14	0.20
	$\xi_{23} > (\xi_1 - \xi_{45\ max})$	$\xi_1 - \xi_{23}$	1.68	4.47	6.14	0.20
$\xi_{23\ max} = 0.40$ $\xi_{45\ max} = 0.90$	$\xi_{23} < \xi_1$	$\xi_1 - \xi_{23}$	4.63	1.51	6.14	0.20
	0	$\xi_1$	0	6.14	6.14	0.20
	$\xi_1$	0	6.14	0	6.14	0.20
$\xi_{23\ max} = 0.40$ $\xi_{45\ max} = 3.64$	$\xi_{23\ max}$	0	5.35	0	5.35	0.40

TAB. 3.2 – Comparaison des puissances maximales récupérées avec deux récupérateurs d'énergie interne (avec  $\xi_1 = 0.2\%$ )

ni forcément de choisir la boucle du lieu d'Evans la plus grande. En effet, dès que l'on obtient  $\Re(s_{(G)}) = 2\xi_N\omega_N$ , la puissance maximale extractible de la structure est atteinte et il n'est pas possible de faire mieux.

Quand chaque boucle du lieu d'Evans est trop petite ( $-\min[\Re(s)] < 2\xi_N\omega_N$ ), alors il est possible de cumuler les récupérateurs d'énergie pour que ceux-ci créent sur la structure un amortissement total égal au double de l'amortissement de la structure sans récupérateur d'énergie.

### 3.4 Validation expérimentale

Nous allons d'abord par présenter le dispositif expérimental utilisé. Celui-ci servira dans un premier temps à valider le modèle numérique. Nous présenterons ensuite comment sont réalisés les actionneurs fournissant et récupérant l'énergie. Puis nous comparerons les puissances obtenues par simulation numérique à celles expérimentales et terminerons en comparant les modèles analytiques et numériques entre eux.

#### 3.4.1 Description de la structure flexible

Le dispositif expérimental est constitué d'une poutre encastree-libre de dimensions  $525 \times 50 \times 9.6$  mm réalisée en acier (cf. figure 3.18). Elle sera étudiée autour de son premier mode de flexion.

Sur cette structure flexible sont montés deux actionneurs électromagnétiques qui sont schématisés sur la figure 3.19. Chaque transducteur est placé entre un point de la structure et le bâti. De cette manière il est plus facile d'évaluer les puissances fournies et extraites. Pour connaître ces puissances, il faut mesurer les vitesses et les forces en chacun des points connectés. Les vitesses sont déterminées à partir des mesures des accéléromètres fixés sur la poutre. Les forces sont déterminées par les cellules de force placées entre chaque bobine et la structure flexible.



FIG. 3.18 – Dispositif expérimental

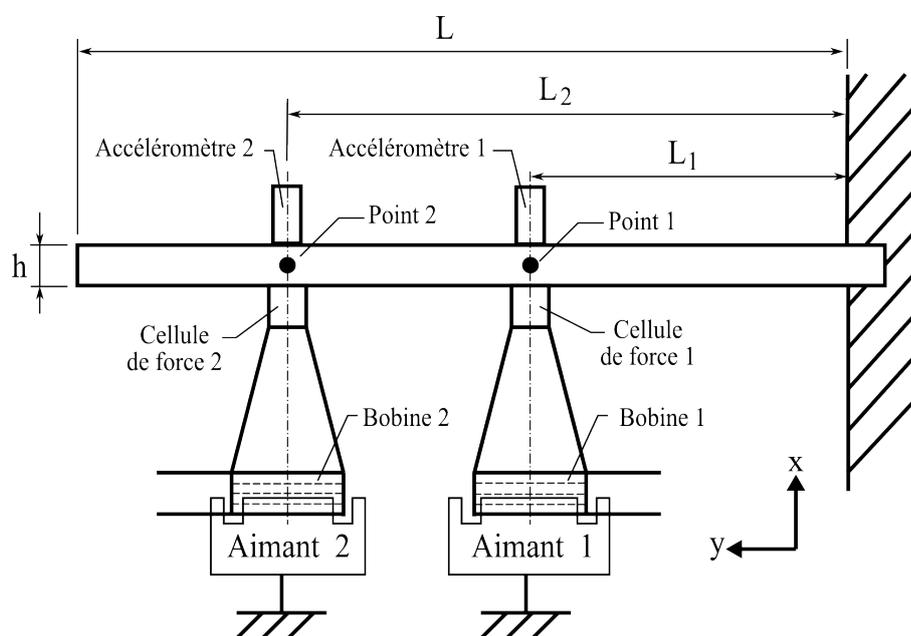


FIG. 3.19 – Dispositif expérimental schématique

Sur la figure 3.19, la “bobine 1” sert à apporter de l’énergie. Elle impose la force externe  $f_1$  qui est choisie sinusoïdale d’amplitude et de pulsation  $\omega$  données ( $\omega$  est choisie proche de la pulsation du premier mode de flexion). La “bobine 2” est connectée à une impédance  $Z_f$  de type résistive pour extraire de l’énergie de la structure.

### 3.4.2 Validation du modèle de poutre utilisée

La poutre est modélisée par des éléments de type Euler-Bernoulli. Cette hypothèse s’applique bien à des poutres élancées et soumises à de petites déformations. Les points 1 et 2 que l’on retrouve sur le modèle de la poutre (cf figure 3.20) correspondent aux positions des deux actionneurs. Leurs masses (incluant celle de chaque accéléromètre et cellule de force) sont modélisées sur la structure flexible par des masses ponctuelles. On notera respectivement  $f_1$  et  $x_1$  la force et le déplacement suivant l’axe  $x$  de la bobine 1. On utilisera de même les notations  $f_2$  et  $x_2$  pour la bobine 2. Le module de Young de l’acier a été légèrement ajusté pour minimiser l’erreur entre la pulsation du premier mode obtenue par simulations numériques et celle déterminée

expérimentalement (cf. table 3.3).

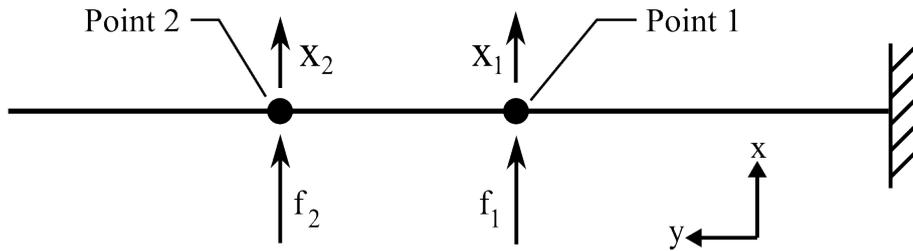


FIG. 3.20 – Modèle simplifié de la poutre encastée-libre

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Fréquence de résonance expérimentale (Hz)	28.09	174.2	478.7	942
Amortissement modal expérimental $\xi_i$ (%)	0.205	0.195	0.098	0.158
Fréquence de résonance numérique (Hz)	28.11	174.1	477.6	970.6

TAB. 3.3 – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux en boucle ouverte

Les fréquences naturelles de la poutre ont été mesurées sur le dispositif expérimental. Tous les modes sont bien séparés comme le montre la table 3.3. La structure est légèrement amortie avec pour chaque mode  $\xi_i \ll 1$ .

La figure 3.21 montre que la modélisation choisie représente bien la structure pour toutes les fréquences jusq' à 1000 Hz.

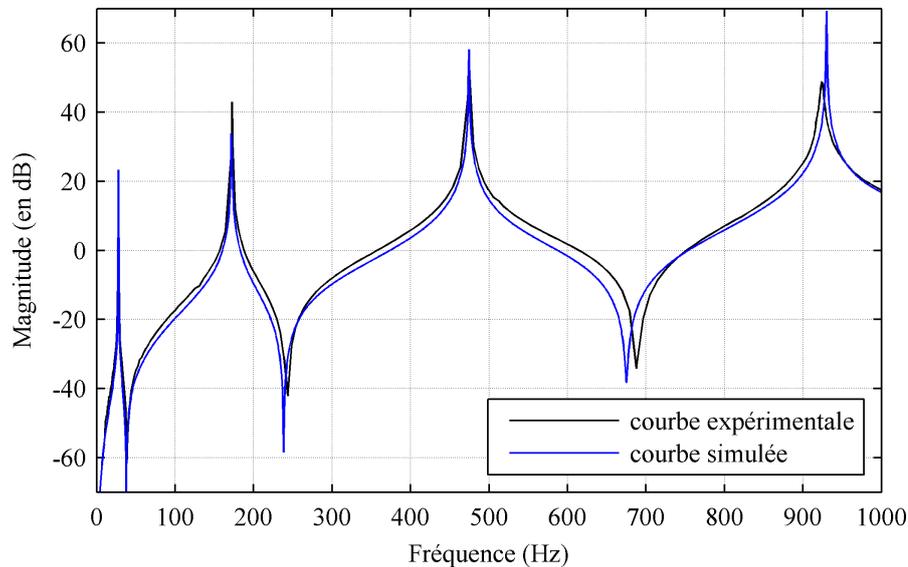


FIG. 3.21 – Comparaison FRF  $\frac{acc_1}{f_1}$  numérique et expérimentale

Considérons les FRF calculées à partir des six premiers modes et notées  $\hat{h}_{ij} = x_i/f_j$ . L'erreur relative maximale entre les FRF, approximées par les six premiers modes et le premier mode de flexion seul est défini par (norme  $H_\infty$ ) :

$$Erreur = \sup_{\omega \in [\omega_{min}; \omega_{max}]} \left( \left\| \frac{\hat{h}_{ij} - h_{ij}}{h_{ij}} \right\| \right) \quad (3.45)$$

Cette erreur est estimée sur une bande fréquentielle  $[\omega_{min}; \omega_{max}]$  centrée autour du premier mode de la poutre. Les résultats de la table 3.4 confirment que l'erreur maximale est faible (moins de 5 %) si la pulsation d'excitation est proche de celle du premier mode de flexion.

FRF considérée	$h_{11} = \frac{x_1}{f_1}$	$h_{21} = \frac{x_2}{f_1}$	$h_{22} = \frac{x_2}{f_2}$
Erreur maximale sur la bande fréquentielle 25-40 Hz	4.62%	0.56%	0.14%

TAB. 3.4 – Erreur relative maximale entre les FRF calculées avec 1 et 6 modes

De plus, la figure 3.22 montre que les FRF synthétisées au point 1 avec un et six modes sont bien superposées sur la bande fréquentielle [25 Hz ; 40 Hz]. L'hypothèse faite de travailler avec uniquement un seul degré de liberté est donc validée.

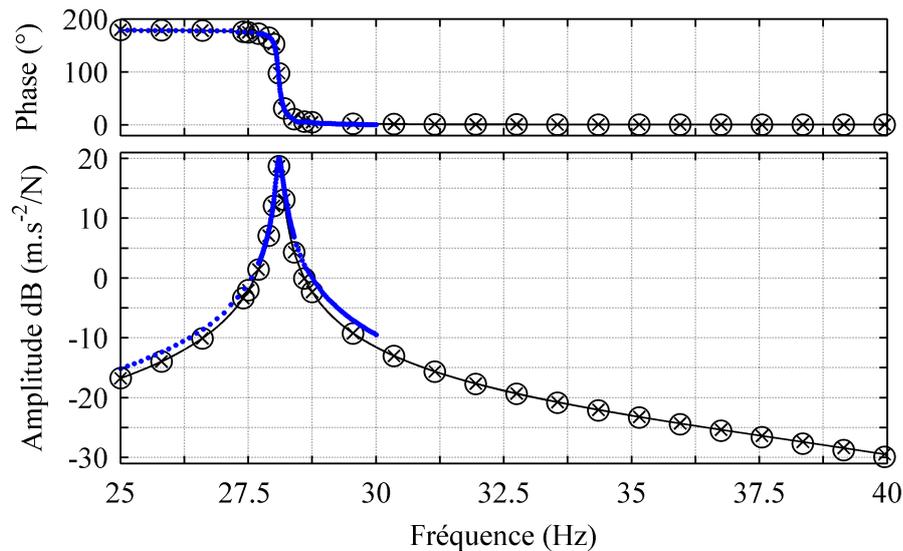


FIG. 3.22 – FRF  $h_{11}$  en boucle ouverte : expérimentale (●), simulée avec 1 mode (×), simulée avec 6 modes (○)

La comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques sur la figure 3.22 montre également que les courbes sont bien superposées. Cela confirme que le modèle choisi pour la poutre (cf. équation 3.18) est valide pour les fréquences considérées.

### 3.4.3 Les actionneurs

Les deux actionneurs utilisés sont constitués chacun d'une bobine se déplaçant dans un aimant. Tous deux sont identiques. Ils sont positionnés respectivement aux distances  $L_1 = 155$  mm et  $L_2 = 335$  mm comme indiqué sur la figure 3.19. La bobine est enroulée sur un support en aluminium. Ce dernier est de forme conique creuse pour minimiser la masse du support tout en

assurant sa rigidité. Il a également pour rôle de diminuer fortement les effets des forces magnétiques de l'aimant sur la poutre et les courants de Foucault. Chaque ensemble composé du cône et de la bobine pèse 14.3 grammes. La bobine se déplace dans un entrefer spécialement usiné sur l'aimant, où le champ magnétique est considéré constant.

Pour maximiser le coefficient de couplage  $C_e$  il faut que la bobine soit entièrement plongée dans le champ magnétique de l'aimant. La figure 3.23 montre l'évolution de  $C_e$  en fonction du positionnement. Une position négative correspond à une bobine placée à l'extérieur de l'aimant. Comme le coefficient  $C_e$  dépend de la valeur du champ magnétique (cf équation 2.12), il est normal de constater que celui-ci soit faible pour des positions de bobine négative. On peut constater que  $C_e$  est maximal quand la bobine pénètre de 6 à 8 mm dans l'aimant. Ceci correspond au fait qu'elle soit entièrement plongée dans le champ magnétique. Les bobines seront donc positionnées ainsi. Nous pouvons également observer que le coefficient de couplage varie faiblement dans cette configuration. Il pourra être supposé constant quand la poutre impose un déplacement inférieur à  $\pm 2$  mm sur la bobine.

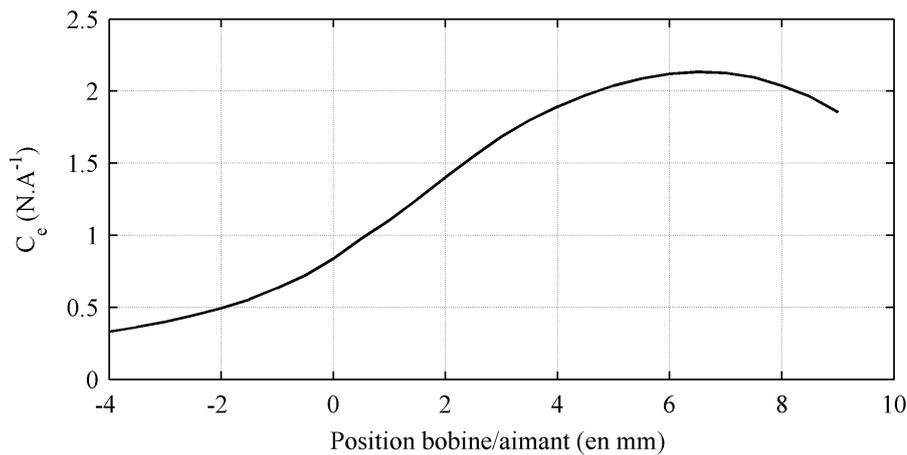


FIG. 3.23 – Evolution de  $C_e$  en fonction de la profondeur de pénétration de la bobine dans l'aimant

Quand le transducteur “i” se déplace avec une faible amplitude suivant l'axe  $x$  (figure 3.19),  $C_e$  peut être déterminé en utilisant les équations 3.2. La figure 3.24 montre que les coefficients de couplage sont relativement constants en fonction de la fréquence à laquelle la structure est excitée. Notons le pic qui apparaît à 28 Hz sur les courbes de  $C_{e1}$  et de  $C_{e2}$ . Celui-ci est dû au fait que la structure entre en résonance à cette fréquence. On trouve que  $C_{e1} \approx 1.95 V.s.m^{-1}$  et  $C_{e2} \approx 2.03 V.s.m^{-1}$  (le coefficient de couplage peut également s'exprimer en newton par ampère comme  $1 N.A^{-1} = 1 V.s.m^{-1}$ ). Les valeurs sont légèrement différentes car les bobines ne sont pas forcément positionnées exactement de la même façon et les deux aimants ne sont pas parfaitement identiques non plus.

Le coefficient de couplage approché  $C_e = 2.0 V.s.m^{-1}$  sera finalement retenu pour la suite. Les deux bobines ont par ailleurs une résistance interne de  $R_b = 0.70 \Omega$  et une inductance de  $L_b = 70 \mu H$ .

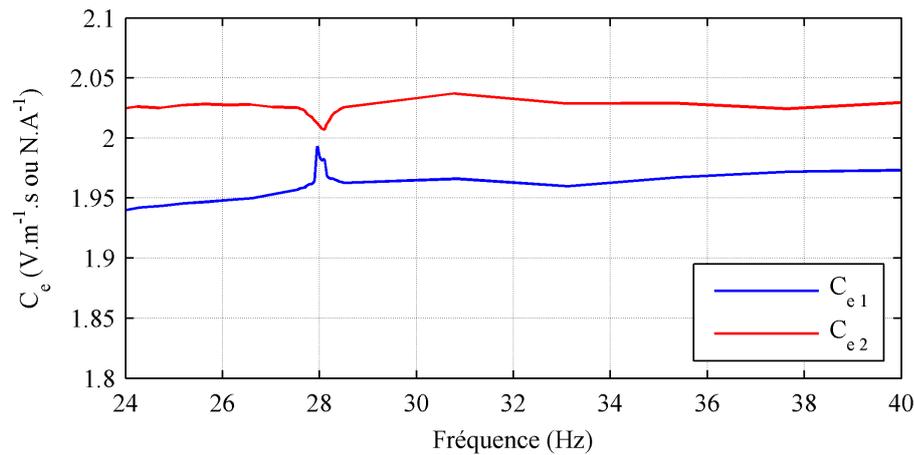


FIG. 3.24 – Evolution des coefficients  $C_e$  de chaque bobine en fonction de la fréquence

### 3.4.4 Vérification du rendement du transducteur

Le système d'équations 3.2 suppose que la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique (ou vice-versa) est sans perte. Cela signifie que les puissances électriques et mécaniques sont égales, comme le montre l'équation ci-dessous (celle-ci est écrite pour le transducteur connecté au point 2) :

$$P_{2m} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_2 \left( \frac{dx_2}{dt} \right) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (C_e i_2) \cdot \left( \frac{fem_2}{C_e} \right) dt = P_{2e} \quad (3.46)$$

La figure 3.25 montre que les courbes (obtenues expérimentalement) de puissance mécanique et électrique sont quasiment identiques pour la bobine 2. Les différences observées sont dues au faible niveau des grandeurs mesurées qui amène donc une imprécision assez élevée. Ceci se traduit par un écart plus important lorsque les puissances sont faibles. L'hypothèse d'une conversion de l'énergie sans perte est donc justifiée comme nous travaillons proche de la résonance ( $\approx 28Hz$ ).

Des résultats similaires sont obtenus pour la bobine 1. Mais dans le cas du transducteur 1, seule la puissance fournie réellement à la poutre (puissance mécanique) compte car les pertes dans la conversion ne changent rien pour le bilan énergétique réalisé.

### 3.4.5 Résultats expérimentaux de récupération d'énergie

La structure flexible est excitée par une force transversale  $f_1$  avec une amplitude constante de 1 Newton. La pulsation  $\omega$  est choisie pour être accordée avec le premier mode de flexion de la poutre et maximiser la puissance extraite  $P_2$ . Expérimentalement on trouve que  $\omega = \omega_1 = 178 \text{ rd.s}^{-1}$  maximise bien  $P_2$ .

L'accéléromètre 1 et la cellule de force 1 (figure 3.19) sont utilisés pour déterminer la puissance fournie  $P_1$  en appliquant la formule :

$$P_1 = P_{1m} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_1 \left( \frac{dx_1}{dt} \right) dt \quad (3.47)$$

où  $P_{1m}$  est la puissance mécanique fournie au point 1.

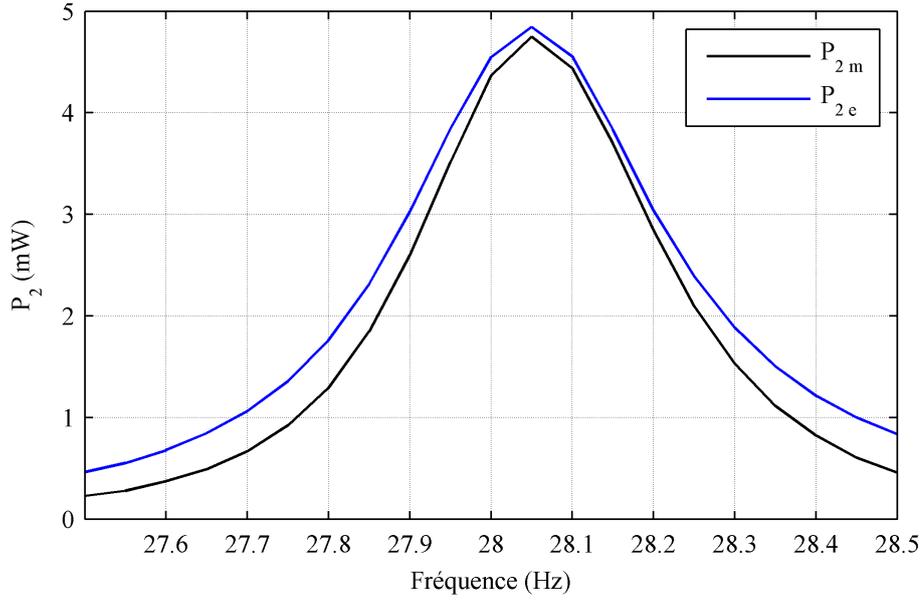


FIG. 3.25 – Comparaison des puissances mécanique ( $P_{2m}$ ) et électrique ( $P_{2e}$ ) du récupérateur d'énergie

Pour évaluer la puissance  $P_2$  au point 2, il a été choisi de ne pas utiliser la puissance mécanique  $P_{2m}$ . Ce choix a été fait car il n'est pas possible d'obtenir une estimation précise de la force  $f_2$ . La mesure faite par la cellule de force 2 est perturbée par des efforts d'inertie appliqués sur cette dernière. À la résonance,  $f_2$  devient faible et la moindre perturbation fausse la mesure, ce qui engendre donc une forte erreur.

La puissance électrique moyenne  $P_{2e}$  étant quasiment égale à la puissance moyenne mécanique  $P_{2m}$  au point 2 (cf. équation 3.46), nous pouvons donc déterminer la puissance extraite en mesurant des grandeurs électriques.

En prenant  $Z_f = R_f$  et en utilisant l'équation 3.3 nous devons donc avoir l'égalité suivante :

$$fem_2 = -(R_b + R_f)i_2 + L_b \frac{di_2}{dt} \quad (3.48)$$

Nous pouvons donc écrire que :

$$P_{2e} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} fem_2 \cdot i_2 dt = \frac{\omega}{2\pi} \left( a \int_0^{2\pi} i_2^2 dt + b \int_0^{2\pi} i_2 di_2 \right) \quad (3.49)$$

avec  $a = R_b + R_f$  et  $b = L_b$ .

L'intensité du courant  $i_2$  est obtenue à l'aide d'une sonde de courant à effet Hall. Ce choix a été fait car  $i_2$  est faible et qu'il faut perturber le moins possible la boucle de rétroaction. La précision de la mesure est de l'ordre de 1 milliampère. Comme  $i_2$  est une fonction sinusoïdale nous pouvons facilement déterminer l'intensité efficace ( $i_{2eff} = \frac{\max(i_2)}{\sqrt{2}}$ ). Nous arrivons donc à :

$$P_{2e} = \frac{1}{2} a i_{2eff}^2 \quad (3.50)$$

$a$  est facilement déduite de la mesure de  $R_f$  à l'aide d'un ohmmètre, ce qui nous permet d'obtenir aisément  $P_{2e}$ .

Il n'est pas possible d'observer expérimentalement l'optimal  $P_2$  au point  $D$ . En effet, la résis-

tance optimale déterminée numériquement ( $a = 0.2 \text{ m}\Omega$ ) est inférieure à la résistance interne de la bobine ( $R_b = 0.7 \Omega$ ). Il faudrait donc utiliser une résistance  $R_f$  négative (obtenue à l'aide d'un amplificateur opérationnel). Cet essai n'a pas fonctionné car la résistance négative n'a pas été capable de délivrer suffisamment de courant (de l'ordre de  $1 \text{ A}$ ) pour réduire la valeur de la résistance totale. Même si cet essai avait fonctionné, nous n'aurions certainement pas pu observer cet extremum car il aurait fallu atteindre une précision inférieure au dixième de milliohm sur la valeur de la résistance totale  $a$ .

Les puissances  $P_1$  et  $P_2$  obtenues expérimentalement sont évaluées pour différentes valeurs de  $a \geq R_b$  et comparées à des simulations numériques. La figure 3.26 montre qu'il y a une bonne correspondance entre les simulations numériques et les mesures expérimentales. L'erreur moyenne sur  $P_1$  est de 6% et de 12% sur  $P_2$ .

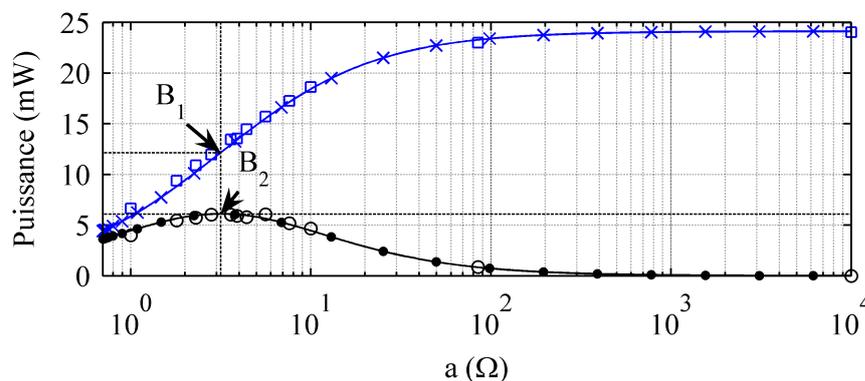


FIG. 3.26 – Puissance maximale en fonction de la partie résistive du feed-back :  $P_1$  simulée ( $\times$ );  $P_2$  simulée ( $\bullet$ );  $P_1$  mesurée ( $\square$ );  $P_2$  mesurée ( $\circ$ )

La courbe expérimentale de  $P_2$  montre qu'un optimal de puissance existe bien au point de fonctionnement  $B$  annoncé par les simulations numériques. La résistance optimale obtenue expérimentalement vaut  $a_{B \text{ exp}} = 2.9 \Omega$  et numériquement  $a_{B \text{ num}} = 3.17 \Omega$ . L'écart est de 9 %. Le rendement expérimental est de  $\eta_{\text{exp}} = 0.505$ . Il est également proche de celui obtenu numériquement  $\eta_{\text{num}} = 0.5025$  (erreur de 0.5 %).

Les mesures expérimentales confirment donc la validité du modèle numérique de la poutre avec un récupérateur d'énergie externe connecté. Cette cohérence n'est vérifiée que pour des fréquences proches de celle de résonance de la structure.

### 3.4.6 Comparaison des modèles numériques et analytiques

La table 3.5 compare les résultats des points B, C et D obtenus à l'aide des modèles numérique et analytique.

Bien que quelques hypothèses simplificatrices aient été faites pour la modélisation analytique, on peut noter qu'il y a une bonne correspondance avec le modèle numérique. L'hypothèse de négliger les résidus statiques  $r_{ij}^0$  dans l'équation 3.18 est donc valide.

Notons que l'erreur maximale est obtenue pour la résistance au point C. Cela s'explique par les hypothèses simplificatrices faites pour évaluer la formule analytique de  $a$  et par l'écart observé entre les lieux d'Evans sur la figure 3.10. Cette erreur n'est pas trop gênante car ce n'est pas l'optimal recherché, sauf si la boucle est inférieure à deux fois l'amortissement de structure.

La valeur de la résistance maximisant la puissance au point D (que l'on notera  $a_D$ ) est trop faible pour être obtenue en pratique (car ici  $a_D < R_b$ ). Le tableau 3.1 montre qu'en changeant

	Résistance $a(\Omega)$			Rendement $\eta$		
	Numérique	Analytique	Erreur	Numérique	Analytique	Erreur
B	3.16	3.17	0.32%	0.5025	0.5	0.5%
C	$2.51 \times 10^{-2}$	$2.22 \times 10^{-2}$	11.5%	0.9858	0.9860	0.02%
D	$2.00 \times 10^{-4}$	$1.97 \times 10^{-4}$	1.5%	0.4959	0.5	0.82%

TAB. 3.5 – Comparaison des résultats analytiques et numériques

la valeur de la partie inductive de la boucle de rétroaction, il est possible de modifier  $a_D$ . Pour obtenir l'effet escompté, il faut ajouter une inductance de faible résistance interne. En se plaçant à la limite  $\Re(s) = -2\xi_1\omega_1$  pour le point C, nous obtenons  $b = 9 \text{ mH}$ . Dans ce cas, il ne reste plus qu'un seul optimal situé au point C (pour  $R_f = 0.9 \Omega$ ). Cette valeur restant faible, nous ne chercherons pas à obtenir cet optimal expérimentalement. La seule résistance à brancher sur la bobine et maximisant la puissance récupérée  $P_2$  dans la configuration étudiée vaut :

$$R_{f \text{ opt}} = \frac{a_{22}C_e^2}{2\xi_1\omega_1} - R_b \quad (3.51)$$

$R_{f \text{ opt}}$  dépend du coefficient de couplage électromécanique ( $C_e$ ), de la résistance interne de la bobine ( $R_b$ ) et de la valeur de l'amortissement modal en boucle ouverte du mode considéré ( $\xi_1$ ).

### 3.5 Analyse de l'efficacité du système sur une bande de fréquence

Dans cette partie nous allons évaluer numériquement les puissances que l'on peut extraire de la structure expérimentale (décrite au paragraphe 3.4.1) excitée à une fréquence donnée proche de celle de son premier mode de flexion, mais pas exactement à la résonance. La figure 3.27 montre l'évolution de  $P_2$  en fonction de la fréquence imposée. Différentes valeurs de résistance  $a$  ont été testées. Nous retrouvons bien que la puissance est maximisée si l'on se place à la fréquence de résonance de la structure et que l'on choisit  $a = a_B$  (résistance du point B).

On peut constater que si l'amortissement du récupérateur dépasse  $\xi_1$  (ce qui arrive quand  $a < a_B$ ) alors la valeur maximale de l'énergie récupérée diminue, par contre la largeur de bande augmente. Si l'on se place par exemple à  $f = 32 \text{ Hz}$ , il est plus intéressant d'utiliser la résistance  $a_C$  que  $a_B$ . Il faut donc bien prendre en compte les conditions dans lesquelles le système de récupération d'énergie est utilisé.

À présent intéressons-nous à la résistance qui optimise la récupération d'énergie pour une largeur de bande fixée autour de la pulsation de résonance. La courbe 3.28 trace l'évolution de la résistance qui maximise la puissance moyenne récupérée sur une largeur de bande donnée, centrée sur la pulsation de résonance de la structure en boucle ouverte ( $\omega_1$ ) ou en court-circuit ( $\omega_{1E}$ ). La puissance moyenne est obtenue en intégrant la puissance récupérée  $P_2$  sur la largeur de bande et en divisant celle-ci par la largeur de bande  $\Delta\omega$ .

On peut constater que si  $\Delta\omega \rightarrow 0$  alors on retrouve les deux résistances optimales  $a_B$  et  $a_D$ . Par contre quand la largeur de bande augmente, les deux résistances optimales se rapprochent de la résistance  $a_C$  maximisant l'amortissement. Ce phénomène est normal car l'augmentation

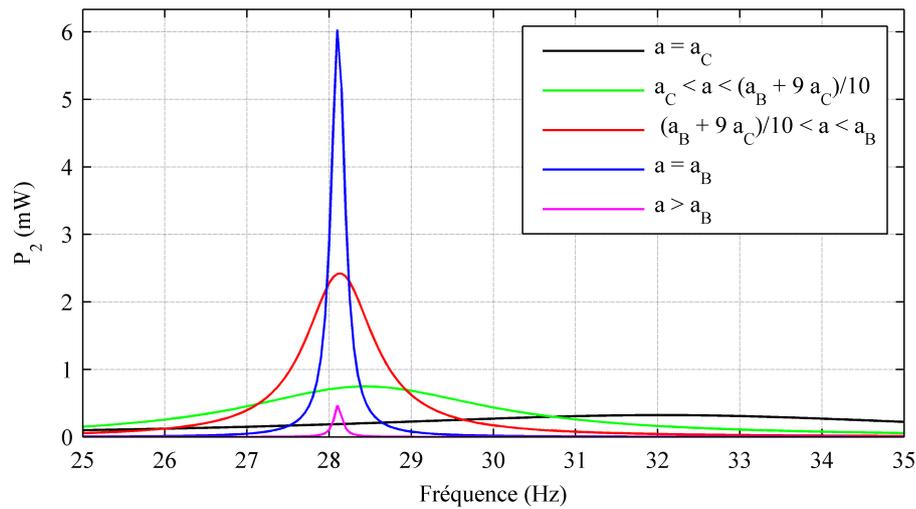


FIG. 3.27 – Tracé de  $P_2$  en fonction de la fréquence pour différentes résistances  $a$

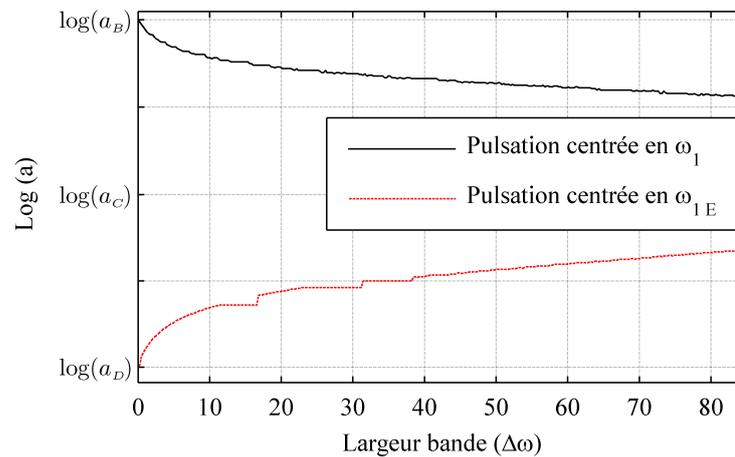


FIG. 3.28 – Résistance optimale en fonction de la largeur de bande

de l'amortissement entraîne une augmentation de la largeur de bande de  $P_2$  comme on a pu le constater sur la figure 3.27.

## 3.6 Synthèse

Ce chapitre s'est focalisé sur la récupération d'énergie à partir d'une structure flexible soumise à une excitation harmonique. Seuls les récupérateurs d'énergie créant un feed-back de type DVF ont été considérés.

Le modèle numérique a été validé par des mesures expérimentales. Les modèles analytique et numérique sont comparables si on se place à la fréquence d'un mode isolé de la structure flexible. Les formules analytiques montrent qu'il n'est pas nécessaire d'avoir un coefficient de couplage élevé. Il n'est pas non plus nécessaire de se placer au bout d'une poutre encastree-libre vibrant sur son premier mode de flexion pour maximiser la quantité d'énergie récupérée. Il faut choisir le coefficient  $C_e$  et positionner le récupérateur d'énergie de telle façon que la boucle du lieu d'Evans soit suffisamment grande, de façon à pouvoir atteindre deux fois l'amortissement

naturel de la structure. Nous pouvons arriver au même résultat en appliquant le théorème de Jacobi. Pour se rendre compte de cela, il faut reprendre l'étude de la structure bouclée représentée sur la figure 3.5 en se servant des FRF  $H_1$  et  $h_{ij}$  définies par les équations 3.20 et 3.28. En tenant compte de la relation 3.27, le système composé de la structure flexible et d'un récupérateur d'énergie peut s'écrire :

$$(Z_{int\ méca} + Z_{élec}) j\omega x_1 = a_{11} f_1 \quad (3.52)$$

avec les impédances mécanique ( $Z_{int\ méca}$ ) et électrique ( $Z_{élec}$ ) définies par :

$$\begin{cases} Z_{int\ méca} &= 2\xi_N \omega_N + j\omega \left[ 1 - \left( \frac{\omega_N}{\omega} \right)^2 \right] \\ Z_{élec} &= a_{22} C_e^2 \left( \frac{a}{a^2 + (b\omega)^2} - j\omega \frac{b}{a^2 + (b\omega)^2} \right) \end{cases} \quad (3.53)$$

Cette formulation permet d'appliquer le théorème de Jacobi énoncé au paragraphe 1.3.3.2 en posant  $\frac{\partial U}{\partial X_i} = a_{11} f_1$  et  $\dot{X}_i = j\omega x_1$ . Celui-ci dit que la puissance maximale est extraite lorsque  $\bar{Z}_{int\ méca} = Z_{élec}$ .

Cette relation est vérifiée en  $\omega = \omega_N$  à condition que l'on ait  $a \gg b\omega$  (avec  $a = \frac{C_e^2 a_{22}}{2\xi_N \omega_N}$ ). Ces paramètres correspondent à ceux donnés par le tracé du lieu d'Evans de la figure 3.9 au point  $B$ . Si  $a \ll b\omega$  alors nous pouvons également avoir  $\bar{Z}_{int\ méca} = Z_{élec}$  en se plaçant à la pulsation de

résonance du système bouclé  $\omega = \sqrt{\omega_N^2 + \frac{a_{22} C_e^2}{b}}$ . Cela revient à choisir les paramètres du point  $D$  sur le tracé du lieu d'Evans de la figure 3.9.

Les paramètres optimisant la récupération d'énergie peuvent donc être obtenus indifféremment en utilisant le théorème de Jacobi ou bien le tracé du lieu d'Evans. Cependant ce dernier est d'un usage plus pratique car il permet de déterminer immédiatement si un seul récupérateur est suffisant pour extraire le maximum d'énergie de la structure. Pour cela il suffit de regarder si la taille de la boucle du lieu d'Evans permet d'obtenir l'égalité entre l'amortissement interne et celui engendré par la récupération d'énergie sur la structure mécanique. Nous pouvons alors récupérer 50% de l'énergie fournie. Dans le cas où l'amortissement du mode est nul, alors toute l'énergie fournie va être récupérée. Il faut alors choisir un récupérateur d'énergie qui entraîne un amortissement très faible sur la structure pour extraire le maximum d'énergie. À la limite si la fréquence d'excitation tend vers la valeur de la pulsation propre, on obtient une abscisse avec récupération d'énergie qui tend vers zéro.

Le tracé du lieu d'Evans est donc un outil fort utile lors de la phase de conception d'un système de récupération d'énergie. Cependant en s'écartant de la fréquence de résonance donnée par le lieu d'Evans (du système bouclé), celui-ci n'est plus utilisable. Il faut alors déterminer le gain optimal à l'aide de simulations numériques.

# Chapitre 4

---

## Etude énergétique pour optimiser un système non linéaire

---

L'énergie extraite d'une structure flexible nécessite un redressement de la tension pour être stockée. Des diodes sont généralement utilisées, entraînant un comportement non linéaire de la boucle de rétroaction placée à la sortie du générateur électromagnétique. Nous allons étudier ce type de comportement dans ce chapitre.

Nous commencerons par présenter l'étude de la récupération d'énergie dans le cas non linéaire. Les stratégies de récupération d'énergie en régime transitoire et stabilisé seront étudiées. À partir des simulations numériques réalisées, nous dégagerons les paramètres sur lesquels on peut agir pour concevoir le récupérateur d'énergie le plus adapté. Les résultats des simulations numériques seront confrontés à des mesures expérimentales réalisées sur un prototype. Nous terminerons par une synthèse sur les boucles de rétroaction non linéaires.

### 4.1 Présentation de la récupération d'énergie en non linéaire

Nous allons d'abord présenter la constitution du système de récupération d'énergie utilisé avant de décrire les différentes stratégies qui s'offrent à nous pour extraire l'énergie mécanique à l'aide d'une boucle non linéaire.

#### 4.1.1 Description du système de récupération d'énergie étudié

Le système de récupération d'énergie étudié dans ce chapitre peut se fixer sur n'importe quelle structure mécanique vibrante par un seul point de connexion. Il est composé d'un système masse-ressort associé à un transducteur électromagnétique comme représenté sur la figure 4.1. Nous l'appellerons récupérateur d'énergie inertiel. L'amortisseur  $c_0$  représente les pertes internes. La masse mobile  $m$  est supposée être beaucoup plus faible que celle de la structure porteuse  $M$ . Un mouvement  $\ddot{x}_1$  est imposé sur  $M$ . Le déplacement  $x_2$  de  $m$  est mesuré dans un repère Galiléen.

Un système de récupération d'énergie est branché à la sortie de la bobine et alimenté par la tension  $V_e$ . Une intensité  $i_e$  apparaît dans le bobinage ainsi qu'un effort de feed-back sur la

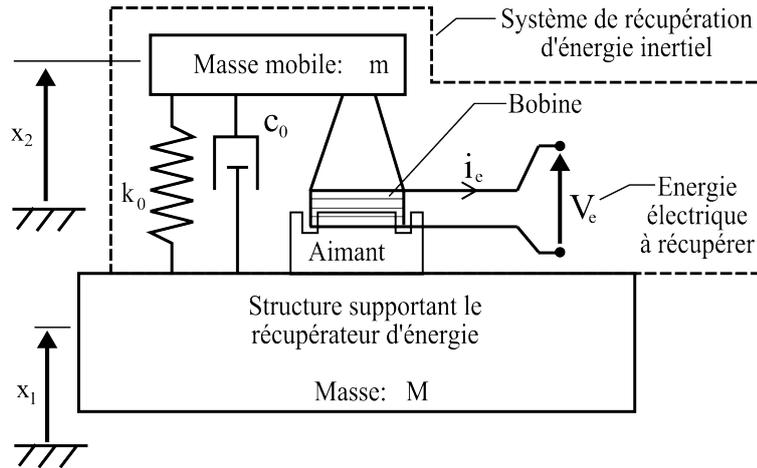


FIG. 4.1 – Récupérateur d'énergie inertiel monté sur une structure vibrante rigide

masse  $m$ . Celui-ci est déterminé par les lois de couplage (cf équation 3.2).

En écrivant le principe fondamental de la dynamique appliqué à la masse mobile  $m$  dans un repère lié au bâti, on obtient :

$$m.\ddot{x}_2 + c_0(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_0(x_2 - x_1) = -C_e.i_e \quad (4.1)$$

$\omega_0$  est la pulsation naturelle du récupérateur d'énergie, déterminée par la relation  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}$ .

L'amortissement naturel de la structure flexible noté  $\xi_0$  est défini par  $\xi_0 = \frac{c_0}{2m\omega_0}$ .

L'équation 4.1 peut aussi s'écrire :

$$m. [(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + 2\xi_0\omega_0(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \omega_0^2(x_2 - x_1)] = -m\ddot{x}_1 - C_e i_e \quad (4.2)$$

Définissons le déplacement relatif  $x = x_2 - x_1$ . Remarquons que  $-m\ddot{x}_1$  correspond à une force d'inertie appliquée sur la masse  $m$  si on se met dans un repère lié à la masse  $M$ . Cela veut dire que l'on peut considérer un système équivalent où la base du récupérateur d'énergie est encastrée et une force équivalente  $f = -m\ddot{x}_1$  appliquée sur  $m$ . Nous arrivons donc à :

$$\begin{cases} m. [\ddot{x} + 2\xi_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x] = f - f_r \\ f_r = C_e.i_e \end{cases} \quad (4.3)$$

$f_r$  est l'effort de contrôle créé lors de la récupération d'énergie.

L'équation 4.3 revient à étudier le système représenté sur la figure 4.2. On notera la similitude de ce système avec celui d'un récupérateur d'énergie connecté sur une structure flexible (cf. équation 2.25). En effet comme nous l'avons montré au chapitre 3, une structure flexible excitée à une fréquence proche de l'un de ses modes isolés peut être modélisée par un système masse-ressort.

Si on considère une boucle de rétroaction linéaire, on retrouve l'optimisation de la puissance récupérée réalisée au chapitre 3. Pour maximiser la puissance extraite de la structure flexible, il faut donc que l'amortissement électrique engendré par le feed-back de récupération d'énergie soit égal à l'amortissement interne de la structure flexible. L'intérêt de ce chapitre est d'optimiser la récupération d'énergie lorsque la boucle de rétroaction devient non linéaire et que la récupération d'énergie ne se passe pas forcément lorsque la masse  $m$  est en régime stationnaire.

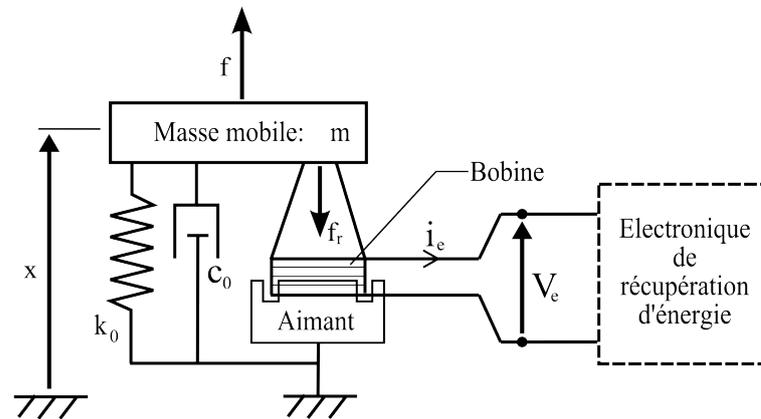


FIG. 4.2 – Modélisation simplifiée du récupérateur d'énergie

### 4.1.2 Scénarios de récupération d'énergie

Nous allons scinder notre étude en deux parties, correspondant à deux scénarios différents de récupération, selon que l'apport d'énergie est transitoire ou stationnaire.

#### 4.1.2.1 Cas du régime transitoire

On entend par régime transitoire la situation dans laquelle l'apport d'énergie extérieure est un événement isolé dans le temps, suivi d'une réponse libre du système complet. Nous supposons que l'énergie électrique produite par le récupérateur au cours de cette réponse est progressivement stockée dans une super capacité. Ce composant est modélisé sur la figure 4.3 par le condensateur  $C$ . Comme la tension produite  $V_e$  par le transducteur électromagnétique peut devenir négative, il faut alors la rendre positive. C'est le rôle du système "Ajustement NL tension de sortie".

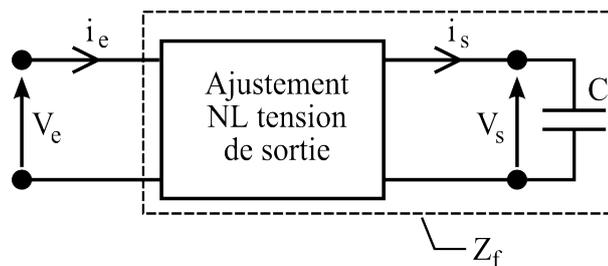


FIG. 4.3 – Schéma de principe du stockage de l'énergie électrique

Ce dernier peut être composé simplement d'une diode pour avoir une tension de sortie  $V_s$  toujours positive et empêcher l'énergie stockée de retourner dans la bobine. Il est également possible d'utiliser un pont de diodes pour redresser la tension  $V_e$  afin de charger plus rapidement le condensateur.

L'évaluation de l'énergie stockée dans le condensateur se fait simplement à l'aide de la formule

$$E_{condo} = \frac{1}{2} C V_s^2 \left( = \int_0^{\infty} V_s \cdot i_s dt \right).$$

Au chapitre 3 l'impédance  $Z_f$  représentait un composant linéaire (cf. figure 3.1) que le transducteur électromagnétique devait alimenter. Ici elle correspond à l'impédance du système de stockage d'énergie composé du système "Ajustement NL tension de sortie" et du condensateur  $C$ . Dans le cas considéré dans ce chapitre,  $Z_f$  n'est donc plus un composant linéaire.

### 4.1.2.2 Cas du régime stationnaire

Dans le cas d'une source d'énergie est en régime stationnaire, nous allons intégrer dans la modélisation un circuit de consommation de l'énergie stockée. L'impédance  $Z_f$  est alors composée de l'électronique de conversion, d'un système de stockage et de dissipation comme indiqué sur la figure 4.4. Ici l'impédance  $Z$  représente le système à alimenter. Le système de stockage peut être simplement constitué d'une capacité  $C$ , comme dans le cas précédent ou bien d'un système plus complexe (tel le module électronique de récupération EH300A décrit dans l'annexe D).

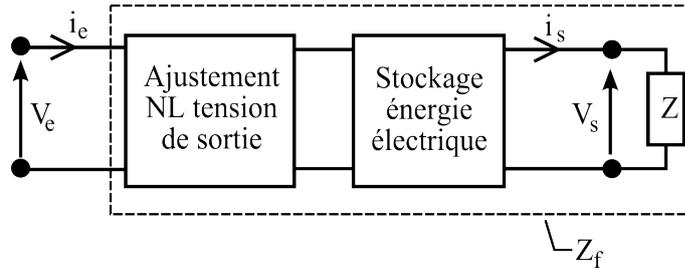


FIG. 4.4 – Récupération et dissipation d'énergie en régime stationnaire

Dans le cadre de cette étude nous parlerons en puissance moyenne et non plus en énergie.

## 4.2 Récupération d'énergie en régime transitoire

Étudions dans un premier temps les transferts énergétiques quand la masse  $m$  est en régime transitoire à partir de conditions initiales données. Nous nous intéresserons ensuite au régime transitoire en partant de conditions initiales nulles avec une sollicitation externe transitoire.

### 4.2.1 Récupérer de l'énergie sur une structure avec conditions initiales

On supposera que la récupération d'énergie ne démarre qu'une fois que toute l'énergie a été apportée à  $m$  (pour lui donner les conditions initiales désirées). Ensuite elle est prélevée jusqu'à sa disparition totale, ce qui se traduit par l'amortissement du mouvement de  $m$ .

#### 4.2.1.1 Mise en équation

Commençons par évaluer l'énergie extraite de la structure mécanique dans le cas où une seule diode est placée dans le circuit électronique de conversion comme représenté sur la figure 4.5. La modélisation de la bobine utilisée est la même qu'au chapitre précédent. Rappelons que la tension produite par le transducteur électromagnétique est notée  $fem$ , son inductance  $L_b$  et sa résistance interne  $R_b$ . La résistance interne  $R_0$  du condensateur  $C$  a également été modélisée. Reprenons la modélisation de l'équation 4.3 sachant que  $f = 0$  et que l'on a appliqué des conditions initiales à la masse  $m$ . Nous avons donc :

$$\begin{cases} m\ddot{x} + 2m\xi_0\omega_0\dot{x} + m\omega_0^2x = -f_r \\ f_r = C_e \cdot i_e \\ x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \end{cases} \quad (4.4)$$

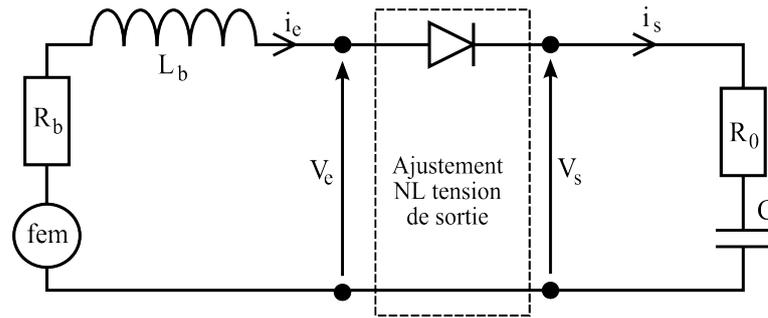


FIG. 4.5 – Charge du condensateur en utilisant une diode

À cela il faut adjoindre l'équation électrique pour créer le couplage entre la structure mécanique et le système de récupération d'énergie électrique. Celle-ci dépend du cas de figure dans lequel on se situe :

$$\begin{cases} L_b \frac{di_e}{dt} = C_e \dot{x} - (R_0 + R_b)i_e - \frac{Q}{C} & \text{si } C_e \dot{x} \geq \frac{Q}{C} \\ 0 = i_e & \text{si } C_e \dot{x} < \frac{Q}{C} \end{cases} \quad (4.5)$$

$Q$  est la charge stockée dans le condensateur  $C$ . Ces équations permettent de déterminer la loi de contrôle  $f_r = g(\dot{x})$ . Pour simplifier les expressions, nous avons supposé que la tension seuil de la diode est égale à zéro. Prenons comme conditions initiales imposées à  $m$  :

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ \dot{x}_0 = \frac{1}{m} \end{cases} \quad (4.6)$$

Elles imposent l'énergie mécanique stockée au départ par  $m$  :

$$E_m(0) = \frac{1}{2}m(\dot{x}_0^2 + \omega_0^2 x_0^2) = \frac{1}{2m} \quad (4.7)$$

En reprenant les équations 4.4 et 4.5, on peut faire apparaître les égalités entre les différentes puissances instantanées :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 \right) + 2m\xi_0\omega_0\dot{x}^2 = -C_e \dot{x} i_e \\ C_e \dot{x} i_e = R i_e^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}L_b i_e^2 + \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \right) \end{cases} \quad (4.8)$$

Les énergies correspondant aux différentes puissances instantanées sont obtenues par intégration en temps entre les instants 0 et  $t$ . Définissons les différentes énergies dont nous aurons

besoin par la suite :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta E_m = \left[ \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2 \right]_0^t = E_m(t) - \frac{1}{2m} = - \int_0^t P_m^{inst} dt \\ E_{int\ méca} = \int_0^t 2m\xi_0\omega_0\dot{x}^2 dt \\ E_{conv} = \int_0^t C_e \dot{x} i_e dt = E_{dissip\ élec} + \Delta E_{élec\ stockée} \\ E_{dissip\ élec} = \int_0^t (R_b + R_0) i_e^2 dt \\ \Delta E_{élec\ stockée} = \left[ \frac{1}{2} L_b i_e^2 + \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \right]_0^t = \int_0^t P_{élec\ stockée}^{inst} dt \end{array} \right. \quad (4.9)$$

Le terme  $\Delta E_m$  représente la variation d'énergie mécanique.  $E_{int\ méca}$  est l'énergie dissipée dans la structure et  $P_m^{inst}$  la puissance instantanée mécanique extraite.  $E_{conv}$  est l'énergie mécanique convertie en électricité qui se décompose en deux termes : le premier est l'énergie électrique dissipée dans les résistances  $R_0$  et  $R_b$  par effet joule (noté  $E_{dissip\ élec}$ ), le second  $\Delta E_{élec\ stockée}$  est l'énergie stockée dans le condensateur et l'inductance. En  $t = 0$  et  $t \rightarrow \infty$ , nous avons  $i_e = 0$ . Cela implique que  $\Delta E_{élec\ stockée} = E_{condo}$ . Notons que  $P_{élec\ stockée}^{inst}$  est la puissance instantanée stockée.

À partir de l'intégration du système d'équation 4.8 et de la remarque sur le condensateur, on obtient l'égalité entre les différentes énergies :

$$-\Delta E_m = E_{int\ méca} + E_{dissip\ élec} + \Delta E_{élec\ stockée} \quad (4.10)$$

L'énergie vibratoire extraite de la structure ( $-\Delta E_m$ ) dépend de celle récupérée par le condensateur ( $E_{condo}$ ) et de celle perdue par dissipation ( $E_{int\ méca} + E_{dissip\ élec}$ ). Comme le but est de récupérer le maximum d'énergie (c'est à dire de maximiser  $E_{condo}$ ), il faut minimiser les pertes.

#### 4.2.1.2 Comparaison du modèle avec et sans inductance

Aucune énergie n'étant stockée au final dans l'inductance  $L_b$ , nous pouvons nous demander s'il n'est pas possible de supprimer celle-ci de la modélisation. Cela se justifie si la pulsation d'excitation  $\omega$  est bien inférieure à celle de résonance  $\omega_{LC}$  du circuit LC (avec  $\omega_{LC} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ). Pouvons-nous toujours faire cette simplification si ces deux pulsations sont du même ordre de grandeur ? Pour répondre à cette question, il faut évaluer les différentes énergies. Les équations 4.4 et 4.5 sont associées pour obtenir le système couplé. Pour simplifier les notations, posons  $R = R_0 + R_b$  pour la résistance totale.

Écrivons d'abord le système dans le cas où l'inductance  $L_b$  n'est pas négligée. Quand la diode est passante (c'est à dire que  $C_e \dot{x} \geq \frac{Q}{C}$ ), le condensateur se charge et l'équation à résoudre est la suivante :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ i_e \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 & -\frac{C_e}{m} & 0 \\ 0 & C_e & -R & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ i_e \\ Q \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Quand la diode est non passante  $\left(C_e \dot{x} < \frac{Q}{C}\right)$ , il faut imposer  $i_e = 0$  dans le système 4.11. Nous obtenons donc :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Si à présent on s'intéresse au système où l'inductance est négligée, il faut poser  $L_b = 0$  et noter que  $i_e = \frac{dQ}{dt}$  pour obtenir :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{C_e}{m} \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 & 0 \\ 0 & C_e & -\frac{1}{C} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Comme dans le cas avec inductance, si  $C_e \dot{x} < \frac{Q}{C}$  il faut alors imposer  $i_e = 0$  et ainsi réobtenir l'équation 4.12.

En pratique la résistance interne ne prend pas de valeurs trop faibles. Nous nous limiterons donc au cas  $R \geq 0.1 \Omega$  pour réaliser les simulations numériques. Suite à l'étude analytique réalisée au chapitre précédent, nous nous intéressons uniquement à l'optimal du point *B* (comme de "faibles" résistances ne seront pas considérées). La pulsation naturelle du système masse-ressort est fixée à  $\omega_0 = 178 \text{ rd.s}^{-1}$  et l'amortissement à  $\xi_0 = 0.2 \%$  pour les simulations numériques effectuées. Nous avons choisi ces valeurs pour les faire coïncider avec la pulsation et l'amortissement naturel du dispositif expérimental décrit dans le chapitre précédent. La masse mobile est prise égale à  $m = 0.466 \text{ kg}$ , le coefficient de couplage vaut  $C_e = 2.0 \text{ N.A}^{-1}$ , l'inductance de la bobine  $L_b = 0.11 \text{ mH}$  et  $C = 0.29 \text{ F}$  de façon à imposer  $\omega_{LC} \approx \omega_0$ .

Les équations 4.11, 4.12 et 4.13 ont été mises sous la forme d'un système différentiel du premier ordre afin d'être résolues temporellement sur Matlab® à l'aide de la fonction "ode45". Il s'agit d'un algorithme explicite Runge-Kutta d'ordre 4 et 5 avec les coefficients de Dormand-Prince [142]. Celui-ci a été utilisé car il fonctionne dans de nombreux cas de figure, avec une précision et un temps de calcul satisfaisants.

La figure 4.6 compare les énergies échangées entre la masse mobile et le condensateur  $C$  avec et sans inductance. On peut constater que dans chacun des cas, les énergies correspondantes se superposent bien. Cela se comprend car l'inductance  $L_b$  est faible, une petite quantité d'énergie va donc transiter par celle-ci. De plus, une fois que la structure mécanique a cédé son énergie, rien n'est plus stocké dans  $L_b$ . Il est donc normal de tendre vers la même répartition énergétique quand le temps devient grand. Nous observons bien ce phénomène quand  $E_m$  diminue, les deux courbes de l'énergie dissipée ( $E_{dissip \text{ elec}}$ ) se superposent mieux quand  $t \geq 0.035 \text{ s}$  (c'est à dire dès la deuxième période).

Notons tout de même que quelques différences apparaissent au démarrage de la récupération d'énergie. Elles s'observent bien sur les courbes des puissances de la figure 4.7 en  $t = 0$ . Elles viennent du fait que  $L_b$  va imposer la condition initiale  $i_e = 0$ . Cela a pour effet d'empêcher la puissance d'être extraite de la structure en  $t = 0$ . C'est pour cette raison que l'on trouve  $P_m \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow 0$  si l'inductance est modélisée, alors que l'on peut tout de suite extraire une forte puissance de la structure dans le cas contraire. En effet, on lit  $P_m \rightarrow 90 \text{ W}$  quand  $t \rightarrow 0$  s'il n'y a pas d'inductance. Cette valeur maximale de puissance extraite ne pourra pas être atteinte par le circuit avec inductance qui donne  $\max(P_m) = 75 \text{ W}$  (cela représente une différence d'environ

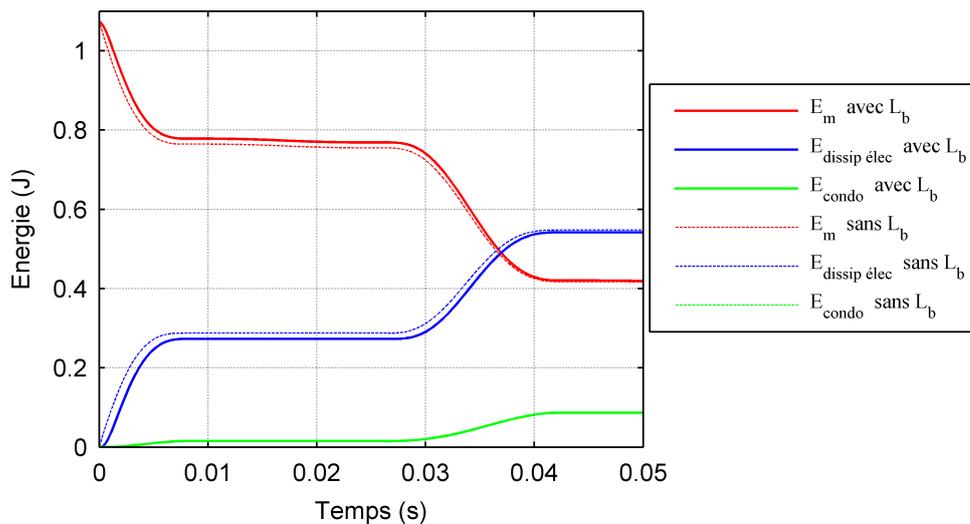


FIG. 4.6 – Comparaison des énergies échangées dans le cas avec et sans inductance  $L_b$  (pour  $C = 0.29 F$  et  $R = 0.2 \Omega$ )

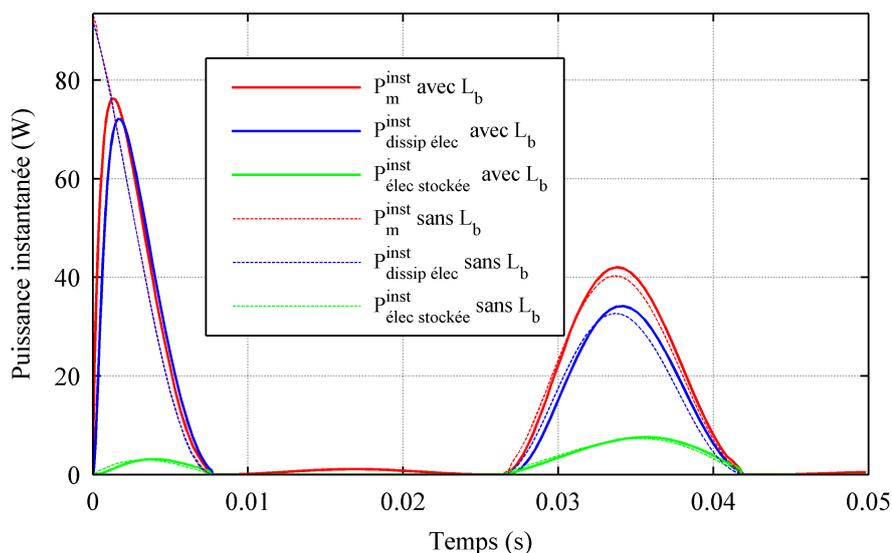


FIG. 4.7 – Comparaison des puissances échangées dans le cas avec et sans inductance  $L_b$  (pour  $C = 0.29 F$  et  $R = 0.2 \Omega$ )

20%).

Des simulations pour  $C = 1F$  (c'est à dire  $\omega_{LC} > \omega_0$ ) montrent que les courbes des énergies dissipées et stockées se rejoignent dès le deuxième cycle (tout comme sur la figure 4.6 pour  $t \geq 0.035$  s). Ainsi, si on s'intéresse aux énergies échangées, le modèle sans inductance est acceptable pour les valeurs de capacité qui vont nous intéresser ( $10^{-6} F \leq C \leq 1 F$ ). Par contre si on désire quantifier le maximum de puissance extraite de la structure, il faut utiliser le modèle avec inductance (surtout si  $R$  est faible). Notons que la puissance instantanée extraite peut atteindre des valeurs élevées, ce qui peut s'avérer intéressant pour alimenter des systèmes nécessitant une forte puissance instantanée. Mais ceci n'est possible que sur un intervalle de temps très court.

### 4.2.1.3 Existence d'un optimal de récupération d'énergie

Sur la figure 4.6, on peut constater que 60 % de l'énergie disponible au départ dans la structure mécanique a été extraite en moins de 2 périodes. Il est logique que 40 % de l'énergie mécanique n'ait pas été prélevée car la constante de temps  $\tau = RC$  pour charger le condensateur ( $\tau = 0.058$  s) dépasse le temps de cycle  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0.035$  s de la structure.

Notons que seulement 14% de l'énergie extraite ont été stockés et 82% absorbés par la résistance  $R$ . Les 4% restants ont été dissipés de façon interne dans la structure mécanique par l'amortissement  $\xi_0$ . Pour maximiser la quantité d'énergie prélevée, une bonne stratégie consiste donc à minimiser les pertes et donc à diminuer au maximum la valeur de  $R$ .

Étudions les transferts d'énergie quand  $C$  est fixé et que  $R$  varie. Les résultats sont reportés dans le tableau 4.1. On constate bien que si  $R$  augmente (à  $C$  fixé) alors  $E_{condo}$  diminue (en général). Par contre nous n'observons pas que  $E_{dissip\ elec}$  augmente. Ce phénomène est dû au fait qu'une augmentation de  $R$  entraîne celle de  $\tau$  et explique que ce soit l'énergie dissipée de façon interne  $E_{int\ méca}$  qui augmente.

C (mF)	R ( $\Omega$ )	Temps pour avoir $-\Delta E_m \geq 0.9E_m(0)$ (secondes)	$\frac{E_{int\ méca}}{-\Delta E_m}$ (%)	$\frac{E_{dissip\ elec}}{-\Delta E_m}$ (%)	$\frac{E_{condo}}{-\Delta E_m}$ (%)
1	0.1	3.21	98.7	0.4 *	0.9
	1	3.21	98.2	0.9	0.9
30	0.1	2.64	62.9	19.6	17.5
	0.2	2.68	64.5	18.8	16.7
	1	2.75	68.1	17.5	14.4
150	0.1	1.27	17.9	52.6	29.5
	0.2	1.30	19.6	52.6	27.8
	1	1.55	31.31	47.9	20.8
300	0.1	0.21	4.2	69.8	26.0
	0.2	0.32	6.2	69.1	24.7
	1	0.81	19.6	62.9	17.5

\* Energie stockée en 1 cycle

TAB. 4.1 – Évaluation des énergies échangées (sans redressement de la tension) pour une structure soumise à une impulsion, qui charge un condensateur en une période  $T$

Dans le cas où  $C = 1$  mF, nous n'observons pas que  $E_{condo}$  diminue quand  $R$  augmente. Ici la valeur de la capacité étant faible, la quantité d'énergie stockable est très limitée. En effet, d'après les conditions initiales, il est possible de stocker au maximum  $E_{condo} = \frac{1}{2}C(C_e\dot{x}_0)^2 = 9$  mJ. Cette valeur est atteinte quasiment instantanément comme  $\tau = 0.1$  ms. Dès le premier cycle, la quantité maximale d'énergie extractible est atteinte et ce sont donc ensuite les pertes internes qui sont la cause de la diminution en énergie du système masse-ressort. Cette décroissance est lente comme la structure a un amortissement interne faible et il faut 3.21 s pour évacuer 90% de l'énergie mécanique de départ. Il n'est donc pas intéressant de choisir une valeur de capacité  $C$  trop faible. Le tableau 4.1 nous confirme bien que la quantité d'énergie stockée dans le condensateur dépend aussi de la valeur de  $C$ . Sur les simulations effectuées, il semble intéressant de choisir  $C = 150$  mF et  $R = 0.1$   $\Omega$  pour stocker le maximum d'énergie dans le condensateur. Elles permettent de récupérer presque 30% de l'énergie présente au départ. Ce qui n'a pas été prélevé a été majoritairement dissipé dans la résistance  $R$  (52.6% de l'énergie

de départ). Si on choisit  $C$  très élevé, alors  $\tau$  devient grand. Dans ce cas, avant que le circuit électrique n'ait eu le temps de récupérer une grande partie de l'énergie, celle-ci est dissipée par des pertes internes. Il est donc certainement possible de trouver une capacité optimale qui maximise la quantité d'énergie prélevée.

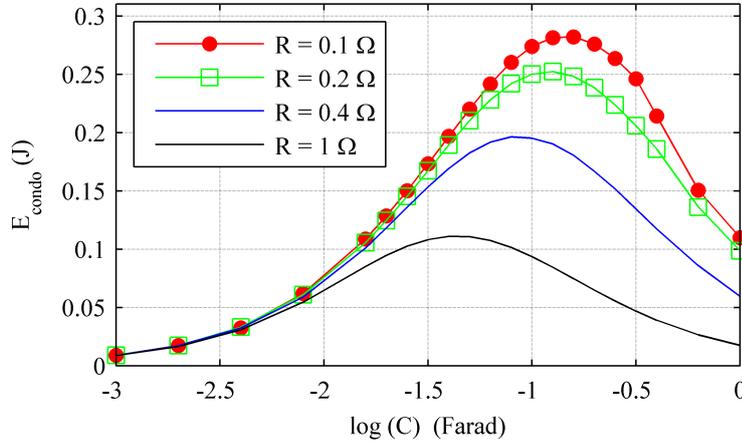


FIG. 4.8 – Évolution de la quantité d'énergie stockée en fonction de la capacité du condensateur

L'observation de  $E_{condo}$  en fonction de  $C$  sur la figure 4.8 montre qu'un optimal existe bien. Si  $R = 0.1 \Omega$ , la capacité maximisant la récupération d'énergie est obtenue pour  $C = 250 \text{ mF}$ . La valeur de la capacité optimale  $C_{opt}$  dépend assez peu de la résistance  $R$  placée dans le circuit de chargement. En effet si  $R = 0.2 \Omega$  on lit  $C_{opt} = 160 \text{ mF}$  mais la quantité d'énergie a légèrement diminué (d'environ 10%). Notons que plus  $R$  augmente, plus la valeur de  $C_{opt}$  diminue. Ce phénomène apparaît car il ne faut pas que  $\tau_{opt} = RC_{opt}$  prenne une valeur trop élevée. Quand  $R$  augmente, la quantité d'énergie qui se retrouve stockée dans le condensateur diminue. Cela confirme qu'il faut choisir  $R$  suffisamment faible. Essayons de déterminer  $C_{opt}$  de façon analytique quand la valeur de  $R$  reste petite.

#### 4.2.1.4 Détermination analytique de la capacité de stockage optimale

La figure 4.8 a montré que la capacité de stockage optimale ne dépend plus de la résistance quand  $R$  devient faible. Pour exprimer analytiquement  $C_{opt}$ , nous allons alors créer un modèle sans résistance  $R$ . Cette hypothèse semble cohérente car nous voulons que toute l'énergie mécanique soit transformée en électricité puis stockée. Cela revient à reprendre l'équation 4.10 en annulant  $E_{int \text{ méca}}$  et  $E_{dissip \text{ élec}}$ . On se retrouve par conséquent avec l'égalité  $-\Delta E_m = E_{élec \text{ stockée}}$ . Au final aucune énergie n'étant stockée dans l'inductance nous pouvons écrire que  $-\Delta E_m = E_{condo}$ . Cette énergie stockée peut être exprimée par la formule suivante :

$$E_{condo} = \left[ \frac{C.C_e^2}{2} \dot{x}^2 \right]_0^T = \frac{C.C_e^2}{2} \dot{x}_0^2 = \frac{C.C_e^2}{2m^2} \quad (4.14)$$

Comme le but est de récupérer toute l'énergie mécanique, nous voulons que  $-\Delta E_m = E_m(0)$ . Cela nous amène à :

$$\frac{1}{2m} = \frac{C.C_e^2}{2m^2} \quad (4.15)$$

On peut en déduire que la capacité optimisant la récupération d'énergie vaut :

$$C_{opt\ anal} = \frac{m}{C_e^2} \quad (4.16)$$

En réalisant des simulations, on s'aperçoit qu'effectivement  $C_{opt}$  diminue lorsque  $C_e$  augmente comme le montre la figure 4.9.

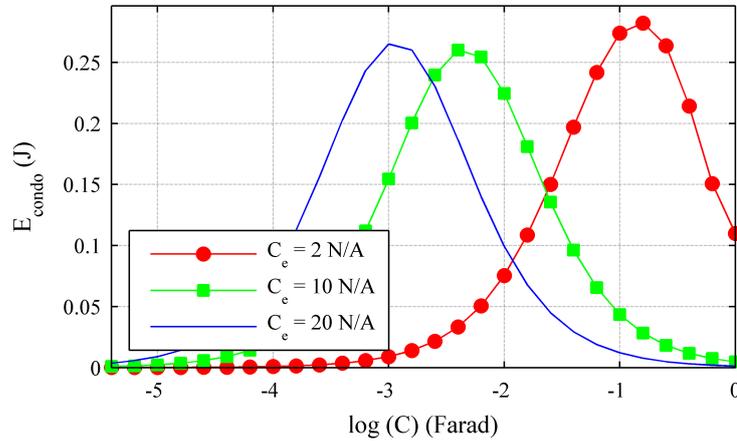


FIG. 4.9 – Évolution de la quantité d'énergie stockée en fonction de la capacité du condensateur et du coefficient de couplage imposé (avec  $R = 0.1 \Omega$ )

La formule 4.16 n'est valide que si le coefficient de couplage est suffisamment élevé. En effet, celui-ci permet d'extraire rapidement l'énergie de la structure et valide donc les hypothèses faites (négliger la résistance  $R$  et les pertes internes). En pratique, il faut que la récupération d'énergie se fasse en moins d'un quart de période  $T$  (temps nécessaire pour passer de la vitesse maximale à une vitesse nulle). On se sert de cette condition pour connaître les limites des variables  $C_e$  et  $R$  :

$$RC_{opt\ anal} \leq \frac{T}{4} \quad (4.17)$$

Nous obtenons que  $C_{opt\ anal} = 116 \text{ mF}$  pour  $C_e = 2 \text{ N.A}^{-1}$ . Cette valeur ne correspond pas tout à fait avec celle déterminée numériquement ( $C_{opt\ num} = 250 \text{ mF}$ ) pour  $R = 0.1 \Omega$ . Ici  $RC_{opt\ anal} > \frac{T}{4} = 8.8 \text{ ms}$ , ce qui explique que la prédiction analytique devienne erronée. Si  $C_e$  augmente alors  $C_{opt\ anal}$  diminue et permet donc de réaliser l'inégalité de l'équation 4.17. C'est par exemple le cas si  $C_e = 10 \text{ N.A}^{-1}$ . Dans ce cas on détermine que  $C_{opt\ anal} = 4.7 \text{ mF}$ , résultat proche de la valeur trouvée numériquement sur la figure 4.9 ( $C_{opt\ num} = 4 \text{ mF}$ ).

L'utilisation de la formule analytique 4.16 pour déterminer la capacité  $C_{opt}$  est donc limitée pour une gamme de résistances déterminées par l'équation 4.17. Si nous ne pouvons pas négliger l'influence de la résistance  $R$ , alors il faut déterminer numériquement  $C_{opt}$ .

#### 4.2.1.5 Charge du condensateur en utilisant un pont de diode

Intéressons nous à présent au cas où la tension du transducteur électromagnétique est redressée à l'aide du pont de diodes. Cette configuration est représentée sur la figure 4.10.

Nous allons ici distinguer trois phases de chargement du condensateur : celle où le générateur a une tension positive, celle où elle est négative (dans ce cas il faut la redresser) et celle où il n'y

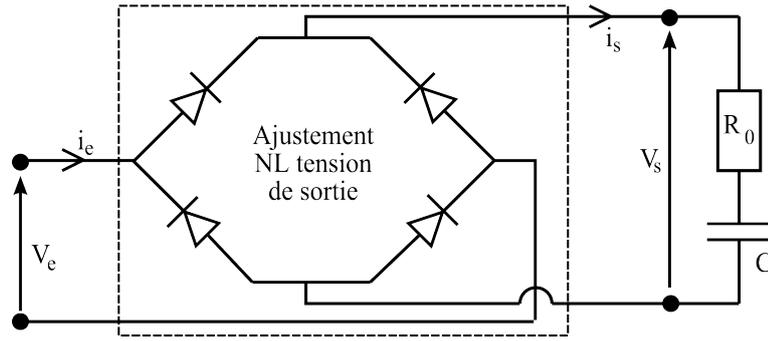


FIG. 4.10 – Charge du condensateur en utilisant un pont de diodes

a pas de chargement du condensateur. Ces trois phases peuvent être décrites par les équations suivantes :

$$\begin{cases} 0 = C_e \dot{x} - (R_0 + R_b) i_e - \frac{Q}{C} & \text{si } C_e \dot{x} \geq \frac{Q}{C} \\ 0 = -C_e \dot{x} - (R_0 + R_b) i_e - \frac{Q}{C} & \text{si } -C_e \dot{x} \geq \frac{Q}{C} \\ 0 = i_e & \text{si } C_e |\dot{x}| < \frac{Q}{C} \end{cases} \quad (4.18)$$

Ce système permet de déterminer  $f_r = g(\dot{x})$ . En incluant chacune des équations de 4.18 à l'équation 4.4, nous obtenons trois systèmes d'équations à résoudre :

– si  $C_e \dot{x} \geq \frac{Q}{C}$  alors  $i_e = i_s = \frac{dQ}{dt}$  et :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{C_e}{m} \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0 \omega_0 & 0 \\ 0 & C_e & -\frac{1}{C} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

– si  $C_e |\dot{x}| < \frac{Q}{C}$  il faut imposer  $i_e = 0$  dans l'équation 4.19.

– si  $(-C_e \dot{x}) \geq \frac{Q}{C}$  alors  $(-i_e) = i_s = \frac{dQ}{dt}$  et :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{C_e}{m} \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0 \omega_0 & 0 \\ 0 & -C_e & -\frac{1}{C} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Ces équations sont de nouveau résolues à l'aide de la fonction “ode45” de Matlab®. L'étude est similaire à celle réalisée au paragraphe 4.2.1.3.

Si on utilise un condensateur de forte capacité, on retrouve des courbes d'énergie similaires à celles où la tension n'est pas redressée (cf. figure 4.8). La capacité optimale trouvée est identique à celle trouvée dans le cas où la tension n'est pas redressée. Ce résultat s'explique par le fait que l'énergie est prélevée suffisamment rapidement pour ne pas avoir besoin de redresser la tension.

## 4.2.2 Récupérer de l'énergie sur une structure soumise à une excitation harmonique

### 4.2.2.1 Présentation de l'étude

Dans cette partie, nous allons étudier la quantité d'énergie que l'on peut récupérer d'un système masse-ressort soumis à une excitation harmonique. La masse  $m$  représentée sur la figure 4.2 est étudiée durant la phase d'accumulation d'énergie. L'énergie est apportée par une force sinusoïdale  $f$  d'amplitude constante  $f_0$ . La pulsation est choisie pour correspondre à celle de résonance du système masse-ressort sans récupération d'énergie ( $\omega_0$ ). Celle-ci maximise la fonction de transfert  $\frac{\dot{x}}{f}$  [143], la puissance entrante dans le système est donc maximale.

Durant la phase transitoire, aucune énergie n'est récupérée et seule la force  $f = f_0 \cos(\omega_0 t)$  est imposée sur  $m$ . En appliquant le principe fondamental de la dynamique à  $m$ , nous obtenons :

$$m(\ddot{x} + 2\xi_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2)x = f_0 \cos(\omega_0 t) \quad (4.21)$$

Le système ne possède pas d'énergie au départ, il démarre donc avec des conditions initiales nulles. Après un temps de stockage ( $T_{stockage}$ ), le système de récupération d'énergie est mis en route comme indiqué sur la figure 4.11. Cet instant est choisi comme origine des temps.

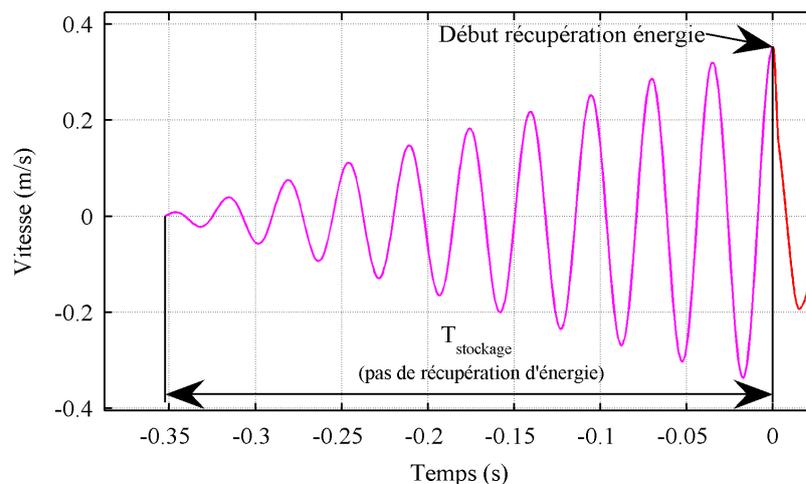


FIG. 4.11 – Les différentes phases de la récupération d'énergie par intermittence

Pour se retrouver dans la même configuration que le système décrit au paragraphe 4.2.1, nous supposons que la récupération d'énergie démarre quand la vitesse initiale a atteint un maximum local. Comme nous sommes dans un régime monomodal, le déplacement est nul à cet instant. De plus, nous n'appliquerons plus de force extérieure lorsque la récupération a démarré. Nous nous retrouvons alors avec les conditions initiales indiquées par le système d'équations 4.6.

Nous pouvons donc utiliser les équations 4.4 et 4.18. Nous avons choisi de redresser la tension du générateur à l'aide du pont de diodes représenté sur la figure 4.10 pour accélérer au maximum la récupération d'énergie.

De l'énergie est fournie au système masse-ressort durant les instants  $[-T_{stockage}; 0]$ . Elle est déterminée par :

$$E_{fournie} = \int_{-T_{stockage}}^0 f_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \phi_0) \cdot \dot{x}(t) dt \quad (4.22)$$

$\phi_0$  est l'angle qui permet d'obtenir les conditions  $x(0) = 0$ ,  $x(-T_{stockage}) = 0$  et  $\dot{x}(-T_{stockage}) = 0$ . Plus le temps  $T_{stockage}$  est important, plus  $E_{fournie}$  devient grand. Pour permettre la comparaison de  $E_{condo}$  quand  $T_{stockage}$  varie, il est plus judicieux de se ramener à l'étude de la puissance moyenne extraite de la structure définie par :

$$P_{condo} = \frac{E_{condo}}{T_{stockage}} \quad (4.23)$$

Le temps de la récupération d'énergie est supposé négligeable par rapport à celui de stockage, c'est pour cette raison que  $P_{condo}$  est déterminée à partir de la valeur  $T_{stockage}$ . Si  $T_{stockage} = 0$  nous ne pouvons récupérer aucune énergie car aucune énergie n'a été stockée dans la structure mécanique et implique  $P_{condo} = 0$ . Si  $T_{stockage}$  est suffisamment grand pour atteindre un état stabilisé de la structure, alors on ne peut récupérer qu'une quantité finie d'énergie. En effet l'énergie mécanique stockée dans la structure est limitée comme  $m$  est amortie. Cela implique que  $P_{condo} \rightarrow 0$  si  $T_{stockage} \rightarrow \infty$ . Comme  $P_{condo}$  est une fonction continue positive, il existe un temps optimal qui maximise  $P_{condo}$ .

#### 4.2.2.2 Analyse des résultats

La puissance moyenne stockée  $P_{condo}$  est déterminée dans le cas où  $R = 0.1 \Omega$ . Nous avons choisi cette valeur car c'est la plus petite valeur que nous nous autorisons pour les simulations. Pour avoir une idée des puissances disponibles et fournies, déterminons celles-ci à l'aide des formules :

$$\begin{cases} P_{conv} &= \frac{E_{conv}}{T_{stockage}} \\ P_{fournie} &= \frac{E_{fournie}}{T_{stockage}} \end{cases} \quad (4.24)$$

En faisant varier  $T_{stockage}$ , on obtient les courbes  $P_{fournie}$ ,  $P_{condo}$  et  $P_{conv}$  tracées sur la figure 4.12. On y observe que pour  $T_{stockage} = 3.17 s$  la puissance  $P_{condo}$  est maximisée. À cet instant, nous avons  $P_{fournie} = 590 mW$ ,  $P_{conv} = 240 mW$  et  $P_{condo} = 70 mW$ . On retrouve que 30% de l'énergie convertie est stockée dans le condensateur (comme annoncé au paragraphe 4.2.1.3). Notons que  $P_{conv}$  et  $P_{condo}$  sont maximales en même temps. Ceci est logique car plus il y a de puissance disponible, plus il sera possible d'en convertir. À l'optimal 40% de l'énergie fournie à la structure a été convertie en électricité et seulement 12% de l'énergie fournie à la structure mécanique a pu être stockée dans le condensateur. Ce rendement est assez faible, mais c'est le meilleur que l'on puisse obtenir dans les conditions que l'on s'est imposées.

#### 4.2.2.3 Synthèse

Dans le cas d'un système avec une boucle de rétroaction linéaire, nous avons montré qu'au maximum 50% de la puissance mécanique moyenne fournie ( $P_1$ ) était récupérable (cf. tableau 3.1). Dans cette étude le système était en régime stabilisé alors que dans l'analyse réalisée dans cette section la structure est en phase transitoire. En partant de conditions initiales nulles, il faut

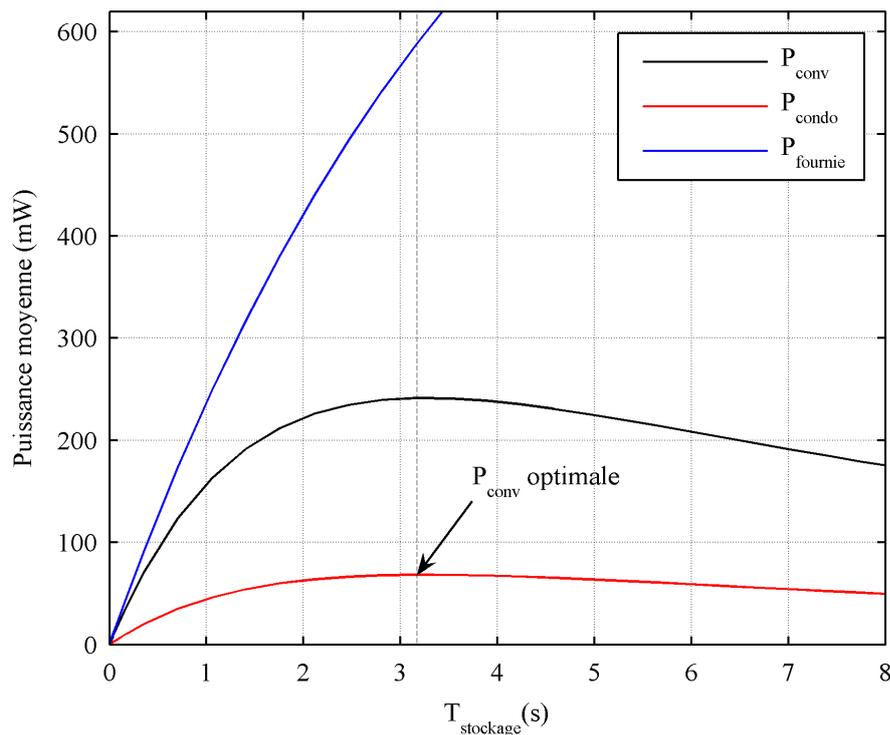


FIG. 4.12 – Évolution des puissances moyennes en fonction de la durée de chargement de la structure mécanique ( $C = 250 \text{ mF}$ )

dépenser plus d'énergie car il faut mettre en mouvement la structure, ce qui explique que le rendement soit moins bon ici. Au mieux 40% de l'énergie fournie peut être récupérée en supposant que la résistance  $R$  est nulle. En effet, dans ce cas idéal toute l'énergie convertie peut être stockée dans le condensateur.

Récupérer rapidement l'énergie mécanique de la structure permet de produire une forte puissance électrique instantanée. Nous avons montré au paragraphe 4.2.1.2 que si nous nous intéressons à celle-ci, il faut tenir compte de l'inductance de la bobine pour ne pas "surévaluer" la puissance instantanée maximale que l'on peut extraire de la structure. Cet écart se réduit si  $R$  augmente.

Stocker l'énergie puis la récupérer en moins d'une période n'est certainement pas la meilleure stratégie à adopter pour maximiser la quantité d'énergie récupérée. Regardons ce qui se passe si l'on prélève de l'énergie à chaque période dans le cas d'un feed-back non linéaire. Allons-nous pouvoir récupérer 50 % de l'énergie mécanique fournie tout comme dans le cas linéaire ?

## 4.3 Récupération d'énergie en régime stationnaire

### 4.3.1 Récupérer de l'énergie sur une structure soumise à une excitation harmonique

La figure 4.13 présente le circuit électrique considéré.

L'impédance  $Z$  représente le système électronique qui doit être alimenté. Notons que nous avons

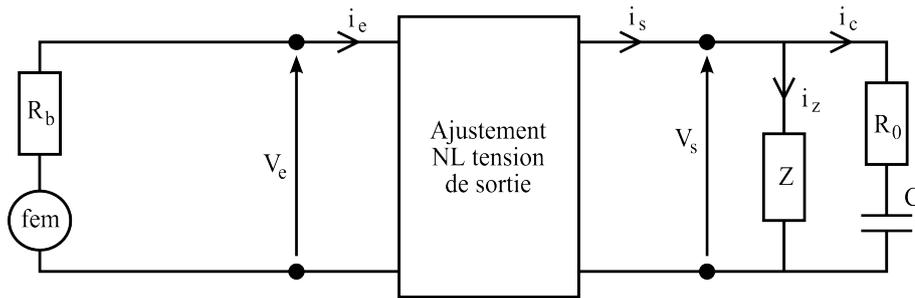


FIG. 4.13 – Schéma du circuit électrique permettant de récupérer et d'alimenter un système électronique d'impédance  $Z$

modélisé la résistance interne du condensateur par la résistance  $R_0$ . Pour n'utiliser qu'un seul schéma, la boîte "Ajustement NL tension de sortie" peut être constituée soit d'une unique diode (pour empêcher l'énergie récupérée de repartir dans la bobine) comme représenté sur la figure 4.14a, soit d'un pont de diodes (qui permet de redresser la tension et donc de récupérer de l'énergie tous les demi-cycles). Ce dernier est schématisé sur la figure 4.14b.

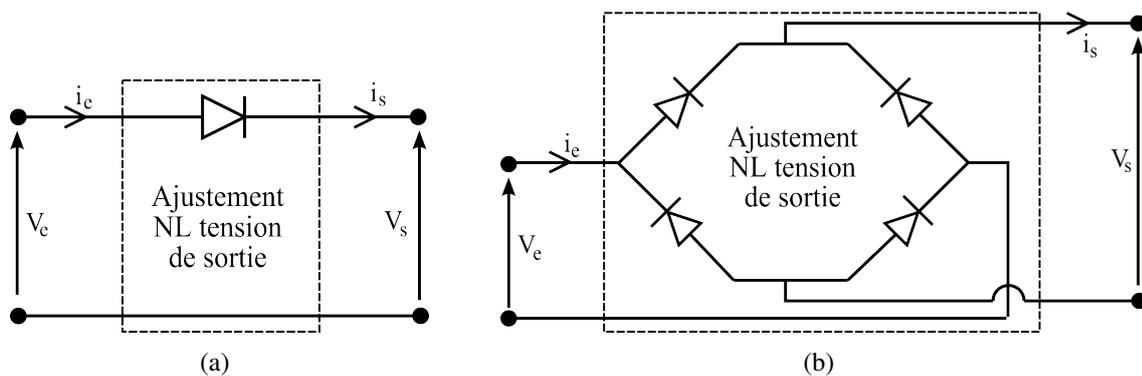


FIG. 4.14 – Circuit électronique considéré pour la boîte "Ajustement tension sortie" : (a) Tension non redressée - (b) Tension redressée

#### 4.3.1.1 Mise en équation

En écrivant la relation entre la charge  $Q$  (aux bornes du condensateur  $C$ ) et l'intensité  $i_c$ , ainsi que les lois des noeuds et des mailles à la sortie du système d'ajustement de la tension, on arrive à :

$$\begin{cases} i_c = \frac{dQ}{dt} \\ i_s = i_z + i_c \\ Zi_z = R_0 \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \end{cases} \quad (4.25)$$

Les diodes utilisées sont toujours supposées avoir une tension seuil nulle pour la modélisation, ce qui signifie qu'il n'y a aucune dissipation d'énergie dans le système "Ajustement tension de sortie". On trouve donc que :

$$\begin{cases} |i_e| = i_s = \left(1 + \frac{R_0}{Z}\right) \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{CZ} & \text{si charge du condensateur} \\ i_e = i_s = 0 & \text{si décharge du condensateur} \end{cases} \quad (4.26)$$

Pour étudier les transferts énergétiques, il faut adjoindre l'équation du système mécanique constitué de la masse mobile  $m$  (cf. équation 4.3). L'amortissement naturel de la structure mécanique  $\xi_0$  est égal à 0.2%. Dans le cas de la charge du condensateur sans redressement (configuration de la figure 4.14a), on peut écrire que :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{C_e}{m} \left(1 + \frac{R_0}{Z}\right) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dot{y} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 & -\frac{C_e}{mCZ} \\ 0 & \frac{C_e}{Z_1} & -\frac{1 + \frac{R_b}{Z}}{CZ_1} \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{f}{m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

avec  $y = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ Q \end{pmatrix}$  et  $Z_1 = R_0 + R_b + R_b \frac{R_0}{Z}$ . Ce système est à utiliser tant que  $C_e \dot{x} \geq \frac{Q}{C}$ . Quand cette condition n'est plus vraie, il faut utiliser le système suivant :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dot{y} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C(R_0 + Z)} \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{f}{m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

On peut voir qu'ici les systèmes électrique et mécanique sont découplés car  $i_e = 0$ . La sortie du système de redressement de la tension n'influence donc pas le système mécanique. La force extérieure est supposée sinusoïdale de la forme  $f = f_0 \cdot \cos(\omega t + \Phi)$ . L'angle  $\Phi$  permet d'imposer les conditions initiales.

Le condensateur  $C$  permet de stocker l'énergie électrique produite par la bobine. Quand la tension produite par la bobine devient trop faible, c'est le condensateur qui fournit l'énergie à l'impédance  $Z$ . Cela se traduit par la chute de sa tension  $V_c$  comme le montre la figure 4.15. Dans ce cas aucune récupération d'énergie n'a lieu.

Dans le cas où la tension est redressée, nous pouvons toujours utiliser les équations 4.27 et 4.28 mais il faut leur adjoindre le système ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{C_e}{m} \left(1 + \frac{R_0}{Z}\right) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dot{y} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 & +\frac{C_e}{mCZ} \\ 0 & -\frac{C_e}{Z_1} & -\frac{1 + \frac{R_b}{Z}}{CZ_1} \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{f}{m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Cette équation est à utiliser tant que  $-C_e \dot{x} \geq \frac{Q}{C}$ .

Grâce à la modélisation des différentes phases, il est possible de comparer les modèles avec et

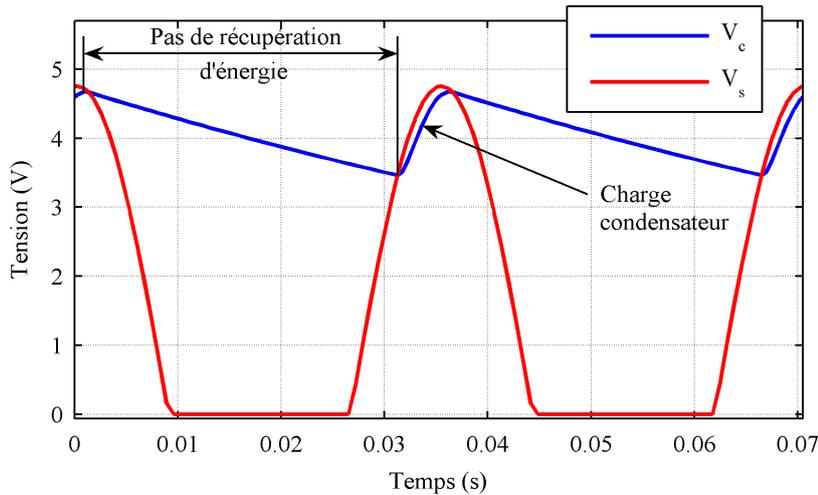


FIG. 4.15 – Évolution de la tension ( $V_c$ ) stockée dans le condensateur  $C$  pour une tension de générateur ( $V_s$ ) non redressée

sans redressement. Les équations différentielles du premier ordre sont résolues temporellement sur Matlab® à l'aide de la fonction “ode45”. Les calculs numériques sont réalisés avec les paramètres suivants :  $f_0 = 1 \text{ N}$ ,  $m = 0.466 \text{ kg}$ ,  $C_e = 2.0 \text{ N.A}^{-1}$ ,  $R_b = 0.7 \text{ } \Omega$ ,  $R_0 = 0.1 \text{ } \Omega$  et  $\omega_0 = 178 \text{ rad.s}^{-1}$ .

#### 4.3.1.2 Comparaison des résultats avec ou sans redressement

Comme nous sommes en régime stabilisé, nous allons utiliser la puissance moyenne convertie pour comparer les simulations avec et sans redressement. Celle-ci est définie par :

$$P_{conv} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} P_{conv}^{inst} dt \quad (4.30)$$

avec :

$$P_{conv}^{inst} = C_e \dot{x} \cdot i_e \quad (4.31)$$

Cette puissance est intéressante car c'est celle extraite de la structure avant qu'il n'y ait la moindre dissipation d'énergie dans le circuit électrique. Elle correspond à la puissance maximale que l'on peut extraire.

Pour chaque couple  $(Z, C)$  la pulsation  $\omega$  maximisant  $P_{conv}(\omega, Z, C)$  a été recherchée. Que la tension soit redressée ou non, on trouve toujours que  $\omega = \omega_0$  maximise la puissance convertie. Les figures 4.16a et 4.16b représentent  $P_{conv}$  optimale dans chacun des cas considérés.

En analysant ces figures, on s'aperçoit que dans les deux cas la puissance maximale convertie est d'environ 350 mW. À chacun des points de fonctionnement, nous retrouvons que la puissance mécanique fournie est de l'ordre de 700 mW. Nous obtenons tout comme dans l'étude d'un feed-back linéaire qu'au mieux nous pouvons extraire 50% de l'énergie fournie.

De plus, nous observons que la puissance maximale atteint toujours la même valeur quelle que soit la capacité choisie (si  $10^{-4} \text{ F} \leq C \leq 1 \text{ F}$ ). C'est la valeur de l'impédance  $Z$  qui détermine la valeur maximale que peut prendre  $P_{conv}$ . Les simulations de la figure 4.16a nous permettent de trouver les impédances  $Z_{opt}$  maximisant  $P_{conv}$  quand  $C$  varie. Nous obtenons  $3 \text{ } \Omega \leq Z_{opt} \leq 20 \text{ } \Omega$  quand la tension n'est pas redressée. De la même manière, à partir de la figure 4.16b nous

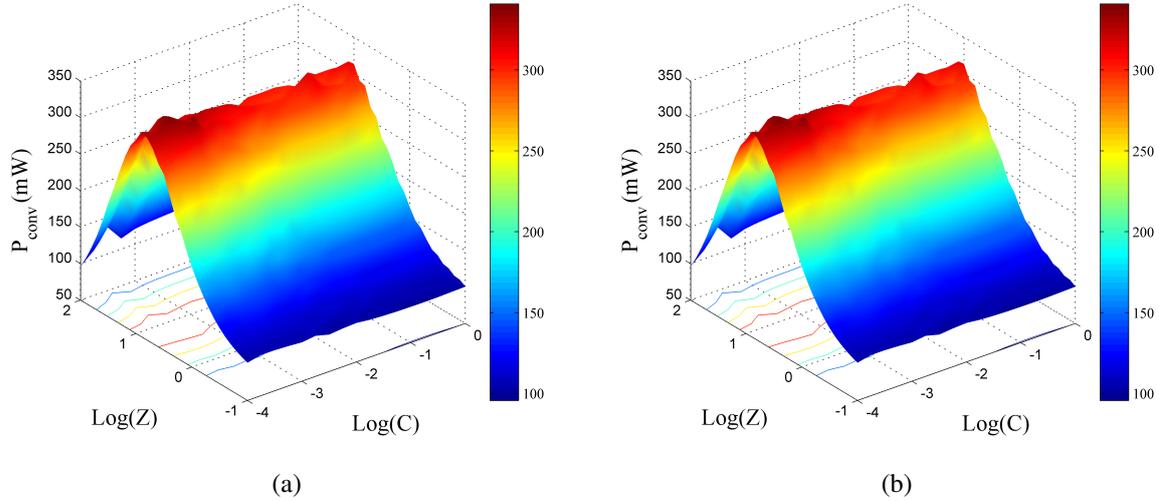


FIG. 4.16 – Tracé de  $P_{conv}$  : (a) Tension de sortie non redressée - (b) Tension de sortie redressée

déterminons que  $5 \Omega \leq Z_{opt} \leq 25 \Omega$  quand la tension est redressée. La seule différence entre les circuits est la valeur de  $Z_{opt}$ . Notons que cet écart est faible, mais que  $Z_{opt}$  est légèrement supérieure dans le cas redressé.

Pour comprendre pourquoi la valeur de  $C$  n'influence pas  $P_{conv}$ , il faut faire le bilan des énergies dissipées dans le circuit électrique représenté sur la figure 4.13. Nous allons raisonner uniquement dans le cas où la tension n'est pas redressée. Durant la phase de chargement du condensateur, nous avons  $i_s = i_z + i_c$ . Cela nous permet de déterminer la puissance à la sortie du dispositif "Ajustement NL tension de sortie", qui vaut  $V_s \cdot i_s = Zi_z^2 + R_0 i_c^2 + \frac{Q}{C} i_c$ . Comme la diode a une tension seuil nulle, nous avons  $V_e = V_s$  et  $i_e = i_s$ . Cela implique donc que  $fem \times i_e - R_b \times i_e = V_s \times i_s$ . Supposons que  $C$  se charge sur une période de temps  $T_1$ . Nous arrivons donc à :

$$\int_{T_1} P_{conv}^{inst} dt = \int_{T_1} (R_b i_e^2 + Zi_z^2 + R_0 i_c^2) dt + \frac{1}{2C} [Q^2]_{T_1} \quad (4.32)$$

Si on se place dans le cas de la décharge du condensateur, alors  $i_e = i_s = 0$ . Nous avons donc  $P_{conv}^{inst} = 0$  sur la période de temps  $T_2$ . En faisant un nouveau bilan électrique, sachant que maintenant  $i_c = i_z = -\frac{dQ}{dt}$ , nous obtenons :

$$0 = \int_{T_2} (Zi_z^2 + R_0 i_c^2) dt + \frac{1}{2C} [Q^2]_{T_2} \quad (4.33)$$

Comme le système revient dans sa configuration initiale au bout d'un cycle complet ( $T_1 + T_2$ ), nous nous retrouvons avec  $\frac{1}{2C} [Q^2]_{T_1} = -\frac{1}{2C} [Q^2]_{T_2}$ . En sommant les équations 4.32 et 4.33 et en divisant par la période  $T_1 + T_2$ , nous arrivons à :

$$P_{conv} = \frac{1}{T_1 + T_2} \int_{T_1} P_{conv}^{inst} dt = \frac{1}{T_1 + T_2} \int_{T_1} R_b i_e^2 dt + \frac{1}{T_1 + T_2} \int_{T_1 + T_2} (Zi_z^2 + R_0 i_c^2) dt \quad (4.34)$$

Cette équation montre que la puissance convertie est égale à celle dissipée dans les impédances  $R_b$ ,  $R_0$  et  $Z$ . Il est donc logique de trouver que la valeur du condensateur  $C$  n'influence pas la

valeur maximale de la puissance convertie. Cela est vrai tant que le condensateur est capable de stocker suffisamment d'énergie et implique qu'il ne faut pas prendre  $C$  trop faible.

Notons que si l'on considère le cas d'une tension redressée, l'équation 4.34 reste valide mais les temps de chargement et de déchargement changent. Cela explique que l'impédance optimisant  $P_{conv}$  ne soit pas la même dans le cas redressé que non redressé.

Par la suite nous n'allons analyser que le circuit optimisant  $P_{conv}$  dans le cas où la tension n'est pas redressée.

#### 4.3.1.3 Analyse des résultats lorsque la puissance fournie est optimale

En prenant  $C = 250 \text{ mF}$ , les simulations de la figure 4.16a nous donnent  $Z_{opt} = 17.8 \Omega$  dans le cas non redressé. Ce sont ces paramètres qui sont retenus pour le tracé des puissances représentées sur la figure 4.17. Les puissances instantanées fournies et dissipées dans  $Z$  sont définies par :

$$\begin{cases} P_{fournie}^{inst} &= \dot{x} \cdot f(t) \\ P_Z^{inst} &= Z i_Z^2 \end{cases} \quad (4.35)$$

Chaque courbe pointillée représente la valeur moyenne (calculée sur une période  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ ) de la puissance instantanée correspondante (courbe de la même couleur). Celles-ci sont définies par :

$$\begin{cases} P_{fournie} &= \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_0}} P_{fournie}^{inst} dt \\ P_{conv} &= \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_0}} P_{conv}^{inst} dt \\ P_Z &= \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_0}} P_Z^{inst} dt \end{cases} \quad (4.36)$$

On relève  $P_{fournie} = 716 \text{ mW}$ ,  $P_{conv} = 344 \text{ mW}$  et  $P_Z = 259 \text{ mW}$ . On a donc un rendement dans le cas non linéaire de  $\eta_{NL} = P_{conv}/P_{fournie} = 48 \%$ . Nous retrouvons donc un rendement proche du cas linéaire (qui vaut 50 %).

La non linéarité du circuit électrique est visible sur l'évolution de  $P_{conv}^{inst}$ . En effet, celle-ci passe d'une valeur strictement positive durant la phase de chargement du condensateur à une valeur constamment nulle entre les instants  $t = 4 \text{ ms}$  et  $t = 31 \text{ ms}$ . Cette non linéarité ne s'observe pas sur la courbe de la vitesse ( $\dot{x}$ ) représentée sur la figure 4.17. Utilisons cette remarque pour déterminer un amortissement total équivalent  $\xi_T^{eq}$  permettant d'obtenir une telle vitesse.  $\xi_T^{eq}$  correspond à la somme des amortissements mécanique ( $\xi_0$ ) et électrique ( $\xi_e$ ) créé par la récupération d'énergie. Comme nous excitons la structure en  $\omega = \omega_0$ , nous pouvons écrire que :

$$\xi_T^{eq} = \frac{\max(f)}{2m\omega_0 \max(\dot{x})} \quad (4.37)$$

En relevant la valeur maximale de la vitesse sur la figure 4.17, nous obtenons  $\xi_T^{eq} = 0.45 \%$ . En reportant la courbe de la vitesse obtenue à l'aide de cet amortissement équivalent, on voit qu'il y a une bonne correspondance avec celle simulée avec le feed-back non linéaire. Cela confirme la faible influence de la non linéarité de la boucle de rétroaction sur le système mécanique.

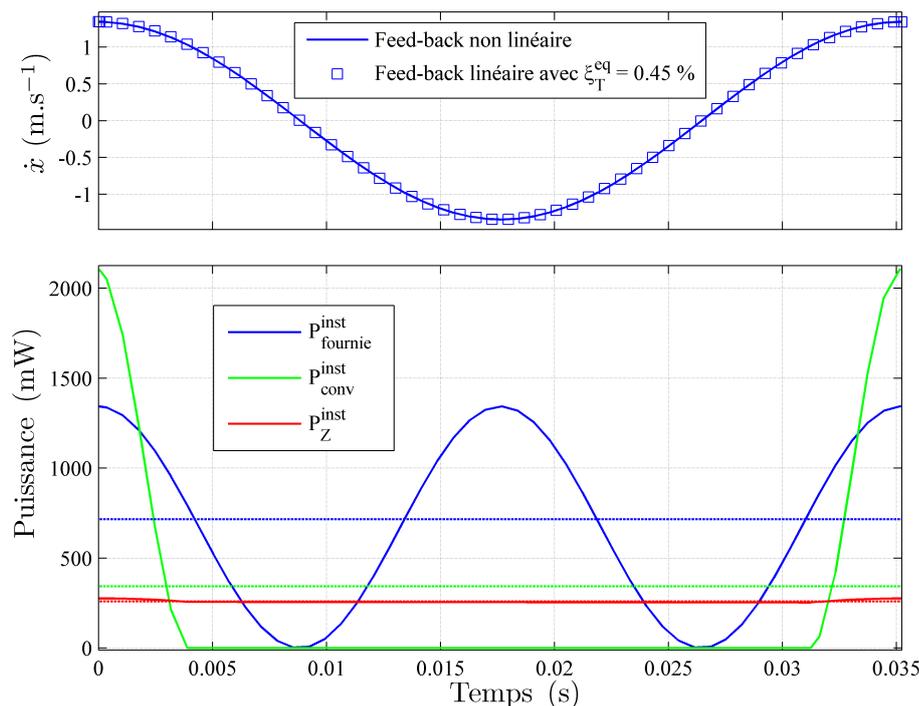


FIG. 4.17 – Évolution des puissances instantanées et de la vitesse simulée quand la tension de bobine n'est pas redressée

#### 4.3.1.4 Synthèse

Tout comme pour le modèle linéaire, on observe qu'au mieux il est possible d'extraire 50% de l'énergie fournie dans le cas non linéaire. La valeur de  $\xi_T^{eq}$  est alors proche de l'amortissement  $2\xi_0$ . Cela s'explique par le fait que le système masse-ressort garde un comportement linéaire malgré la discontinuité de la récupération d'énergie. Les résultats du chapitre 3 peuvent donc être utilisés et la puissance maximale extractible de la structure peut aisément être déterminée analytiquement. Il suffit d'utiliser l'expression de  $P_2$  donnée par le tableau 3.1 au point optimal  $B$ . Notons que dans le cas étudié ici, il faut prendre  $a_{11} = \frac{1}{m}$ . Nous obtenons  $P_2 = 377 \text{ mW}$  pour une force unitaire appliquée sur la masse mobile  $m$ . Cette valeur est supérieure d'environ 10% à l'optimal annoncé par les simulations non linéaires ( $P_{conv} = 344 \text{ mW}$ ) dans le cas où  $C = 250 \text{ mF}$ .

En augmentant la puissance fournie, il est possible d'augmenter la puissance que l'on peut extraire. C'est ce que nous allons essayer de faire en ajoutant des switches dans le circuit de récupération d'énergie.

### 4.3.2 Récupérer de l'énergie en utilisant une stratégie avec switches

#### 4.3.2.1 Présentation du principe de récupération d'énergie avec switch

La technique du SSH ("Synchronized Switch Harvesting") est issue d'une méthode non linéaire d'amortissement utilisée par Richard et al. [144] : le SSD ("Synchronized Switch Damping"). Elle a été développée pour les transducteurs piézoélectriques. Elle permet d'accroître artificiellement la tension aux bornes du matériau piézoélectrique ce qui engendre une augmentation de

la quantité d'énergie extraite de la structure.

Lefeuvre et al. [145] montrent qu'en introduisant switch et inductance dans le circuit de récupération, il est possible de récupérer plus d'énergie que s'il n'y en avait pas. Cette technique est connue sous le nom "Synchronized Switch Harvesting on Inductor" (SSHI).

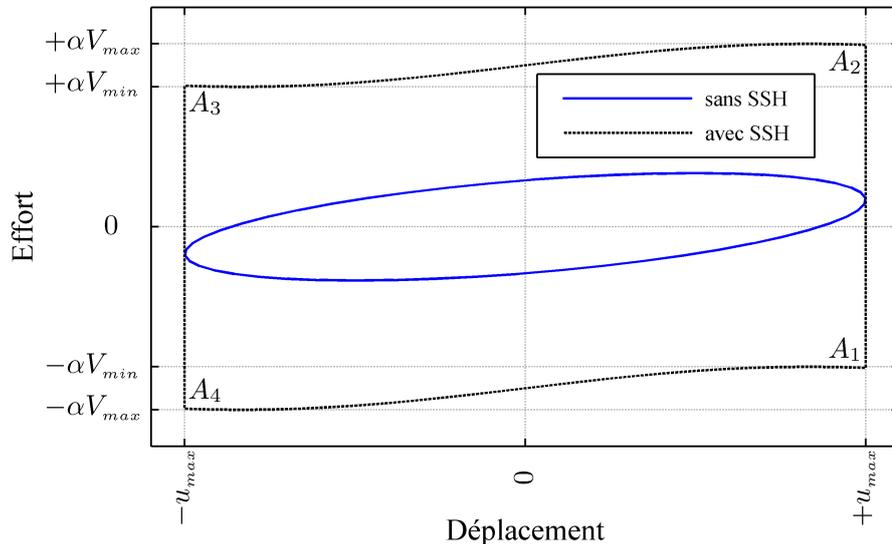


FIG. 4.18 – Cycle énergétique d'un générateur piézoélectrique de type SSH [28]

La figure 4.18 montre que l'on peut extraire plus d'énergie en réalisant un cycle avec SSH que sans SSH. En effet, l'énergie extraite étant égale à la surface du cycle, on constate bien que la solution avec SSH est plus intéressante. Décrivons le cycle avec SSH. Une fois que le matériau piézoélectrique est étiré à son maximum ( $u_{piezo} = u_{max}$ ) au point  $A_1$ , la charge présente sur l'une de ses électrodes est transférée sur l'électrode opposée via une inductance. Cela est réalisé à l'aide d'un switch que l'on vient fermer et qui permet de passer la tension  $V$  du matériau piézoélectrique de  $-V_{min}$  à  $+V_{max}$ . Cela a pour conséquence de faire varier brutalement l'effort appliqué par celui-ci, de  $-\alpha V_{min}$  (au point  $A_1$ ) à  $+\alpha V_{max}$  (au point  $A_2$ ). En effet la force qu'il impose dépend de  $\alpha V$  (avec  $\alpha = \frac{e_{33} S_{piezo}}{h}$ ,  $S_{piezo}$  étant la surface du piézoélectrique et  $h$  son épaisseur) si on se reporte à l'équation 2.1. Ce transfert étant très rapide, le déplacement reste égal à  $+u_{max}$  et une fois celui-ci terminé le switch est ouvert à nouveau.

Le déplacement imposé au piézoélectrique est ensuite diminué pour parcourir le trajet  $A_2 \rightarrow A_3$ . Lorsqu'il atteint  $-u_{max}$ , la tension est de nouveau inversée (pour aller du point  $A_3$  à  $A_4$ ). Le cycle est bouclé en étirant à nouveau le matériau piézoélectrique (trajet  $A_4 \rightarrow A_1$ ).

Lefeuvre et al. [145] ont montré que les différentes techniques de SSHI (inductance montée en série ou en parallèle du générateur) conduisent approximativement à la même quantité d'énergie récupérée. Ils ont également montré que pour que cette énergie devienne indépendante de la résistance branchée à la sortie, il faut introduire une inductance après avoir redressé la tension. Cette remarque est intéressante car il n'est alors plus nécessaire d'adapter l'impédance de sortie en fonction des caractéristiques du générateur.

Pour Badel [28], il est possible d'utiliser cette technique avec un transducteur électromagnétique. Nous allons nous intéresser ici à l'influence d'un SSH sur la récupération d'énergie à l'aide d'un transducteur électromagnétique.

## 4.3.2.2 Description du SSH considéré

La figure 4.19 présente le système de switch retenu pour tenter de récupérer davantage d'énergie sans avoir à accorder la valeur de résistance de sortie en fonction des paramètres mécaniques. Ce dernier est toujours composé du même système masse-ressort de masse  $m$ , de pulsation naturelle  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}$  et de coefficient d'amortissement interne  $\xi_0 = \frac{c_0}{2m\omega_0}$ . La force  $f$  vient apporter de l'énergie à la structure mécanique. Nous chercherons à optimiser la puissance fournie à l'impédance  $Z$  par la bobine  $L_1$ . Nous supposons  $Z$  purement résistive pour simplifier les simulations numériques. À ce système nous avons adjoint deux bobines supplémentaires  $L_2$  et  $L_3$ , deux switches et une capacité  $C_2$  pour augmenter la quantité d'énergie accumulée par le système masse-ressort. Les résistances  $R_2$  et  $R_3$  vont permettre d'ajuster les temps de charge et de décharge du condensateur  $C_2$ .

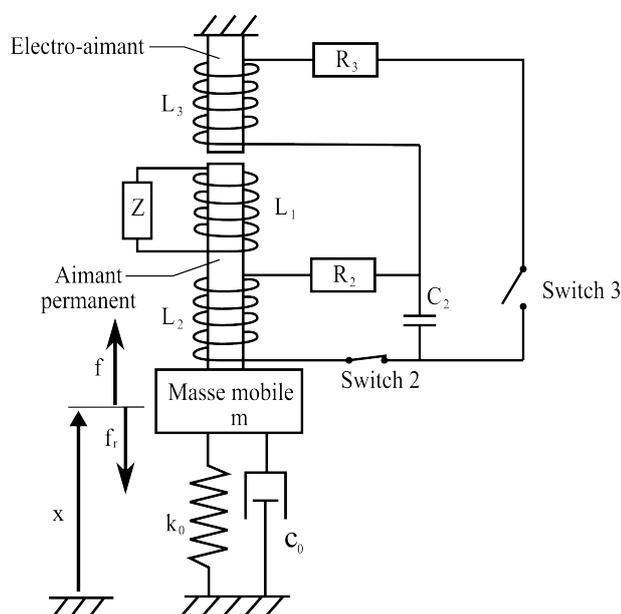


FIG. 4.19 – Principe du SSH appliqué aux transducteurs électromagnétiques

Le cycle représenté sur la figure 4.20 permet de comprendre sur quel principe on se base pour augmenter l'énergie mécanique entrant dans le récupérateur d'énergie. Celui-ci est représenté lorsque la masse mobile  $m$  a atteint un régime stabilisé. En  $A_1$ , lorsque la masse  $m$  a atteint son déplacement maximal  $+x_{max}$ , le switch 3 est fermé. Cela permet de convertir l'énergie préalablement stockée dans  $C_2$  en énergie mécanique par l'intermédiaire de la bobine  $L_3$ . L'effort est créé de façon quasi-instantanée dès la fermeture du switch 2 ce qui explique que l'on passe au point  $A_2$  (où l'effort appliqué sur  $m$  est plus élevé) tout en restant à l'abscisse  $+x_{max}$ . L'énergie est libérée progressivement de  $C_2$  jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus. Cela se produit au point  $A_3$ . Nous pouvons constater que la partie du cycle  $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3$  permet de fournir plus d'énergie à la structure que s'il n'y a pas de switches. Dès le point  $A_3$  atteint, le switch 3 est ouvert et le switch 2 fermé, ce qui permet de recharger le condensateur  $C_2$  que l'on vient de vider. La résistance  $R_2$  doit être choisie la plus faible possible pour que cette opération soit la plus rapide possible, c'est à dire égale à la somme des résistances internes de la bobine  $L_2$  et du condensateur  $C_2$ . La tension augmente jusqu'à ce que la vitesse atteigne sa valeur minimale en  $x = 0$  (point  $A_4$ ). À ce moment, le switch 2 est ouvert. Le système de récupération n'est alors constitué que de la bobine  $L_1$  et de l'impédance  $Z$ , il est donc normal de trouver que les modèles avec

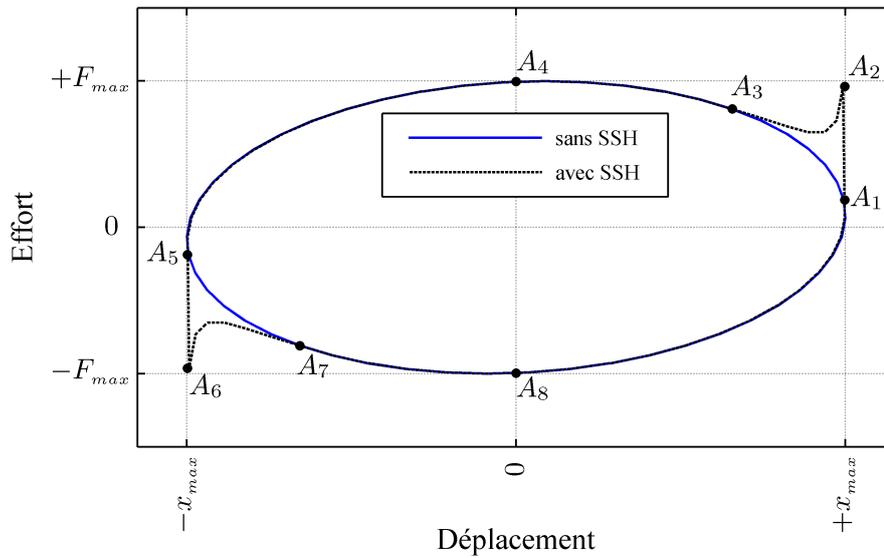


FIG. 4.20 – Principe du cycle énergétique des générateurs électromagnétiques de type SSH

SSH et sans SSH soient identiques sur le trajet  $A_4 \rightarrow A_5$ . En arrivant en  $A_5$ , le déplacement étant minimal ( $-x_{min}$ ), le switch 3 est fermé pour libérer l'énergie électrique présente dans  $C_2$  (trajet  $A_5 \rightarrow A_6 \rightarrow A_7$ ). Ensuite le switch 3 est ouvert et le switch 2 fermé pour charger  $C_2$  à nouveau sur le trajet  $A_7 \rightarrow A_8$ . Le switch 2 est ouvert pour réaliser le trajet permettant de fermer le cycle et de revenir au point  $A_1$ .

#### 4.3.2.3 Mise en équation

Trois phases sont à distinguer. La première est la décharge de  $C_2$  pour permettre de créer un effort supplémentaire sur la masse mobile  $m$ . La seconde est la conversion et le stockage d'une partie de l'énergie mécanique fournie sous forme d'énergie électrique dans  $C_2$ . La dernière phase est celle où les deux switchs sont ouverts.

Pour la mise en équation de ces trois phases, nous ferons l'hypothèse que les trois inductances citées ( $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$ ) sont négligées par rapport aux effets des résistances  $Z$ ,  $R_2$  et  $R_3$ . Chacune des résistances citées inclue la résistance interne des bobines 1, 2 et 3.

Notons  $C_{e1}$ ,  $C_{e2}$  et  $C_{e3}$  les coefficients de couplage respectifs des bobines 1, 2 et 3. Posons le coefficient d'amortissement  $\xi_1$  de la bobine 1 qui récupère de l'énergie :

$$\xi_1 = \frac{C_{e1}}{2m\omega_0 Z} \quad (4.38)$$

L'effort  $f$  représenté sur la figure 4.19 est celui imposé par l'accélération de la base de la structure.  $f_r$  représente l'effort de réaction généré par le récupérateur d'énergie.

En phase 1, le switch 2 est ouvert et le switch 3 fermé. Ce dernier sera gardé fermé le temps que le condensateur se décharge et crée l'effort supplémentaire  $f_{supl} = C_{e3}i_3$  sur  $m$ . C'est la valeur de la constante de temps  $\tau_3 = R_3 C_2$  qui détermine la durée de la décharge. Pour laisser suffisamment de temps au condensateur pour se recharger, nous chercherons à obtenir  $\tau_3 \approx \frac{T}{4}$  (où  $T$  est la période du cycle). Nous en déduisons donc que le mouvement de la masse  $m$  est régi par :

$$\ddot{x} + 2(\xi_0 + \xi_1)\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \frac{f}{m} + \frac{f_{supl}}{m} \quad (4.39)$$

Le bobinage  $L_3$  est constitué de manière à ce que  $f$  et  $f_{supl}$  soient toujours de même signe. En utilisant l'équation électrique de la décharge du condensateur, nous pouvons écrire que :

$$\frac{Q_2}{C_2} - \frac{C_{e3}}{m}\dot{x} = R_3 \frac{dQ_2}{dt} \quad (4.40)$$

car  $i_3 = -\frac{dQ_2}{dt}$  ( $Q_2$  est la charge stockée dans  $C_2$ ).

Si on suppose que le terme  $\frac{C_{e3}}{m}\dot{x}$  est négligeable devant  $\frac{Q_2}{C_2}$ , alors cette équation nous permet de retrouver que la constante de temps de la décharge est déterminée par  $C_2R_3$ . Cette hypothèse est vraie au départ comme  $\dot{x} \approx 0$  et  $\frac{Q}{C_2} \neq 0$ , et n'est plus vérifiée après la décharge de  $C_2$ . Dans le cas  $\frac{Q}{C_2} = C_e\dot{x}$ , il faut ouvrir le switch 3 et fermer le switch 2 pour arriver en phase 2.

La phase 2 consiste à charger  $C_2$ . Le switch 2 étant fermé, on a :

$$\ddot{x} + 2(\xi_0 + \xi_1)\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \frac{f}{m} - \frac{C_{e2}i_2}{m} \quad (4.41)$$

À cette équation il faut adjoindre l'équation électrique fixant la loi de charge du condensateur (sachant que  $i_2 = \frac{dQ_2}{dt}$ ) :

$$\frac{C_{e2}}{m}\dot{x} = R_2 \frac{dQ_2}{dt} + \frac{Q_2}{C_2} \quad (4.42)$$

Le système bascule en phase 3 quand la tension aux bornes de  $C_2$  atteint sa valeur extrême (maximale ou minimale). Cela se produit juste après que  $\dot{x}$  ait atteint son maximum ou minimum. Pour permettre un chargement rapide de  $C_2$ , il faut que  $R_2$  soit choisit la plus faible possible. Une fois cette tension extrême atteinte, le switch 2 est ouvert.

En phase 3 (les switches 2 et 3 sont tous deux en position ouverte), la masse  $m$  vérifie l'équation suivante :

$$\ddot{x} + 2(\xi_0 + \xi_1)\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \frac{f}{m} \quad (4.43)$$

Le système rebasculé en phase 1 quand  $x = \pm x_{max}$ .

#### 4.3.2.4 Résultats des simulations

Les simulations sont réalisées avec  $C_{e1} = 4 N.A^{-1}$ ,  $C_{e2} = C_{e3} = 2 N.A^{-1}$ ,  $\omega = \omega_0 = 178 \text{ rd.s}^{-1}$ ,  $\xi_0 = 0.2 \%$ ,  $m = 0.466 \text{ kg}$ ,  $C_2 = 8 \text{ mF}$ ,  $R_2 = 0.1 \Omega$ ,  $R_3 = 1 \Omega$  et  $Z = 25 \Omega$ .

Nous avons bien  $\tau_3 \approx \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega_0}$  et  $R_2C_2 \ll T$ . Comparons la puissance dissipée dans l'impédance  $Z$  dans le cas où nous utilisons des switches ( $P_2_{SSH}$ ) et quand nous n'en n'utilisons pas ( $P_2_{LIN}$ ). Dans ce dernier cas nous sommes simplement en présence d'un système linéaire.

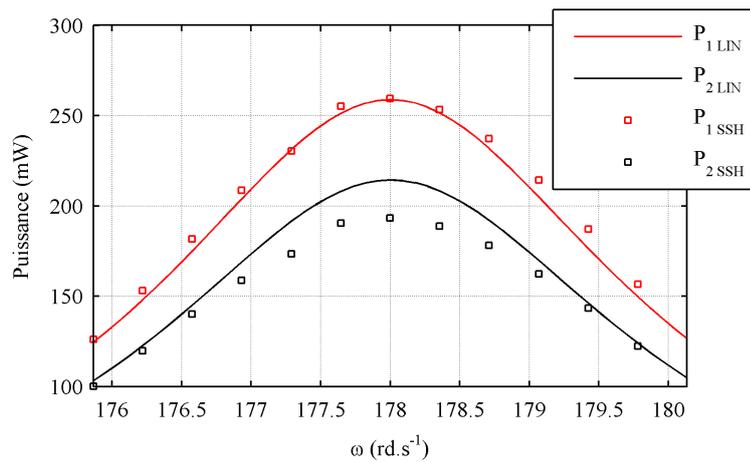


FIG. 4.21 – Évolution des puissances dans le cas SSH en fonction de la pulsation d'excitation (pour  $Z = 10 \Omega$ )

La figure 4.21 montre comment  $P_{2\text{ SSH}}$  et  $P_{2\text{ LIN}}$  évoluent. Nous avons également indiqué pour information les puissances fournies à la structure correspondant aux configurations SSH et linéaire. Celles-ci sont notées  $P_{1\text{ SSH}}$  et  $P_{1\text{ LIN}}$ . Remarquons que l'optimal de la puissance extraite dans le cas du SSH est toujours situé en  $\omega = \omega_0$  (pulsation de résonance du système masse-ressort en boucle ouverte).

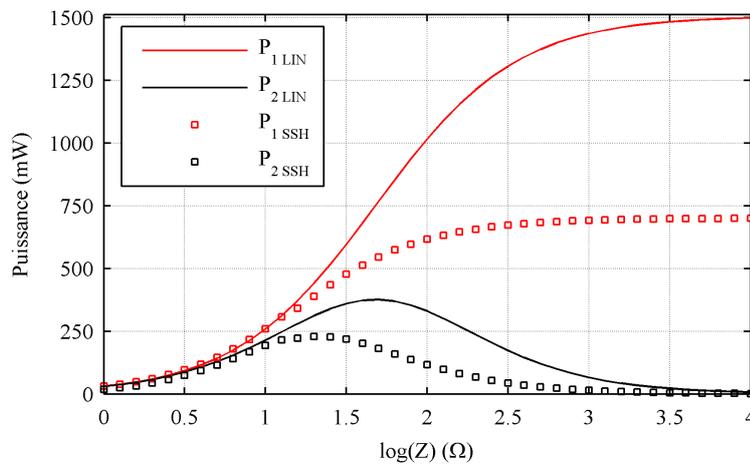


FIG. 4.22 – Évolution des puissances en fonction de la résistance  $Z$  quand la pulsation est ajustée sur celle de la structure en résonance

Nous pouvons cependant constater que  $\max(P_{2\text{ SSH}}) < \max(P_{2\text{ LIN}})$ . Ce n'est pas ce que nous nous attendions à obtenir, pourtant cette observation se généralise pour différentes valeurs de  $Z$ . En effet, la figure 4.22 nous montre que  $\max(P_{2\text{ SSH}}) < \max(P_{2\text{ LIN}})$  pour chaque  $Z$  entre  $1 \Omega$  et  $1\text{ k}\Omega$ .

Par conséquent l'utilisation de switch ne semble pas intéressante.

#### 4.3.2.5 Analyse des simulations

La technique du SSH, telle qu'elle a été mise en oeuvre, ne permet pas de récupérer davantage d'énergie qu'un feed-back linéaire. Ce phénomène est compréhensible. Lors des transferts

d'énergie une partie de celle-ci est dissipée par effet joule dans les résistances  $R_2$  et  $R_3$  et ce, même si  $Z \rightarrow \infty$ . Cela entraîne donc une augmentation de l'amortissement naturel de la structure. Si on se reporte à l'expression de  $P_2$  au point B du tableau 3.1, nous voyons que cette puissance est proportionnelle à l'inverse de l'amortissement. Il est donc normal de retrouver que la puissance récupérée a diminué dans le cas du SSH.

Il est possible d'obtenir la valeur de l'amortissement du SSH ( $\xi_{0\ SSH}$ ) en boucle ouverte à l'aide de la formule :

$$\xi_{0\ SSH} = \xi_0 \times \frac{P_{1\ LIN}(Z \rightarrow \infty)}{P_{1\ SSH}(Z \rightarrow \infty)} \quad (4.44)$$

En effet, il suffit de se reporter au tableau 3.1 et de prendre l'expression de  $P_1$  au point A. Il faut également supposer que le système avec SSH se comporte comme un système linéaire, hypothèse qui semble valide comme nous l'avons noté au paragraphe 4.3.1.4. En effet les simulations montrent que la non-linéarité de la boucle de rétroaction n'est pas assez forte pour perturber de façon conséquente la "linéarité" du système mécanique. Nous relevons sur la figure 4.22 que nous avons  $P_{1\ LIN} = 1507\ mW$  et  $P_{1\ SSH} = 700\ mW$  en  $Z = 10^5\ \Omega$ . Cela nous permet de déterminer que  $\xi_{0\ SSH} = 0.43\%$ .

Il est également possible de déterminer analytiquement l'impédance  $Z_{opt\ SSH}$  optimisant l'énergie récupérée dans le cas du SSH. Pour cela, nous utilisons l'impédance optimale donnée dans le tableau 3.1 au point B. Sachant qu'ici  $C_{e1} = C_e$ ,  $\omega_N = \omega_0$ ,  $a_{22} = \frac{1}{m}$  et qu'il faut remplacer  $\xi_N$  par  $\xi_{0\ SSH}$ , nous arrivons à l'expression :

$$Z_{opt\ SSH\ anal} = \frac{C_{e1}^2}{2m\xi_{0\ SSH}\omega_0} \quad (4.45)$$

L'application numérique de la formule ci-dessus donne  $Z_{opt\ SSH\ anal} = 22\ \Omega$  et les simulations numériques donnent  $Z_{opt\ SSH} = 20\ \Omega$ . Cela montre que la formule analytique permet de donner une bonne estimation de l'impédance optimisant la récupération d'énergie.

Par contre nous remarquons qu'à l'optimal nous ne retrouvons pas exactement que le rendement  $\eta = 0.5$ , comme le prédit le modèle analytique. En effet, nous relevons sur la figure 4.22 que  $P_{2\ SSH} = 230\ mW$  et  $P_{1\ SSH} = 388\ mW$  d'où le rendement en non linéaire  $\eta_{SSH\ opt} = \frac{P_{2\ SSH}}{P_{1\ SSH}} = 0.59$ . Vu cet écart de 20%, une évaluation analytique de la valeur de la puissance moyenne maximale extractible de la structure sera assez approximative et ne permettra d'obtenir qu'un ordre de grandeur.

## 4.4 Concevoir un système de récupération inertiel

La conception d'un récupérateur d'énergie inertiel commence par l'identification de la source d'énergie sur laquelle il est fixé et des besoins énergétiques du système à alimenter. Cela permet de déterminer la stratégie à adopter, puis de dimensionner le récupérateur d'énergie.

### 4.4.1 Choix d'une stratégie de récupération d'énergie non linéaire

Les études précédentes ont montré qu'il faut concevoir un récupérateur d'énergie qui entre en résonance à la pulsation d'excitation de la structure porteuse pour récupérer le maximum d'énergie. Elles ont également fait apparaître qu'il est préférable de récupérer de l'énergie à chaque période d'excitation. En effet, la récupération d'énergie sur une structure non stabilisée permet

d'extraire en moyenne au mieux 240 mW (cf. résultats du paragraphe 4.2.2.2), alors que l'on peut en récupérer 344 mW (cf. résultat du paragraphe 4.3.1.3) dans le cas d'une structure stabilisée avec un feed-back non linéaire. Par contre une stratégie de récupération d'énergie créant un état transitoire permet d'extraire de très fortes puissances instantanées comme l'ont montré les simulations sur la source d'énergie finie au paragraphe 4.2.1.

Les simulations montrent que le maximum de puissance est extrait en régime stabilisé quand l'amortissement électrique est égal à l'amortissement mécanique interne du récupérateur d'énergie. Que l'on prélève de l'énergie à chaque demi-période (redressement de la tension du transducteur) ou une seule fois par période (utilisation d'une seule diode), l'énergie récupérée est approximativement la même. La différence porte sur la valeur de l'impédance optimale de sortie.

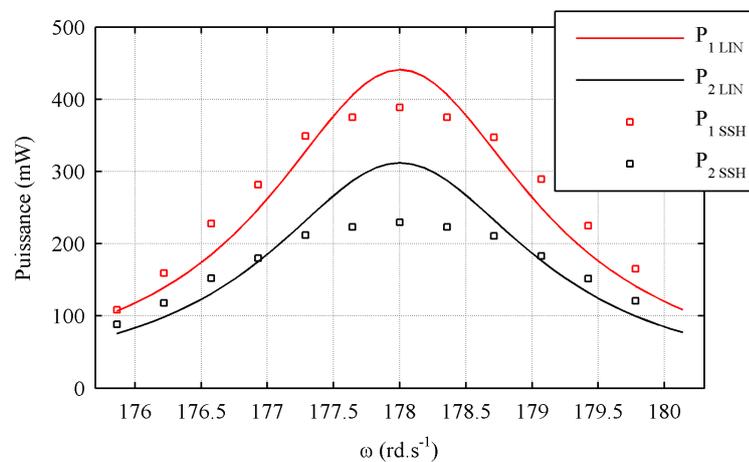


FIG. 4.23 – Évolution des puissances en fonction de la pulsation d'excitation quand l'impédance  $Z$  optimise la puissance récupérée par le SSH

L'étude du système avec SSH a montré que cette stratégie n'est pas intéressante quand des transducteurs électromagnétiques sont utilisés et ne permet pas de récupérer plus d'énergie en général. Si on se place proche de l'impédance  $Z_{opt\ SSH}$ , la largeur de bande augmente comme le montre la figure 4.23. Cette solution avec SSH peut donc devenir intéressante si on s'écarte de la fréquence de résonance ou si on désire agrandir la largeur de la bande fréquentielle sur laquelle le générateur électromagnétique doit fonctionner.

#### 4.4.2 Dimensionner le récupérateur d'énergie inertiel

Pour dimensionner un système de récupération d'énergie inertiel avec transducteur électromagnétique, il faut d'abord connaître la puissance qu'il doit être capable de générer. Elle est donnée par la formule de Williams et al. [105] :

$$P_{gen} = \frac{m\xi_T X_1^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^3 \omega^3}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left(2\xi_T \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (4.46)$$

$m$  est la valeur de la masse mobile,  $X_1$  le déplacement imposé à la base,  $\omega$  la pulsation d'excitation,  $\omega_0$  la pulsation de résonance en boucle ouverte du générateur et  $\xi_T$  l'amortissement total du récupérateur d'énergie. Ce dernier correspond à la somme des amortissements mécanique interne du système masse-ressort et électrique créé en alimentant une impédance.

Pour maximiser la puissance  $P_{gen}$ , il faut ajuster la pulsation de résonance  $\omega_0$  à celle de l'excitation  $\omega$ . Nous avons montré au chapitre 3 que pour maximiser la puissance extraite d'une structure flexible, il faut que  $\xi_T = 2\xi_0$ . La formule 4.46 est identique à celle de la puissance maximale extraite  $P_2$  donnée dans le tableau 3.1 au point B. Pour le constater, il suffit de noter que pour le système masse-ressort étudié nous avons  $a_{11} = \frac{1}{m}$ ,  $\xi_N = \xi_0$ ,  $\omega_N = \omega_0$  et  $f_1 = m\omega_0^2 X_1$  (comme la base du générateur est excitée par le déplacement  $X_1$ ).

D'après ces constatations, la puissance optimale produite  $P_{gen}$  évolue linéairement avec  $m$ . Cela veut dire qu'il est possible de déterminer la masse minimale pour atteindre la puissance souhaitée. Mais ceci nécessite la connaissance de la pulsation d'excitation  $\omega$  et du déplacement  $X_1$  imposé au générateur. Il faut également déterminer le coefficient d'amortissement naturel du récupérateur d'énergie  $\xi_0$ . Un essai mécanique réalisé sur la structure flexible utilisée (dans notre cas il s'agit du ressort) permet d'obtenir  $\xi_0$ .

Pour fixer les idées, le tableau 4.2 donne les puissances récupérables pour différentes masses, amortissements et accélérations. Dans ce tableau les accélérations maximales  $\ddot{x}_1 max$  ont été choisies pour créer un déplacement  $x$  de la masse mobile inférieur à 2 mm. Cette limite permet de rester en dessous de la contrainte élastique du matériau utilisé pour le ressort plat décrit à l'annexe E.

$f_0$ (Hz)	$\ddot{x}_1 max$ ( $m.s^{-2}$ )	$\max(x)$ (mm)	$\xi_0$ (%)	m (g)	$P_{gen}$ (mW)
2	0.003	1.9	0.5	1 010	0.009
	0.25	2	0.2	970	11
28	0.5	1.6	0.5	517	9
				970	17
70	2	1	0.5	1 034	118
120	2	0.35	0.5	700	47

TAB. 4.2 – Évaluation des puissances récupérables en fonction des conditions d'utilisation

Nous pouvons récupérer des puissances de l'ordre du milliwatt avec les contraintes que nous nous sommes imposées. Une fois la masse mobile du récupérateur d'énergie déterminée, il faut dimensionner la bobine (ou le nombre de bobines) en fonction des conditions d'utilisation.

Si on veut alimenter une impédance  $Z$  sans redressement de tension avec le maximum de puissance moyenne, il faut ajuster le coefficient de couplage  $C_e$  selon la formule 3.51. Comme l'a montré Stephen [140], cette impédance est celle qui maximise la puissance extraite de la structure mais ne maximise pas celle fournie à  $Z$ . Cet optimum est atteint si :

$$Z = R_b + \frac{C_e^2}{2m\xi_0\omega_0} \quad (4.47)$$

La puissance maximale fournie à  $Z$  vaut :

$$P_{Z \max} = \frac{f^2}{16m\xi_0\omega_0} \times \left(1 - \frac{R_b}{Z}\right) \quad (4.48)$$

Posons  $R_m$  la résistance équivalente créée par la structure mécanique. Elle est définie par :

$$R_m = \frac{C_e^2}{2m\xi_0\omega_0} \quad (4.49)$$

Comparons la puissance maximale fournie à  $Z$  par rapport à celle extractible de la structure (noté  $P_2 \max$ ). On trouve alors que :

$$\frac{P_{Z \max}}{P_2 \max} = \frac{1}{1 + \frac{R_b}{R_m}} \quad (4.50)$$

Il faut diminuer au maximum les pertes dans la résistance interne de la bobine pour maximiser la puissance fournie à  $Z$ . En transformant l'équation 4.47, on obtient la valeur du coefficient de couplage à adopter pour que la puissance dissipée dans  $Z$  soit maximisée :

$$C_{e \text{ opt}} = \sqrt{2m\xi_0\omega_0(Z - R_b)} \quad (4.51)$$

Pour obtenir ce couplage, nous utiliserons plusieurs bobines l'une à la suite de l'autre tout comme Thomas von Büren [29] l'a expérimenté. Le principe du montage utilisé est celui représenté sur la figure 4.24.

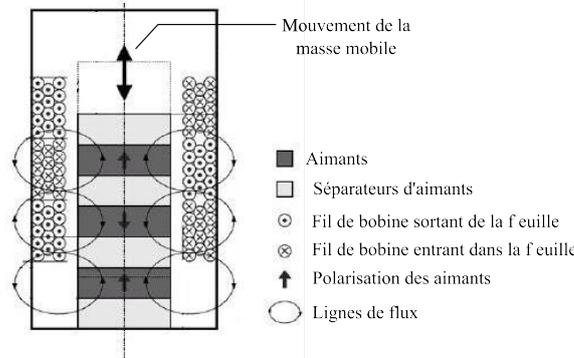


FIG. 4.24 – Principe de montage des bobines par rapport aux aimants [29]

La masse mobile est constituée d'aimants placés en opposition qui se déplacent à travers un empilement de bobines. Nous allons supposer que tous les composants utilisés ont les mêmes caractéristiques. Il est possible d'avoir une estimation de la résistance interne ( $R_{b/b}$ ) de chaque bobine, à l'aide de la formule :

$$R_{b/b} = \rho_{el} \frac{NL_1}{S_{fil}} \quad (4.52)$$

où  $\rho_{el}$  est la résistivité du conducteur choisi (le cuivre est généralement employé car il a une faible résistivité  $\rho_{el \text{ Cu}} = 18 \times 10^{-9} \Omega.m$ ),  $N$  le nombre d'enroulements de la bobine,  $L_1$  la longueur d'un enroulement de bobine et  $S_{fil}$  la section du conducteur électrique.

Pour être capable d'extraire le maximum de puissance de la structure, il faut donc que l'impédance optimale  $Z_{opt}$  soit supérieure à la résistance interne totale. Cela se traduit par l'inégalité

suivante :

$$n^2 \frac{(NBL_1)^2}{2m\xi_0\omega_0} > n\rho_{el} \frac{NL_1}{S_{fil}} \quad (4.53)$$

$n$  représente le nombre de bobines considérées et  $B$  la valeur du champ magnétique des aimants. On en déduit donc que le nombre minimal de bobines à utiliser est de :

$$n \geq \rho_{el} \frac{2m\xi_0\omega_0}{NB^2L_1S_{fil}} \quad (4.54)$$

Si on considère un module électronique de récupération d'énergie tel que celui présenté sur l'annexe D (module EH300A), il faut de plus garantir de produire une tension minimale à l'entrée du système de récupération d'énergie. Cela nous amène à écrire que :

$$n(NBL_1)\dot{x}_{max} \geq V_0 \quad (4.55)$$

où  $V_0$  représente la tension minimale nécessaire à l'entrée du module électronique de récupération d'énergie. Comme en boucle ouverte la vitesse maximale du système masse-ressort vaut  $\dot{x}_{max} = \frac{\omega_0 X_1}{2\xi_0}$ , on en déduit le nombre minimal de bobines nécessaires :

$$n \geq \frac{2\xi_0}{NBL_1\omega_0 X_1} V_0 \quad (4.56)$$

Le dimensionnement du récupérateur d'énergie inertiel dépend essentiellement de la puissance qu'il peut fournir pour une accélération donnée. Il faut également tenir compte de l'électronique utilisée pour obtenir la tension nécessaire et ainsi éviter d'avoir à ajouter un multiplicateur de tension.

### 4.4.3 Présentation du prototype conçu

Le prototype de récupération d'énergie inertiel conçu est constitué d'une masse mobile et d'un ressort. La masse mobile est notamment composée d'aimants de forme cylindrique se déplaçant à travers des bobines fixées sur le bâti du récupérateur d'énergie. La figure 4.25 montre les principaux éléments constitutifs. Pour réduire l'encombrement, un ressort plat a été utilisé. L'annexe E donne plus de détails sur la conception du récupérateur d'énergie.

Pour pouvoir s'adapter à différentes fréquences d'excitation, nous avons choisi de pouvoir monter des masses additionnelles sur l'axe mobile (axe sur lequel sont montés les aimants). Pour augmenter encore la gamme des fréquences utilisables, nous nous sommes également laissé la possibilité de placer plusieurs ressorts (qui peuvent avoir des épaisseurs variables). Ils sont insérés dans l'assemblage "Fixation de ressort" représenté sur la figure 4.26 (pour plus de détails consulter les plans de l'annexe E).

Les bobines sont placées de telle façon que le flux qui les traverse soit maximisé quand les aimants se translatent. Les aimants sont montés en alternant leur polarisation pour que les lignes de champs sortent de l'axe sur lequel ils sont fixés (comme indiqué sur la figure 4.24).

Un accéléromètre est placé sur l'axe mobile. Deux intégrations successives permettent de déterminer le déplacement  $x_2$ . Le fait d'utiliser plusieurs bobines non connectées permet de faire varier le coefficient de couplage  $C_e$  et la tension de sortie en les plaçant en série. Cela permet également de faire varier artificiellement le coefficient d'amortissement en plaçant une ou plusieurs bobines en court-circuit.

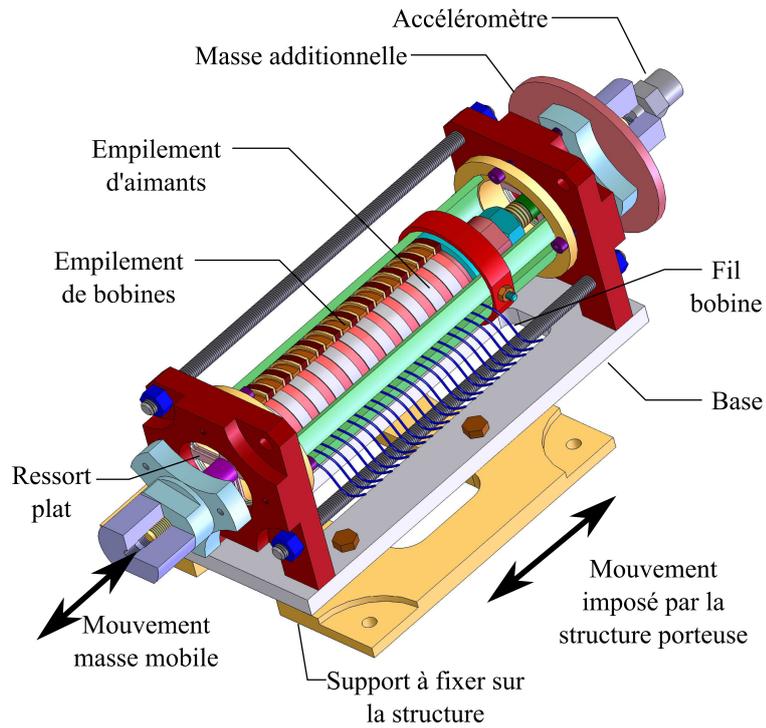


FIG. 4.25 – Vue en perspective du récupérateur d'énergie conçu

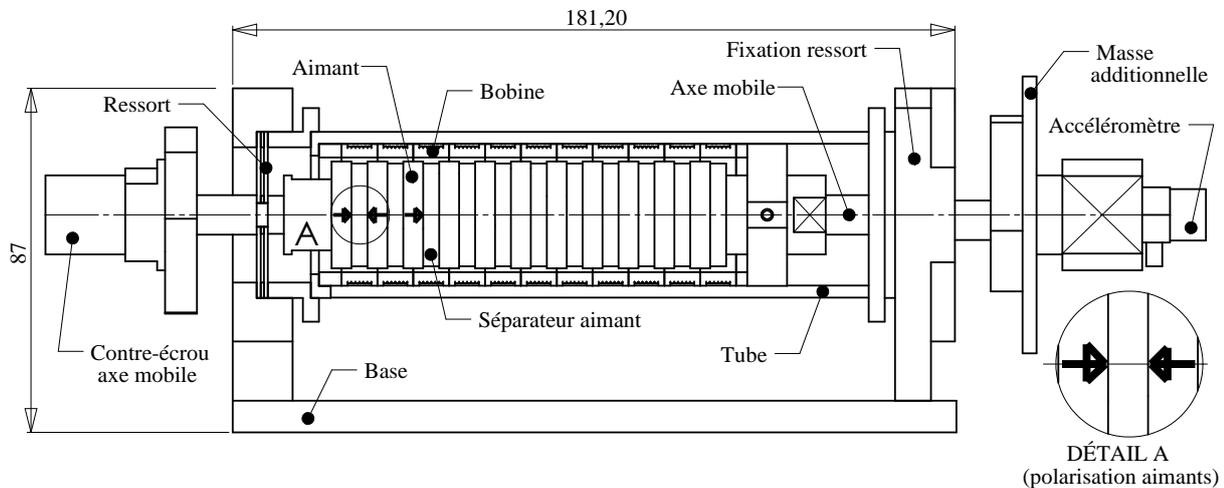


FIG. 4.26 – Vue en projection du récupérateur d'énergie

## 4.5 Validation expérimentale

Dans cette partie, nous voulons valider expérimentalement les résultats des simulations dans le cas d'un circuit non linéaire. Nous commencerons par donner les caractéristiques mécaniques du récupérateur d'énergie avant de passer aux études expérimentales des puissances fournies et converties.

## 4.5.1 Caractéristiques mécaniques du récupérateur d'énergie

### 4.5.1.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 4.27. Il est constitué d'un pot vibrant LING qui excite le récupérateur d'énergie étudié. La force appliquée est mesurée grâce à une cellule de force placée entre la tige du pot vibrant et la table sur laquelle est monté le récupérateur d'énergie. La table est maintenue sur le bâti par des poutres flexibles pour la guider en translation. Cela lui donne une rigidité que l'on modélise par un ressort  $k_1$  sur la figure 4.28.

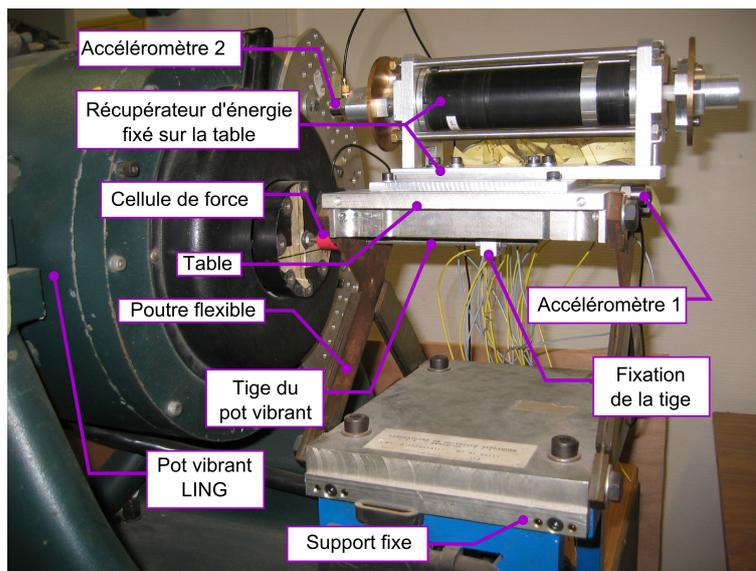


FIG. 4.27 – Photo annotée du dispositif expérimental

L'accéléromètre 1 est monté encastré sur la table du pot vibrant et l'accéléromètre 2 est fixé sur l'axe mobile du récupérateur d'énergie. Notons que ce dernier est monté en sens opposé par rapport à l'accéléromètre 1. Cela implique que l'on mesure  $(-\ddot{x}_2)$  et non  $\ddot{x}_2$ . Ces capteurs permettent de déterminer les puissances entrantes et sortantes.

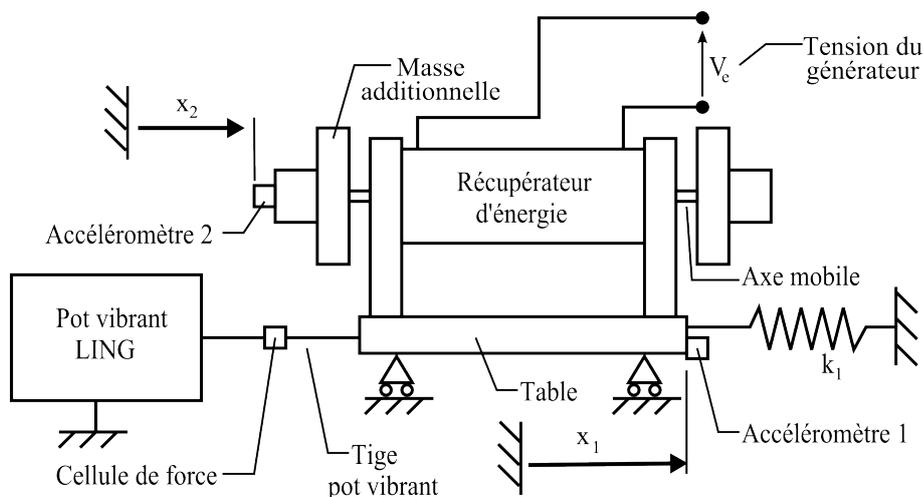


FIG. 4.28 – Schématisation du dispositif expérimental

Le récupérateur d'énergie est constitué d'une masse mobile  $m$  maintenue par deux ressorts. Ceux-

ci sont modélisés par le ressort de rigidité  $k_2$  représenté sur la figure 4.29. La masse de la table mobile avec les éléments du récupérateur d'énergie encastrés sur la table sont représentés par  $M$ . Les mesures des accélérations  $\ddot{x}_1$  et  $\ddot{x}_2$  suivies de deux intégrations successives permettent d'en déduire les déplacements  $x_1$  et  $x_2$ . Il n'y a pas de frottements à l'intérieur des bobines. L'amortisseur  $c_m$  représente les pertes internes du récupérateur d'énergie. L'amortisseur  $c_e$  représente les pertes créées par la récupération d'énergie.  $f_1$  est la force imposée par la tige du pot vibrant. C'est elle qui fixe l'accélération  $\ddot{x}_1$  à la base du récupérateur d'énergie. Rappelons que  $f$  est la force d'inertie imposée à la masse  $m$  et qu'elle vaut  $f = -m\ddot{x}_1$ . Elle apparaît si on étudie la masse  $m$  dans un référentiel fixé à  $M$ .

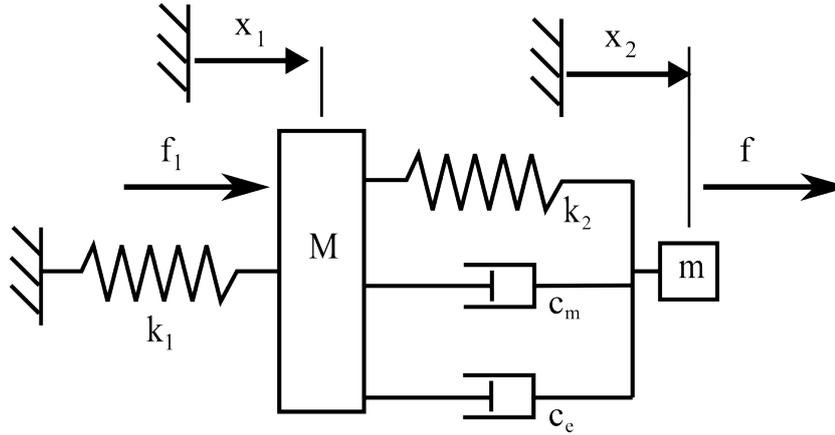


FIG. 4.29 – Modélisation du dispositif expérimental

Écrivons le principe fondamental de la dynamique appliqué d'abord à  $m$ , puis à  $M$ .

$$\begin{cases} 0 &= m\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) \\ f_1 &= M\ddot{x}_1 + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2(x_1 - x_2) + k_1x_1 \end{cases} \quad (4.57)$$

avec  $c_2 = c_m + c_e$ .

Par sommation on obtient :

$$f_1 = M\ddot{x}_1 + m\ddot{x}_2 + k_1x_1 \quad (4.58)$$

En prémultipliant cette équation par  $\dot{x}_1$  et en faisant une intégration sur le temps pendant une période  $T$ , on en déduit la puissance moyenne fournie :

$$\frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}_1 f_1 dt = \frac{1}{T} \left[ \frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} k_1 x_1^2 \right]_0^T + \frac{1}{T} \int_0^T m \dot{x}_2 \dot{x}_1 dt \quad (4.59)$$

Sur une période en régime établi, nous avons une variation d'énergie mécanique nulle. Cela se traduit par  $\frac{1}{T} \left[ \frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} k_1 x_1^2 \right]_0^T = 0$ . En faisant une intégration par parties, nous obtenons la puissance mécanique moyenne fournie :

$$P_1 = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}_1 f_1 dt = \frac{1}{T} [m \dot{x}_2 \dot{x}_1]_0^T - \frac{1}{T} \int_0^T m \dot{x}_2 \ddot{x}_1 dt \quad (4.60)$$

Comme on suppose le système placé dans un régime stabilisé, nous avons  $[\dot{x}_2 \dot{x}_1]_0^T = 0$ , ce qui amène :

$$P_1 = -\frac{1}{T} \int_0^T m \ddot{x}_1 \ddot{x}_2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T f \ddot{x}_2 dt \quad (4.61)$$

On peut donc déterminer la puissance moyenne fournie au récupérateur d'énergie uniquement par les mesures des accélérations  $\ddot{x}_1$  et  $\ddot{x}_2$  dans le cas où la valeur de la masse mobile  $m$  est connue.

#### 4.5.1.2 Caractérisation du prototype

Le prototype testé est constitué d'une masse mobile  $m = 0.686 \text{ kg}$  et de deux ressorts plats d'épaisseur 0.8 mm (ce qui correspond à une rigidité de  $50\,600 \text{ N.m}^{-1}$  par ressort). La figure 4.30 représente la fonction de transfert  $\ddot{x}_2/\ddot{x}_1$  obtenue expérimentalement en boucle ouverte (c'est à dire sans récupération d'énergie). Cette mesure permet de déterminer expérimentalement la fréquence de résonance ( $f_{0 \text{ exp}} = 62.3 \text{ Hz}$ ) du récupérateur d'énergie. Cette valeur est proche de celle théorique  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \times 50600}{0.686}} \approx 61.1 \text{ Hz}$ . L'erreur ( $< 2\%$ ) vient du fait que l'on ne connaît pas exactement le module d'Young du cuivre au béryllium utilisé pour réaliser les ressorts plats. Le modèle théorique est donc recalé pour coïncider avec la pulsation de résonance expérimentale. De cette FRF nous pouvons constater que nous avons bien un mode isolé.

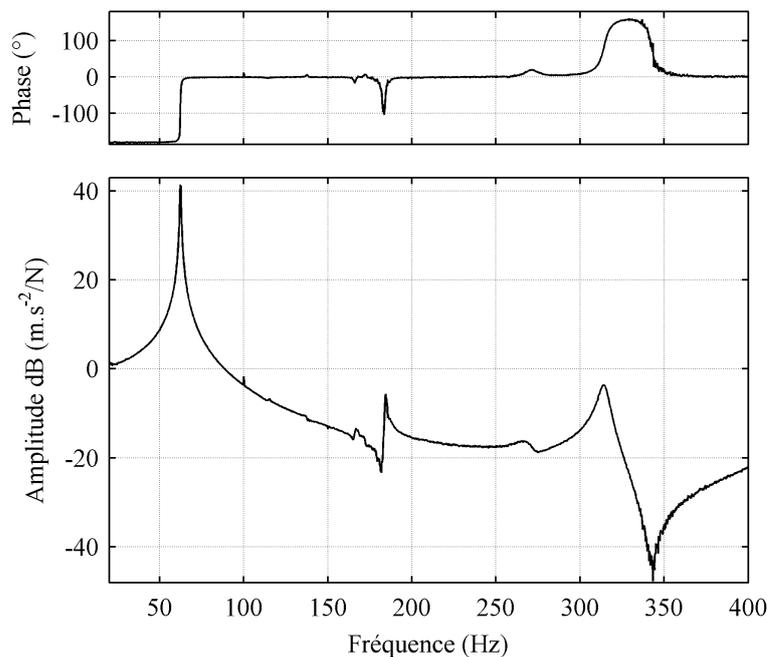


FIG. 4.30 – FRF expérimentale  $\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_1}$  du récupérateur d'énergie en boucle ouverte

Les FRF ne changent pas si le niveau de l'accélération  $\ddot{x}_1$  imposé à la structure est modifié ou en balayant les fréquences en sens croissant ou décroissant. Le système en boucle ouverte est donc bien linéaire. Les mesures expérimentales montrent que l'amortissement naturel du récupérateur d'énergie est de  $\zeta_0 = 0.4 \%$  dans ce cas. L'énergie est principalement dissipée lors de la déformation des ressorts. Il s'agit de l'amortissement minimal qui pourra être réalisé. Par contre il est possible d'augmenter l'amortissement du récupérateur d'énergie en plaçant une ou

plusieurs bobines en court-circuit.

Nous avons observé une rupture de la lame de ressort lorsque l'accélération  $\ddot{x}_2$  de la masse mobile dépasse  $120 \text{ m.s}^{-2}$ . Cela correspond à déformer le ressort de plus de 2 mm. Dans ce cas la contrainte dépasse celle de rupture (qui est à peine supérieure à la contrainte élastique comme le matériau a été durci). Pour ne pas avoir de problèmes de rupture, nous avons limité l'accélération imposée pour que celle de la masse mobile ne dépasse pas  $100 \text{ m.s}^{-2}$ .

Il faut également déterminer le coefficient de couplage  $C_e$  des bobines sur une gamme de fréquences autour de celle de résonance pour caractériser le système de récupération d'énergie. Le coefficient de couplage est déterminé par la relation  $fem = C_e[\dot{x}_2 - \dot{x}_1]$ . En utilisant les fonctions de transfert  $\|Fem/\ddot{X}_1\|$  et  $\|\ddot{X}_2/\ddot{X}_1\|$ , on arrive à :

$$C_e = \omega \frac{\left\| \frac{Fem}{\ddot{X}_1} \right\|}{\left\| 1 - \frac{\ddot{X}_2}{\ddot{X}_1} \right\|} \quad (4.62)$$

Cette expression est valide dans le cas où le système est en boucle ouverte. Si au contraire celui-ci est bouclé sur une impédance purement résistive ( $Z$ ), nous devons évaluer la force électromotrice ( $fem$ ) à l'aide de la mesure d'intensité  $i_e$  du circuit. Connaissant la résistance interne totale des bobines  $R_b$  et  $Z$ , nous pouvons déterminer la  $fem$  à l'aide de la formule  $fem = (R_b + Z)i_e$ .

Diverses sections de conducteurs ont été testées pour créer les bobines. Sachant que nous voulons produire le maximum de tension avec le minimum de résistance interne dans un encombrement imposé, nous avons retenu la solution utilisant un fil de cuivre de diamètre 0.35 mm et comptant 120 enroulements. Cette configuration permet d'atteindre une tension de 4 volts si toutes les bobines (11 au total) sont placées en série pour une accélération  $\ddot{x}_2$  maximale de 10 g. Ce voltage permet de faire fonctionner le module de récupération d'énergie EH300A. Pour cette section de conducteurs, la résistance totale des 11 bobines placées en série reste limitée à  $R_b = 27.5 \Omega$ , valeur déterminée à l'aide d'un ohmmètre. La résistance interne moyenne par bobine vaut  $R_{b/b} = 2.5 \Omega$ . En mesurant séparément chaque bobine, on trouve une résistance interne variant entre  $2.4 \Omega$  et  $2.6 \Omega$  (écart maximum de  $\pm 4\%$  par rapport à la valeur de  $R_{b/b}$ ).

À partir de l'équation 4.62, nous obtenons la valeur du coefficient de couplage représenté sur la figure 4.31. Nous pouvons constater sur cette courbe que  $C_e$  ne dépend effectivement ni de la pulsation imposée ni du coefficient d'amortissement (qui varie en fonction de  $R$ ). Nous prendrons comme valeur moyenne pour les 11 bobines :  $C_e = 23.4 \text{ N.A}^{-1}$ .

Des mesures complémentaires confirment que chaque bobine prise individuellement donne un coefficient de couplage de  $C_{e/b} = 2.1 \text{ N.A}^{-1}$  (avec un écart maximum de  $\pm 5\%$ ).

## 4.5.2 Résultats expérimentaux

### 4.5.2.1 Vérification des puissances dans le cas linéaire

Le but ici est de vérifier que l'on peut bien évaluer la puissance fournie à la structure à l'aide des mesures de  $\ddot{x}_1$  et  $\ddot{x}_2$  selon la formule 4.61. Nous allons également valider que le prototype permet de produire les puissances annoncées théoriquement. Pour cela, nous allons brancher en sortie du récupérateur d'énergie une résistance  $a$  que l'on va faire varier.

En boucle ouverte, il faut prendre  $\omega = \omega_0$  pour maximiser la puissance fournie. Selon la figure 4.30, nous voyons qu'à cette pulsation  $\max(\ddot{x}_2) \approx 100 \times \max(\ddot{x}_1)$ . Cela veut dire que la masse  $m$

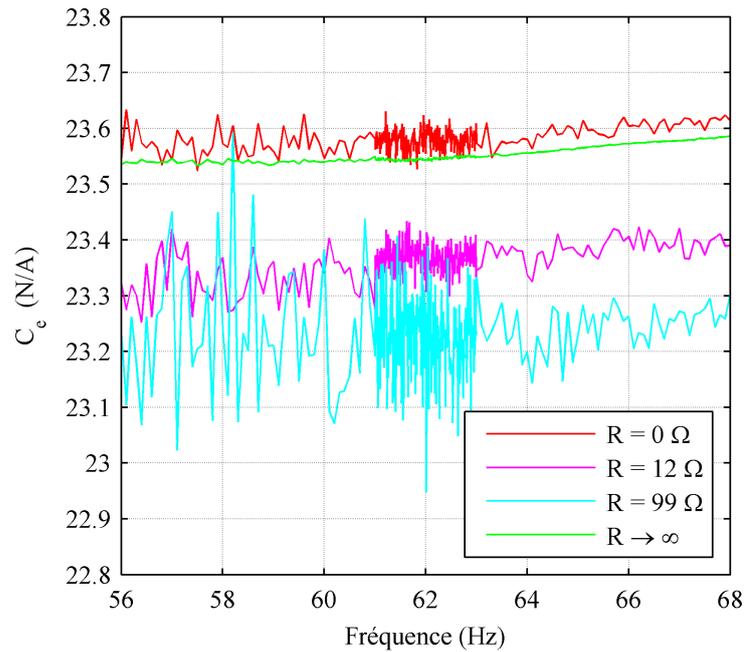


FIG. 4.31 – Évolution de  $C_e$  expérimental en fonction de la fréquence

crée une force inertielle ( $m\ddot{x}_2$ ) importante comme  $m = 0.686 \text{ kg}$ . Celle-ci perturbe l'accélération sinusoïdale imposée  $\ddot{x}_1$  et se traduit par une déformation de ce signal, ce qui nous empêche de faire une estimation correcte de la puissance fournie quand le système est peu amorti. Nous observons expérimentalement que la perturbation du signal  $\ddot{x}_1$  devient négligeable quand  $m$  est soumise à un amortissement total supérieur à 0.3%. Ceci explique notre choix d'augmenter artificiellement  $\xi_0$ . En plaçant deux des onze bobines en court-circuit, nous obtenons un nouvel amortissement naturel  $\xi_{0 \text{ 2b cc}} = 0.90 \%$ .

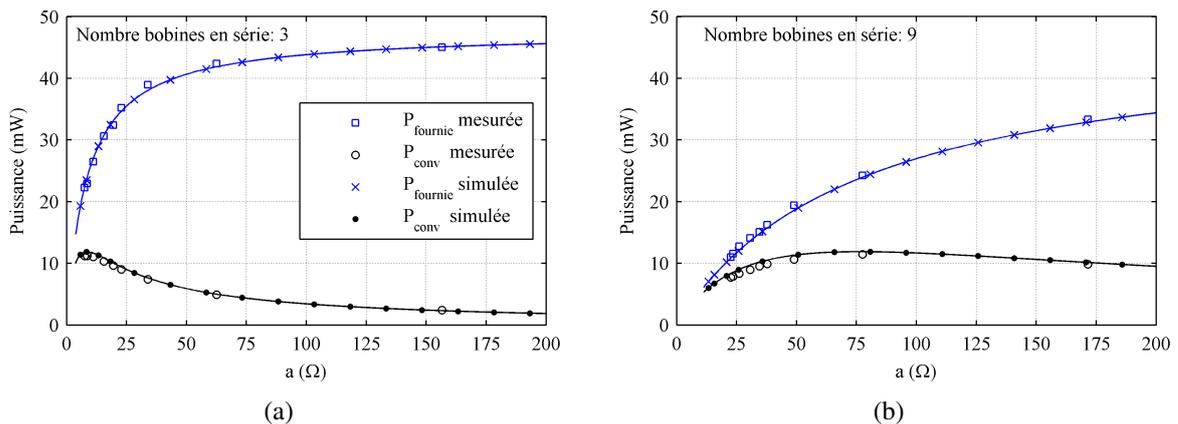


FIG. 4.32 – Puissance maximale en fonction de la partie résistive  $a$  du feed-back linéaire avec (a) 3 bobines - (b) 9 bobines

La figure 4.32a montre l'évolution de la puissance fournie  $P_{fournie}$  et de la puissance convertie  $P_{conv}$  quand 3 bobines sont placées en série. Nous avons reporté sur cette figure les puissances simulées. Notons que celles-ci correspondent respectivement aux puissances  $P_1$  et  $P_2$  définies au chapitre 3. La figure 4.32b représente les mêmes évolutions de puissance quand on récupère

de l'énergie à partir de 9 bobines placées en série.

La comparaison des différentes puissances montre qu'il y a une bonne correspondance entre le modèle théorique recalé et les mesures expérimentales. L'utilisation de la formule 4.61 est donc validée pour déterminer la puissance fournie au récupérateur d'énergie.

Notons que la résistance maximisant la puissance récupérée dépend du coefficient de couplage  $C_e$  (cf. formule de  $a$  au point  $B$  du tableau 3.1). En effet, cette valeur varie en changeant le nombre de bobines placées en série dans le circuit de récupération d'énergie. Sur la figure 4.32a, le coefficient de couplage vaut  $C_{e/3b} = 6.3 \text{ N.A}^{-1}$  et sur la figure 4.32b il vaut  $C_{e/9b} = 18.9 \text{ N.A}^{-1}$ . L'augmentation de celui-ci permet d'augmenter la valeur de la résistance optimale. Il faut donc tenir compte de la valeur de la résistance du système électronique à alimenter pour déterminer  $C_e$  lors de la conception du récupérateur d'énergie.

On notera que si  $C_{e/3b} = 6.3 \text{ N.A}^{-1}$ , alors on peut extraire au moins 90 % de la puissance maximale récupérable (c'est à dire avoir  $P_{conv} \geq 10 \text{ mW}$ ) si  $a \in [4.6 \text{ } \Omega; 15.8 \text{ } \Omega]$ . En prenant  $C_{e/9b} = 18.9 \text{ N.A}^{-1}$ , on obtient  $P_{conv} \geq 10 \text{ mW}$  tant que  $a \in [40 \text{ } \Omega; 140 \text{ } \Omega]$ . On voit que la gamme de résistances permettant de récupérer au moins 90% de la puissance maximale extractible augmente quand  $C_e$  croît. La robustesse du récupérateur d'énergie est donc accrue en choisissant le couplage le plus élevé possible.

#### 4.5.2.2 Récupération d'énergie à l'aide d'un montage utilisant une ou plusieurs diodes

Le système de récupération d'énergie est étudié expérimentalement en phase stabilisée. L'optimisation est réalisée en considérant le circuit électrique représenté sur la figure 4.13. Deux cas de figure sont envisagés pour l'ajustement de la tension de sortie. Le premier utilise une seule diode (cf. figure 4.14a) et le second un pont de diode (cf. figure 4.14b). Des diodes Schottky (modèle BAT54 [40]) ont été choisies car elles ont une faible tension seuil (de l'ordre de 0.25 V).

La structure est excitée à une fréquence proche de celle de résonance ( $f_0 = 62 \text{ Hz}$ ). Nous regarderons l'évolution des puissances moyennes fournies, converties et dissipées en fonction de la résistance  $Z$  et de la capacité  $C$ . Elles sont déterminées à partir de l'équation 4.36.

Le but de cette expérimentation est de mesurer la valeur maximale  $P_{conv}$ . Elle doit également servir à vérifier que celle-ci est optimale quand l'amortissement total, défini par :

$$\xi_T = \frac{c_m + c_e}{2m\omega_0} \quad (4.63)$$

vaut le double de l'amortissement en boucle ouverte.

Pour déterminer celui-ci, il faut reprendre la modélisation du dispositif expérimental de la figure 4.29. Cela nous permet d'écrire que :

$$H = \frac{s^2 x_2}{s^2 x_1} = -\frac{2\xi_T \omega_0 s + \omega_0^2}{s^2 + 2\xi_T \omega_0 s + \omega_0^2} \quad (4.64)$$

La FRF  $H$  est maximale quand  $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi_T^2} \approx \omega_0$  et vaut :

$$\max(\|H\|) = \frac{1}{2\xi_T \sqrt{1 - \xi_T^2}} \approx \frac{1}{2\xi_T} \quad (4.65)$$

L'approximation est justifiée car  $\xi_T \ll 1$ . L'amortissement total de la structure est donc déterminé expérimentalement en maximisant la FRF  $H$ .

Les mesures du tableau 4.3 sont effectuées quand  $C = 4 \text{ mF}$ . Ici une des onze bobines du récupérateur d'énergie est placée en court-circuit et les dix autres sont utilisées en série pour la récupération d'énergie. Pour que les puissances soient comparables, nous fixerons la densité de puissance  $P_\rho$  (cf. équation 2.15). La pulsation d'excitation étant fixée à  $\omega = \omega_0 = 2\pi f_0 \approx 390 \text{ rd.s}^{-1}$ , il suffit de fixer l'accélération maximale  $\ddot{x}_1$ . Imposons  $\max(\ddot{x}_1) = 1 \text{ m.s}^{-2}$ .

$Z$ ( $\Omega$ )	Utilisation 1 seule diode				Utilisation pont de diodes			
	$P_{fournie}$ ( $mW$ )	$P_{conv}$ ( $mW$ )	$P_Z$ ( $mW$ )	$\xi_T$ (%)	$P_{fournie}$ ( $mW$ )	$P_{conv}$ ( $mW$ )	$P_Z$ ( $mW$ )	$\xi_T$ (%)
1	53.7	30.1	0.8	1.72	39.9	28.5	0.4	2.47
8.1	55.8	27.5	2.7	1.73	44.5	31.2	3.3	2.22
12	57.4	30.2	3.7	1.62	46.8	32.3	4.7	2.12
26.4	60.9	28.9	6.9	1.58	53.7	35.4	8.9	1.85
55	70.4	36.2	11.1	1.29	64.1	38.8	14.5	1.54
99.2	75.2	30.8	15.1	1.24	76.4	40.8	19.2	1.30
149	83.6	33.0	17.4	1.09	84.2	40.1	21.4	1.16
564	-	-	-	-	109.8	29.6	20.0	0.83
$\infty$	108.6	0	0	0.66	148.8	0	0	0.63

TAB. 4.3 – Synthèse des résultats expérimentaux pour une capacité  $C = 4 \text{ mF}$  et  $\max(\ddot{x}_1) = 1 \text{ m.s}^{-2}$

On constate que chacun des circuits (avec 1 seule diode ou un pont de diodes) présente sa propre impédance optimale  $Z_{opt}$  qui maximise  $P_{conv}$ . Nous lisons dans le cas où la tension n'est pas redressée que  $\max(P_{conv}) = 36.2 \text{ mW}$  pour  $Z = 55 \Omega$  ( $= Z_{opt}$ ). Si elle est redressée nous obtenons au mieux  $P_{conv} = 40.8 \text{ mW}$  pour  $Z = 76.4 \Omega$ .

Dans les deux cas, on observe que la puissance maximale convertie est proche de celle obtenue dans le cas linéaire. En effet, dans le cas non redressé le tableau 3.1 nous dit qu'au mieux nous pouvons convertir  $35.4 \text{ mW}$  (ce qui nous donne une erreur de l'ordre de 2% par rapport à la valeur mesurée).

Si la tension est redressée alors nous aurions dû être capable d'extraire  $37.1 \text{ mW}$  selon le modèle linéaire. L'erreur est un peu plus grande (elle atteint 10%). Ceci peut s'expliquer par le fait que ce système s'écarte un peu plus du modèle linéaire car il y a le double de phases diode passante - diode non passante par cycle par rapport au cas précédent.

Notons que redresser la tension permet d'obtenir une puissance maximale convertie supérieure d'environ 13 % par rapport au cas non redressé. Nous confirmons donc les résultats numériques du paragraphe 4.3.1.2 dans le cas non linéaire :  $P_{conv}$  maximale est approximativement la même que l'on redresse la tension ou non.

Nous observons aussi dans les deux cas que l'impédance maximisant  $P_{conv}$  est celle qui permet de s'approcher au mieux du double de l'amortissement en boucle ouverte.

Sur le tableau 4.4, nous avons uniquement indiqué l'impédance  $Z_{opt}$  optimisant  $P_{conv}$ . Nous retrouvons bien que celle-ci est maximisée quand  $\xi_T \approx 2\xi_0$  pour chaque valeur de  $C$  testée. En effet, dans le cas où une seule diode est utilisée nous devons imposer  $1.17\% \leq \xi_T \leq 1.29\%$  pour maximiser  $P_{conv}$  quand  $\xi_0 = 0.66\%$ . Dans le cas d'un pont de diodes, nous avons  $1.20\% \leq \xi_T \leq$

$C$ (mF)	Utilisation 1 seule diode					Utilisation pont de diodes				
	$Z_{opt}$ ( $\Omega$ )	$P_{fournie}$ (mW)	$P_{conv}$ (mW)	$P_Z$ (mW)	$\xi_T$ (%)	$Z_{opt}$ ( $\Omega$ )	$P_{fournie}$ (mW)	$P_{conv}$ (mW)	$P_Z$ (mW)	$\xi_T$ (%)
0	26.4	68.5	34.6	13.7	1.28	55	70.2	37.6	16.0	1.30
0.22	99.2	76.7	32.3	15.1	1.17	99.2	79.8	41.1	17.4	1.20
1	99.2	77.7	31.7	15.1	1.18	99.2	77.5	41.2	18.0	1.26
4	55	70.4	36.2	11.1	1.29	99.2	76.4	40.8	19.2	1.30

TAB. 4.4 – Synthèse des résultats expérimentaux pour différentes capacités où l'impédance est optimisée ( $\max(\ddot{x}_1) = 1 \text{ m.s}^{-2}$ )

1.30% pour  $\xi_0 = 0.63\%$ .

On observe également que  $P_{conv}$  optimale reste relativement constante quand  $C$  varie. Si on utilise une seule diode, on trouve qu'en moyenne  $P_{conv} \approx 34 \text{ mW}$  (à  $\pm 7\%$ ) et si on utilise un pont de diode on obtient  $P_{conv} \approx 40 \text{ mW}$  (à  $\pm 6\%$ ). Notons que ces variations auraient été plus faibles si  $\xi_T$  avait pu être pris plus proche de  $2\xi_0$ . Nous rejoignons donc ce que nous avons observé sur les simulations de la figure 4.16 : la puissance maximale  $P_{conv}$  ne dépend pas de  $C$ . Notons enfin que  $\max(P_{conv})$  est légèrement inférieur avec le système comprenant une diode qu'avec un pont de diode. Cette différence s'explique par le fait que  $\xi_0$  est plus élevé si la tension n'est pas redressée. Cette petite différence d'amortissement est due au fait que les diodes Schottky laissent passer un courant de fuite lorsque la diode est supposée être non passante. Cette phase étant plus longue lorsque la tension n'est pas redressée, cela explique que l'amortissement  $\xi_0$  soit supérieur quand une seule diode est utilisée.

#### 4.5.2.3 Récupération d'énergie à l'aide du module EH300A

Dans cette partie, nous allons essayer de maximiser expérimentalement la puissance extraite du prototype à l'aide du module de récupération d'énergie EH300A (décrit en détail dans l'annexe D).

Le montage utilisé est celui représenté sur la figure 4.33. Dix bobines du prototype sont connectées en série et la onzième est court-circuitée. L'amortissement naturel de la structure mécanique a ainsi été artificiellement augmenté pour permettre une bonne mesure de l'accélération  $\ddot{x}_1$  quand  $Z$  devient grand. Le prototype est excité à sa base par une force sinusoïdale de pulsation  $\omega$  et choisie égale à  $\omega_0$  (pulsation de résonance du système masse-ressort en boucle ouverte) pour maximiser l'énergie entrante dans la structure.

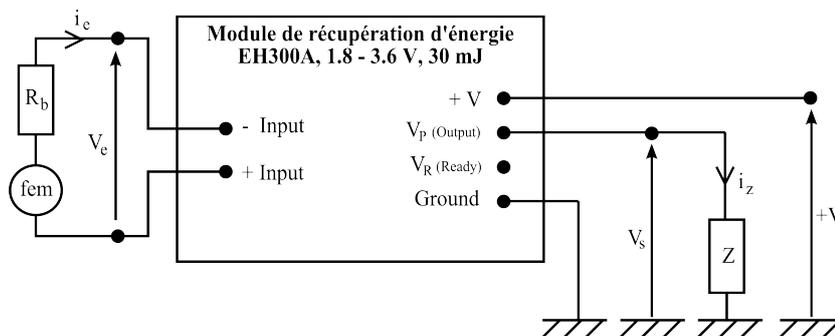


FIG. 4.33 – Montage expérimental du module EH300A

Le module de récupération d'énergie EH300A laisse la sortie  $V_p$  fermée tant que la tension disponible  $+V$  n'a pas atteint la tension  $V_H = 3.6$  volts (cf. figure 4.34). En pratique, il faut alimenter l'entrée  $V_e$  avec une tension d'au moins 4 volts en raison des dissipations internes du module. Une fois la sortie ouverte, celle-ci le reste tant que la tension  $+V$  est supérieure à  $V_L = 1.8$  volts (c'est à dire  $t_1 \leq t \leq t_2$ ). Dès que le canal  $+V < V_L$ , la sortie  $V_p$  se ferme. Il faut alors de nouveau attendre que  $+V$  atteigne une tension de 3.6 volts, ce qui arrive à l'instant  $t_3$ , pour ouvrir à nouveau  $V_p$ .

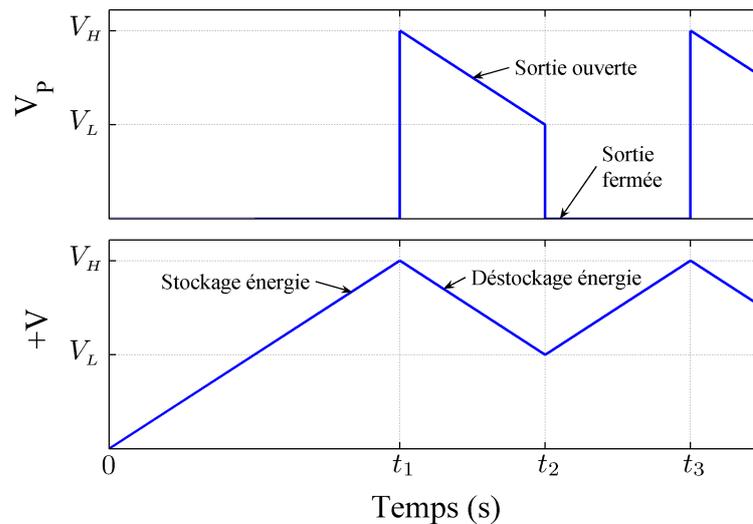


FIG. 4.34 – Phases de fonctionnement du module EH300A (extrait de la documentation technique annexe D)

L'énergie apportée par le pot vibrant LING à chaque période  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$  étant peu élevée, il faut réaliser un certain nombre de cycles avant que le module EH300A n'ouvre sa sortie  $V_p$ . Le premier chargement est le plus long car dans ce cas la tension  $+V$  part de zéro (module entièrement déchargé) et non pas de  $V_L$  (comme il le fera par la suite pour  $t \geq t_1$ ). Nous ne nous intéressons pas à ce premier cycle (entre  $t = 0$  et  $t = t_1$ ) mais à celui où  $+V$  varie entre  $V_L = 1.8$  V et  $V_H = 3.6$  V (c'est à dire entre  $t = t_1$  et  $t = t_3$ ). En effet c'est dans cette configuration que l'on va réaliser la récupération d'énergie la majorité du temps.

Nous allons nous intéresser à l'effet des discontinuités créées par la succession des phases de stockage et de déstockage de l'énergie récupérée. Pour voir leurs effets sur la structure mécanique, nous allons observer l'évolution des puissances moyennées  $P_{fournie}$ ,  $P_{conv}$  et  $P_Z$  déterminées sur chaque période  $T = 16$  ms de la masse mobile  $m$  (comme défini à l'équation 4.36). La figure 4.35 montre leur évolution sur un cycle complet du module EH300A (une phase de charge puis de décharge) qui dure  $T_{cycle} = 4.55$  s et représente 260 périodes  $T$ .

Sur cette figure, nous avons également tracé les puissances moyennées sur la durée du cycle  $T_{cycle}$ . Celles-ci sont déterminées à l'aide des formules suivantes :

$$\begin{cases} P_{fournie}^{moy} = \frac{1}{T_{cycle}} \int_0^{T_{cycle}} P_{fournie}^{inst} dt \\ P_{conv}^{moy} = \frac{1}{T_{cycle}} \int_0^{T_{cycle}} P_{conv}^{inst} dt \\ P_Z^{moy} = \frac{1}{T_{cycle}} \int_0^{T_{cycle}} P_Z^{inst} dt \end{cases} \quad (4.66)$$

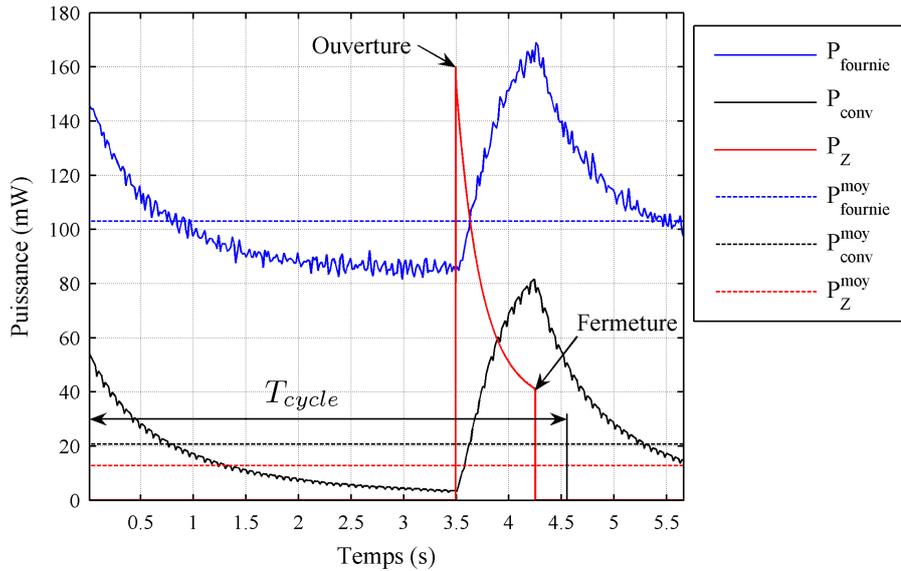


FIG. 4.35 – Mesures des puissances dans le cas où la sortie du module EH300A s’ouvre et se ferme

La variation de  $P_{fournie}$  est logique car le pompage d’énergie par le module EH300A dépend du temps. Évidemment cela influe sur l’amortissement créé sur  $m$ . Mais si on observe de plus près l’évolution de  $P_{fournie}$ , on s’aperçoit que celle-ci diminue jusqu’à ce que la sortie  $V_P$  s’ouvre. Cela n’est pas logique car juste avant l’ouverture de  $V_P$ , il n’y a que très peu d’énergie qui peut entrer dans le module EH300A. En effet celui-ci a presque atteint la limite de ce qu’il peut absorber. Une fois la sortie  $V_P$  ouverte, le module peut extraire davantage d’énergie mécanique de la masse mobile, ce qui augmente l’amortissement de la masse  $m$  et devrait conduire à une diminution de  $P_{fournie}$  entre les instants  $t = 3,5$  s et  $t = 4,55$  s. Or nous observons le contraire sur la figure 4.35. L’explication vient du fait que l’amplitude de l’accélération  $\ddot{x}_1$  varie au cours du cycle d’ouverture et de fermeture de  $V_P$ . La figure 4.36 montre l’évolution de cette amplitude (notée  $\ddot{x}_{1\ max}$ ) au cours du temps pour chaque période  $T$ .  $\ddot{x}_{1\ max}$  est donné par la formule suivante :

$$\ddot{x}_{1\ max}(nT) = \frac{2}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} \ddot{x}_1^2 dt \quad \text{avec } n \in \mathbb{N} \quad (4.67)$$

Sur cette courbe on voit que  $\ddot{x}_{1\ max}$  est minimale quand la sortie s’ouvre et maximale quand  $V_P$  se ferme. Cela explique donc la variation de la puissance fournie. Elle a lieu car le pot vibrant LING n’est pas suffisamment puissant pour ne pas être perturbé par les changements d’inertie de la masse mobile  $m$ . Notre source d’énergie mécanique ne peut donc pas être considérée comme infinie. Il n’a pas été possible de diminuer le niveau de l’accélération  $\ddot{x}_1$ , car le module

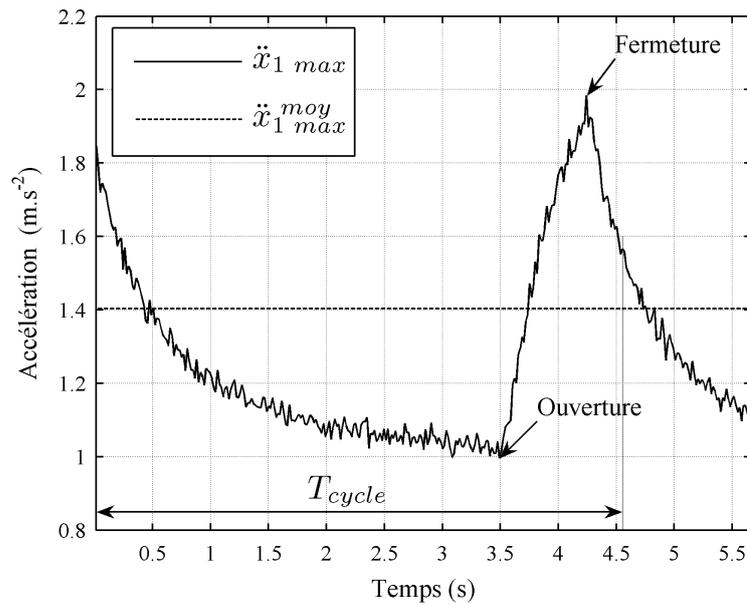


FIG. 4.36 – Évolution de l'amplitude de  $\ddot{x}_1$  dans le cas où la sortie du module EH300A s'ouvre et se ferme

EH300A nécessite une tension d'alimentation  $V_e \geq 4 V$ , ce qui nous impose de nous placer à la limite autorisée  $\max(\ddot{x}_2) = 100 m.s^{-2}$ .

Pour comparer les puissances fournies et converties lorsque nous faisons varier la résistance  $Z$ , nous avons besoin de fixer une accélération moyenne imposée  $\ddot{x}_1^{moy}$ . Celle-ci est calculée sur le temps de cycle  $T_{cycle}$  du module EH300A à l'aide de la formule :

$$\ddot{x}_1^{moy} = \frac{2}{T_{cycle}} \int_0^{T_{cycle}} \ddot{x}_1^2 dt \quad (4.68)$$

Le tableau 4.5 fait la synthèse des puissances  $P_{fournie}$ ,  $P_{conv}$  et  $P_Z$  quand  $Z$  varie. Les puissances données ont été divisées par  $(m.\ddot{x}_1^{moy})^2$  pour se ramener à la puissance engendrée par une force imposée sur  $m$  dont l'amplitude est unitaire tout comme pour les puissances exprimées dans le tableau 3.1.

$Z$ ( $\Omega$ )	$\ddot{x}_1^{moy}$ ( $m.s^{-2}$ )	$T_{cycle}$ (s)	$P_{fournie}^{moy}$ (mW)	$P_{conv}^{moy}$ (mW)	$P_Z^{moy}$ (mW)	$\xi_T^{moy}$ (%)
26.4	1.35	3.4	122.9	32.4	12.8	0.74
67	1.37	4.2	137.2	35.6	13.5	0.75
	1.19	8.5	139.3	18.7	8.0	0.68

TAB. 4.5 – Synthèse des résultats expérimentaux pour différents niveaux d'excitation  $\ddot{x}_1^{moy}$  et impédances de sortie  $Z$  (dans le cas où la sortie du module EH300A se ferme durant le cycle)

Ici nous n'arrivons pas à obtenir un système stabilisé comme  $T_{cycle} > T$ . Cela s'explique par le fait que la quantité d'énergie sortante (celle dissipée dans  $Z$ ) est supérieure à celle entrante. Il faut donc que la sortie se bloque tant que l'accumulateur du module EH300A n'est pas rechargé. L'amortissement total  $\xi_T$  étant variable, nous avons défini l'amortissement total moyen  $\xi_T^{moy}$  sur la durée totale du cycle  $T_{cycle}$  :

$$\xi_T^{moy} = \frac{1}{2} \times \frac{\ddot{x}_1^{moy} \max}{\frac{2}{T_{cycle}} \int_0^{T_{cycle}} (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1)^2 dt} \quad (4.69)$$

Notons que l'optimum de puissance convertie est obtenu quand  $\xi_T^{moy}$  prend sa valeur maximale. Ceci semble logique car nous approchons alors du double de l'amortissement en boucle ouverte ( $\xi_0 = 0.62\%$ ). Il n'a pas été possible d'atteindre expérimentalement  $\xi_T^{moy} = 2\xi_0$  sur une structure non stabilisée en raison des limites mécaniques du système conçu.

Par contre nous avons pu obtenir ces conditions à l'aide du module EH300A en régime stabilisé, c'est à dire lorsque la sortie du dispositif reste en permanence ouverte. Il faut pour cela que l'énergie sortante soit égale à l'énergie entrante, condition réalisée si la résistance  $Z$  est suffisamment grande ( $Z \geq 68 \Omega$ ) et permet de garantir  $V_H \geq +V \geq V_L$ .

La figure 4.37 montre comment évoluent les puissances instantanées  $P_{fournie}^{inst}$ ,  $P_{conv}^{inst}$  et  $P_Z^{inst}$  quand  $Z = 68 \Omega$ . Deux périodes  $T = 0.016 s$  sont représentées.

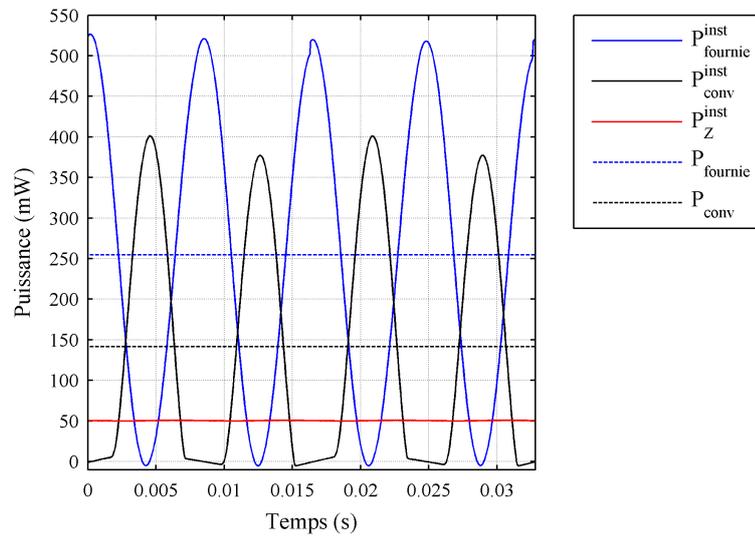


FIG. 4.37 – Mesures dans les cas où la sortie du module EH300A est ouverte en permanence

Les résultats sont ramenés à une force  $f$  unitaire afin de pouvoir comparer les valeurs de la puissance convertie quand  $Z$  varie. Le système étant stabilisé, nous pouvons utiliser les puissances moyennes définies à l'équation 4.36. L'amortissement total  $\xi_T$  peut alors être déterminé sur la période  $T$  à l'aide de la formule :

$$\xi_T = \frac{1}{2} \times \frac{\ddot{x}_1 \max}{\frac{2}{T} \int_0^T (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1)^2 dt} \quad (4.70)$$

La synthèse des résultats est donnée dans le tableau 4.6. Le maximum de puissance est obtenu quand  $\xi_T = 1.18 \%$ . Ce n'est pas la valeur la plus proche de  $2\xi_0$  comme  $\xi_0 = 0.62 \%$ . Notons néanmoins que pour la valeur la plus proche de l'amortissement théorique optimal (c'est à dire  $\xi_T = 1.25 \%$ ), nous trouvons  $P_{conv} = 46.9 mW$ . Cette valeur est à peine inférieure à la valeur maximale (diminution de 3%) et peut s'expliquer par les incertitudes de mesures qui entraînent des erreurs sur l'évaluation de  $\xi_0$  et de  $P_{conv}$ . En revanche nous retrouvons effectivement que

$Z$ ( $\Omega$ )	$\ddot{x}_1 \max$ ( $m.s^{-2}$ )	$P_{fournie}$ ( $mW$ )	$P_{conv}$ ( $mW$ )	$P_Z$ ( $mW$ )	$\xi_T$ (%)
68	2.81	69.6	43.5	13.7	1.35
81.4	2.89	72.2	43.6	15.1	1.30
	2.47	75.9	46.9	15.3	1.25
99.2	2.28	79.9	48.2	16.3	1.18
149	1.95	87.0	45.6	17.5	1.06
564	1.48	110.1	61.6	13.5	0.79
$\infty$	1.29	126.7	0	0	0.62

TAB. 4.6 – Synthèse des résultats expérimentaux pour différents couples ( $\ddot{x}_1 \max$ ,  $Z$ ) avec la sortie du module EH300A ouverte en permanence

si  $\xi_T$  s'écarte de  $2\xi_0$  alors la valeur de  $P_{conv}$  diminue. Cela confirme donc que le maximum d'énergie est extrait de la structure flexible quand l'amortissement total est proche du double de l'amortissement sans récupération d'énergie.

#### 4.5.2.4 Synthèse des mesures

Les expérimentations ont montré que toutes les puissances optimales ont été obtenues quand l'amortissement total est proche de  $2\xi_0$ . Cela confirme ce que les simulations avaient annoncé (dans le cas d'une diode ou d'un pont de diodes) et vient du fait que la structure mécanique ne s'écarte pas trop du comportement linéaire. Il est alors possible d'estimer (de façon approximative) la puissance maximale que l'on peut extraire du prototype. D'après le modèle linéaire, nous pouvons extraire  $36 \text{ mW}$  si l'on considère un amortissement moyen en boucle ouverte de  $\xi_0 = 0.64\%$ . Cette puissance estimée est effectivement du même ordre de grandeur que celle obtenue expérimentalement. Notons que cette dernière varie tout de même un peu en fonction du type de montage branché en sortie du récupérateur d'énergie. En effet, avec une diode on obtient au mieux  $P_{conv} = 36.2 \text{ mW}$  (pour  $C = 4 \text{ mF}$ ), avec un pont de diode  $P_{conv} = 41.2 \text{ mW}$  (pour  $C = 1 \text{ mF}$ ) et avec le module EH300A  $P_{conv} = 48.2 \text{ mW}$  (pour  $Z = 99.2 \Omega$ ). On peut expliquer une partie de cette différence par le fait que l'amortissement en boucle ouverte a légèrement changé. En effet, chaque système crée une dissipation qui lui est propre en boucle ouverte,  $\xi_0$  a donc varié entre  $0.62\%$  et  $0.66\%$ . Le maximum d'énergie est convertit lorsque  $\xi_0$  est minimisée. La variation de  $\xi_0$  restant faible, elle n'est pas la seule responsable des variations observées sur  $P_{conv}$ . Pour l'expliquer, il faut analyser le rendement de la conversion  $\eta = \frac{P_{conv}}{P_{fournie}}$  quand  $P_{conv}$  est optimisé. Pour une diode on obtient  $\eta = 0.51$  (en  $C = 4 \text{ mF}$ ), pour un pont de diodes  $\eta = 0.53$  (en  $C = 1 \text{ mF}$ ) et pour le module EH300A  $\eta = 0.60$  (en  $Z = 99.2 \Omega$ ). Nous voyons donc que plus nous avons introduit de non linéarités dans le circuit de récupération, plus nous avons augmenté le rendement à l'optimum. Cela tend à montrer que les non linéarités permettent d'augmenter la quantité d'énergie récupérée.

## 4.6 Synthèse de la récupération d'énergie avec un circuit non linéaire

Si le but est de produire de fortes puissances instantanées, il faut récupérer rapidement l'énergie mécanique stockée dans la structure mécanique, qui subit alors un régime transitoire. Le maximum de puissance est obtenu en adaptant la valeur de la capacité de stockage.

Les simulations ont montré qu'il est préférable de choisir une stratégie qui permet d'entretenir une structure dans un régime stabilisé. Elles ont également montré que l'utilisation d'un switch crée une augmentation des pertes internes lors du transfert des énergies et n'améliore donc pas les résultats. En effet pour maximiser la puissance convertie il faut diminuer au maximum les pertes internes, c'est à dire minimiser l'amortissement en boucle ouverte (comme nous le suggère le modèle analytique développé au chapitre 3).

Dans le cas où le circuit de récupération d'énergie est non linéaire, nous avons observé que pour maximiser la puissance extraite il faut satisfaire l'égalité des amortissements électrique et mécanique (comme cela a été obtenu dans le cas linéaire au chapitre précédent). Le modèle analytique du chapitre 3 permet de fournir une estimation de la puissance que l'on est capable d'extraire du récupérateur d'énergie.

Notons également que la récupération d'énergie influence le dispositif excitation (le pot vibrant LING) comme nous l'avons observé au paragraphe 4.5.2.3. Cela signifie que la source d'énergie mécanique ne peut pas être considérée comme infinie. Dans le chapitre suivant, nous allons donc nous intéresser à l'effet de la récupération d'énergie sur la structure porteuse quand celle-ci ne possède pas une énergie infinie.

# Chapitre 5

---

## Conception optimisée d'un système de récupération d'énergie inertiel accordé

---

Dans ce chapitre, nous souhaitons étudier l'effet des couplages induits entre notre système de récupération (étudié au chapitre 4) possédant une dynamique interne et la structure porteuse. Le générateur n'étant plus directement alimenté par un réservoir d'énergie, nous allons devoir optimiser ses paramètres de masse, de pulsation de résonance et d'amortissement pour maximiser le transfert d'énergie en tenant compte des caractéristiques de la structure support.

Nous commencerons par décrire le montage étudié, ensuite nous testerons différentes stratégies pour optimiser la puissance récupérée. Puis nous utiliserons les simulations numériques pour identifier les paramètres permettant de maximiser la puissance en vue d'en déduire les paramètres de conception optimaux. Nous terminerons ce chapitre par une synthèse.

### 5.1 Système étudié

Nous allons d'abord décrire le montage considéré, puis nous développerons sa modélisation. Celle-ci servira à déterminer l'expression analytique de la puissance récupérée.

#### 5.1.1 Montage du récupérateur d'énergie sur une source d'énergie finie

Nous allons nous intéresser aux transferts d'énergie lorsque le récupérateur d'énergie n'est pas monté directement sur un réservoir d'énergie. Il est fixé sur une structure porteuse modélisée par la masse  $M_1$ , le ressort  $k_1$  et l'amortisseur visqueux  $c_1$  (figure 5.1). Il est composé d'une masse  $m$  attachée par un ressort de rigidité  $k_2$  sur la structure support  $M_1$ . Les amortisseurs visqueux  $c_e$  et  $c_m$  représentent respectivement les effets du circuit électrique et les pertes mécaniques internes.

Nous allons uniquement étudier un feed-back de type linéaire. Nous supposerons l'influence de l'inductance de la bobine du transducteur électromagnétique négligeable car nous ne considérerons pas de circuits dont la valeur de la résistance est trop faible. Cela implique que la récupération d'énergie agit comme un amortisseur purement visqueux d'origine électrique.

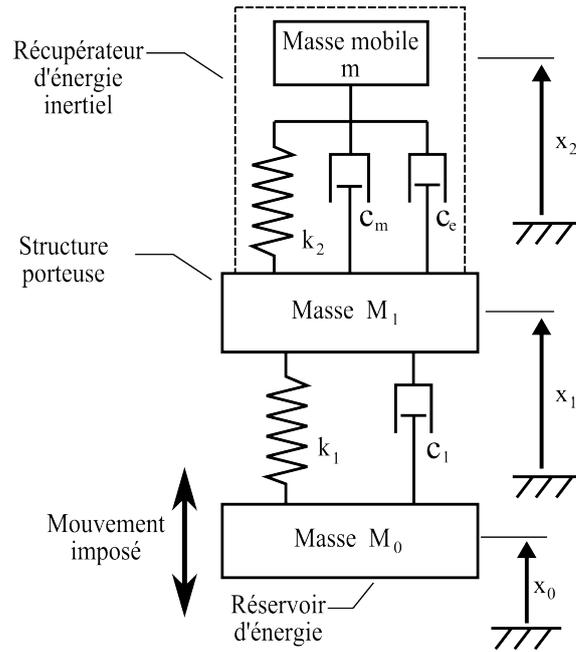


FIG. 5.1 – Montage du récupérateur d'énergie sur une structure porteuse d'énergie finie

### 5.1.2 Mise en équation du problème

Pour connaître les transferts d'énergie qui s'opèrent, il faut déterminer les déplacements  $x_1$  et  $x_2$  représentés sur la figure 5.1 en fonction de celui imposé à  $M_0$ . Écrivons le principe fondamental de la dynamique appliqué aux masses  $m$  et  $M_1$  :

$$\begin{cases} m\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) = 0 \\ M_1\ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + k_1(x_1 - x_0) = c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) \end{cases} \quad (5.1)$$

où  $c_2 = c_m + c_e$ .

Introduisons la grandeur adimensionnelle liée à la masse  $\mu$  définie par  $\mu = \frac{m}{M_1}$ . En appliquant la transformée de Laplace et en regroupant les termes, nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{X_2}{X_1} = \frac{2j\xi_2\omega_2\omega + \omega_2^2}{2j\xi_2\omega_2\omega + \omega_2^2 - \omega^2} \\ \frac{X_1}{X_0} = \frac{(2j\xi_1\omega_1\omega + \omega_1^2) \times (2j\xi_2\omega_2\omega + \omega_2^2 - \omega^2)}{(2j\xi_1\omega_1\omega + \omega_1^2 - \omega^2) \times (2j\xi_2\omega_2\omega + \omega_2^2 - \omega^2) - \mu\omega^2(2j\xi_2\omega_2\omega + \omega_2^2)} \end{cases} \quad (5.2)$$

avec  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{M_1}}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m}}$ ,  $\xi_1 = \frac{c_1}{2M_1\omega_1}$  et  $\xi_2 = \frac{c_2}{2m\omega_2}$ .

Il est alors possible de connaître les déplacements  $x_1$  et  $x_2$  en fonction de l'entrée  $x_0$ . Cela nous permettra de déterminer la puissance récupérée en fonction de la donnée d'entrée  $x_0$  (qui est lié à la densité du puissance  $P_p$  disponible dans le réservoir).

### 5.1.3 Expression de la puissance moyenne récupérée

Lorsque le système de récupération extrait de l'énergie de la structure porteuse  $M_1$ , un effort de réaction  $f_r$  est créé sur  $M_1$ . D'après le système d'équation 3.2, on a  $f_r = C_e i_e$  ( $C_e$  est le coefficient de couplage du récupérateur d'énergie et  $i_e$  l'intensité qui circule à travers le transducteur électromagnétique). En se servant de la deuxième loi de couplage du système et de l'équation électrique du transducteur bouclé sur une résistance, on arrive à :

$$F_r = C_e^2 \frac{j\omega(X_1 - X_2)}{R} \quad (5.3)$$

$R$  représente la résistance totale de la boucle de rétroaction (incluant la résistance interne de la bobine). L'inductance de la bobine est négligée. L'expression de la puissance moyenne récupérée ( $P_r$ ) est donnée par :

$$P_r = \frac{1}{2} \Re \left[ \overline{(\dot{X}_2 - \dot{X}_1)} F_r \right] = \frac{1}{2} \Re \left[ -j\omega \overline{(X_2 - X_1)} C_e^2 \frac{j\omega(X_2 - X_1)}{R} \right] \quad (5.4)$$

Cette fonction doit être maximisée. Sachant qu'un déplacement  $x_0$  (ou bien une accélération) est imposé sur la masse  $M_0$ ,  $P_r$  peut être mis sous la forme :

$$P_r = \frac{C_e^2 \|X_0\|^2 \omega_1^2}{2R} \frac{(4\xi_1^2 + r_1^2)}{\| (2j\xi_1 r_1 + r_1^2 - 1)(2j\xi_2 r_2 + r_2^2 - 1) - \mu(2j\xi_2 r_2 + r_2^2) \|^2} \quad (5.5)$$

avec  $r_1 = \frac{\omega_1}{\omega}$  et  $r_2 = \frac{\omega_2}{\omega}$ .

En observant l'équation 5.3, on peut voir que l'effort de réaction  $F_r$  est proportionnel à la vitesse  $j\omega(X_2 - X_1)$ . L'amortissement électrique induit sur la structure mécanique peut donc être mis sous la forme :

$$\xi_e = \frac{C_e^2}{2m\omega_2 R} \quad (5.6)$$

Définissons l'amortissement total ( $\xi_2$ ) du récupérateur par :

$$\xi_2 = \xi_m + \xi_e \quad (5.7)$$

avec  $\xi_m = \frac{c_m}{2m\omega_2}$  ( $\xi_m$  est l'amortissement naturel mécanique du récupérateur d'énergie).

En transformant l'équation 5.5, nous obtenons l'expression de  $P_r$  :

$$P_r = \frac{\mu r_2 (\xi_2 - \xi_m) (4\xi_1^2 + r_1^2) r_1^2 (M_1 \omega^3 \|X_0\|^2)}{\left[ (r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1) - 4\xi_1 \xi_2 r_1 r_2 - \mu r_2^2 \right]^2 + 4(\xi_2 r_2)^2 \left[ r_1^2 - (1 + \mu) + \frac{\xi_1 \omega_1}{\xi_2 \omega_2} (r_2^2 - 1) \right]^2} \quad (5.8)$$

### 5.1.4 Présence d'un optimal

Avant de vérifier que  $P_r$  possède bien un optimal, vérifions d'abord que cette fonction est bien continue. Il faut alors vérifier que  $P_r$  garde une valeur finie. Pour cela il faut que le dénominateur de  $P_r$  ne soit jamais nul et donc que le système suivant n'admette pas de solution réelle :

$$\begin{cases} (r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1) - 4\xi_1\xi_2r_1r_2 - \mu r_2^2 = 0 \\ (\xi_2 r_2) [r_1^2 - (1 + \mu)] + \xi_1 r_1 (r_2^2 - 1) = 0 \end{cases} \quad (5.9)$$

Si  $r_1 < 1$ , alors la première équation impose  $r_2 > 1$  pour que le système admette une solution. La seconde équation impose  $r_2 < 1$ . Il n'y a donc pas de solution dans ce cas de figure.

Si  $r_1 = 1$ , alors le système 5.9 n'admet pas de solution pour les valeurs de  $r_2$  et de  $\mu$  autorisées (des réels positifs).

Si  $1 < r_1^2 < 1 + \mu$ , alors la seconde équation de 5.9 impose une solution  $r_2 > 1$ . D'après les limites imposées à  $r_1$ , nous pouvons écrire que  $\mu(r_2^2 - 1) > (r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1)$ . Cela implique que  $r_2$  ne peut être que strictement négatif. Le système 5.9 n'admet toujours pas de solution pour  $\mu > 0$ .

Si  $r_1^2 \geq 1 + \mu$  alors la seconde équation impose  $r_2 \leq 1$ , mais cela ne vérifie pas la première équation.

En résumé, le système 5.9 n'admet jamais de solution réelle positive, la fonction  $P_r$  est donc continue et dépend de  $\xi_2$ ,  $\mu$  et  $r_2$ . Les autres paramètres  $r_1$ ,  $\xi_1$ ,  $M_1$ ,  $\omega$  et  $\|X_0\|$  sont imposés.

Si  $\xi_2 \rightarrow \xi_m$  ou  $\mu \rightarrow 0$  ou  $r_2 \rightarrow 0$ , cela entraîne  $P_r \rightarrow 0$ . De même si ces paramètres deviennent très grands, on trouve que la puissance récupérée devient nulle. La fonction  $P_r$  étant continue et strictement positive, chacun des paramètres ( $\xi_2$ ,  $\mu$  et  $r_2$ ) peut par conséquent être optimisé.

Pour ne pas trop changer les caractéristiques de la structure porteuse  $M_1$ , nous limiterons les analyses au cas  $\mu \leq 0.4$ .

## 5.2 Optimisation de la récupération d'énergie dans des cas particuliers

Pour récupérer le maximum d'énergie, la première idée de stratégie qui vient à l'esprit est d'accorder la pulsation du récupérateur à celle imposée par l'excitation. Pour cela plusieurs possibilités s'offrent à nous. La stratégie des amortisseurs de masse accordés et celle du choix de l'amortissement optimal seront étudiées.

### 5.2.1 Optimisation de la récupération d'énergie en utilisant les stratégies des amortisseurs de masse accordés

Nous pouvons constater que le récupérateur d'énergie représenté sur la figure 5.1 a une architecture semblable à celle d'un amortisseur à masse accordée. De nombreuses études ont porté sur ces amortisseurs également appelés "Tuned Mass Damper" (TMD). Nous commencerons par présenter ces systèmes avant d'analyser leurs performances lorsqu'ils sont utilisés pour la récupération d'énergie.

#### 5.2.1.1 Présentation de la stratégie

Le premier à avoir développé ce type d'amortisseurs est Hermann Frahm [146] en 1909. Il a d'ailleurs breveté cette idée dont le principe est représenté sur la figure 5.2.

Le concept a été amélioré par Ormondroyd et Den Hartog [147]. Ils ont montré que le meilleur amortissement est obtenu lorsque la pulsation du TMD ( $\omega_{TMD}$ ) est choisie telle que :

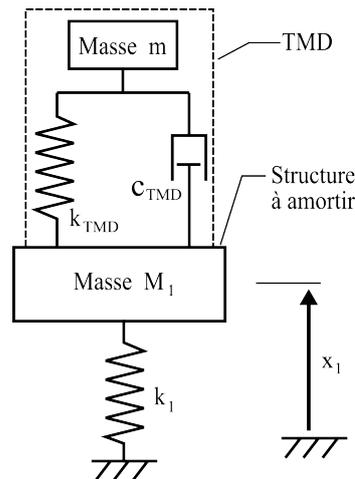


FIG. 5.2 – Principe du TMD

$$\omega_{TMD} = \frac{\omega_1}{1 + \mu} \quad (5.10)$$

où  $\mu$  est le rapport de la masse mobile du TMD sur celle du support tel que nous l'avons défini précédemment ( $\mu = \frac{m}{M_1}$ ) et  $\omega_1$  est la pulsation de résonance de la structure porteuse sans amortisseur ( $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{M_1}}$ ).

Dans le domaine du génie civil, on choisit souvent  $\mu \leq 0.1$  [148]. Cette valeur est la plus grande généralement employée, mais nous considérerons des valeurs de  $\mu$  plus élevées pour analyser l'influence de ce paramètre. Ainsi pour notre étude, nous nous fixons  $\mu \leq 0.4$ .

Brock [149] a montré que pour optimiser le TMD, il faut également ajuster l'amortissement tel que :

$$\xi_{TMD} = \frac{c_{TMD}}{2\mu M_1 \omega_{TMD}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (5.11)$$

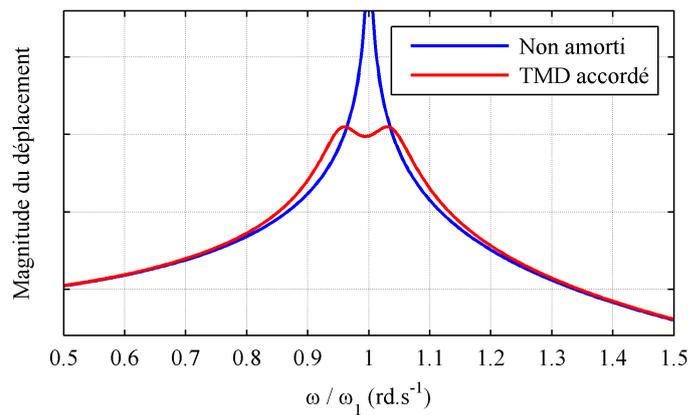
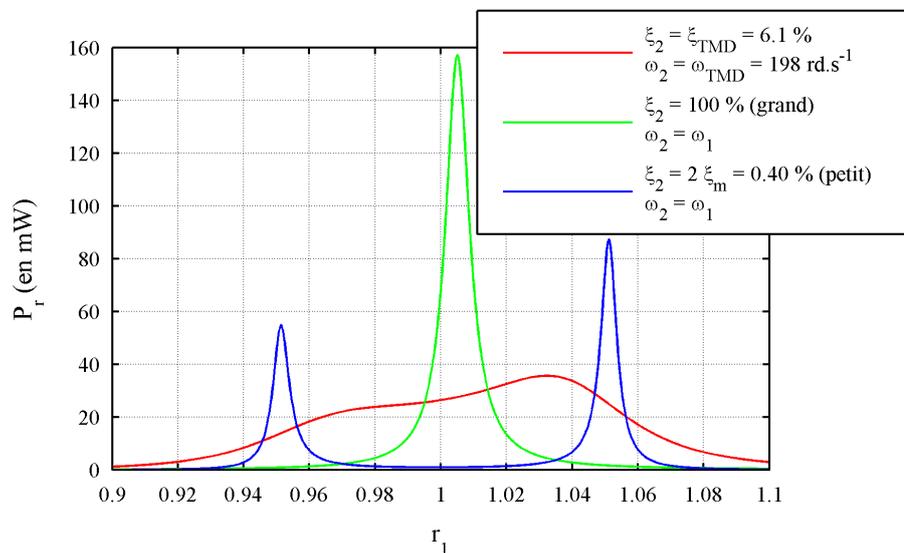
Les simulations réalisées avec les paramètres optimaux du TMD montrent que l'amplitude maximale du mouvement de la masse  $M_1$  est réduit comme on peut le voir sur la figure 5.3. Le déplacement à la résonance est fortement réduit. Deux maxima apparaissent de part et d'autre de la pulsation de résonance de la masse  $M_1$ .

Cette minimisation indique que beaucoup d'énergie a été prélevée par le TMD. Hagood [150] utilise ces résultats pour optimiser l'amortissement d'une structure à l'aide de transducteurs piézoélectriques.

En imposant  $\omega_{TMD}$  comme pulsation de résonance du récupérateur d'énergie et en imposant un amortissement égal à  $\xi_{TMD}$ , allons-nous pouvoir maximiser l'énergie extraite de la masse  $M_1$  ?

### 5.2.1.2 Pertinence de la stratégie

Pour déterminer la puissance récupérée  $P_r$ , utilisons l'équation 5.8, fixons  $\mu = 0.01$  (grandeur caractéristique pour les structures flexibles à amortir en aéronautique) et  $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$ . Les règles imposées par les TMD nous imposent de choisir  $\omega_2 = \omega_{TMD}$  et  $\xi_2 = \xi_{TMD}$ . Comparons cette puissance à celle que l'on peut obtenir si nous prenons  $\omega_2 = \omega_1$ . Regardons ce qui se passe pour deux valeurs de  $\xi_2$  différentes (l'une faible et l'autre élevée).

FIG. 5.3 – Comparaison des déplacements de  $M_1$  avec et sans TMDFIG. 5.4 – Évaluation de la stratégie des TMD (avec  $\mu = 0.01$ ,  $M_1 = 1 \text{ kg}$ ,  $\xi_m = 0.2 \%$ ,  $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$  et  $\ddot{x}_0 = 1 \text{ m.s}^{-2}$ )

La figure 5.4 montre l'évolution de  $P_r$  quand la pulsation d'excitation  $\omega$  varie. Accorder le récupérateur d'énergie en appliquant les règles de conception des TMD ne s'avère pas être une bonne idée. En effet, en prenant  $\omega_1 = \omega_2 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$  nous observons que pour  $\xi_2 = 100 \%$  nous pouvons récupérer  $70 \text{ mW}$  en  $\omega = \omega_1$  alors qu'en prenant  $\xi_2 = \xi_{TMD}$  et  $\omega_2 = \omega_{TMD}$  nous ne récupérons que  $26 \text{ mW}$ . Notons que si la fréquence d'excitation varie, la puissance récupérée reste convenable sur une largeur de bande importante en appliquant les règles des TMD. Cette solution est donc intéressante si la pulsation varie autour de celle de résonance. Si au contraire la fréquence imposée est connue, alors pour optimiser la puissance il faut choisir un amortissement  $\xi_2$  adapté. Si  $\omega = 199 \text{ rd.s}^{-1}$ , on peut récupérer  $157 \text{ mW}$  avec  $\xi_2 = 100 \%$  et  $\omega_2 = \omega_1$ . Si nous ne sommes pas à la pulsation de résonance de la structure support, il est néanmoins possible de récupérer plus d'énergie qu'en utilisant les règles des TMD. En  $\omega \approx 190 \text{ rd.s}^{-1}$  ou en  $\omega \approx 210 \text{ rd.s}^{-1}$ , il est intéressant d'imposer  $\omega_1 = \omega_2$  et  $\xi_2 = 2\xi_m$  (cet amortissement correspond à l'optimal de récupération d'énergie déterminé au chapitre 4).

Il est logique que les TMD ne soient pas tout à fait adaptés à la récupération d'énergie car leur objectif est de maximiser la stabilisation de la structure porteuse.

Pour extraire des puissances élevées il faut adapter l'amortissement en fonction de la pulsation d'excitation.

### 5.2.2 Optimisation de la puissance extraite pour un amortissement fixé

En général l'amortissement  $\xi_2$  est fixé car l'impédance  $Z_f$  du circuit de récupération d'énergie est imposée par l'électronique de stockage.

Nous commencerons par déterminer l'amortissement optimal, puis nous développerons une stratégie quand  $\xi_2$  est choisi faible. Ensuite nous la généraliserons pour des amortissements plus grands. Nous regarderons également ce qui se passe dans le cas particulier où la structure porteuse est à la résonance. Nous compléterons cette partie en comparant les performances du récupérateur d'énergie inertiel à celles d'un récupérateur d'énergie externe et finirons par une synthèse.

#### 5.2.2.1 Expression de l'amortissement optimal

Nous avons noté au chapitre 3 l'importance de bien choisir l'amortissement  $\xi_2$ . Durant cette étude, nous avons trouvé que  $\xi_2$  doit être égal à l'amortissement interne  $\xi_m$  pour maximiser la puissance extraite. Mais ici nous allons devoir mener l'optimisation de la puissance récupérée en tenant compte des paramètres  $\mu$ ,  $r_1$  et  $r_2$ . Ceux-ci sont fixés, ce qui nous permet de regrouper les termes de l'équation 5.8 sous la forme :

$$P_r(\xi_2) = \frac{b_1(\xi_2 - \xi_m)}{a_0 + a_1\xi_2 + a_2\xi_2^2} \quad (5.12)$$

avec :

$$\begin{cases} b_1 &= \mu M_1 \omega_2 r_1^2 \omega_1^2 \|X_0\|^2 \\ a_0 &= [(r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1) - \mu r_2^2]^2 + 4(\xi_1 r_1)^2 (r_2^2 - 1)^2 \\ a_1 &= 8\mu \xi_1 r_1 r_2 \\ a_2 &= 16\xi_1^2 r_1^2 r_2^2 + 4r_2^2 (r_1^2 - 1 - \mu)^2 \end{cases}$$

$P_r$  est maximale quand  $\xi_2 = \xi_m \pm \sqrt{\xi_m^2 + \frac{a_0 + a_1\xi_m}{a_2}}$ . La solution  $\xi_2$  devant être positive, nous trouvons donc l'expression de l'amortissement optimal :

$$\xi_{2_{opt}} = \xi_m + \sqrt{\xi_m^2 + \frac{[(r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1) - \mu r_2^2]^2 + 4(\xi_1 r_1)^2 (r_2^2 - 1)^2 + 8\mu \xi_m \xi_1 r_1 r_2}{4r_2^2 [r_1^2 - 1 - \mu]^2 + 16\xi_1^2 r_1^2 r_2^2}} \quad (5.13)$$

$\xi_{2_{opt}}$  varie en fonction de  $r_1$  comme le montre la figure 5.5. On observe la présence d'un maximum local de  $\xi_{2_{opt}}$  pour une valeur  $r_1$  supérieure à 1. Si on se reporte à l'équation 5.13 nous pouvons constater que cet optimal est situé en  $r_1 = \sqrt{1 + \mu}$ . La valeur du maximal local de  $\xi_{2_{opt}}$  peut atteindre des valeurs importantes et dépasser 100 % comme on peut le constater sur la figure 5.5 pour  $\mu = 0.010$ .

Pour que la valeur de l'extremum local de  $\xi_{2_{opt}}$  devienne plus faible, nous devons diminuer  $\mu$ . Notons que nous avons toujours  $\xi_{2_{opt}} \geq 2\xi_m$  car le second membre de la racine carrée de l'équation 5.13 est positif. Cela implique qu'il faut satisfaire  $\xi_2 \geq 2\xi_m$  pour optimiser la puis-

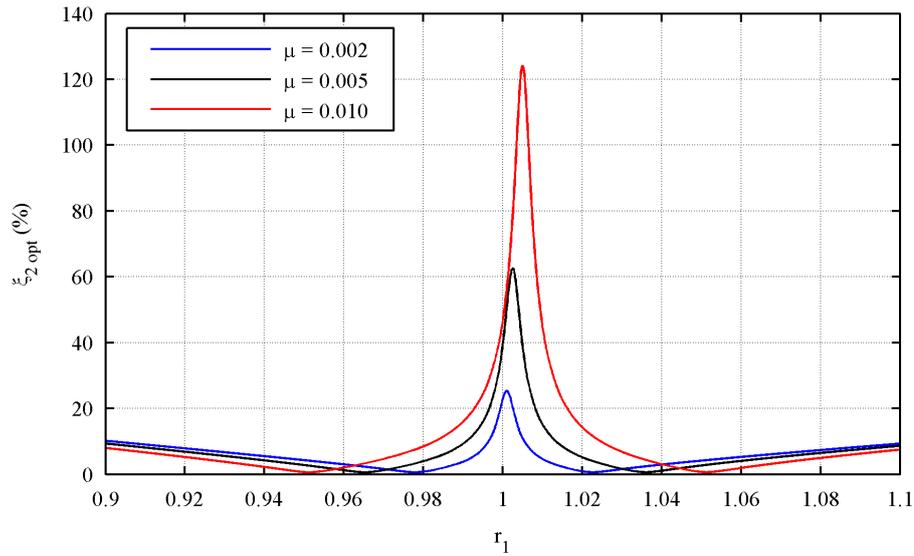


FIG. 5.5 – Évolution de l'amortissement optimal  $\xi_{2 \text{ opt}}$  (cf. formule 5.13) quand  $\omega_1 = \omega_2 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$

sance extraite. Si  $\mu$  est choisi suffisamment faible,  $\xi_2 = 2\xi_m$  maximise la puissance récupérée si nous imposons  $\omega_2 = \omega$  (accordement de la pulsation d'excitation à celle du récupérateur d'énergie). À partir de l'équation 5.13, il est facile d'obtenir la condition que doit vérifier  $\mu$  et retrouver de le résultat énoncé au chapitre 3. Il suffit que le second membre de la racine carré soit négligeable devant  $\xi_m^2$ . Cela se produit si  $\mu \ll \xi_1 \xi_m$  en  $r_1 = 1$ . Si  $|r_1 - 1| \gg \xi_1$ , alors la condition  $\mu < \xi_1 \xi_m$  est suffisante. Cela traduit que l'énergie extraite du support  $M_1$  reste faible et qu'il est donc possible de le considérer comme un réservoir d'énergie. Il est donc logique de revenir aux résultats du chapitre 3. Dans ce cas,  $\mu$  n'est plus un paramètre à régler mais simplement à ajuster en fonction de la puissance de sortie désirée.

Au delà de ce cas particulier, il faut régler convenablement les paramètres  $r_2$  et  $\mu$  en fonction de la valeur de  $\xi_2$  fixée par l'électronique de récupération.

### 5.2.2.2 Cas où le récupérateur d'énergie est faiblement amorti

“( $r_1^2 - 1$ )( $r_2^2 - 1$ ) -  $4\xi_1 \xi_2 r_1 r_2 - \mu r_2^2$ ” est le terme prépondérant au dénominateur de l'équation 5.8 si  $\xi_2$  est choisi faible. Pour maximiser  $P_r$ , il faut donc chercher la pulsation qui vérifie :

$$(r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1) - 4\xi_1 \xi_2 r_1 r_2 - \mu r_2^2 = 0 \quad (5.14)$$

$\xi_2$  étant faible, nous pouvons négliger le terme  $4\xi_1 \xi_2 r_1 r_2$  et obtenir l'expression du rapport  $r_2$  le plus adapté :

$$r_2 = \sqrt{\frac{r_1^2 - 1}{r_1^2 - 1 - \mu}} \quad (5.15)$$

Il n'est possible de trouver une solution réelle que si  $r_1 < 1$  ou si  $r_1 > \sqrt{1 + \mu}$ . En imposant la condition 5.15 et en faisant varier  $\mu$ , nous obtenons l'évolution de la puissance récupérée représentée sur la figure 5.6. Celle-ci a été comparée à la puissance obtenue en recherchant numériquement le rapport  $r_2$  qui maximise  $P_r$ .

La figure 5.6 montre que la stratégie proposée fonctionne bien lorsque  $\mu$  est choisi faible. Les

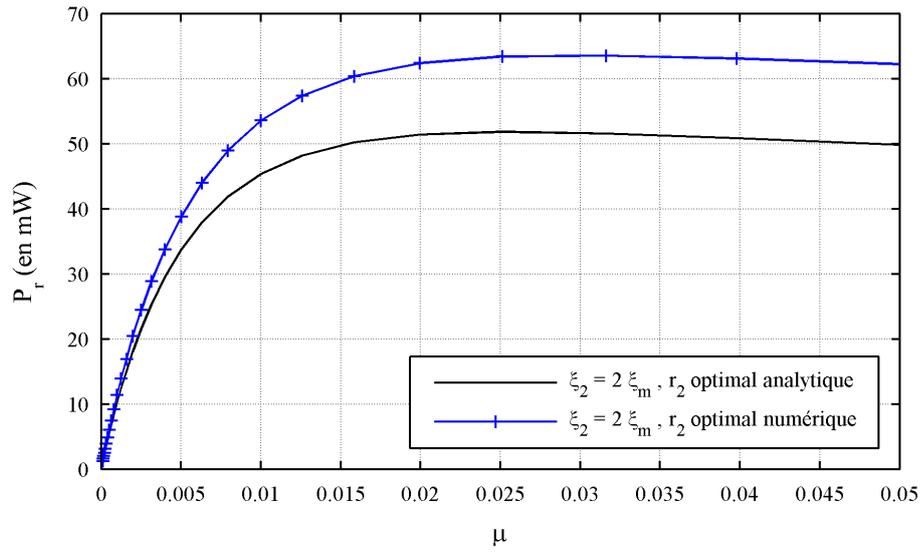


FIG. 5.6 – Comparaison de l'optimum de  $P_r$  quand l'amortissement est choisi faible à l'optimum obtenu par simulations ( $r_1 = 0.95$  et  $\xi_m = 0.2\%$ )

simulations où l'on recherche  $r_2$  optimal de façon numérique donnent des puissances légèrement plus élevées qu'en appliquant la formule 5.15. Les simulations numériques donnent un écart sur  $r_{2\ opt}$  inférieur de 0.1 % à celui déterminé analytiquement comme nous avons négligé le terme “ $4\xi_1\xi_2r_1r_2$ ”. Cet écart très faible tend à valider cette simplification, mais le décalage important des puissances représentées sur la figure 5.6 montre la grande sensibilité de ce paramètre sur  $P_r$ . Autrement dit la performance du récupérateur d'énergie va fortement dépendre de la précision à laquelle sera réglé  $r_2$ . Notons également qu'une légère modification de la valeur de  $r_{2\ opt}$  entraîne une variation importante du rapport de masse optimal  $\mu$ .  $P_r$  est optimal si  $\mu = 0.025$  lorsque  $r_{2\ opt}$  est calculé à l'aide de la formule 5.15 alors qu'il vaut  $\mu = 0.032$  si  $r_{2\ opt}$  est déterminé numériquement.

Le rapport de masse  $\mu = 0.032$  est finalement celui qui permet de produire le plus d'énergie lorsque l'on impose  $\xi_2 = 2\xi_m$  et  $r_1 = 0.95$ . La valeur de  $\mu$  évolue avec celle de  $\xi_2$  et de  $r_1$ . Notons que si l'on augmente la valeur imposée de  $\xi_2$ , la sensibilité sur la puissance  $P_r$  diminue.

### 5.2.2.3 Généralisation de la stratégie

La figure 5.5 a montré que  $\xi_{2\ opt}$  peut prendre des valeurs élevées. Sur le prototype (développé au chapitre 4), l'amortissement maximal que nous pouvons obtenir est  $\max(\xi_2) = 3.8\%$  en plaçant toutes les bobines 11 en court-circuit. Cela veut dire qu'en pratique il n'est pas possible d'imposer une valeur d'amortissement trop importante. C'est pour cette raison que nous limiterons cette valeur en prenant  $\xi_2 \leq \xi_{2\ max}$  où  $\xi_{2\ max}$  est la valeur maximale d'amortissement que l'on peut atteindre ou que l'on s'autorise.

En reprenant l'équation 5.14 pour des valeurs de  $\xi_2$  considérées à présent comme élevées, on obtient :

$$r_2 = \frac{2\xi_1\xi_2r_1}{r_1^2 - 1 - \mu} + \sqrt{\left(\frac{2\xi_1\xi_2r_1}{r_1^2 - 1 - \mu}\right)^2 + \frac{r_1^2 - 1}{r_1^2 - 1 - \mu}} \quad (5.16)$$

Cette expression conduit à l'évolution de la puissance tracée sur la figure 5.7 pour  $r_1 = 1.05$  et

$\xi_2 = \xi_{2 \max}$ . Notons qu'ici  $\mu$  ne peut dépasser  $r_1^2 - 1$ . Cette valeur devient très faible si  $r_1 \rightarrow 1^+$ . Nous étudierons dans le paragraphe 5.2.2.4 ce qui se passe lorsque  $r_1 = 1$ .

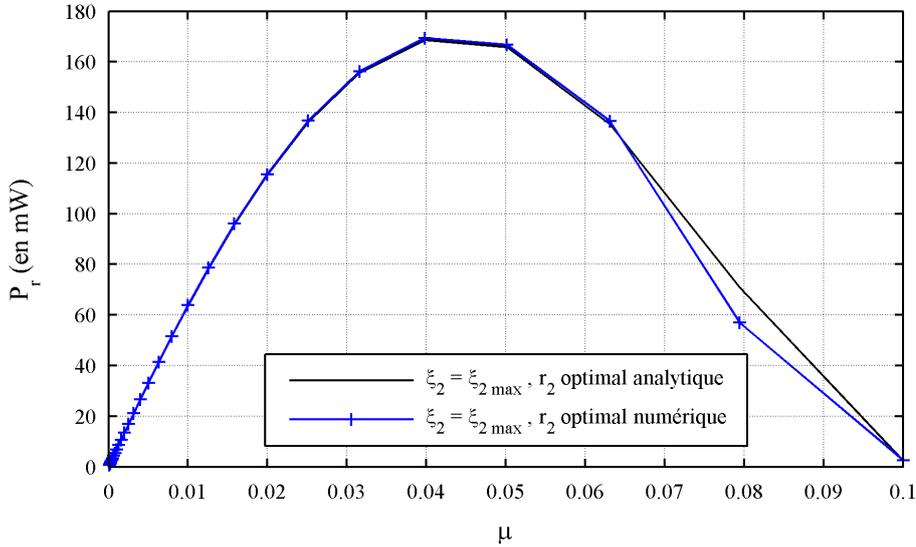


FIG. 5.7 – Comparaison de l'optimum de  $P_r$  quand l'amortissement est choisi faible à l'optimum obtenu par simulations ( $r_1 = 1.05$  et  $\xi_{2 \max} = 2\%$ )

On notera la bonne correspondance entre les simulations optimales et celles obtenues en ajustant  $r_2$  selon la formule 5.16. Lorsque  $\mu \rightarrow 0.1$ , la formule fait tendre  $r_2$  vers  $+\infty$  car  $(r_1^2 - 1) \rightarrow \mu$ . Cela explique que la puissance analytique soit légèrement supérieure à celle simulée car  $r_2$  est limité numériquement. Cette différence reste faible ( $< 25\%$ ) malgré une grande différence sur  $r_{2 \text{ opt}}$  (supérieure à 100% quand  $\mu \rightarrow r_1^2 - 1$ ). Quand  $r_1 > 1$ , la grande sensibilité de  $r_{2 \text{ opt}}$  relevée au paragraphe 5.2.2.2 diminue. En effet les simulations réalisées par exemple en  $\mu = 0.06$  permettent de déterminer que la variation sur  $r_{2 \text{ opt}}$  entre simulation et formule donnent une erreur de l'ordre de 0.5% et n'entraîne une variation de la puissance récupérée que de l'ordre de 1%.

#### 5.2.2.4 Étude quand la structure porteuse entre en résonance

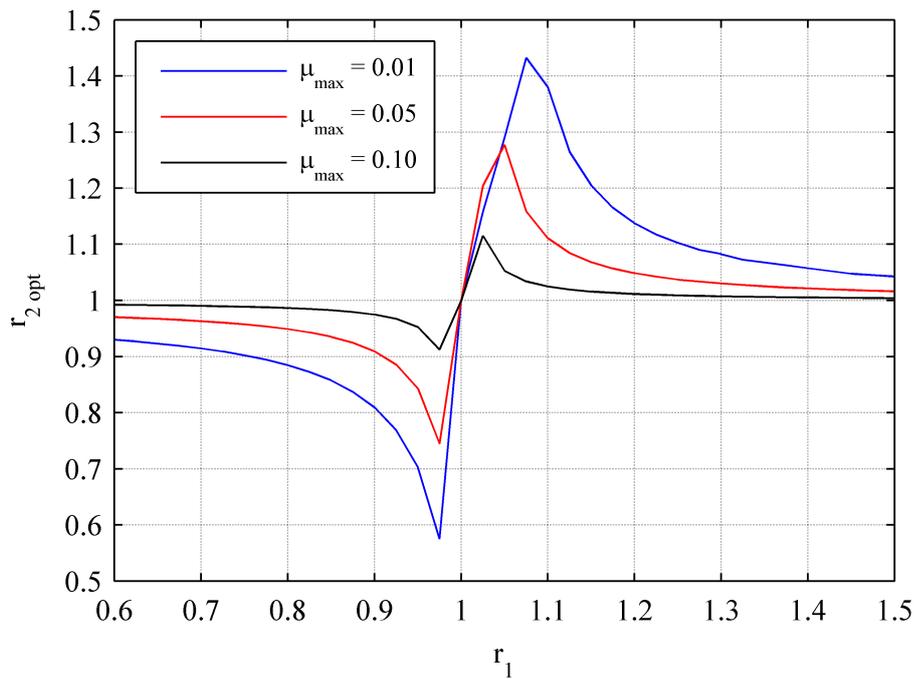
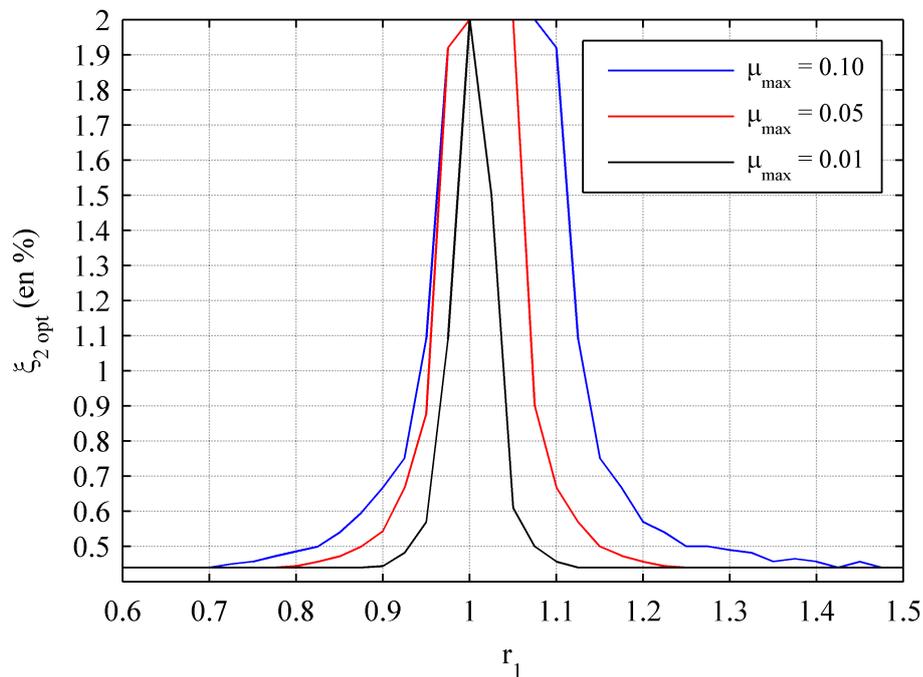
Nous avons notés précédemment que l'équation 5.16 ne peut pas être utilisée si  $r_1 = 1$ . Dans ce cas, les simulations numériques montrent que pour  $r_1 = 1$ , il faut choisir  $r_2 = 1$  (cf. figure 5.8). En reprenant l'équation 5.8 et en fixant  $r_1 = r_2 = 1$ , nous arrivons à :

$$P_r = \frac{\mu(\xi_2 - \xi_m) \left( M_1 \omega^3 \|X_0\|^2 \right)}{[4\xi_1 \xi_2 + \mu]^2 + 4(\mu \xi_2)^2} \quad (5.17)$$

Il est intéressant de choisir  $\xi_2$  élevé lorsque  $r_1 = 1$ , comme le montre l'observation de l'évolution de  $\xi_{2 \text{ opt}}$  obtenu numériquement (cf. figure 5.9).

Sachant que  $\xi_2$  est fixé élevé, nous avons donc une fonction du type  $g(\mu) = \frac{a_0 \mu}{a \mu^2 + b \mu + c}$ . Celle-ci est maximale en  $\mu = \sqrt{\frac{c}{a}}$ , d'où :

$$\mu_{\text{opt}} = 4\xi_1 \xi_2 \quad (5.18)$$

FIG. 5.8 –  $r_2$  optimal obtenu numériquement quand  $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$ FIG. 5.9 – Évolution de  $\xi_2$  optimisant  $P_r$  à l'aide de simulations numériques

Nous avons noté sur la figure 5.5 que la valeur de  $\xi_{2 \text{ opt}}$  diminue lorsque l'on diminue la valeur imposée à  $\mu$ . Pour que le système accepte comme solution  $\xi_2 = \xi_{2 \text{ max}}$  en  $r_1 = r_2 = 1$ , il faut alors imposer que  $\mu_{\text{max}} \geq 4\xi_1 \xi_{2 \text{ max}}$ . Cette condition n'est pas difficile à remplir si  $\xi_1 \ll 1$  et  $\xi_{2 \text{ max}} < 1$ . En posant  $\xi_2 = \xi_{2 \text{ max}}$  et  $\mu = 4\xi_1 \xi_{2 \text{ max}}$  dans l'équation 5.8, nous obtenons :

$$P_r = \frac{\left(1 - \frac{\xi_m}{\xi_{2 \max}}\right) M_1 \omega^3 \|X_0\|^2}{16\xi_1(1 + \xi_{2 \max}^2)} \quad (5.19)$$

Cette fonction peut être maximisée en choisissant  $\xi_{2 \max} = \sqrt[3]{\frac{\xi_m}{2}}$  à condition que  $\xi_m \ll 1$ . Nous pouvons donc estimer la puissance optimale cette par l'expression :

$$P_r \approx \frac{M_1 \omega^3 \|X_0\|^2}{16\xi_1} \quad (5.20)$$

Cette formule est une estimation de la puissance la plus élevée que l'on puisse obtenir. Pour  $\omega^2 \|X_0\| = 1 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $\xi_1 = 0.2 \%$  et  $M_1 = 1 \text{ kg}$ , nous obtenons  $P_r \approx 156 \text{ mW}$ . En prenant la formule 5.19 nous obtenons au mieux  $P_r = 141 \text{ mW}$  si  $\xi_2 = \xi_{2 \max} = 10\xi_m = 2 \%$  et  $r_2 = 1$ . Cela montre que la perte de puissance récupérée est raisonnable (un peu moins de 10 %) en prenant  $\xi_{2 \max} = 10\xi_m$  à condition que l'amortissement interne du récupérateur d'énergie reste faible  $\xi_m \ll 0.1$ .

### 5.2.2.5 Performances du récupérateur inertiel

Pour analyser les performances du récupérateur d'énergie inertiel, comparons la puissance que l'on peut en extraire à celle que l'on peut obtenir en utilisant un récupérateur d'énergie externe (tel celui représenté sur la figure 5.10). La puissance que l'on peut extraire de ce dernier est donnée par l'expression au point B du tableau 3.1 et vaut  $P_r = \frac{(M_1 \omega_1^2 \|X_0\|)^2}{2M_1 \xi_1 \omega_1}$  (en posant  $f = M_1 \omega_1^2 \|X_0\|$ ,  $a_{11} = \frac{1}{M_1}$  et  $N = 1$ ). Cette formule est identique à celle obtenue à la résonance de  $M_1$  en montant un récupérateur d'énergie inertiel (cf. équation 5.20).

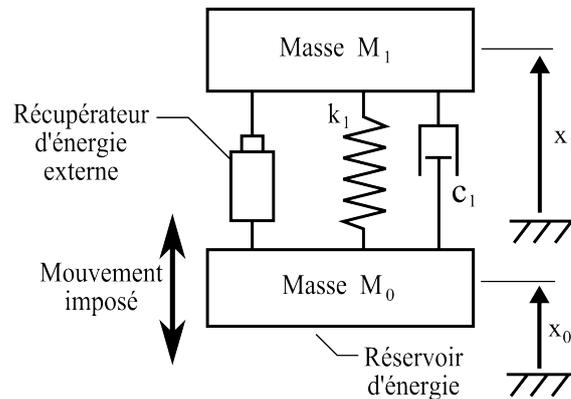


FIG. 5.10 – Montage du récupérateur d'énergie externe

Rappelons que la puissance du récupérateur d'énergie inertiel a été légèrement surestimée. Cela signifie qu'il est légèrement moins performant qu'un récupérateur d'énergie externe fixé sur une structure résonante. Écartons-nous un peu de la résonance en prenant par exemple  $r_1 = 1.05$ . Dans ce cas le récupérateur d'énergie inertiel permet d'extraire environ  $170 \text{ mW}$  (en utilisant l'équation 5.8) alors que le récupérateur d'énergie externe ne permet pas de récupérer plus de  $25 \text{ mW}$  quand  $\ddot{x}_1 = 1 \text{ m.s}^{-2}$ . Dans la plupart des cas de figure, il est plus donc intéressant d'utiliser un récupérateur d'énergie inertiel, notamment si la structure sur laquelle l'énergie est prélevée n'est pas à la résonance ou qu'elle est rigide.

### 5.2.2.6 Synthèse

En résumé, lorsque  $r_1 \neq 1$ , nous pouvons utiliser l'équation 5.16 pour trouver le rapport  $r_2$  optimal. Pour récupérer le maximum d'énergie, il faut aussi choisir l'amortissement  $\xi_2$  le plus adapté. Si ce n'est pas le cas, les performances du récupérateur d'énergie inertiel seront réduites comme le montre la figure 5.11. En fixant  $\xi_2 = 2\xi_m$ , nous constatons que le maximum de puissance que l'on peut récupérer est inférieur de 40 % au cas où  $\xi_2$  n'est pas fixé pour  $r_1 = 0.95$ . En effet, en  $\xi_2 = 2\xi_m$  nous obtenons au mieux  $P_r = 64 \text{ mW}$  (pour  $\mu = 0.03$ ) alors que si l'on recherche numériquement les paramètres  $r_2$  et  $\xi_2$ , nous arrivons à  $P_r = 100 \text{ mW}$  (pour  $\mu = 0.20$ ). Nous avons donc gagné 40 % de puissance en ne fixant pas  $\xi_2$ . Les simulations numériques indiquent qu'il faut prendre  $\xi_2 = 1.15\%$ . Notons que la puissance  $P_r$  maximale évolue à peine quand  $0.1 \leq \mu \leq 0.3$ . Cela veut impliquer que l'on peut obtenir la valeur approximative de l'amortissement optimal en fixant la valeur de  $\mu$  de façon arbitraire.

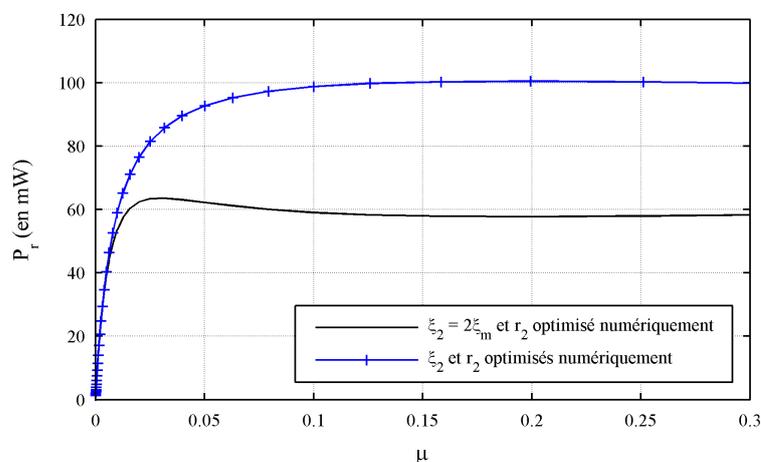


FIG. 5.11 – Comparaison de  $P_r$  optimal obtenue numériquement quand  $\xi_2$  est fixé ou non (avec  $r_1 = 0.95$  et  $\xi_m = 0.2\%$ )

Sur la figure 5.11, nous pouvons voir que les deux courbes de  $P_r$  se superposent lorsque  $\mu$  est faible. En effet, l'écart reste inférieur à 10 % tant que  $\mu \leq 0.01$ . Ce résultat se comprend car loin de la pulsation de résonance de la structure porteuse, il faut avoir  $\xi_2 = 2\xi_m$  pour maximiser la puissance récupérée.

Si  $r_1 \rightarrow 1$ , il faut choisir  $\xi_2$  grand comme le montre la figure 5.9. Sur celle-ci on retrouve qu'en s'écartant de la pulsation de résonance de la structure alors il faut choisir  $\xi_2 = 2\xi_m$ .

Utiliser un récupérateur d'énergie inertiel accordé est intéressant. Il permet de récupérer presque autant d'énergie qu'un récupérateur d'énergie externe lorsque la structure  $M_1$  est en résonance. Si nous en sommes écartés, le récupérateur d'énergie inertiel devient une solution très avantageuse. Il permet en effet de faire transiter davantage d'énergie à travers  $M_1$  en changeant son comportement et ainsi augmenter le flux d'énergie absorbé.

## 5.3 Conception optimale du récupérateur d'énergie inertiel

Les simulations numériques doivent être analysées pour permettre d'améliorer les règles de conception du récupérateur d'énergie et ainsi déterminer deux stratégies pour optimiser  $r_2$ ,  $\xi_2$

et  $\mu$ . Les paramètres ainsi identifiés seront comparés à ceux obtenus par simulation pour juger de l'efficacité de ces stratégies.

### 5.3.1 Analyse des simulations numériques

L'étude des paramètres optimaux à l'aide des simulations numériques permet d'observer que le dénominateur de l'équation 5.8 possède un terme prépondérant. Pour bien observer cela, il suffit de tracer l'évolution des deux termes du dénominateur en fonction de  $r_1$  :

- “ $[(r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1) - 4\xi_1\xi_2r_1r_2 - \mu r_2^2]^2$ ”
- “ $4[\xi_2r_2(r_1^2 - 1 - \mu) + \xi_1r_1(r_2^2 - 1)]^2$ ”.

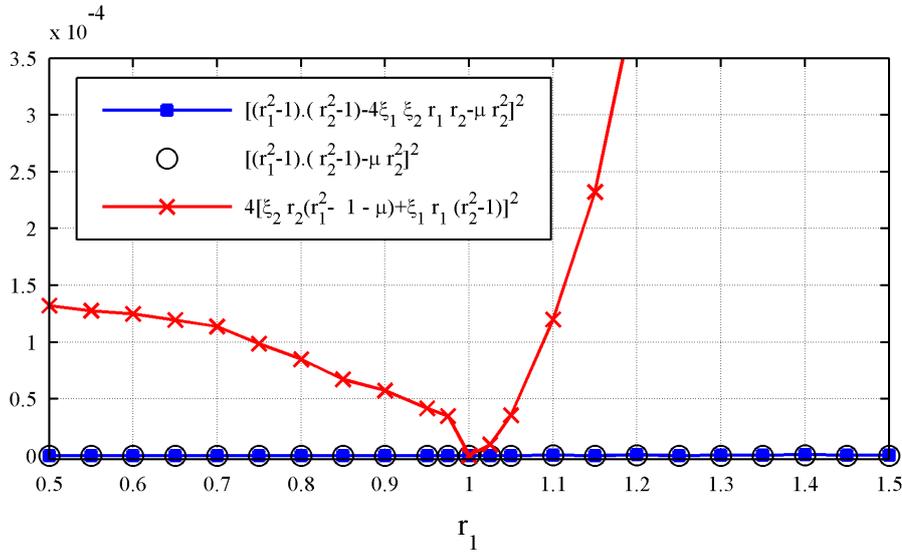


FIG. 5.12 – Comparaison des termes au dénominateur de l'équation 5.8 lorsque les paramètres sont optimisés

La figure 5.12 montre que pour toutes les valeurs de  $r_1$  simulées ( $0.5 \leq r_1 \leq 1.5$ ), le terme “ $4[\xi_2r_2(r_1^2 - 1 - \mu) + \xi_1r_1(r_2^2 - 1)]^2$ ” est non nul si  $r_1 \neq 1$ . Nous pouvons également constater que  $[(r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1) - 4\xi_1\xi_2r_1r_2 - \mu r_2^2]^2 \approx 0$  pour chaque valeur de  $r_1$ , y compris  $r_1 = 1$ . Nous allons alors pouvoir développer une stratégie d'optimisation en exprimant  $\mu$  en fonction de  $r_1$  et de  $r_2$ .

### 5.3.2 Stratégie 1

La première stratégie considérée (“Stratégie 1”) consiste à exprimer dans un premier temps le rapport de masse  $\mu$  le plus adapté en fonction des variables  $r_1$  et  $r_2$ . La seconde phase du calcul consiste à rechercher  $r_2$  maximisant la puissance  $P_r$  pour chaque valeur de  $r_1$  considérée et ainsi trouver le rapport optimal  $r_{2\ opt}$ .

À partir des observations faites au paragraphe 5.3.1, nous pouvons déterminer l'expression du rapport de masse optimal à l'aide de la formule suivante :

$$\mu_{opt} = \frac{(r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1)}{r_2^2} + 4\xi_1\xi_2 \frac{r_1}{r_2} \quad (5.21)$$

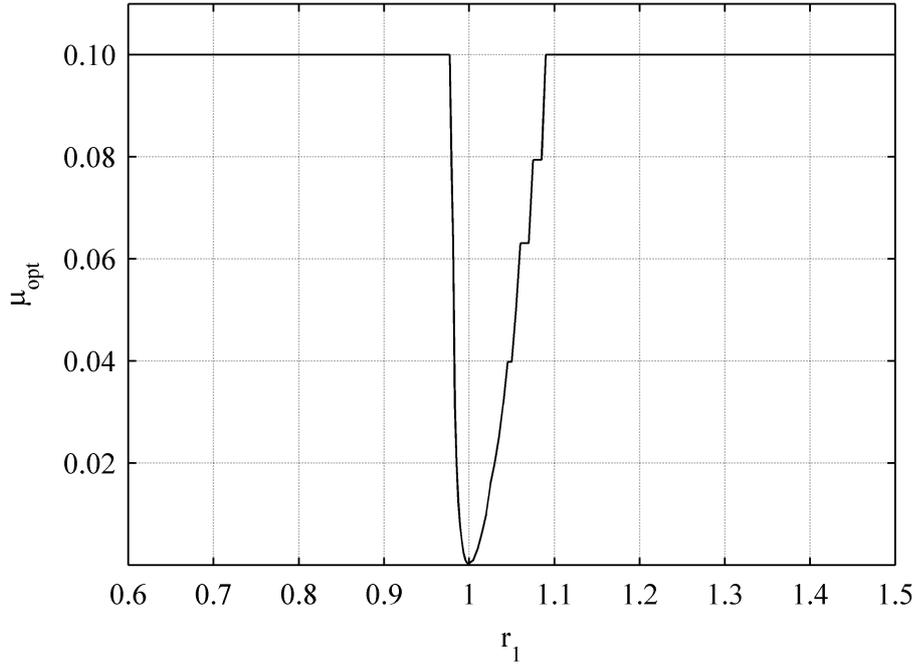


FIG. 5.13 –  $\mu$  optimal obtenu numériquement quand  $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$

Les simulations montrent qu'en général à l'optimal nous pouvons négliger le terme  $4\xi_1\xi_2r_1r_2$  (sauf dans le cas où  $r_1 \rightarrow 1$ ). Cette remarque est importante car elle permet de choisir  $\mu$  indépendamment de la valeur de  $\xi_2$  quand  $r_1$  est suffisamment éloigné de 1. Par contre si  $r_1$  est proche de 1, le terme " $4\xi_1\xi_2\frac{r_1}{r_2}$ " devient prépondérant et par conséquent  $\mu$  dépend de  $\xi_2$ . Les études réalisées précédemment ont montré qu'en  $r_1 = 1$ , nous devons choisir  $\xi_2$  élevé. Nous allons donc fixer  $\xi_2 = \xi_{2 \max}$  dans l'équation 5.21 pour arriver à :

$$\mu_{opt} = \frac{(r_1^2 - 1)(r_2^2 - 1)}{r_2^2} + 4\xi_1\xi_{2 \max}\frac{r_1}{r_2} \quad (5.22)$$

Cela nous permet d'attribuer une valeur convenable à  $\mu_{opt}$  en  $r_1 = 1$  et de ne plus avoir cet optimal dépendant de  $\xi_2$  (qui sera choisi plus tard). Notons que  $\mu_{opt}$  peut prendre de fortes valeurs, ce qui nécessite la présence d'un test pour vérifier que  $\mu_{opt} \leq \mu_{max}$  lors de la détermination de cette valeur.

Connaissant  $\mu_{opt}(r_1, r_2)$  nous pouvons déterminer  $\xi_{2 \text{ opt}}$  qui dépend maintenant uniquement des variables  $r_1$  et  $r_2$ . Il faut également vérifier que l'on a  $\xi_{2 \text{ opt}} \leq \xi_{2 \max}$ . Si ce n'est pas le cas on imposera  $\xi_2 = \xi_{2 \max}$ . En plaçant dans la formule 5.8 les expressions de  $\mu_{opt}(r_1, r_2)$  et de  $\xi_{2 \text{ opt}}(r_1, r_2)$ , nous obtenons la puissance récupérée en fonction des variables  $r_1$  et  $r_2$ . Optimiser  $P_r$  revient alors à trouver le paramètre  $r_2$  qui optimise la fonction coût  $P_{r \text{ opt}}$  définie par :

$$P_{r \text{ opt}} = P_r(r_1, r_2) \quad (5.23)$$

Cette stratégie nous permet de trouver le rapport  $r_{2 \text{ opt}}$  optimal pour chaque  $r_1$  et d'en déduire les valeurs de  $\xi_{2 \text{ opt}}$  et de  $\mu_{opt}$ . Dans certains cas, il est possible de simplifier la recherche des paramètres optimisant la puissance récupérée comme nous le verrons en développant la "Stratégie 2".

### 5.3.3 Stratégie 2

La figure 5.13 montre l'évolution de  $\mu_{opt}$  obtenu numériquement. On peut constater que si  $r_1$  prend des valeurs assez faibles ou fortes, alors il faut imposer  $\mu_{opt} = \mu_{max}$ . Il est donc possible de simplifier la "stratégie 1" en fixant  $\mu_{opt} = \mu_{max}$  quand  $\omega$  est suffisamment éloigné de  $\omega_1$ . Comme nous sommes en  $r_1 \neq 1$ , nous pouvons négliger le terme " $4\xi_1\xi_2\frac{r_1}{r_2}$ " dans l'équation 5.21. Celle-ci nous permet alors d'exprimer le rapport  $r_2$  optimal en fonction de  $r_1$  et de  $\mu_{max}$  :

$$r_{2\ opt} = \sqrt{\frac{1 - r_1^2}{1 + \mu_{max} - r_1^2}} \quad (5.24)$$

L'amortissement optimal  $\xi_{2\ opt}$  est toujours choisi à l'aide de la formule 5.13 et ne dépend maintenant plus que de  $r_1$ , tout comme l'expression de  $P_r$  (cf. équation 5.8).

La stratégie 2 ne nécessite pas la recherche numérique du paramètre  $r_2$  optimal, mais encore faut-il que celui-ci existe. En effet si  $1 < r_1 < \sqrt{1 + \mu_{max}}$ , l'équation 5.24 n'admet aucune solution réelle  $r_2$ . Il faut donc avoir  $r_1 \geq \sqrt{1 + \mu_{max}}$  ou  $r_1 \leq 1$  pour pouvoir appliquer la stratégie 2. Nous pouvons constater, d'après la formule 5.24, que si  $r_1 \rightarrow 1^-$  alors  $r_2 \rightarrow 0$ . En réalité il ne sera pas possible de descendre en dessous d'un certain rapport  $r_2$  que l'on notera  $r_{2\ min}$ . Il est donc nécessaire d'imposer :

$$r_1 \leq \sqrt{\frac{1 - (1 + \mu_{max})r_{2\ min}^2}{1 - r_{2\ min}^2}} \quad (5.25)$$

Il peut arriver que  $\xi_{2\ opt}$  dépasse la valeur maximale autorisée quand  $r_1 \rightarrow 1$ . Il faut donc ajuster les limites de  $r_1$  tel qu'il réalise également la condition  $\xi_{2\ opt}(r_1) \leq \xi_{2\ max}$ . Posons :

$$\begin{cases} r_{1\ min} = \min \left( \sqrt{\frac{1 - (1 + \mu_{max})r_{2\ min}^2}{1 - r_{2\ min}^2}}, \max_{r_1 < 1} [\xi_{2\ opt}(r_1) \leq \xi_{2\ max}] \right) \\ r_{1\ max} = \max \left( \sqrt{1 + \mu_{max}}, \min_{r_1 > 1} [\xi_{2\ opt}(r_1) \leq \xi_{2\ max}] \right) \end{cases} \quad (5.26)$$

La stratégie 2 est applicable si  $r_1 \leq r_{1\ min}$  ou  $r_1 \geq r_{1\ max}$ . Physiquement ces limites traduisent que  $\mu_{opt}$  a atteint la valeur  $\mu_{max}$  et/ou  $\xi_2$  la valeur  $\xi_{2\ max}$ . La stratégie 2 ne peut pas s'utiliser en permanence, mais elle présente l'avantage de donner directement la valeur de  $r_{2\ opt}$  alors que la stratégie 1 nécessite une recherche numérique de cet optimum.

### 5.3.4 Comparaison des différentes stratégies

Les stratégies 1 et 2 donnent les mêmes résultats que l'optimisation numérique comme nous pouvons le constater sur la figure 5.14. Nous pouvons noter que  $\mu_{opt}$  doit être faible quand on atteint l'amortissement maximal  $\xi_{2\ max}$ . La stratégie 1 fonctionne parfaitement pour n'importe quel rapport  $r_1$ , alors que la stratégie 2 n'est applicable que quand le rapport  $r_1$  est suffisamment éloigné de 1 comme énoncé à l'équation 5.26.

Nous pouvons également remarquer qu'il est préférable d'être situé en  $r_1 > 1$  pour récupérer le maximum d'énergie. Lorsque  $\mu_{max} = 0.10$ , pour  $r_1 = 1$  nous avons  $P_{r\ opt} = 140\ mW$  et en  $r_1 = 1.12$  la puissance extraite atteint son maximum et vaut  $P_{r\ opt} = 200\ mW$ . Cela représente une hausse de  $P_{r\ opt}$  non négligeable (de 40 %) dans le cas où l'accélération de  $M_0$  est fixée à  $1\ m.s^{-2}$ .

En fait c'est le rapport de masse  $\mu_{max}$  qui va déterminer le rapport  $r_1$  qui optimise la puissance récupérée. Plus  $\mu_{max}$  est choisi élevé, plus  $r_1$  optimal croit. Par la même occasion la valeur maximale de  $P_{r\ opt}$  augmente aussi. Si on prend  $\mu_{max} = 0.25$ , les simulations (stratégie 1 ou simulations numériques) nous indiquent que  $\max(P_r) = 225\ mW$  quand  $r_1 = 1.2$ .

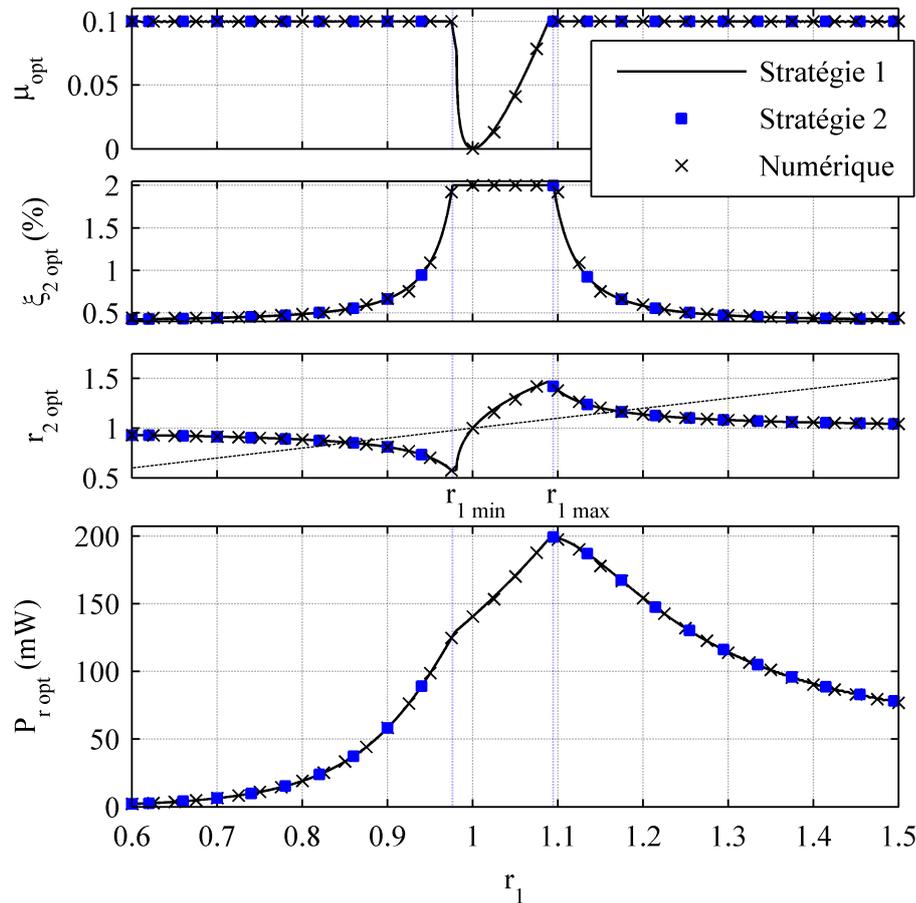


FIG. 5.14 – Comparaison de  $P_{r\ opt}$  obtenue par simulations numériques ( $\times$ ), par la stratégie 1 (—) et par la stratégie 2 ( $\blacksquare$ ) avec  $\mu \leq 0.10$ ,  $\omega_1 = 200\ rd.s^{-1}$ ,  $\xi_1 = \xi_m = 0.2\ \%$   $r_{2\ min} = 0.5$  et  $\xi_2 \leq 2\ \%$

Si  $r_1 \approx 1$  la valeur optimale de  $r_2$  varie rapidement. Il faut choisir  $r_2 > r_1$  si  $r_1$  est à peine supérieur à 1 et  $r_2 < r_1$  si  $r_1$  est à peine inférieur à 1. La stratégie 2 n'est pas utilisable quand  $r_{1\ min} \leq r_1 \leq r_{1\ max}$ . Cela correspond à la zone où  $r_{2\ opt}$  croît rapidement. Par contre hors de cette zone la stratégie 2 fonctionne. Elle est à privilégier car elle permet un important gain de temps de calcul. En effet, il n'est plus nécessaire de rechercher numériquement la valeur  $r_{2\ opt}$  comme cela est le cas dans la stratégie 1, elle est directement donnée par la formule 5.24.

## 5.4 Synthèse

Utiliser un récupérateur d'énergie inertiel est plus intéressant qu'utiliser un récupérateur d'énergie externe ou interne (tels ceux représentés sur la figure 2.13). En effet, cette solution est utilisable même si la structure porteuse n'est pas à la résonance ou si elle est rigide.

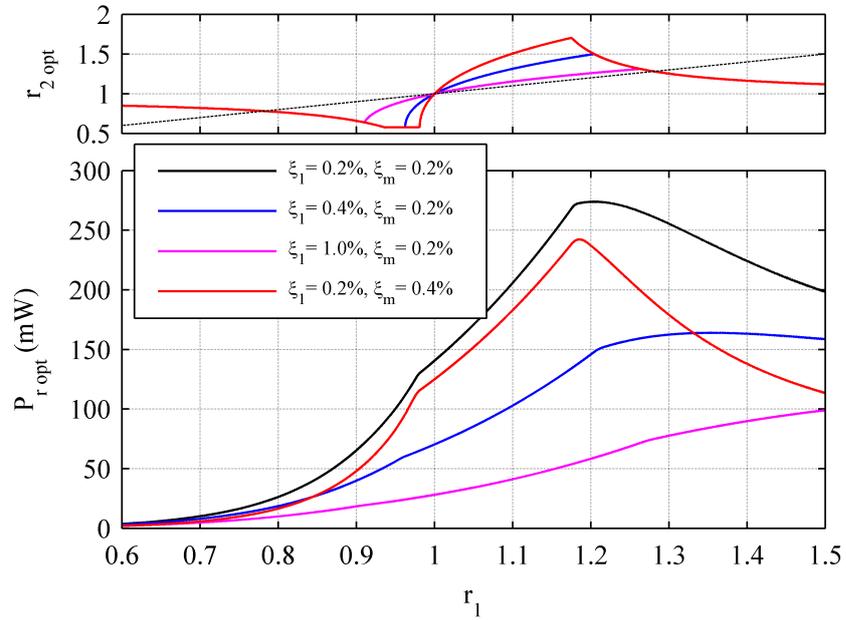
Pour que le récupérateur d'énergie inertiel soit efficace, il faut qu'il soit convenablement di-

mensionné en fonction du rapport des pulsations  $r_1 = \frac{\omega_1}{\omega}$ . Les valeurs  $\mu_{max}$ ,  $\xi_{2\ max}$ ,  $\xi_1$  et  $\xi_m$  influencent le choix des paramètres de conception  $\mu_{opt}$ ,  $\xi_{2\ opt}$  et  $r_{2\ opt}$ . L'évolution de  $r_{2\ opt}$  tracée sur la figure 5.15a nous montre que l'écart entre ses valeurs extrémales diminue lorsque  $\xi_1$  augmente. La figure 5.15b quant à elle nous montre que cet écart se réduit quand  $\mu_{max}$  diminue. Notons également qu'en diminuant l'écart entre la valeur minimale et maximale de  $r_{2\ opt}$ , nous observons que la puissance maximale extractible  $P_r$  diminue. Cela nous amène à la conclusion qu'il est plus intéressant de récupérer de l'énergie sur une structure faiblement amortie. Par ailleurs, utiliser un récupérateur dont la masse mobile est très élevée n'est pas forcément bénéfique, cela dépend du rapport  $r_1$ . Si  $r_1 \leq 1$ , il n'est pas nécessaire de prendre  $\mu_{max}$  élevé. Ce n'est pas la situation à privilégier car l'énergie prélevée est relativement faible. Quand  $r_1 \approx 1$ , nous avons besoin d'un rapport  $\mu$  faible pour optimiser  $P_r$  (comme nous pouvons le voir sur la figure 5.13). Ceci explique que les puissances maximales extraites ne dépendent pas de  $\mu_{max}$  tant que celui-ci prend des valeurs supérieures à  $2\xi_1\xi_{2\ max}$ .

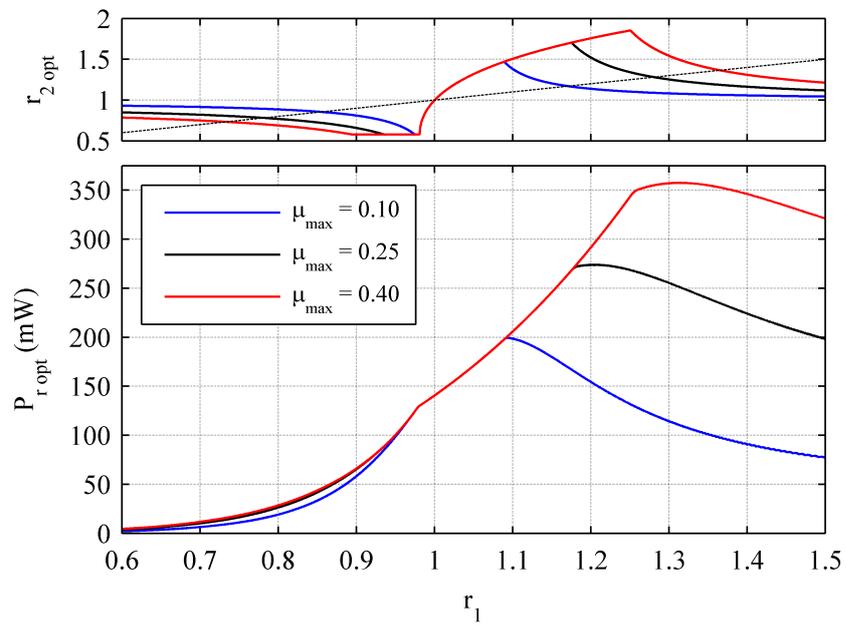
La maximisation de la récupération d'énergie peut également passer par la modification de la pulsation de résonance de la structure portant le récupérateur. Changer le rapport  $r_1$  peut permettre un gain important comme le montre la figure 5.15. Si le rapport  $r_1$  est trop élevé, il faut le diminuer en ajoutant par exemple de la masse à la base du récupérateur d'énergie. Si celui-ci est trop petit, il faut agir sur le support du récupérateur d'énergie (si cela est possible) pour augmenter sa pulsation de résonance. Pour déterminer le rapport  $r_1$  optimal, il faut rechercher celui qui maximise le rapport de la puissance récupérée  $P_r$  (cf. équation 5.8) par rapport à la densité de puissance de la source  $P_p$  (cf. équation 2.15). Si  $\mu_{max} = 0.25$ , alors la figure 5.16 montre qu'il faut choisir  $r_1 = 1.2$  pour maximiser  $P_r$ . Plus  $\mu_{max}$  est élevé, plus  $r_1$  optimal augmente. Si aucune modification n'est autorisée sur la structure support, celle-ci est une bonne candidate à la récupération d'énergie quand la pulsation d'excitation est inférieure à celle de résonance (c'est à dire pour  $r_1 > 1$ ).

Rappelons que les résultats ont été présentés pour une structure porteuse équivalente à un système masse-ressort et une pulsation d'excitation bien identifiée. Les résultats présentés sont donc valides dans le cas où la structure porteuse est excitée autour de l'un de ses modes isolés. La stratégie de récupération d'énergie à adopter va dépendre principalement de la fonction de transfert de la structure porteuse  $M_1$  et du mode considéré.

Quand la structure support est excitée sur une bande de fréquence alors les règles des amortisseurs de masse accordés (TMD), rappelées au paragraphe 5.2.1.1, sont à privilégier. Si une fréquence particulière de la bande est davantage présente dans la source à un instant donné alors les puissances extraites pourraient être augmentées en adaptant en temps réel la valeur de l'amortissement préconisé.



(a)



(b)

FIG. 5.15 – Évolution de  $P_{r, opt}$  obtenue par stratégie 1 avec  $\omega_1 = 200 \text{ rd.s}^{-1}$ ,  $r_{2, min} = 0.5$  et :  
 (a)  $\xi_1$ ,  $\xi_m$  variables et  $\mu_{max} = 0.25$  - (b)  $\xi_1 = \xi_m = 0.2\%$  et  $\mu_{max}$  variable

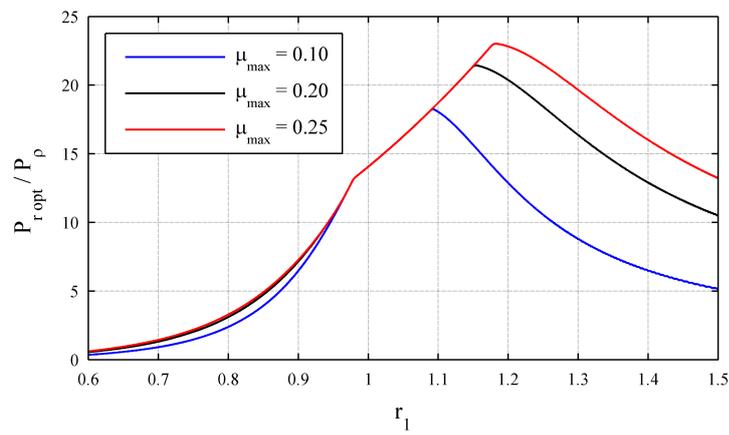


FIG. 5.16 – Évolution de  $\frac{P_{r_{opt}}}{P_{\rho}}$  obtenue par stratégie 1 pour différentes valeurs de  $\mu_{max}$

---

# Conclusion générale et perspectives

---

Ce travail de thèse a porté sur la récupération d'énergie vibratoire. L'état de l'art réalisé montre que plusieurs possibilités pour convertir l'énergie mécanique sont envisageables (générateur piézoélectrique, électromagnétique, électrostatique, ...). Les transducteurs du type électromagnétique ont été retenus ici car ils présentent de multiples avantages. Ils ont un très bon rendement (proche de 100 %) et sont facilement réalisables (à partir d'une bobine et d'un aimant). De plus, les fortes valeurs de champ magnétique obtenues actuellement avec les aimants en terre rare permettent de faire des convertisseurs assez compacts. Comme nous nous intéressons aux applications de type appareils portatifs ou capteurs de contrôle, nous avons besoin d'une puissance fournie de l'ordre du milliwatt. Le dimensionnement est donc réalisé dans ce sens, mais les paramètres optimaux sont indépendants des puissances considérées. Il suffit d'ajuster la taille du récupérateur d'énergie à la puissance désirée (à condition que la source puisse la fournir).

Si le prélèvement d'énergie reste faible et qu'il n'implique pas une diminution de l'amplitude de la source de façon visible, cette dernière peut alors être considérée comme infinie. Supposons que cette énergie est fournie à la structure flexible en lui imposant un mouvement ou une force harmonique. Elle est ensuite extraite par l'intermédiaire d'un transducteur électromagnétique connecté à une impédance linéaire. Cette boucle de rétroaction crée un amortissement additionnel de type visqueux sur la structure flexible. Cela revient à imposer une loi de contrôle sur la structure du type direct velocity feedback (DVF). Cette stratégie est stable car l'énergie est prélevée de la structure en permanence et a donc pour effet de l'amortir.

La structure flexible utilisée a été modélisée sans transducteurs sur Comsol Multiphysics® puis reprise sous forme de système d'état sur Matlab®. Une boucle de rétroaction a été modélisée pour voir l'effet de la récupération d'énergie. L'analyse numérique a montré que pour maximiser la puissance extraite, il faut que la structure flexible soit excitée aux alentours de l'un de ses modes isolés. Il faut également que l'amortissement électrique créé par le transducteur soit égal à l'amortissement de la structure flexible en boucle ouverte. Ce résultat a été retrouvé analytiquement en simplifiant la structure et revient à appliquer le théorème de Jacobi à un problème multiphysique.

Le tracé du lieu d'Evans est un outil tout à fait adapté pour déterminer la pulsation et l'amortissement qui maximisent l'énergie récupérée. Il permet d'identifier facilement les deux impédances qui vérifient que les amortissements électrique et mécanique (en boucle ouverte) sont égaux. En imposant une excitation harmonique (en force ou déplacement), il est inutile de maximiser l'amortissement, comme cela est fait lorsque l'on vise la stabilisation. Une structure très amor-

tie accepte très peu d'énergie et par conséquent il n'est pas possible d'en extraire beaucoup. Les deux impédances optimales trouvées permettent de prélever 50 % de l'énergie entrante. Elles maximisent la puissance récupérée car elles "laissent l'énergie entrer" dans la structure flexible. La puissance extraite vaut alors un quart de la puissance fournie à la structure flexible lorsque aucun récupérateur d'énergie n'est connecté.

Des mesures expérimentales ont confirmé la présence d'un maximum de puissance récupérée pour l'une des impédances optimales qui réalise l'égalité des amortissements électriques et mécaniques. La présence de la deuxième impédance optimale trouvée numériquement n'a pas pu être observée car elle est inférieure à la résistance interne de la bobine utilisée. La puissance maximale extraite mesurée correspond bien à celle annoncée par la théorie et valide la modélisation.

Si on ajoute une inductance dans la boucle de rétroaction, la taille de la boucle du lieu d'Evans diminue. Tant que l'on peut trouver un amortissement électrique égal à l'amortissement mécanique, la puissance maximale récupérable ne chute pas. Si la boucle devient trop petite (l'amortissement électrique ne peut plus atteindre l'amortissement mécanique) et dans ce cas la puissance maximale chute. Il faut alors maximiser l'amortissement.

La taille des boucles sur le lieu d'Evans dépend également du positionnement du récupérateur d'énergie sur la structure flexible. Il est alors possible de déterminer si un unique récupérateur permet d'extraire le maximum d'énergie de la structure. Si la boucle est trop petite alors il faut revoir le positionnement ou bien fixer plusieurs dispositifs jusqu'à ce que l'amortissement électrique atteigne l'amortissement mécanique en boucle ouverte. Dans ce cas, un réseau distribué de récupérateurs d'énergie est nécessaire.

Si on considère une largeur de bande donnée et non plus uniquement la pulsation de résonance en boucle ouverte ou en court-circuit, les résultats présentés ne sont plus valides. Il faut alors mener une analyse numérique sur la largeur de bande pour connaître l'impédance qui maximise la puissance récupérée. Notons que plus la largeur de bande est importante, plus on a intérêt à se rapprocher de l'amortissement maximal (que l'on peut déterminer à l'aide du lieu d'Evans) pour optimiser l'énergie récupérée.

En utilisant un système électronique de stockage de l'énergie électrique récupérée à la sortie du transducteur, des non linéarités apparaissent dans la boucle de rétroaction. Les simulations réalisées, toujours pour une structure flexible excitée autour d'un de ses modes isolé, montrent que récupérer de l'énergie à chaque période de la structure flexible permet de fournir une puissance moyenne plus importante que si elle est récupérée par à-coups. Il n'est donc pas intéressant de récupérer l'énergie mécanique stockée en une seule fois à moins d'avoir besoin de fortes puissances instantanées. Une stratégie basée sur l'utilisation de switchs (comme cela est pratiqué pour augmenter la quantité d'énergie récupérée par des transducteurs piézoélectriques dans la technique du "Synchronized Switch Harvesting") n'est pas conseillée non plus. Cette technique n'est pas facile à mettre en œuvre et ne permet pas de gains sur la puissance maximale récupérée. Au contraire, une partie de l'énergie est perdue par dissipation lors des transferts d'énergie. Les simulations réalisées pour des feed-back non linéaires montrent que les résultats utilisés pour une boucle de rétroaction linéaire sont toujours valides. Cela s'explique par le fait que la non linéarité ne s'observe quasiment pas sur le système mécanique. Il est donc normal de retrouver que l'amortissement électrique créé par le feed-back non linéaire doit équilibrer l'amortissement mécanique pour que la puissance récupérée soit maximisée. Dans ce cas, on récupère toujours le quart de l'énergie fournie à la structure flexible en boucle ouverte. L'avantage d'utiliser une boucle de rétroaction non linéaire est de pouvoir concevoir un récupérateur d'énergie de

telle façon que l'impédance de sortie (imposée) soit alimentée par le maximum de puissance. Cette optimisation peut être effectuée pour presque n'importe quelle impédance (à condition qu'elle ne soit pas trop grande tout de même) en jouant sur la durée de la récupération d'énergie. Une analyse numérique est nécessaire pour dimensionner le système électronique.

La correspondance entre le critère utilisé pour maximiser la puissance dans le cas d'un feedback linéaire et non linéaire a été validée par des mesures expérimentales sur le prototype développé. Celles-ci font apparaître qu'en rendant le comportement du récupérateur d'énergie moins linéaire, nous avons tendance à augmenter la puissance maximale extraite.

Les résultats présentés jusqu'à présent l'ont été pour une source d'énergie infinie, mais ce n'est pas toujours une hypothèse réaliste. C'est pour cette raison qu'une étude a été menée sur le cas d'une source d'énergie finie. Les simulations réalisées montrent que pour récupérer le maximum d'énergie, il faut ajuster la pulsation du récupérateur d'énergie en fonction du rapport entre la pulsation naturelle de la structure support considérée et celle imposée par l'excitation. Il faut aussi vérifier que les valeurs optimales de l'amortissement et de la masse mobile du récupérateur d'énergie ne sont pas trop importantes (il faut fixer des limites raisonnables). Des simulations numériques sont nécessaires pour savoir quelle pulsation de résonance doit être choisie pour le récupérateur d'énergie. Si la structure porteuse est excitée à sa pulsation de résonance, le récupérateur d'énergie doit être accordé sur celle-ci et l'amortissement doit être pris le plus grand possible. Seule la masse mobile doit alors être optimisée. Notons qu'elle atteint ici sa valeur minimale.

Les simulations numériques ont montré qu'il est préférable que la pulsation d'excitation soit inférieure à celle de résonance de la structure support pour optimiser la puissance récupérée quand l'accélération est imposée. S'il est possible de modifier la structure porteuse pour changer sa pulsation de résonance, cela peut permettre un gain d'énergie récupérée non négligeable. Les résultats obtenus sur une source d'énergie finie n'ont pas été validés expérimentalement par manque de temps. Il faut prévoir des mesures de la puissance récupérée à partir d'une source d'énergie finie placée entre le pot vibrant (utilisé pour fournir l'énergie) et le prototype conçu.

Il serait intéressant de tester le récupérateur d'énergie sur une structure industrielle vibrante. Mais une étude préalable sera nécessaire pour déterminer le meilleur placement du récupérateur d'énergie sur le support vibrant. Il faut également vérifier si un réseau distribué de récupérateurs d'énergie est nécessaire pour maximiser l'énergie extraite. Le but final est d'arriver à intégrer directement le dispositif de récupération d'énergie à la structure dès sa conception pour en faire un matériau "intelligent". Le placement du ou des récupérateurs d'énergie va essentiellement dépendre du mode considéré, de la forme et des conditions limites de la structure porteuse. Il est imaginable de placer des récupérateurs d'énergie en divers endroits stratégiques. Ceux-ci peuvent être optimisés pour fonctionner chacun à une fréquence d'utilisation différente et ainsi récupérer de l'énergie à différentes pulsations. Mais cela nécessite de mener une analyse modale de la structure et d'avoir identifié les modes qui vont être excités.

Dans cette étude, le but n'a pas été de minimiser la taille du récupérateur d'énergie, mais bien de déterminer la puissance maximale extractible d'une structure donnée. Il reste donc à améliorer le système de telle façon qu'un maximum de flux traverse les bobines. Cela aura pour conséquence d'augmenter la tension de sortie du générateur. Cette tension peut être déterminante, car certains systèmes de récupération d'énergie (tel le module EH300A décrit à l'annexe D) ont besoin d'une tension minimale pour pouvoir fonctionner. Une autre conséquence de cette optimisation est l'augmentation de la densité énergétique. En effet expérimentalement le récu-

pérateur d'énergie conçu ne permet que de produire  $250 \mu W.cm^{-3}$  pour une accélération fixée à  $1 m.s^{-2}$  (à 60 Hz) et il semble réaliste de multiplier cette valeur par quatre étant donné les performances actuelles des aimants. De plus, certaines formes du prototype doivent être reprises pour l'alléger et réduire son encombrement.

En fonction des tensions nécessaires et des énergies mises en jeu, nous pouvons être amenés à utiliser un autre type de transducteur ou bien à faire des associations de différents convertisseurs. Un autre axe de recherche qui peut s'avérer très prometteur est l'utilisation de stratégies semi-actives. Il faut alors effectuer le bilan entre les énergies dépensées et récupérées pour conclure quant à l'intérêt de cette approche. De nombreuses choses restent encore à faire et à découvrir dans le domaine de la récupération d'énergie.

# **Annexes**



# Annexe A

---

## Evaluation de la puissance moyenne en mode complexe

---

Démonstration des formules en utilisant les nombres complexes pour le calcul de la puissance moyenne.

### A.1 Définition de la puissance moyenne

Par définition la puissance mécanique moyenne est définie par :

$$P_{méca} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Force_{(t)} \times Vitesse_{(t)} dt \quad (A.1)$$

où  $\tau$  est la période.

De même on définit la puissance électrique moyenne par :

$$P_{élec} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Intensité_{(t)} \times Tension_{(t)} dt \quad (A.2)$$

### A.2 Relation entre grandeurs complexes et puissance réelle

Dans cette partie on ne fera la démonstration que dans le cas de la puissance mécanique. En effet, il suffit de remplacer la force par l'intensité et la vitesse par la tension pour trouver la puissance électrique.

Nous ferons l'hypothèse d'être en mode établi et que l'on peut écrire :

$$\begin{cases} f_{(t)} = f_0 \cos(\omega t) \\ v_{(t)} = v_0 \cos(\omega t + \phi) \end{cases} \quad (A.3)$$

La période  $\tau$  peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{A.4})$$

La puissance moyenne  $P$  va donc s'écrire :

$$\begin{aligned} P &= \frac{\omega}{2\pi} f_0 v_0 \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos(\omega t) \times \cos(\omega t + \phi) dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi} f_0 v_0 \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos(\omega t) (\cos \omega t \cos \phi - \sin \omega t \sin \phi) dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi} f_0 v_0 \left\{ \cos \phi \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos^2(\omega t) dt - \sin \phi \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos \omega t \sin \omega t dt \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Nous avons  $\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos^2 \omega t dt = \frac{\pi}{\omega}$  (comme  $\cos^2 \omega t = \frac{1 + \cos(2\omega t)}{2}$ ) et  $\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos \omega t \sin \omega t dt = 0$ .  
Cela implique :

$$P = \frac{1}{2} f_0 v_0 \cos \phi \quad (\text{A.6})$$

Si a présent nous utilisons la notation complexe :

$$\begin{cases} F = f_0 e^{j\omega t} \\ V = v_0 e^{j\omega t + \phi} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Pour arriver à l'équation A.6 à partir des grandeurs complexes, il faut suffit de remarquer que :

$$P = \frac{1}{2} \Re (F \times \bar{V}) \quad (\text{A.8})$$

où  $\bar{V}$  est le conjugué de la vitesse  $V$ .

L'équation A.8 nous permet de calculer simplement la puissance moyenne d'une fonction à l'aide des notations complexes, sans avoir à faire une intégration. Cette formule est couramment utilisée pour faire les calculs des puissances moyennes en régime sinusoïdal établi.

# Annexe B

---

## Jacobi's Theorem

---

*Also known as the Maximum Power Transfer Theorem,  
misunderstanding of it retarded development of dynamos <sup>1</sup>*

Professor Moritz von Jacobi of St. Petersburg (1801-1874) is probably often confused with his younger brother Carl, the eminent mathematician of Königsberg (1804-1851). Among other things, Moritz experimented with electrical motors, and built an electric boat for excursions on the River Neva. In the course of these experiments, he considered how much power he could get out of a battery. A battery can be represented as an electromotive force  $E$  in series with an internal resistance  $R$  which are about constant and do not depend much on the current that is drawn. If the external load is a resistance  $R'$ , then the current is  $I = E / (R + R')$ . The power dissipated in the load is  $I^2 R'$ , while the power dissipated in the battery is  $I^2 R$ .

If  $R' = 0$ , there is no external power. If  $R' = \infty$  there is also no power, since  $I = 0$ . Therefore, for some intermediate value of  $R'$  there must be a maximum power. Calculus gives the result easily, but a little reasoning also shows that maximum power is attained when  $R' = R$  (imagine interchanging  $R$  and  $R'$ ). Hence the theorem : *Maximum power is transferred when the internal resistance of the source equals the resistance of the load.* We should carefully note the condition that is seldom added : *When the external resistance can be varied, and the internal resistance is constant.*

Jacobi quite correctly concluded that electric motors were uneconomic, considering the high price of zinc and the 50% loss of energy. The concept of energy was as yet somewhat hazy, and the fact that mechanical work out was equal to the electrical work done against a counter-emf was unknown, at the time. However, it was adopted as a maxim that the internal resistance equaled the load resistance for maximum power.

When one builds a dynamo, the resistance of the armature winding is one part of the internal resistance. The parts due to iron losses and armature reaction are rather small, and were not

---

<sup>1</sup>Copie du document : <http://mysite.du.edu/~jcalvert/tech/jacobi.htm>

considered in the first electrical machines. The major part of the internal resistance was simply the resistance of the winding. Even after Gramme and Siemens showed how to make efficient dynamos, the armature resistance was made high to match the loads, and this reduced the efficiency of the machines to not much more than 40%. The worst part of this was not the energy loss, but the excess heat that was produced.

When Edison was designing his lighting system in 1880, the received wisdom was to make the armature resistance equal to the resistance of the load. Either he, or Upton, his mathematical advisor, saw that this was quite incorrect. The Z dynamos and the Jumbos were made with very low armature resistance, and at one step he obtained efficiencies of 90%. He was ridiculed in the technical press by American "experts" who proved conclusively that he could not have done what he in fact did. Edison's inefficient field structures increased the weight of the dynamos, but did not affect their electrical efficiency.

Let's look at the theorem again, and ask what is the maximum power that can be obtained when the load resistance  $R'$  is fixed, and the internal resistance  $R$  is variable. For  $R = \infty$  we have  $I = 0$  and so zero power. For  $R = 0$ , we have  $I = E / R'$  and power  $E^2 / R'$ , and this is obviously the maximum value. Hence : *When the load resistance is fixed, maximum power transfer occurs for zero internal resistance.*

When this was understood, the "experts" blushed with shame, and the whole affair was swept under the rug. In fact, Edison is seldom credited with this basic principle of dynamo (and motor) design, that was very soon seen everywhere, making the age of electrical power possible.

In radio circuits, the internal resistance of a source of power cannot usually be reduced to a small value, so the load resistance is made equal to it for maximum power transfer. The powers involved are very small, and losses are unimportant—only the amount that gets through is important. This is a quite different case from power transmission, when losses are important.

---

*Composed by J. B. Calvert  
Created 30 March 2001*

# Annexe C

---

## Expressions analytiques des puissances fournies et récupérées

---

Cette annexe montre comment les formules analytiques des puissances fournies et récupérées sont obtenues lorsqu'une structure flexible est excitée autour de l'un de ses modes isolé.

### C.1 Point E

Le point  $E$  correspond à  $a = 0$ . L'équation 3.34 peut alors être simplifiée :

$$s^2 + 2\xi_N \omega_N s + \omega_N^2 + \frac{C_e^2 a_{22}}{b} = 0 \quad (\text{C.1})$$

Sa solution est :

$$s = -\xi_N \omega_N \pm j \sqrt{\omega_{NE}^2 - \omega_N^2 \xi_N^2} \approx -\xi_N \omega_N \pm j \omega_{NE} \quad (\text{C.2})$$

L'expression de  $P_1$  dans l'équation 3.30 devient :

$$P_1 = \frac{1}{2} \|f_1\|^2 \frac{a_{11} 2\xi_N \omega_N}{(2\xi_N \omega_N)^2 + \left[ \left( \frac{\omega_{NE}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]^2} \quad (\text{C.3})$$

La fonction  $P_1(\omega)$  est maximale quand  $\omega = \omega_{NE}$ . Les expressions de  $P_1$ ,  $P_2$  et  $\eta$  sont déduites des équations 3.30 à 3.32 :

$$\begin{cases} P_1 = \frac{a_{11} \|f_1\|^2}{4\xi_N \omega_N} \\ P_2 = 0 \\ \eta = 0 \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

## C.2 Point D

Au point  $D$ , nous pouvons écrire que  $a \ll b \|s\|$ . Cela implique  $\omega_{NE}^2 \gg 2\xi_N \omega_N \frac{a}{b}$  comme  $\omega_{NE} > 2\xi_N \omega_N$ . L'équation 3.34 peut être simplifiée :

$$s^3 + (2\xi_N \omega_N + \frac{a}{b})s^2 + \omega_{NE}^2 s + \frac{a\omega_N^2}{b} = 0 \quad (C.5)$$

La solution de l'équation C.5 est :

$$s = -\xi\omega + j\omega \quad (C.6)$$

Comme  $\xi \ll 1$ , on peut utiliser les approximations suivantes pour  $s^2$  et  $s^3$  :

$$\begin{cases} s^2 \approx -\omega^2 - 2j\xi\omega^2 \\ s^3 \approx 3\xi\omega^3 - j\omega^3 \end{cases} \quad (C.7)$$

En résolvant l'équation donnée par la partie imaginaire de l'équation C.5 et en utilisant les expressions approximées de  $s^2$  et  $s^3$  on arrive à :

$$-\omega^2 - 2\xi \left( 2\xi_N \omega_N + \frac{a}{b} \right) \omega + \omega_{NE}^2 = 0 \quad (C.8)$$

La pulsation du système bouclé est donc  $\omega \approx \omega_{NE}$ . La solution  $s_0 = -\xi_{NE} \omega_{NE} \pm j\omega_{NE}$  (quand  $a = 0$ ) combinée à l'équation C.5 donne :

$$s^3 - s_0^3 + 2\xi_N \omega_N (s^2 - s_0^2) + \omega_{NE}^2 (s - s_0) + (s^2 + \omega_N^2) \frac{a}{b} = 0 \quad (C.9)$$

En prenant la partie réelle on obtient :

$$2(\xi - \xi_{NE})\omega_{NE}^3 + (\omega_N^2 - \omega_{NE}^2) \frac{a}{b} = 0 \quad (C.10)$$

La résolution de cette équation permet d'obtenir la partie réelle de  $s$ . Celle-ci vaut :

$$\xi\omega = \xi\omega_{NE} = \frac{\omega_{NE}^2 - \omega_N^2}{2\omega_{NE}^2} \frac{a}{b} + \xi_N \omega_N \quad (C.11)$$

Pour obtenir le maximum de la fonction  $P_2(a)$ , il faut utiliser l'équation 3.31 et résoudre  $\left( \frac{\partial P_2}{\partial a} \right)_{(a)} =$

0. L'optimum est obtenu pour :

$$a = b\omega \sqrt{\frac{(2\xi_N \omega_N)^2 \omega^2 + (\omega_{NE}^2 - \omega^2)^2}{(\omega_N^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_N \omega_N \omega)^2}} \quad (C.12)$$

Pour trouver la pulsation qui maximise  $P_2$ , il faut développer l'équation 3.31 et négliger certains termes ( $\xi_N \ll 1$  et  $a \ll b\omega$ ). On arrive à :

$$P_2 \approx \frac{1}{2} \|f_1\|^2 \frac{C_e^2 a_{12}^2 \omega^2 a}{b^2 (\omega_{NE}^4 - 2\omega_{NE}^2 \omega^2 + \omega^4)} \quad (C.13)$$

Le maximum de  $P_2(\omega)$  est atteint lorsque  $\omega = \omega_{NE}$ . En combinant cela à l'équation C.12 nous

en déduisons que :

$$a \approx b \frac{2\xi_N \omega_N \omega_{NE}^2}{\omega_{NE}^2 - \omega_N^2} = \frac{2\xi_N \omega_N}{C_e^2 a_{22}} (b\omega_{NE})^2 \quad (\text{C.14})$$

En combinant les équations C.14 et C.11 on arrive à :

$$\xi \omega_{NE} = 2\xi_N \omega_N \quad (\text{C.15})$$

Ceci permet de ré-écrire l'équation C.5 sous la forme :

$$s \approx -2\xi_N \omega_N \pm j\omega_{NE} \quad (\text{C.16})$$

La puissance extraite est maximale en  $\omega = \omega_{NE}$ . Cela permet d'exprimer les expressions de  $P_1$ ,  $P_2$  et  $\eta$  (à partir des équations 3.30 à 3.32) :

$$\begin{cases} P_1 = \frac{a_{11} \|f_1\|^2}{8\xi_N \omega_N} \\ P_2 = \frac{a_{11} \|f_1\|^2}{16\xi_N \omega_N} \\ \eta = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{C.17})$$

### C.3 Point C

Dans le cas où le point de fonctionnement  $C$  est choisi, l'amortissement de la structure est maximisé. La structure étant très amortie, peu d'énergie y pénètre. Il n'est donc pas possible d'en récupérer beaucoup ce qui explique que  $P_2$  soit faible. Cela implique également que la puissance dissipée soit faible. Il est donc logique d'observer que le rendement  $\eta_{(a)}$  soit maximal. Cela arrive lorsque  $a = b\omega$ . Pour obtenir la pulsation optimale  $\omega$ , il faut se servir de la constatation que  $P_2$  ( $a$ ) présente un minimum local au point  $C$ . En écrivant que  $\left(\frac{\partial P_2}{\partial a}\right)_{(a)} = 0$  nous obtenons :

$$\omega = \omega_{NC} = \sqrt{\frac{\omega_{NE}^2 + \omega_N^2}{2}} \quad (\text{C.18})$$

Si on suppose que  $\frac{\omega_{NE} - \omega_N}{\omega_N} \ll 1$ , alors :

$$\omega_{NC} \approx \frac{\omega_{NE} + \omega_N}{2} \quad (\text{C.19})$$

L'équation 3.34 du lieu d'Evans peut être simplifiée en utilisant la condition  $\frac{a}{b} = \omega_{NC}$  :

$$s^3 + (2\xi_N \omega_N + \omega_{NC})s^2 + (2\xi_N \omega_N \omega_{NC} + \omega_{NE}^2)s + \omega_{NC} \omega_N^2 = 0 \quad (\text{C.20})$$

Posons  $s = -\xi \omega_{NC} + j\omega_{NC}$  et utilisons les expressions approximées de  $s^2$  et  $s^3$  définies par les formules C.7. En gardant la partie réelle de l'équation C.20, on obtient :

$$3\xi \omega_{NC}^3 - \omega_{NC}^3 - \omega_{NE}^2 \xi \omega_{NC} + \omega_{NC} \omega_N^2 = 0 \quad (\text{C.21})$$

D'où :

$$(\xi\omega)_{Nc} = \left( \frac{\omega_{Ne}^2 - \omega_N^2}{3\omega_N^2 + \omega_{Ne}^2} \right) \omega_{Nc} \quad (C.22)$$

Quand  $\omega = \omega_{Nc}$  la puissance récupérée est maximisée. Il est possible de déduire les expressions de  $P_1$ ,  $P_2$  et  $\eta$  à partir des équations 3.30 à 3.32 :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = \|f_1\|^2 a_{11} \frac{\frac{b\omega_{Nc}}{C_e^2 a_{22}}}{\left[ 1 - 2\xi_N \omega_N \frac{2b\omega_{Nc}}{C_e^2 a_{22}} \right]} \\ P_2 = \|f_1\|^2 a_{11} \frac{\frac{b\omega_{Nc}}{C_e^2 a_{22}}}{\left[ 1 - 2\xi_N \omega_N \frac{2b\omega_{Nc}}{C_e^2 a_{22}} \right]^2} \\ \eta = 1 - 2\xi_N \omega_N \frac{2b\omega_{Nc}}{C_e^2 a_{22}} \end{array} \right. \quad (C.23)$$

## C.4 Point B

Au point B,  $a$  est supposé grand par rapport à  $b\|s\|$ . L'équation 3.33 peut donc être simplifiée :

$$a(s^2 + 2\xi_N \omega_N s + \omega_N^2) + C_e^2 a_{22} s = 0 \quad (C.24)$$

La solution de cette équation s'écrit :

$$s = -\xi_N \omega_N - \frac{C_e^2 a_{22}}{2a} \pm j\omega_N \sqrt{1 - \xi_N^2 \left( \frac{C_e^2 a_{22}}{2\xi_N \omega_N a} \right)^2} \quad (C.25)$$

La fonction  $P_2(a)$  est maximale quand  $\left( \frac{\partial P_2}{\partial a} \right)_{(a)} = 0$ , d'où la solution :

$$a = \sqrt{\frac{(2\xi_N \omega_N b \omega^2)^2 + \omega^2 (C_e^2 a_{22} + b(\omega_N^2 - \omega^2))^2}{(\omega_N^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_N \omega_N \omega)^2}} \quad (C.26)$$

Pour trouver la pulsation optimisant la puissance  $P_2$ , il faut développer l'équation 3.31 et négliger certains termes ( $\xi_N \ll 1$  et  $a \gg b\omega$ ). Nous arrivons à l'expression de la puissance récupérée :

$$P_2 \approx \frac{1}{2} \|f_1\|^2 \frac{C_e^2 a_{12}^2 \omega^2}{a(\omega_N^4 - 2\omega_N^2 \omega^2 + \omega^4)} \quad (C.27)$$

La fonction  $P_2(\omega)$  est maximale quand  $\omega = \omega_N$ . De l'équation C.26, on déduit que :

$$a = \sqrt{(b\omega_N)^2 + \left( \frac{C_e^2 a_{22}}{2\xi_N \omega_N} \right)^2} \quad (C.28)$$

L'hypothèse  $a \gg b\omega$  et l'équation C.28 conduisent à  $\frac{C_e^2 a_{22}}{2\xi_N \omega_N} \gg b\omega_N$ . Finalement nous obtenons :

nons :

$$a \approx \frac{C_e^2 a_{22}}{2\xi_N \omega_N} \quad (\text{C.29})$$

La solution de l'équation C.25, une fois simplifiée, peut être mise sous la forme :

$$s \approx -2\xi_N \omega_N \pm j\omega_N \quad (\text{C.30})$$

En utilisant les équations 3.30 à 3.32 les expressions de  $P_1$ ,  $P_2$  et  $\eta$  deviennent :

$$\begin{cases} P_1 = \frac{a_{11} \|f_1\|^2}{8\xi_N \omega_N} \\ P_2 = \frac{a_{11} \|f_1\|^2}{16\xi_N \omega_N} \\ \eta = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{C.31})$$

## C.5 Point A

Le point A correspond à  $a \rightarrow \infty$ . L'équation 3.34 peut être divisée par  $a$ , il reste donc l'équation suivante à résoudre :

$$s^2 + 2\xi_N \omega_N s + \omega_N^2 = 0 \quad (\text{C.32})$$

Sa solution est :

$$s = -\xi_N \omega_N \pm j\omega_N \sqrt{1 - \xi_N^2} \approx -\xi_N \omega_N \pm j\omega_N \quad (\text{C.33})$$

L'expression 3.30 de la puissance  $P_1$  avec la condition  $a \gg b\omega$  donne :

$$P_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\|f_1\|^2 a_{11} \omega^2 2\xi_N \omega_N a^2}{a^2 (\omega_N^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 (2\xi_N \omega_N)^2 a^2} \right\} \quad (\text{C.34})$$

Dans ce cas, la puissance récupérée est nulle et la puissance fournie  $P_1(\omega)$  est maximale quand la pulsation est choisie égale à celle de résonance ( $\omega = \omega_N$ ). Les équations 3.30 à 3.32 permettent d'exprimer les formules donnant  $P_1$ ,  $P_2$  et  $\eta$  :

$$\begin{cases} P_1 = \frac{a_{11} \|f_1\|^2}{4\xi_N \omega_N} \\ P_2 = 0 \\ \eta = 0 \end{cases} \quad (\text{C.35})$$

Les expressions montrées dans cette annexe sont reprises dans le tableau de synthèse 3.1.



## Annexe D

---

# Module de stockage d'énergie EH300A

---

Les modules EPAD ENERGY HARVESTING™ sont fabriqués par la société Advanced Linear Devices. Ils ne sont pas capables de faire la transformation d'un type d'énergie en un autre. Ils permettent uniquement de stocker de l'électricité. La figure D.1 représente un de ces systèmes de récupération d'énergie.

De nombreuses sources électriques (transducteurs de type piézoélectrique, thermoélectrique, cellules photovoltaïques, ...) sont acceptées à l'entrée. L'énergie stockée permet d'alimenter des circuits conventionnels de 3.3 V ou 5.0 V. Le module EH300A peut fonctionner avec des tensions d'entrée instantanées allant de 4 V jusqu'à  $\pm 500V$  AC/DC et des intensités de 200 nA à 400 mA. L'énergie accumulée est ensuite restituée façon régulière ou intermittente.

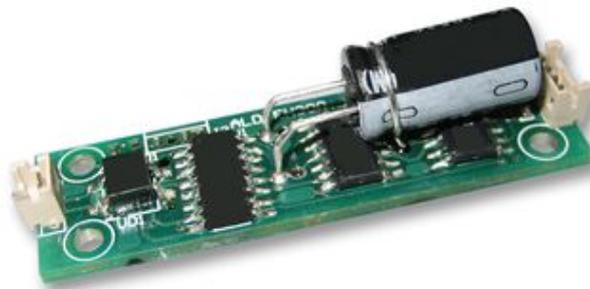


FIG. D.1 – Module de récupération d'énergie Advanced Linear Devices

Le module EH300A a les caractéristiques suivantes :

Tension d'utilisation : 1.8-3.6V

Hauteur :18mm

Largeur (externe) :14mm

Longueur :51mm

Poids :14g

Température d'utilisation : de 0°C à 70°C

Energie de sortie : 30 mJ (75msec@150mA)

Les pages suivantes sont extraites de la documentation technique du constructeur.



ADVANCED  
LINEAR  
DEVICES, INC.



EH300/EH300A/EH301/EH301A

## EH300/EH301 EPAD® ENERGY HARVESTING™ Modules

### GENERAL DESCRIPTION

EH300/EH301 Series EPAD® ENERGY HARVESTING™ Modules can accept energy from many types of electrical energy sources and store this energy to power conventional 3.3V and 5.0V electrical circuits and systems. EH300/EH301 Series Modules are completely self-powered and always in the active mode. They are intended for low power intermittent duty cycle sampled data or condition-based monitoring/extreme lifespan applications. These Modules can accept instantaneous input voltages ranging from 0.0V to +/-500V AC or DC, and input currents from 200nA to 400mA from energy harvesting sources that produce electrical energy in either a steady or an intermittent and irregular manner with varying source impedances. EH300/EH301 Series Modules condition the stored energy to provide power at output voltage and current levels that are within the limits of a particular electronic system power supply specifications. For example, 1.8V and 3.6V is a useful voltage range for many types of I.C. circuits such as microprocessors.

EH300/EH301 Series Modules are designed to continuously and actively operate to capture, accumulate and conserve energy from an external energy source. Each individual EH300/EH301 Series Module is set to operate between two supply voltage thresholds, +V\_low DC and +V\_high DC, corresponding to the minimum (VL) and maximum (VH) supply voltage values for the intended application. When an energy source starts to inject energy into the inputs of an EH300/EH301 Series Module in the form of electrical charge impulses, these charge packets are collected, accumulated and stored onto an internal storage capacitor bank. For most common energy harvesting applications, the electrical energy charge packets arrives in the form of input voltage spikes that are uncontrolled and unpredictable. Often these cover a wide range of voltages, currents and timing waveforms. EH300/EH301 Series Modules are designed to accommodate such conditions with exceptional efficiency and effectiveness. As an example, EH300 Series Module can cycle within 4 minutes at an average input current of 10 µA and within 40 minutes at an average input current of just 1.0 µA.

### ORDERING INFORMATION

Part Number	Description
EH300 EH300A	4.6 mJ Module / 1.8V to 3.6V operation 30 mJ Module / 1.8V to 3.6V operation
EH301 EH301A	8.3 mJ Module / 3.1V to 5.2V operation 55 mJ Module / 3.1V to 5.2V operation
EHJ1C EHJ2C	6 inch cable / J1connector (Input) 6 inch cable / J2 connector (Output)

Note: EH300A and EH301A are high energy output versions

### SPECIFICATIONS

#### EH300/EH300A/EH301/EH301A

Input/Output Electrical Specifications @25° C

- Max. Instantaneous Input Voltage: +/- 500V
- Max. Instantaneous Input Current: 400mA
- Max. Input Power: 500mW
- Min. Input: 0.0V@1nA
- Min. Charging Input (Max. Power Dissipation):

- EH300	4.0V@200nA(800nW)
- EH301	6.0V@300nA(1800nW)
- EH300A	4.0V@500nA(2µW)
- EH301A	6.0V@500nA(3µW)

- Internal Voltage Clamp: 7.0V@10mA
- Max. Output Current: 1 amp
- Operating Life Cycles: Virtually unlimited
- Logic Compatibility: CMOS

#### EH300

- VL=1.8V VH=3.6V
- Useful Energy Output@ 4.6mJ
- Output On-Time Rating: 68msec@25mA

#### EH300A

- VL=1.8V VH=3.6V
- Useful Energy Output@ 30mJ
- Output On-Time Rating: 75msec@150mA

#### EH301

- VL=3.1V VH=5.2V
- Useful Energy Output@ 8.3mJ
- Output On-Time Rating: 80msec@25mA

#### EH301A

- VL=3.1V VH=5.2V
- Useful Energy Output@ 55mJ
- Output On-Time Rating: 88msec@150mA

### FUNCTIONAL DESCRIPTION

EH300/EH301 Series Modules' voltage on the onboard storage capacitor bank is +V, which is also the positive supply voltage switched to power the output power load. Initially, +V voltage on an EH300/EH301 Series Module starts at 0.0V. During the initial charge period, +V starts charging from 0.0V. The internal circuit of the Module monitors and detects this +V voltage. When +V reaches VH, the Module output (VP) is enabled and turned to the ON state and is then able to supply power

to a power load, such as a microprocessor and/or a sensor circuit. The amount of useful energy available is a function of the capacity of the storage capacitor bank. Meanwhile, an EH300/EH301 Series Module continue to accumulate any energy generated by external energy sources. If external energy input availability is high, output VP remains in an ON state continuously, until such time that external energy availability is lower than the power demand required by the power load. As external energy input exceeds power loading, +V increases until internal voltage clamp circuits limit it to a maximum clamp voltage.

**Mechanical Specifications**

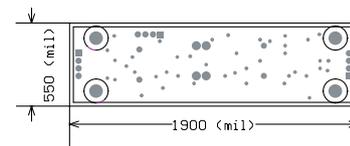
- Outline Dimensions: W x L x H : 0.55 in. x 2.00 in. x 0.70 in.
- 4 Mounting Holes: 0.085 in. diameter
- Weight: 0.5 ounce (14 grams) nominal

EH300/EH301 Top View

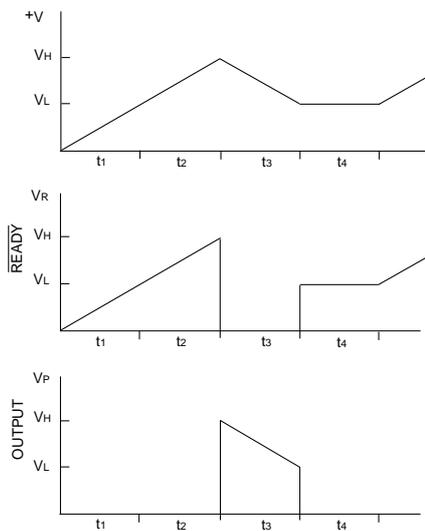


Socket Adapter Cable:  
 J1: Hirose Socket, 2 Position P/N : DF13-2S  
 J2: Hirose Socket, 4 Position P/N : DF13-4S

Module Dimensions



EH300/EH301 Waveforms



**Environmental Specifications**

- Leadfree (ROHS) compliant
- Operating Temperature Range: 0 to 70° C
- Max. Average Operating Temperature : 50° C
- Storage Temperature: -40 to +85° C
- Humidity: To 90% (no condensation)
- Protection: Conformal and Epoxy coated

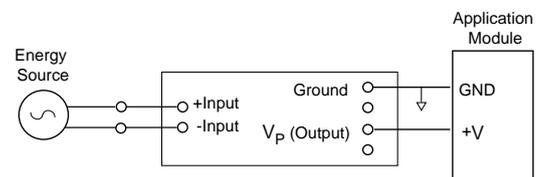
**Initial Setup & Calibration**

EH300/EH301 Series Modules are setup and calibrated at the factory to standard specifications and settings. No user setup is required. Optional user control signal and connection to external capacitor or battery storage banks are available at the output port. All EH300/EH301 Series Modules are shipped Ready to Use.

During normal operation, as power is drawn from an EH300/EH301 Series Module, +V decreases in voltage. When +V reaches VL, output VP switches to an OFF state and stops supplying any further power to the power load. With built-in hysteresis circuits within the Module, VP now remains in the OFF state even when the external energy source starts charging the capacitor bank again by importing fresh new impulses of electrical energy. Once VH level is reached again, output VP is then turned to the ON state again. Hence +V voltage cycles between VH to VL voltage levels and then to the OFF state. When in the ON state, VP can supply up to 1A of current for a limited time period as determined by the stored useful energy and the energy demand by the power load. An optional input/output pin VR functions as VP on/off control (external input through 1KOhm) or as READY logical control (output) signal preceding output VP switching.

Input energy charging times t1 and t2 are limited by input energy available minus energy loss by an EH300/EH301 Series Module. The energy output time period t3 is determined by the rate of energy used by the power load as a function of energy stored. Low input energy hold time t4 is typically many orders of magnitude greater than the sum of t1, t2 and t3.

EH300/EH301 Typical Application





# Annexe E

---

## Conception du récupérateur d'énergie

---

Cette annexe présente les différents éléments constituant le récupérateur d'énergie développé. Celui-ci est composé d'une succession d'aimants fixés sur l'axe mobile. Ces aimants se déplacent à l'intérieur d'un empilement de bobines. L'axe mobile est maintenu en position par deux ressorts. Ces derniers sont utilisés pour permettre un bon guidage de la masse mobile.

### E.1 Aimant

Les aimants utilisés ont été fournis par la société YX Magnetic [30]. Ils sont au nombre de onze et sont fixés sur l'axe mobile. Ils sont tous identiques et sont de type "anneau". La figure E.1 représente l'un d'eux.

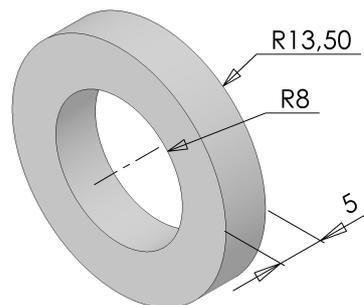


FIG. E.1 – Aimant anneau utilisé de référence A27-16-5 chez YX Magnetic [30]

Les cotes indiquées ont une tolérance de  $\pm 0.1$  mm.

Les aimants en terre rare permettent d'avoir un fort champ magnétique (de l'ordre de 1.3 Teslas) et explique que l'on utilise le Néodyme (NdFeB). Mais ce matériau a le désavantage d'être sujet à l'oxydation ce qui explique la nécessité d'avoir un revêtement antioxydant. L'aimant choisi est de grade N42. La documentation technique indique un champ magnétique de 1.32 Teslas et qu'il peut être utilisé de façon optimale jusqu'à une température de 80°C [30].

Plusieurs types de polarisation sont possibles comme le montre la figure E.2. Nous retiendrons celle axiale. Les aimants doivent alors être montés en opposition pour obtenir des lignes de

champ traversant les bobines placées autour d'eux.

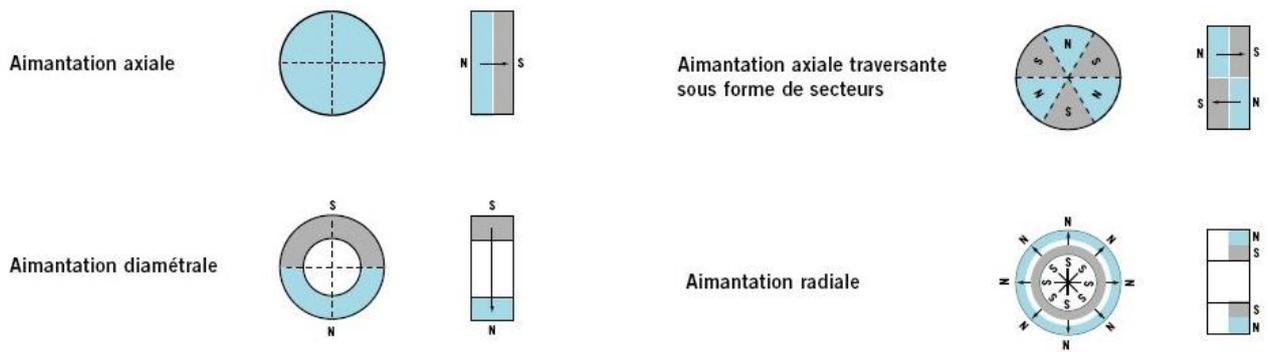


FIG. E.2 – Exemple de polarisations possible des aimants cylindriques [30]

## E.2 Ressort plat

Une des pièces les plus délicates du mécanisme est le ressort. Celui-ci doit avoir un encombrement réduit, d'où le choix d'un ressort plat. Il est réalisé en cuivre au béryllium (CuBe 2) car ce matériau est amagnétique et qu'il possède une limite élastique assez importante. Ce matériau nécessite d'être durci pour atteindre la valeur élevée de  $R_e = 1\,120\text{ MPa}$ . De plus, son module d'Young relativement élevé ( $E = 130\,000\text{ MPa}$ ), permet d'avoir un ressort de faible épaisseur. Comme la masse mobile minimale est de 300 gr, cela nous amène à choisir une rigidité de ressort maximale de  $k = 250\,000\text{ N.m}^{-1}$  pour pouvoir atteindre une fréquence de résonance de 200 Hz. L'ajustement de la pulsation de résonance va se faire par ajout de masses supplémentaires. On se fixe pour objectif d'avoir une résonance vers 60 Hz pour une masse mobile assez faible (mais non minimale). Si on suppose que l'on monte deux masses additionnelles sur l'axe mobile on obtient une masse  $m = 690\text{ gr}$ . Cela implique une rigidité de  $k \approx 50\,000\text{ N.m}^{-1}$  dans cette configuration.

Pour la modélisation nous avons choisi de modéliser le ressort plat par une plaque de Mindlin. Les simulations réalisées sur Comsol® montrent que pour une épaisseur de 0.8 mm la rigidité vaut alors  $k = 50\,600\text{ N.m}^{-1}$ . Pour ne pas dépasser la limite élastique il faut que le déplacement sur le cercle du centre soit limité à 2 mm, comme le montre les simulations représentées sur la figure E.3. Cela correspond à appliquer un effort de 100 N sur le ressort.

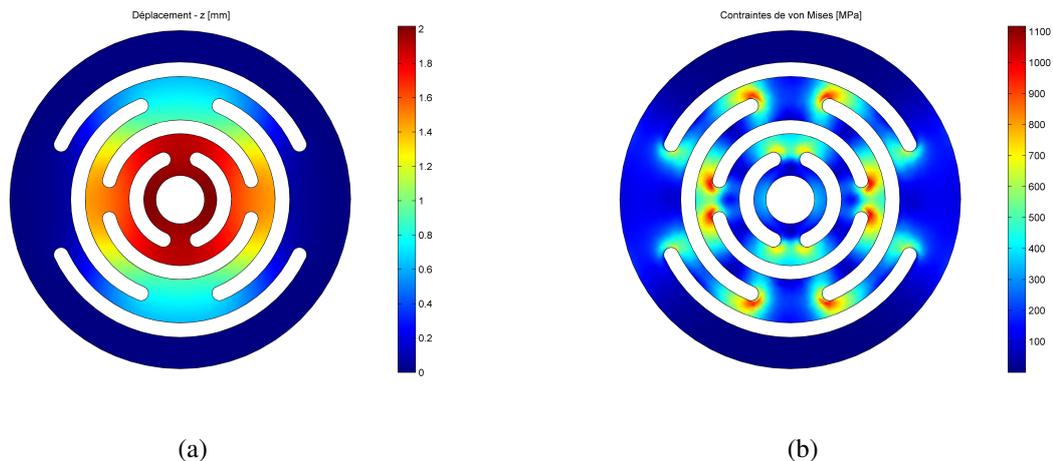
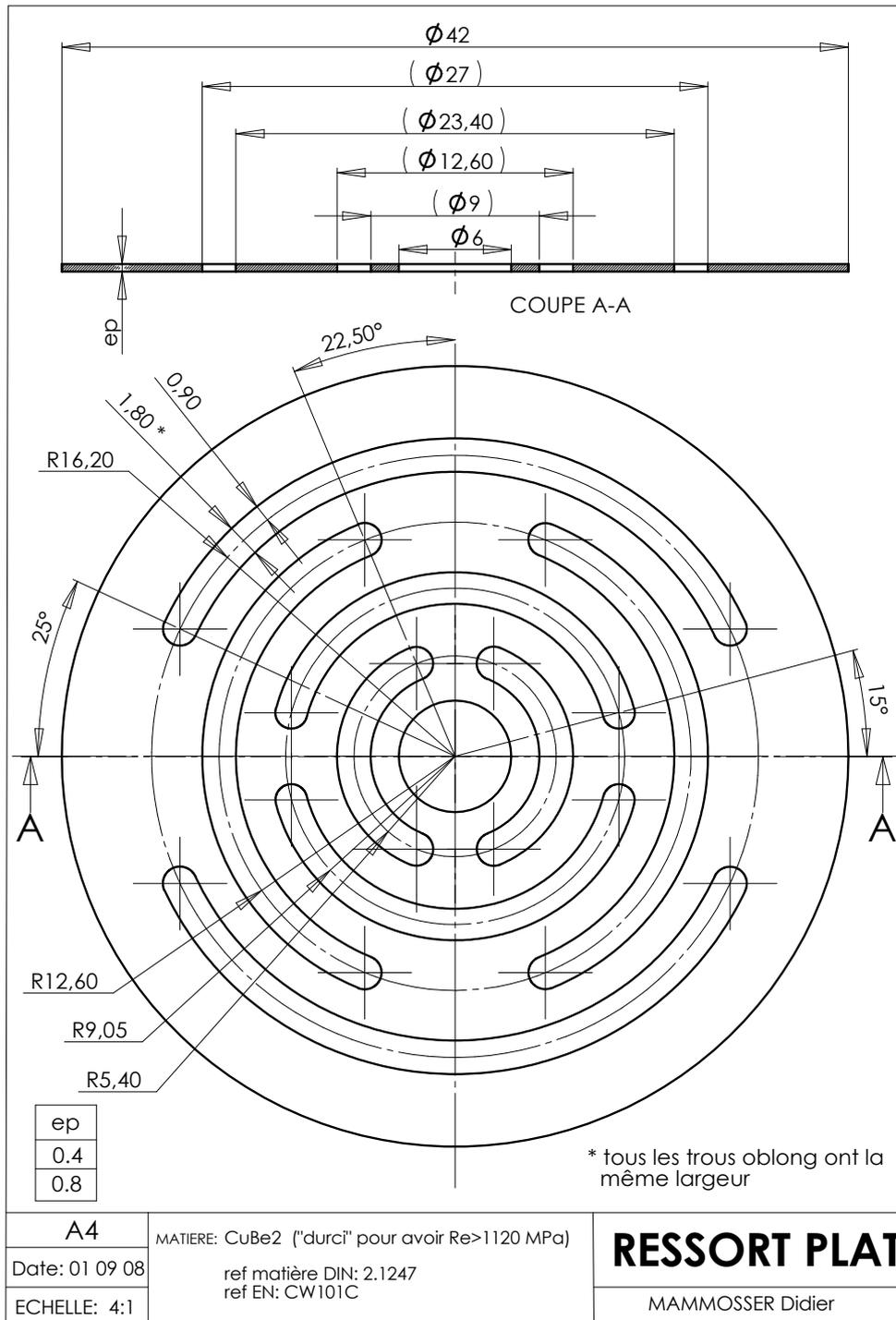


FIG. E.3 – Simulations par une plaque de Mindlin du ressort en CuBe2 d'épaisseur 0.8 mm

Les simulations numériques confirment la linéarité de l'effort de rappel du ressort :  $f = k.x$  (où  $x$  est la distance dont est déformé le ressort).

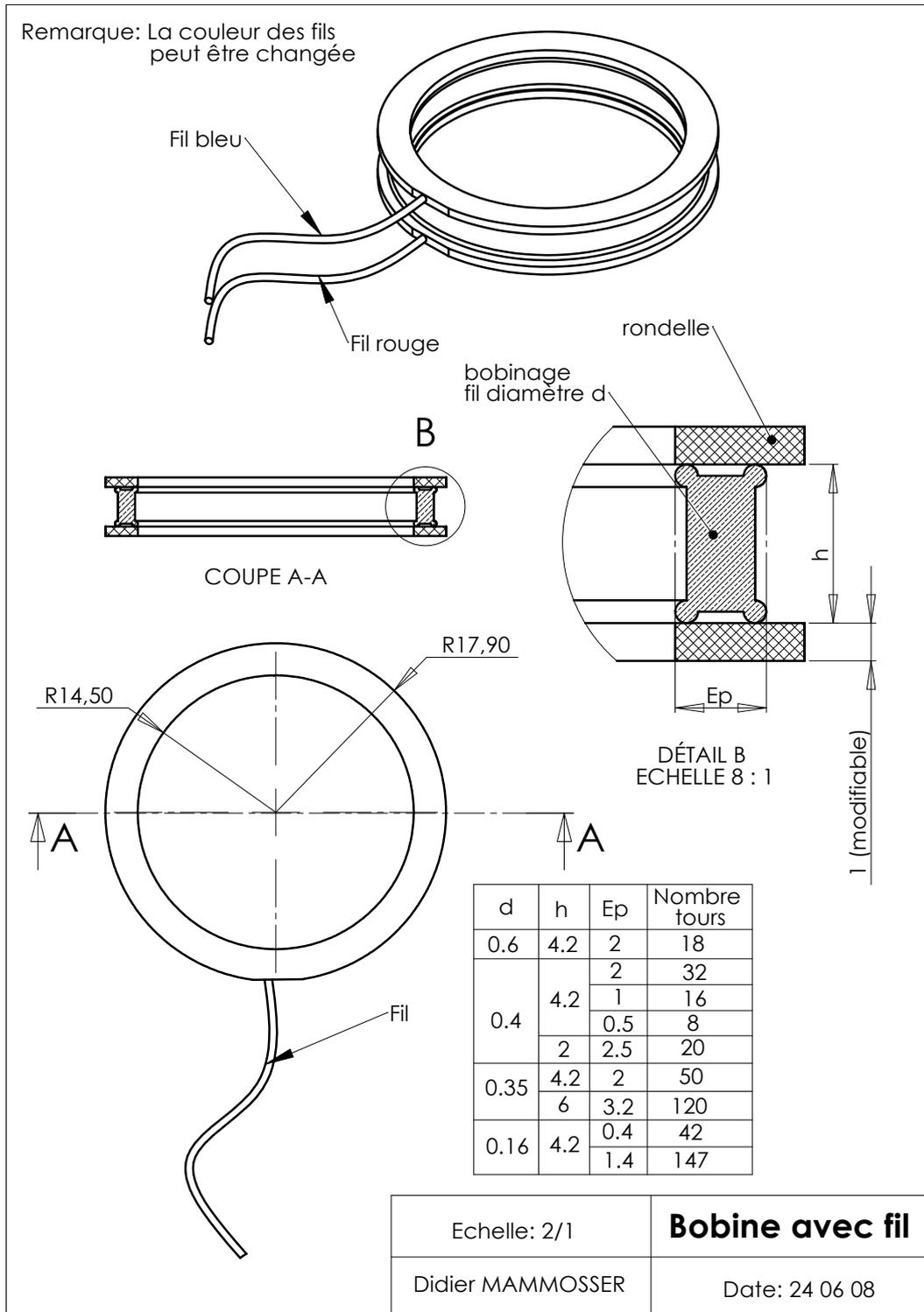
L'analyse modale de ce ressort montre que sa première fréquence de résonance est située à 1.63 kHz. Nous ne serons donc pas gênés par des phénomènes de résonance de la structure flexible comme nous allons utiliser ce récupérateur d'énergie à une fréquence d'utilisation inférieure à 200 Hz.

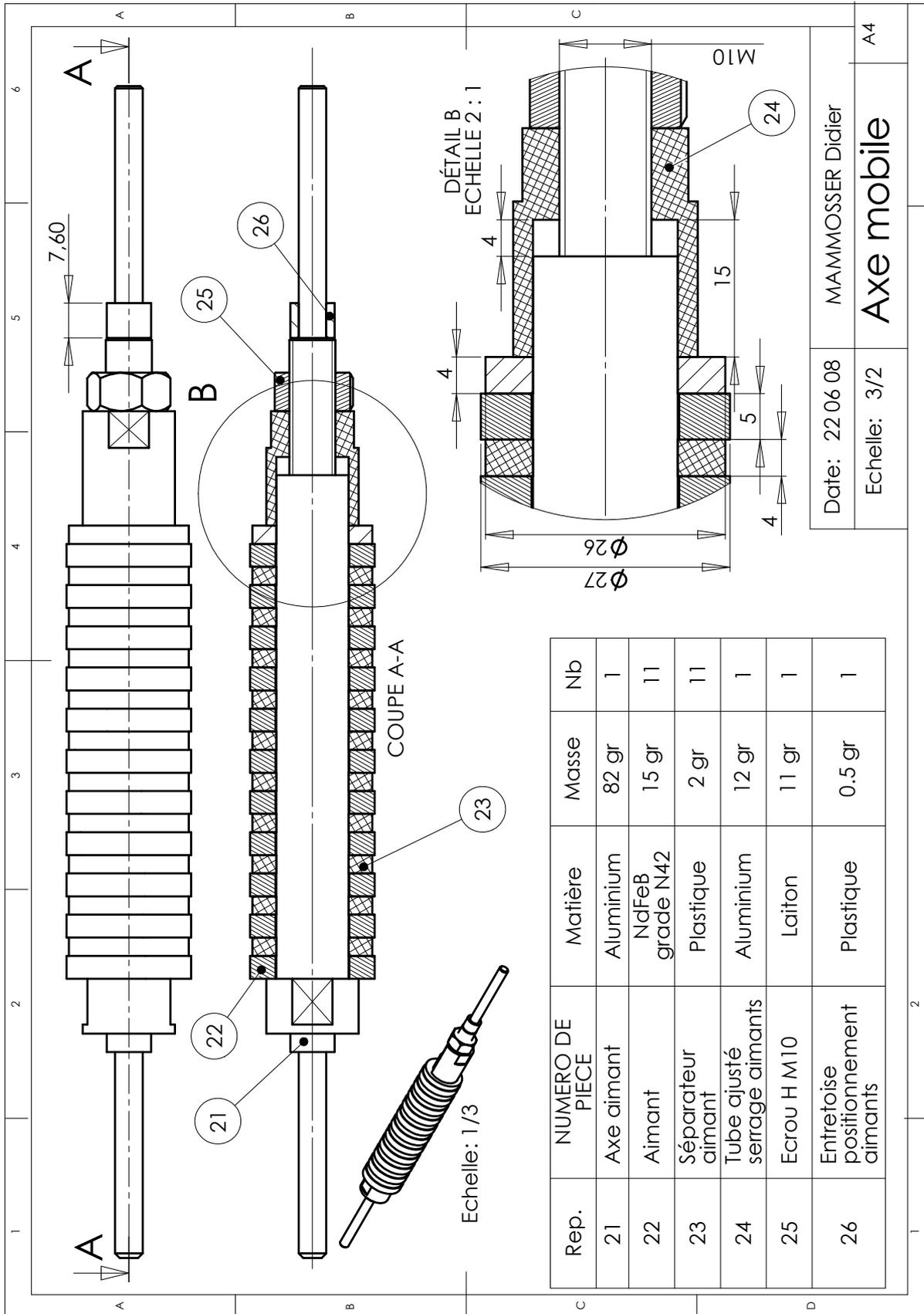
Sur la page suivante on trouve la mise en plan du ressort retenu.

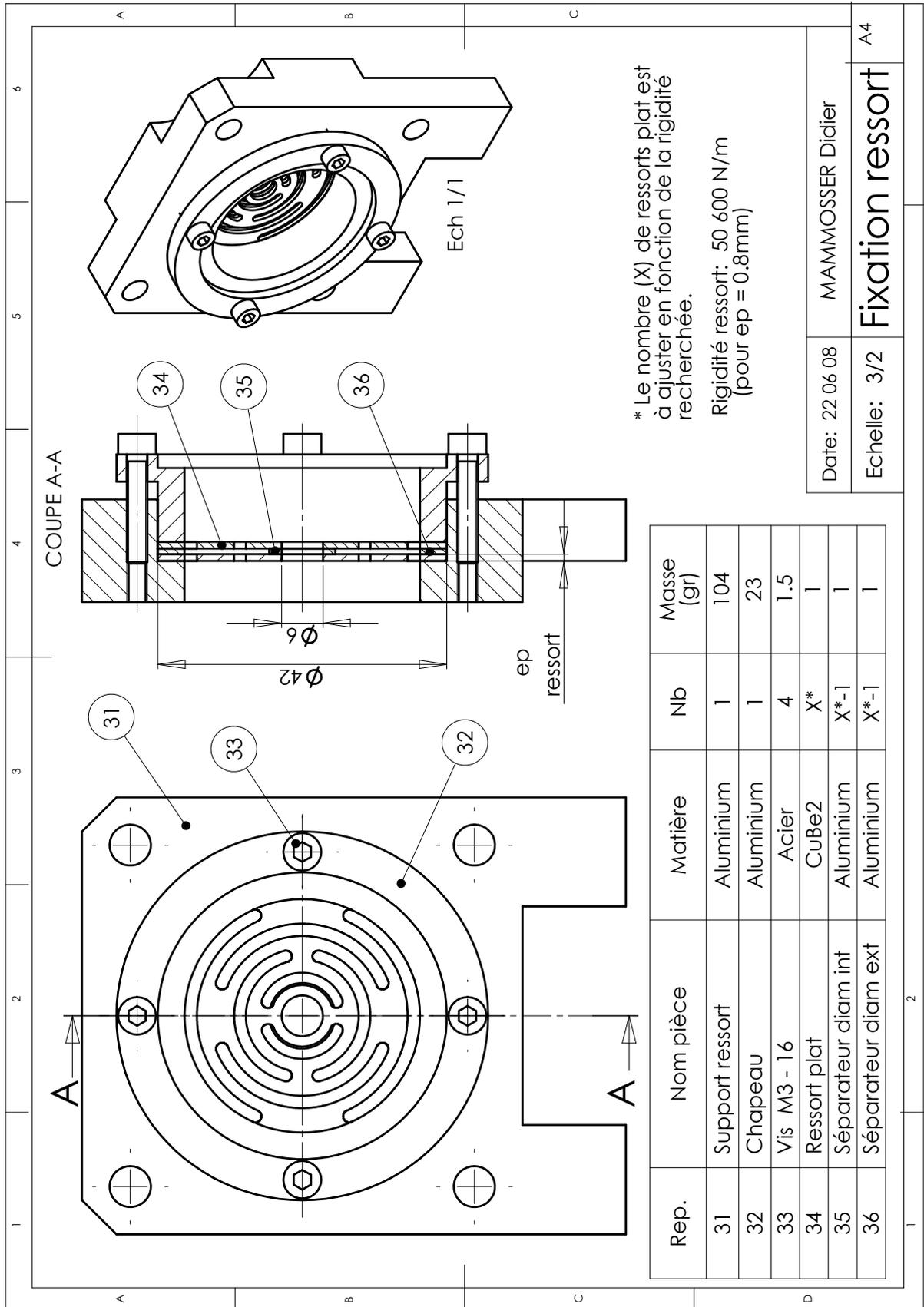


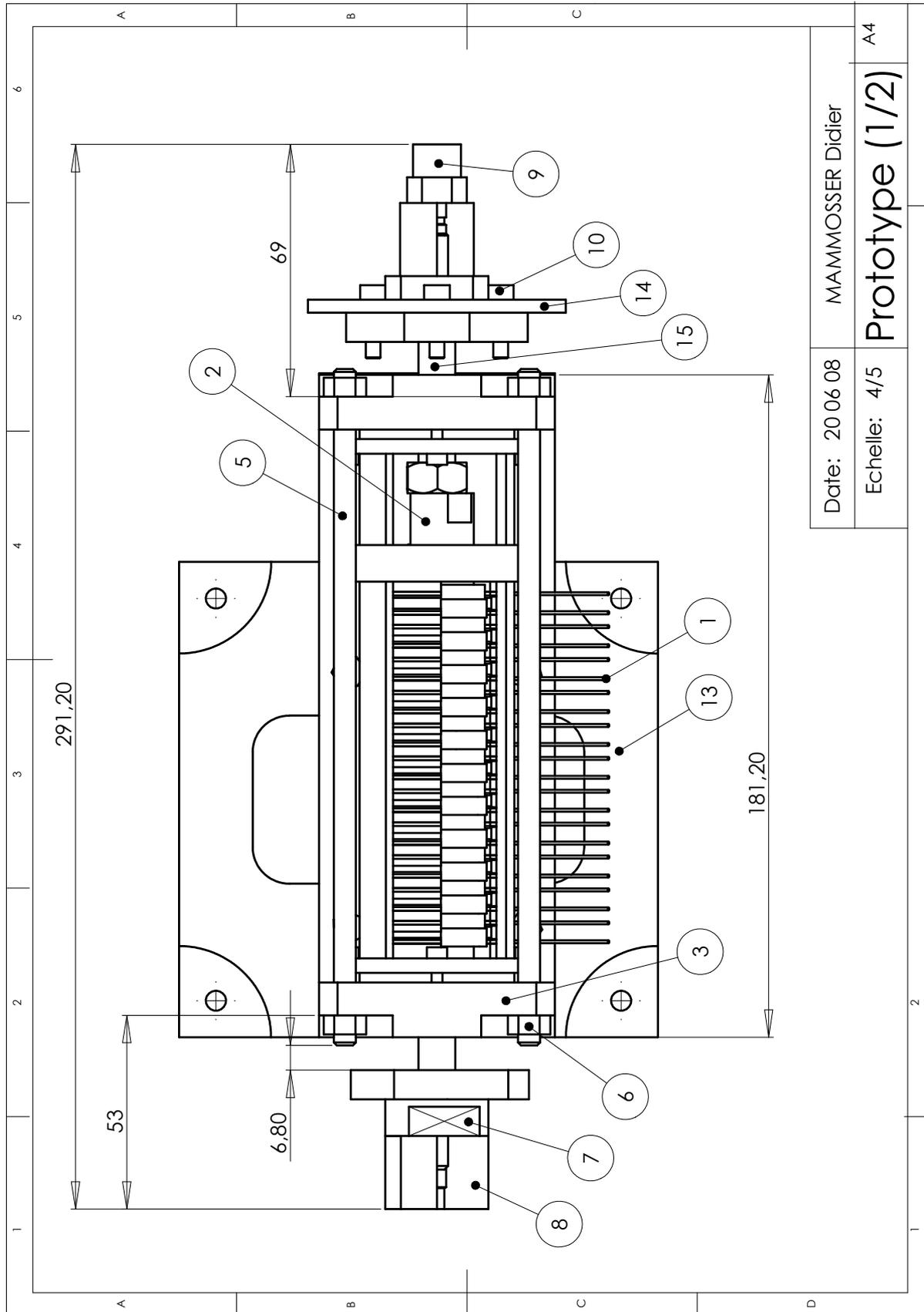
### E.3 Plans du récupérateur d'énergie

Les pages suivantes présentent les mises en plan des différents éléments du récupérateur d'énergie conçu.









Rep.	NUMERO DE PIECE	Masse (gr)	Nb
1	Bobine avec fil	25	11
2	Axe mobile	293	1
3	Fixation ressort	156	2
4	Tube support bobines	10	1
5	Tige filetée M6 185	42	4
6	Ecrou M6	2.5	8
7	Support masse additionnelle	40	2
8	Contre-écrou axe mobile	27	2
9	Accéléromètre	13	1
10	Vis fixation masse additionnelle (M4)	3	6
11	Bâti	175	1
12	Vis M5-16	4.5	8
13	Plaque support	231	1
14	Masse additionnelle	100	1
15	Entretoise axe mobile	4	4
16	Blocage bobines dans tube	20	1

Masse totale ensemble mini = 1700 gr  
 Masse mobile (sans masses additionnelles) = 456 gr  
 Ajout de masses additionnelles maxi = 1200 gr

Date: 20 06 08      MAMMOSSER Didier

Echelle: 4/5      **Prototype (2/2)**      A4



---

# Bibliographie

---

- [1] Lucien BOREL et Daniel FAVRAT : *Thermodynamique et énergétique : de l'énergie à l'exergie*, volume 1. Presses Polytechnique et Universitaire Romandes, 2005.
- [2] Site internet Wikipédia : <http://fr.wikipedia.org/>.
- [3] Joseph A. PARADISO et Thad STARNER : Energy scavenging for mobile and wireless electronics. *PERVASIVE Computing (Energy Harvesting & conservation)*, 2005.
- [4] Danielsson O, Sjöstedt ES, Thorburn T et Leijon M. : Simulated response of a linear generator wave energy converter. *In ISOPE paper 2004 JSC-387*, 2004.
- [5] Site internet : <http://www.enocean.com>.
- [6] Marcela Antunes GALHARDI, Thiago Henrique GUILHERME et Vincente Lopes JUNIOR : A review of power harvesting on mechanical vibration using piezoelectric materials and applications. *In 7<sup>th</sup> Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications*, 2008.
- [7] Nathan S. SHENCK : A demonstration of useful electric energy generation from piezoceramics in a shoe. master of science in electrical engineering, Massachusetts Institute of Technology, mai 1999.
- [8] Site internet : <http://www.mide.com>.
- [9] S ROUNDY et P K WRIGHT : A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics. *Smart Materials and Structures*, 13:1131–1142, 2004.
- [10] Y.B. JEON, R. SOOD, J. h. JEONG et S.-G. KIM : Mems power generator with transverse mode thin film pzt. *Sensors and Actuators A*, 122:16–22, 2005.
- [11] CEDRAT TECHNOLOGIES : Piezo products catalogue.
- [12] G. DESPESSE : *Etude des phénomènes physiques utilisables pour alimenter en énergie électrique des microsystèmes communicants*. thèse, INPG, 2005.
- [13] S. P. BEEBY, M. J. TUDOR, R. N. TORAH, E. KOUKHARENKO, S. ROBERTS, T. O'DONNELL et S. ROY : Macro and micro scale electromagnetic kinetic energy harvesting generators. *In DTIP of MEMS & MOEMS*, 2006.
- [14] Steve C.L. YUEN, Johnny M.H. LEE, Wen J. LI et Philip H.W. LEONG : An aa-sized vibration-based microgenerator for wireless sensors. *IEEE Pervasive Computing*, 6(1): 64–72, 2007.
- [15] Site internet : <http://www.perpetuum.com>.

- [16] Neil N. H. CHING, H. Y. WONG, Wen J. LI, Philip H. W. LEONG et Zhiyu WEN : A laser-micromachined multimodal resonating power transducer for wireless sensing systems. *Sensors and actuators A*, 97-98:685–690, 2002.
- [17] Mark Elliott STALEY : Development of a prototype magnetostrictive energy harvesting device. Mémoire de D.E.A., University of Maryland, College Park, 2005.
- [18] S. STERKEN, P. FIORINI et R. PUERS : Motion-based generators for industrial applications. In TIMA ÉDITIONS, éditeur : *DTIP of MEMS & MOEMS*, 2006.
- [19] D. SPREEMANN, Y. MANOLI, B. FOLKMER et D. MINTENBECK : Non-resonant vibration conversion. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 16(9):S169–S173, 2006.
- [20] B. CAVALLIER, P. BERTHELOT, H. NOUIRA, E. FOLTÊTE, L. HIRSINGER et S. BALLANDRAS : Energy harvesting using vibrating structures excited by shock. In *IEEE Ultrasonics Symposium*, 2005.
- [21] Yan PENG, Zuowei LIN, Lingzhi ZHAO, Ciwen SHA, Ran LI, Yuyu XU, Baolin LIU, Jian LI et Jason JIA : Analysis of liquid metal mhd wave energy direct conversion system. In *Proceedings of the Eighteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, 2008.
- [22] Dewei JIA et Jing LIU : Human power-based energy harvesting strategies for mobile electronic devices. *Frontiers of Energy and Power Engineering in China*, 3(1):27–46, 2009.
- [23] *IEEE Standard on Piezoelectricity*. ANSI/IEEE Std 176-1987, 1988.
- [24] Scott MENINGER, Jose Oscar MUR-MIRANDA, Rajeevan AMIRTHARAJAH, Anantha P. CHANDRAKASAN et Jeffrey H. LANG : Vibration-to-electric energy conversion. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI)*, 9(1):64–76, fév 2001.
- [25] S. ROUNDY, P. K. WRIGHT et K. S. J. PISTER : Micro-electrostatic vibration-to-electricity converters. In *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, 2002.
- [26] Paul D. MITCHESON, Tim C. GREEN, Eric M. YEATMAN et Andrew S. HOLMES : Architectures for vibration-driven micropower generators. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 13(3), jun 2004.
- [27] S. G. WAX et R. R. SANDS : Electroactive polymer actuators and devices. In *Conference on Electroactive polymer actuators and devices, DARPA*, 1999.
- [28] Adrien BADEL : *Récupération d'énergie et contrôle vibratoire par éléments piézoélectriques suivant une approche non linéaire*. thèse, Ecole Doctorale de l'Université de Savoie, 2008.
- [29] Thomas von BÜREN et Gerhard TRÖSTER : Design and optimization of a linear vibration-driven electromagnetic micro-power generator. *Sensors and Actuators A*, 135:765–775, 2007.
- [30] Site internet : <http://www.yxmagnetic.com>.
- [31] B. MULTON : *Application des aimants aux machines électriques*.
- [32] André PREUMONT : *Vibration Control of Active Structures - An introduction*. KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, seconde édition, 2002.

- [33] Christian NGÔ : *L'énergie : Ressources, technologies et environnement*. Dunod, 2002.
- [34] Jean-Louis BOBIN, Elisabeth HUFFER et Hervé NIFENECKER : *L'énergie de demain : Techniques - Environnement - Economie*. EDP sciences, 2005.
- [35] Eric GONCALVÈS et Jean-Paul THIBAUT : Cycles thermodynamiques des machines thermiques, oct 2006.
- [36] Shad ROUNDY, Brian P. OTIS, Yuen-Hui CHEE, Jan M. RABAEY et Paul WRIGHT : A 1.9ghz rf transmit beacon using environmentally scavenged energy.
- [37] M. LEIJON, O. DANIELSSON, M. ERIKSSON, K. THORBURN, H. BERNHOFF, J. ISBERG, J. SUNDBERG, I. IVANOVA, E. SJÖSTEDT et O. ÅGREN : An electrical approach to wave energy conversion. *Renewable Energy*, 31:1309–1319, 1986.
- [38] S. ROUNDY, M. STRASSER et P.K. WRIGHT : Powering ambient intelligent networks.
- [39] GREEN et WILSON : Future power source for mobile communications. *Electronics & Communication Engineering*, feb 2001.
- [40] Site internet FARNELL : <http://fr.farnell.com/>.
- [41] Site internet : [http://www.iea.org/textbase/stats/pdf\\_graphs/frelec.pdf](http://www.iea.org/textbase/stats/pdf_graphs/frelec.pdf).
- [42] Nina TRUTTMANN et Helmut RECHBERGER : Contribution to resource conservation by reuse of electrical and electronic household appliances. *Resources, Conservation and Recycling*, 48:249–262, 2006.
- [43] Michel FEIDT : *Energétique : Concepts et applications*. Dunod, 2006.
- [44] Georges GONCZI : *Comprendre la thermodynamique*. ellipses, 2005.
- [45] ADAPTIVENERGY : Building blocks of an energy harvesting solution. [www.AdaptivEnergy.com](http://www.AdaptivEnergy.com), juillet 2009.
- [46] Site internet Ampair : <http://www.ampair.com/>.
- [47] Daniel A. LOWY et Leonard M. TENDER : Harvesting energy from the marine sediment-water interface iii. kinetic activity of quinone- and antimony-based anode materials. *Journal of Power Sources*, 185:70–75, 2008.
- [48] Loreto MATEU et Francesc MOLL : Review of energy harvesting techniques and applications for microelectronics. *In Proceedings of the SPIE Microtechnologies for the New Millenium*, 2005.
- [49] R.J.M. VULLERS, R. van SCHAIJK, I. DOMS, C. Van HOOF et R. MERTENS : Micropower energy harvesting. *Solid-State Electronics*, 53:684–693, 2009.
- [50] Site internet : <http://pvlab.ioffe.ru/technology/tpv.html>.
- [51] Francis O'SULLIVAN, Ivan CELANOVIC, Natalija JOVANOVIC, John KASSAKIAN, Shoji AKIYAMA et Kazumi WADA : Actuators and their mechanisms in microengineering. *Journal of applied physics*, 97(033529), 2005.
- [52] J. G. STOCKHOLM : Génération thermoélectrique. *In Energie portable : autonomie et intégration dans l'environnement humain - Cachan - Journées Electrotechniques du Club EEA*, numéro ISBN 2-909968-10-3, mar 2002.
- [53] David J. ANDERSON : NASA radioisotope power conversion technology NRA overview.
- [54] Mickaël LALLART : *Amélioration de la conversion électroactive de matériaux piézo-électriques et pyroélectriques pour le contrôle vibratoire et la récupération d'énergie*. thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, nov 2008.

- [55] G. SEBALD, S. PRUVOST et D. GUYOMAR : Energy harvesting based on ericsson pyroelectric cycles in a relaxor ferroelectric ceramic. *Smart Materials and Structures*, 17, 2008.
- [56] Robin PELC et Rod M.FUJITA : Renewable energy from the ocean. *Marine Policy*, 26:471–479, 2002.
- [57] Site internet : <http://www2.cnrs.fr/sites/communiqu/fichier/08searev.pdf>.
- [58] M.O.L. HANSEN, J.N. SØRENSEN, S. Voutsinas N. SØRENSEN et H.Aa. MADSEN : State of the art in wind turbine aerodynamics and aeroelasticity. *Progress in Aerospace Sciences*, 42:285–330, 2006.
- [59] Site internet : <http://www.freeplayenergy.com>.
- [60] Site internet : <http://www.seikowatches.com>.
- [61] G. POULIN : *Contribution au développement d'un générateur piézoélectrique pour applications nomades*. Thèse, Université Paris XI Orsay, 2004.
- [62] M. RAJU : Energy harvesting. ULP meets energy harvesting : a game-changing combination for design engineers. *TI*, <http://focus.ti.com/lit/wp/slyy018/slyy018.pdf>, 2008.
- [63] Erick O. TORRES et A. RINCÓN-MORA : Energy-harvesting chips and the quest for everlasting life. *EE Times-Asia*, pages 1–4, oct 2005.
- [64] G. PARK, C. R. FARRAR, M. D. TODD, W. HODGKISS et T. ROSING : Energy harvesting for structural health monitoring sensor networks. Rapport technique, Los Alamos National Laboratory, 2007.
- [65] Claire JEAN-MISTRAL : *Récupération d'énergie mécanique par polymères électroactifs pour microsystèmes autonomes communicants*. Thèse, Université Joseph Fourier Grenoble I, oct 2008.
- [66] Roundy S., Steingart D., Fréchette L., Wright P. K. et Rabaey J. : Power sources for wireless networks. In *1st European Workshop on Wireless Sensor Networks (EWSN '04)*, jan 2004.
- [67] Jan KRIKKE : Sunrise for energy harvesting products. *IEEE Pervasive Computing*, 4(1):4–8, 2005.
- [68] Georges AKHRAS : Des matériaux intelligents et des systèmes intelligent pour l'avenir. *Revue militaire canadienne*, Automne 2000.
- [69] T. STARNER : Human-powered wearable computing. *IBM Systems Journal*, 35(3 & 4), 1996.
- [70] S. TURRI, B. MULTON, H. Ben AHMED, D. MILLER, F. MULTON et P. DELAMARCHE : Analyse des possibilités de récupération de l'énergie sur l'être humain, notamment sur les mouvements et conception d'un générateur électromagnétique alternatif laboratoire de physiologie et de biomécanique de. Rapport d'activité SATIE/LPBEM de l'AS n°7 "Generation et conversion d'énergie pour les systèmes portables", sep 2002.
- [71] Loreto Mateu SÁEZ : *Energy Harvesting from Passive Human Power*. Thèse de doctorat.
- [72] Nathan S. SHENCK et Joseph A. PARADISO : Energy scavenging with shoe-mounted piezoelectrics. *IEEE Micro*, 21(3):30–42, 2001.
- [73] M. JONES, T. MARTIN et Z. NAKAD : A service backplane for e-textile applications. *Workshop on Modeling, Analysis and Middleware Support for Electronic Textiles (MAM-SET)*, pages 15–22, 2002.

- [74] François M. GUILLOT, Haskell W. BECKHAM et Johannes LEISEN : Piezoelectric fabrics for energy harvesting. *National Textile Center Research Briefs*, pages 1–3, juin 2007. NTC Project : F06-GT05.
- [75] S. TURRI, D. MILLER, H. Ben AHMED et B. MULTON : Design of an electro-mechanical portable system using natural human body movements for electricity generation. *In EPE 2003*.
- [76] T. von BÜREN, P. D. MITCHESON, T. C. GREEN, E. M. YEATMAN, A. S. HOLMES et G. TROSTER : Optimization of inertial micropower generators for human walking motion. *Sensors Journal, IEEE*, 6(1):28–38, 2006.
- [77] Marcin MARZENCKI : *Conception de microgénérateurs intégrés pour systèmes sur puce autonome*. thèse, Université Joseph Fourier Grenoble I, mar 2007.
- [78] Yasser AMMAR : *Conception de systèmes de gestion d'énergie pour microsystèmes autonomes*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2006.
- [79] Hichem NOUIRA : *Contribution à la conception d'un microconvertisseur d'énergie mécanique vibratoire en énergie électrique*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2008.
- [80] S P BEEBY, M J TUDOR et N M WHITE : Energy harvesting vibration sources for microsystems applications. *Measurement Science Technology*, 17:R175–R195, 2006.
- [81] Steven R ANTON et Henry A SODANO : A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006). *Smart Materials Structures*, 16:R1–R21, 2007.
- [82] S.W. ARMS, C.P. TOWNSEND, D.L. CHURCHILL, J.H. GALBREATH et S.W. MUNDELL : Power management for energy harvesting wireless sensors. *In Smart Structures and Materials 2005*.
- [83] O. SOSNICKI, N. LHERMET et F. CLAEYSSSEN : Vibration energy harvesting in aircraft using piezoelectric actuators. *In Actuator 2006, 10th International Conference on New Actuators*, pages 968–971. Bremen, Germany, juin 2006.
- [84] P.J. CORNWELL, J. GOETHAL, J. KOWKO et M. DAMIANAKIS : Enhancing power harvesting using a tuned auxiliary structure. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 16:825–834, 2005.
- [85] C. SHEARWOOD et R.B. YATES : Development of an electromagnetic micro-generator. *Electronics Letters*, 33(22):1883–1884, 1997.
- [86] Roger G. GILBERTSON et John D. BUSCH : A survey of micro-actuator technologies for future spacecraft missions. *The Journal of The British Interplanetary Society*, 49:129–138, 2003.
- [87] Andrey BAYRASHEV, William P. ROBBINS et Babak ZIAIE : Low frequency wireless powering of microsystems using piezoelectric-magnetostrictive laminate composites. *Sensors and Actuators A*, 114:2474–249, 2004.
- [88] Site internet : [http://www.kistler.com/fr\\_fr/fr/technology\\_piezoelectric/leffet-piezoelectrique.html](http://www.kistler.com/fr_fr/fr/technology_piezoelectric/leffet-piezoelectrique.html).
- [89] Vincent PIEFORT : *Finite Element Modelling of piezoelectric Active Structures*. Thèse, Université Libre de Bruxelles, 2001.
- [90] A. PREUMONT : *Mechatronics : Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, chapitre 3.

- [91] Site internet TRS Technologies : <http://www.trstechnologies.com>.
- [92] John KYMISSIS, Clyde KENDALL, Joseph PARADISO et Neil GERSHENFELD : Parasitic power harvesting in shoes. *In In Proc. of the Second IEEE International Conference on Wearable Computing (ISWC), IEEE Computer*, pages 132–139. Society Press, 1998.
- [93] Shad ROUNDY, Paul K. WRIGHT et Jan RABAEY : A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. *Computer Communications*, 26:1131–1144, 2003.
- [94] N M WHITE, P GLYNNE-JONES et S P BEEBY : A novel thick-film piezoelectric micro-generator. Technical note 10, Smart materials and structures, 2001.
- [95] Jing-Quan LIU, Hua-Bin FANG, Zheng-Yi XU, Xin-Hui MAO, Xiu-Cheng SHEN, Di CHEN, Hang LIAO et Bing-Chu CAI : A mems-based piezoelectric power generator array for vibration energy harvesting. *Microelectronics Journal*, 39:802–806, 2008.
- [96] M. RENAUD, K. KARAKAYA, T. STERKEN, P. FIORINI, C. Van HOOF et R. PUERS : Fabrication, modelling and characterization of mems piezoelectric vibration harvesters. *Sensors and Actuators A*, 145-146:380–386, 2008.
- [97] Dongna SHEN, Jung-Hyun PARK, Joo Hyon NOH, Song-Yul CHOE, Seung-Hyun KIM, Howard C. Wikle III et Dong-Joo KIM : Micromachined pzt cantilever based on soi structure for low frequency vibration energy harvesting. *Sensors and Actuators A*, 154: 103–108, 2009.
- [98] Yoseph BAR-COHEN : Electroactive polymers as artificial muscles - reality and challenges. *In Proceedings of the 42nd AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (SDM)*, pages 968–971. American Institute of Aeronautics and Astronautics, avril 2001.
- [99] Shadrach Joseph ROUNDY : Energy scavenging for wireless sensor nodes with a focus on vibration to electricity conversion. Ph. d., University of California, spring 2003.
- [100] Y ARAKAWA, Y SUZUKI et N KASAGI : Micro seismic power generator using electret polymer film power mems. *In Power MEMS Conference*, pages 187–190, 2004.
- [101] G DESPESE, T JAGER, J CHAILLOUT, J LEGER, A VASSILEV, S BASROUR et B CHALLOT : Fabrication and characterisation of high damping electrostatic micro devices for vibration energy scavenging. *In Proc. Design, Test, Integration and Packaging of MEMS and MOEMS*, pages 386–390, 2005.
- [102] Ayyaz Mahmood PARACHA, Philippe BASSET, Frédéric MARTY, Adrian Vaisman CHASIN, Patrick POULICHET et Tarik BOUROUINA : A high power density electrostatic vibration-to-electric energy converter based on an in-plane overlap plate (ipop) mechanism. *In DTIP 2007*.
- [103] Ingo KUEHNE, Alexander FREY, Djordje MARINKOVIC, Gerald ECKSTEIN et Helmut SEIDEL : Power mems-a capacitive vibration-to-electrical energy converter with built-in voltage. *Sensors and Actuators A*, 142:263–269, 2008.
- [104] P. MIAO, A.S. HOLMES, E.M. YEATMAN, T.C. GREEN et P.D. MITCHESON : Micro-machined variable capacitors for power generation. *In Electrostatics'03*, 2003.
- [105] C.B. WILLIAMS et R.B. YATES : Analysis of a micro-electric generator for microsystems. *Sensors and Actuators A*, 52:8–11, 1996.

- [106] R. AMIRTHARAJAH et A. P. CHANDRAKASAN : Self-powered signal processing using vibration-based power generation. *IEEE J. Solid State Circuits*, 33:687–695, 1998.
- [107] M EL-HAMI, P GLYNNE-JONES, E JAMES, S P BEEBY, N M WHITE, A D BROWN, J N ROSS et M HILL : Design and fabrication of a new vibration-based electromechanical power generator. *Sensors and Actuators A*, 92:335–342, 2001.
- [108] P GLYNNE-JONES, M J TUDOR, S P BEEBY et N M WHITE : An electromagnetic, vibration-powered generator for intelligent sensor systems. *Sensors and Actuators A*, 110:344–349, 2004.
- [109] H KULAH et K NAJAFI : An electromagnetic micro power generator for low-frequency environmental vibrations. *In Micro Electro Mechanical Systems-17th IEEE Conf. on MEMS*, pages 237–240, 2004.
- [110] C. SERRE, A. PÉREZ-RODRIGUEZ, N. FONDEVILLA, J.R. MORANTE, J. MONTSERRAT et J. ESTEVE : Vibrational energy scavenging with si technology electromagnetic inertial microgenerators. *In DTIP of MEMS & MOEMS*, 2006.
- [111] Santosh KULKARNI, Elena KOUKHARENKO, Russell TORAH, John TUDOR, Steve BEEBY, Terence O'DONNELL et Saibal ROY : Design, fabrication and test of integrated micro-scale vibration-based electromagnetic generator. *Sensors and Actuators A*, 145-146:336–342, 2008.
- [112] D. MARIOLI, E. SARDINI et M. SERPELLONI : Electromagnetic generators employing planar inductors for autonomous sensor applications. *Procedia Chemistry*, 1:469–472, 2009. Proceedings of the Eurosensors XXIII conference.
- [113] Marcel JUFER : *Electromécanique*. Traité d'électricité, d'électronique et d'électrotechnique. Dunod, 1979.
- [114] G. POULIN, E. SARRAUTE et F. COSTA : Generation of electrical energy for portable devices : Comparative study of an electromagnetic and a piezoelectric system. *Sensors and Actuators A*, 116:461–471, 2004.
- [115] Ron PELRINE, Roy KORNBLUH, Jose JOSEPH, Richard HEYDT, Qibing PEI et Seiki CHIBA : High-field deformation of elastomeric dielectrics for actuators. *Materials Science and Engineering*, C 11:89–100, 2000.
- [116] H. T. BANKS, R. C. SMITH et Y. WANG : *Smart material structures : modeling, estimation and control*. Research in Applied Mathematics. Wiley-Masson, 1996.
- [117] Roger G. GILBERTSON et John D. BUSCH : A survey of micro-actuator technologies for future spacecraft missions. *The Journal of The British Interplanetary Society*, 49:129–139, 1996.
- [118] In-Kil CHOI et Jeong-Moon SEO : Estimation of historical earthquake intensities and intensity-pga relationship for wooden house damages. *Nuclear Engineering and Design*, 212:165–182, 2002.
- [119] C.R. SAHA, T. O'DONNELL, N. WANG et P. MCCLOSKEY : Electromagnetic generator for harvesting energy from human motion. *Sensors and Actuators A*, 147:248–253, 2008.
- [120] Y. B. YANG et C. W. LIN : Vehicle-bridge interaction dynamics and potential applications. *Journal of Sound and Vibration*, 284:205–226, 2005.
- [121] Fuller C.R., Elliot S.J. et Nilson P.A., éditeurs. *Active control of vibration*. Academic Press, 1997.

- [122] Clarence W. de SILVA, éditeur. *Vibration Damping, Control, and Design*. CRC Press, 2007.
- [123] Daniel J. INMAN : *Vibration with Control*. John Wiley & Sons, 2006.
- [124] Balas M.J. : Direct velocity feedback control of large space structures. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2(3):252–253, 1979.
- [125] P. MONNIER et M. COLLET : Definition of the mechanical design parameters to optimize efficiency of integral force feedback active damping strategy. *Journal of Structural Control*, 12:65–89, 2005.
- [126] P. GARDONIO et S. J. ELLIOTT : Passive and active isolation of structural vibration transmission between two plates connected by a set of mounts. *Journal of Sound and Vibration*, 237(3):483–511, 2000.
- [127] Othman Ben MEKKI : *Othman Ben Mekki*. Ph. d., Ecole Nationale des Ponts et Chaussées - Università di Roma "Tor Vergata", mai 2006.
- [128] C.M.A. VASQUES et J. Dias RODRIGUES : Active vibration control of smart piezoelectric beams : Comparison of classical and optimal feedback control strategies. *Computers and Structures*, 84:1402–1414, 2006.
- [129] Michael D. SYMANS et Michael C. CONSTANTINOU : Semi-active control system for seismic protection of structures : a state-of-the-art review. *Engineering Structures*, 21: 469–487, 1996.
- [130] Balas M.J. : Active control of flexible systems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 24(4):415–436, 1978.
- [131] D. KARNOPP, M. CROSBY et R. HARWOOD : Vibration control using semi-active force generators. *Journal of Engineering for Industry*, 96 (2):619–626, 1974.
- [132] S. HURLEBAUS et L. GAUL : Review : Smart structure dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20:255–281, 2006.
- [133] Jinhao QIU, Hongli JI et Kongjun ZHU : Semi-active vibration control using piezoelectric actuators in smart structures. *Frontiers of Mechanical Engineering in China*, 4(3):242–251, 2009.
- [134] Claude RICHARD, Daniel GUYOMAR, David AUDIGIER et Henri BASSALER : Enhanced semi passive damping using continuous switching of a piezoelectric device on an inductor. In T. Tupper HYDE, éditeur : *Proceeding of SPIE*, volume 3989 de *Smart structures and materials 2000 : Damping and isolation*, pages 288–299, avr 2000.
- [135] Mickaël LALLART, Daniel GUYOMAR, Yves JAYET, Lionel PETIT, Elie LEFEUVRE, Thomas MONNIER et Philippe Guy and Claude RICHARD : Synchronized switch harvesting applied to self-powered smart systems : Piezoactive microgenerators for autonomous wireless receivers. *Sensors and Actuators A*, 147:263–272, 2008.
- [136] G.A. LESIEUTRE, G.K. OTTMAN et H.F. HOFMANN : Damping as a result of piezoelectric energy harvesting. *Journal of Sound and Vibration*, 269:991–1001, 2004.
- [137] F. TISSEUR et K. MEERBERGEN : The quadratic eigenvalue problem. *SIAM Review*, 43(2):235–286, 2004.
- [138] V. KOMORNIK : Rapid boundary stabilization of linear distributed systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 35(5):1591–1613, 1997.

- [139] Y. MEYER, M. COLLET et P. DELOBELLE : Optimisation structurale de problèmes d'amortissement actif collocalisés de type direct velocity feedback. *In 7<sup>e</sup> Colloque national en calcul des structures*, 2005.
- [140] N.G. STEPHEN : On energy harvesting from ambient vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 293:409–425, 2006.
- [141] R. N. TORAH, S. P. BEEBY, M. J. TUDOR, T. O'DONNELL et S. ROY : Development of a cantilever beam generator employing vibration energy harvesting. *In Proceedings of the 6th Int. Workshop on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS 2006)*, 2006.
- [142] J. R. DORMAND et P. J. PRINCE : A family of embedded runge-kutta formulae. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 6(1):19–26, 1980.
- [143] E. FOLTÊTE : Analyse modale expérimentale, 2009. Cours 3<sup>e</sup> année ENSMM.
- [144] C RICHARD, D GUYOMAR, D AUDIGIER et G CHING : semi passive damping using continuous switching of piezoelectric device. *In Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials Conference*, volume 3672, pages 104–113, 1999.
- [145] E. LEFEUVRE, A. BADEL, C. RICHARD, L. PETIT et D. GUYOMAR : A comparison between several vibration-powered piezoelectric generators for standalone systems. *Sensors and Actuators A*, 126:405–416, 2006.
- [146] H. FRAHM : Device for damping vibrations of bodies. *US Patent 989958*, 1909.
- [147] J. ORMONDROYD et J.P Den HARTOG : The theory of the dynamic vibration absorber. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 50:9–22, 1928.
- [148] M. SETAREH : Floor vibration control using semi-active tuned mass dampers. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 29(1):76–84, 2002.
- [149] John E. BROCK : A note on the damped vibration absorber. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 13(A-284), 1946.
- [150] N. W. HAGOOD et A. von FLOTOW : Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*, 146(2):243–268, 1991.



## Résumé

Pour optimiser l'énergie vibratoire extraite d'une structure il faut choisir convenablement les paramètres du transducteur électrodynamique employé. Dans le cas d'une boucle de récupération d'énergie linéaire, pour maximiser la puissance extraite il faut que les amortissements électrique (créé par la boucle de rétroaction) et mécanique (dû aux pertes internes de la structure flexible) soient égaux. Cela revient à choisir le gain permettant de se placer à l'abscisse égale au double de celle en circuit ouvert sur le tracé du lieu d'Evans. Si la boucle est trop petite pour obtenir cette condition, alors il faut l'agrandir en changeant le placement du transducteur ou bien en utiliser plusieurs. Lorsque la boucle de récupération devient non linéaire l'égalité des amortissements est toujours valide, mais dans ce cas de figure il faut définir un amortissement électrique équivalent. Des mesures expérimentales ont confirmé que le même critère peut être utilisé dans le cas linéaire que dans le cas non linéaire.

Pour optimiser la puissance récupérée d'une structure vibrante, même si celle-ci n'est pas excitée à sa pulsation de résonance, utiliser un récupérateur d'énergie inertiel est envisageable. En choisissant sa masse, sa pulsation de résonance et son amortissement de façon adéquate, la puissance extraite peut être maximisée.

**Mots-clés:** Récupération d'énergie, transducteur électromagnétique, optimisation, stratégie de contrôle, direct velocity feedback (DVF), structure flexible, source d'énergie finie et infinie, boucle de rétroaction linéaire et non linéaire.

## Abstract

To optimize the energy scavenged from a vibrating structure, the parameters of the electro-dynamics transducer have to be adjusted. When the harvesting feedback loop is linear, the maximal power is scavenged as soon as the electrical damping is chosen equal to the mechanical damping. This happens when the abscissa of the root locus is equal to twice the open loop abscissa. If the loop is too small then it has to be increased by moving the energy harvesting device location or by increasing the number of energy harvesting devices. In the case of a non linear feedback loop, an equivalent electrical damping has to be defined and adjusted to become equal to the mechanical damping to maximize the power harvested. Experimental measurements confirm that the same criteria can be used to maximize the energy scavenged when linear and non linear feedback loops are considered.

To optimize the power extracted from a vibrating structure, when the imposed frequency is different from its natural frequency, a tuned mass energy harvesting device has to be chosen. By adjusting its mass, damping and natural frequency tuned to the vibrating structure characteristics, the energy scavenged can be maximized.

**Keywords:** Energy harvesting, electromagnetic transducer, optimization, control strategy, direct velocity feedback (DVF), flexible structure, finite and infinite source, linear and non linear feedback loop.