

THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du grade de

DOCTEUR

délivrée conjointement par

l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard

et par

l'Université de Franche-Comté

Spécialité : Sciences pour l'Ingénieur

Par

Abdeslam Omara

ETUDE DE LA CONVECTION MIXTE TRANSITOIRE CONJUGUEE DANS UNE CONDUITE VERTICALE EPAISSE

Thèse soutenue le 15 décembre 2008 devant le jury :

Michel IMBERT	Président	Professeur des Universités Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Said ABOUDI	Directeur de thèse	Maître de Conférences, HDR Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Lounès TADRIST	Rapporteur	Professeur des Universités Université d'Aix Marseille
Najib LARAQI	Rapporteur	Professeur des Universités IUT Ville d'Avray

REMERCIEMENTS

Derrière ce travail, se cache le support et l'ouverture de mon directeur de thèse, Saïd ABBOUDI, à qui je dois énormément. J'ai particulièrement apprécié ses encouragements, ses conseils et la liberté qu'il m'a accordée dans la poursuite de mon travail. Je lui suis aussi très reconnaissant pour m'avoir sensibilisé à l'importance de la communication scientifique, entre autres par le biais de conférences et de publications diverses.

Messieurs,

M. IMBERT, Professeur à l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard

L. TADRIST, Professeur à l'Université d'Aix-Marseille

N. LARAQI, Professeur à l'IUT Ville d'Avray

ont consacré un moment de leur précieux temps pour juger ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Enfin, je tiens à remercier Madame Danièle BERTRAND et Madame Claudine TERRIER, pour leur sympathie durant mon séjour à l'UTBM.

A la mémoire de mon père
Méziane

TABLE DES MATIERES

NOMENCLATURE

TABLE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

INTRODUCTION GÉNÉRALE 1

CHAPITRES

1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE 5

1.1 Analyse théorique 5

1.2 Résumé de l'étude bibliographique 22

1.3 Conclusion 23

1.4 Objectif 23

2 MODELISATION MATHEMATIQUE ET TRAITEMENT NUMERIQUE 25

2.1 Introduction 25

2.2 Formulation du problème et conditions aux limites 25

2.2.1 Hypothèses 26

2.2.2 Equations de bilan 27

2.2.3 Conditions initiales et aux limites 28

2.2.3.1 Conditions initiales 28

2.2.3.2 Conditions de frontières 28

2.2.4 Mise sous forme adimensionnelle des équations de bilan 29

2.2.5 Equations de bilan adimensionnelles 29

2.2.6 Conditions initiales et de frontières adimensionnelles 30

2.2.6.1 Conditions initiales 30

2.2.6.2 Conditions de frontières	30
2.3 Traitement numérique	31
2.3.1 Introduction	31
2.3.2 Discrétisation du domaine physique	32
2.3.2.1 Distribution radiale du maillage	34
2.3.2.2 Distribution axiale du maillage	35
2.3.3 Forme conservative adimensionnelle des équations de conservation	36
3.4 Schémas de discrétisation	37
3.4.1 Schéma de discrétisation du terme transitoire	37
2.3.4.2 Schémas de discrétisation des termes spatiaux	37
2.3.5 Discrétisation des équations de conservation	38
2.3.5.1 Discrétisation de l'équation de conservation de l'énergie	38
2.3.5.2 Discrétisation des équations de la quantité de mouvement	39
2.3.5.2.1 Equation de conservation de la quantité de mouvement axiale	39
2.3.5.2.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement radiale	41
2.3.6 Equation de pression	42
2.3.6.1 Correction de pression et de vitesses	42
2.3.6.2 Equation de correction de pression	44
2.3.7 Conditions de frontière: Equations discrétisée pour T , u , v et p	45
2.3.7.1 Equation discrétisée pour T	45
2.3.7.2 Equation discrétisée pour u	46
2.3.7.3 Equation discrétisée pour v	48
2.3.7.4 Equation discrétisée pour p	49
2.3.8 Méthode de résolution	49
2.3.9 Sous relaxation et convergence	50
2.3.9.1 Sous relaxation	50
2.3.9.2 Convergence	51
3	52
RESULTATS NUMERIQUES ET ANALYSE	52
3.1 Introduction	53
3.2 Considerations Préliminaires	53
3.2.1 Sélection des paramètres adimensionnels	56
3.2.2 Indépendance du maillage	61

3.2.3 Influence du pas de temps initial	61
3.2.4 Validation	64
3.3 Résultats numériques et analyse	64
3.3.1 Introduction	65
3.3.2 Evolution Transitoire du flux de chaleur pariétal normalise Q_{wi}	69
3.3.3 Distribution axiale transitoire du coefficient de frottement et des champs de vitesses	75
3.3.4 Influence du rapport des diffusivités thermique A	80
3.3.5 Influence du nombre de Grashof Gr	83
3.3.6 Influence du rapport des conductivités de la paroi et du fluide K	95
3.3.7 Influence des valeurs élevées des nombres de Reynolds et de Grashof	106
3.3.7.1 Observations sur le maximum de la distribution radiale de la température dans la section de préchauffage	110
3.3.7.2 Observations sur le maximum de la température radiale dans la section chauffée	116
3.4 Influence du rapport de l'épaisseur de la paroi au diamètre hydraulique Δ	116
3.4.1 Flux de chaleur pariétal	118
3.4.2 Rapport des coefficients de frottement	120
3.4.3 Distribution radiale de température à l'entrée de la section chauffée	123
3.5 Influence des nombres de Gr et de Re pour un nombre de Ri constant	128
3.6 Conclusion et perspective	128
3.6.1 Contribution du présent travail	129
3.6.2 Perspectives de ce travail	131
Références	

Liste des figures

2.1a Schéma de l'écoulement fluide et de la configuration géométrique.....	33
2.1b Représentation de la distribution du maillage dans le fluide et dans la paroi	33
2.2 Volume de contrôle typique	34
2.3 Distribution radiale du maillage ($0 \leq \eta \leq 0.5 + \Delta$)	35
2.4a Distribution axiale du maillage dans la section adiabatique ($0 \leq \xi < L_u$) et la section chauffée ($L_u \leq \xi \leq L_u + L_h$).....	35
2.4b Distribution axiale du maillage dans la section adiabatique amont ($L_u + L_h < \xi \leq L_u + L_h + L_d$)	36
2.5a Maillage typique pour le calcul de ϕ à l'interface (s ou n)	38
2.5b Maillage typique pour le calcul de ϕ à l'interface (w or e)	38
2.6 Volume de contrôle interne pour la vitesse axiale	40
2.7 Volume de contrôle interne pour la vitesse radiale	41
2.8 Volume de contrôle à l'entrée du tube pour la vitesse axiale	47
2.9 Volume de contrôle à la sortie du tube pour la vitesse axiale	47
2.10 Volume de contrôle à l'axe de symétrie ($\eta=0$) pour la vitesse radiale	48
2.11 Volume de contrôle à la paroi ($\eta=0.5+\Delta$) pour la vitesse radiale	48
3.1 Evolution de la vitesse axiale au centre de la conduite le long de l'axe de la conduite ...	55
3.2a Evolution axiale de la température moyenne du fluide et de la paroi	55
3.2b Evolution axiale de la température moyenne du fluide et de la paroi	56
3. 3a-b Influence du maillage suivant la direction axiale sur la distribution du flux de chaleur pariétal normalisé à l'instant $\tau=32$ et $\tau=200$	58
3.3c Influence du maillage suivant la direction axiale sur la distribution du flux de chaleur pariétal normalisé en régime stationnaire	59
3.4 Influence du maillage suivant la direction axiale sur la distribution du rapport des coefficients de friction en régime stationnaire.....	59
3.5 Influence du maillage suivant la direction radiale sur la distribution du flux de chaleur pariétal normalisé en régime stationnaire	60
3.6 Influence du maillage suivant la direction radiale sur la distribution du rapport des coefficients de frottement en régime stationnaire	60
3.7 Influence du pas de temps $\Delta\tau$ sur la distribution du flux de chaleur pariétal à un instant $\tau = 0.1$	62

3.8 Validation du code de calcul; comparaison de la distribution axiale du flux de chaleur pariétale en régime stationnaire avec celle de LaPlante [42]	62
3.9 Validation du code de calcul; comparaison de la distribution radiale à différentes positions axiale de la vitesse axiale en régime stationnaire avec celle de LaPlante [42]	63
3.10a Distribution axiale du flux de chaleur pariétal pour différents instants	67
3.10b Distribution axiale du flux de chaleur pariétal pour différents instants	68
3.11 Distribution transitoire des profils de vitesse axiale à la sortie de la section chauffée ($\xi=10$)	69
3.12a Distribution transitoire du rapport du coefficient de friction	70
3.12b Distribution transitoire du rapport du coefficient de friction	71
3.13 Distribution radial du profil de la vitesse axiale à différentes positions axiale à $\tau=0.1$	71
3.14 Distribution radial de températures pour différentes positions axiales à $\tau = 2$	72
3.15 Distribution radial de températures en régime stationnaire($\tau \geq 119$) pour différentes positions axiales	73
3.16a-c Champ de vecteurs vitesses: a) $\tau=0.1$, b) $\tau=4$, c) ($\tau \geq 119$) (régime stationnaire) ...	73
3.17a-b Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal normalisé à $\tau = 4$ et $\tau = 50$	76
3.17c Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal normalisé en régime.....	77
3.18a Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du rapport du coefficient de frottement à $\tau = 0.5$	72
3.18b-c Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du rapport du coefficient de frottement à $\tau=4, 50$ et en régime stationnaire.....	78
3.19a-c Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur le champ vecteurs vitesses à $\tau=4$: a) $A=4$, b) $A=0.3$, c) $A=0.1$	79
3.20a Influence de Gr sur la distribution axiale de Q_{wi} à $\tau=25$	80
3.20b Influence de Gr sur la distribution axiale sur Q_{wi} en régime stationnaire	81
3.21 Influence du nombre de Gr sur la distribution axiale en régime stationnaire du rapport des coefficients de frottement	82
3.22a-c Influence de Gr sur le champ des vecteurs vitesses en régime stationnaire a) $Gr = 1000$, b) $Gr = 2000$, c) $Gr = 3000$	82

3.23a Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} à l'instant $\tau=0,5$	84
3.23b Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} à $\tau=2$	85
3.23c Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} à $\tau=4$	85
3.23d Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} à $\tau=12.5$	86
3.24 Evolution transitoire de Q_{wi} au milieu de la section chauffée ($\xi=5$) pour $Gr=5.10^3$, $Re=1$	86
3.25a-b Vecteurs vitesses à $\tau=0.5$: a) $K=10$, b) $K=100$ pour $Gr=5.10^3$, $Re=1$	88
3.26a-b Vecteurs vitesses à $\tau=4$: a) $K=10$, b) $K=100$ pour $Gr=5.10^3$, $Re=1$	88
3.27a Influence de K ($K=10, 100$) sur la distribution radiale de température pour $Gr=5.10^3$, $Re=1$ à $\tau=4$, de $\xi=0$ à 10	89
3.27b Influence de K ($K=10, 100$) sur la distribution radiale de température pour $Gr = 5.10^3$, $Re=1$ à $\tau=25$, de $\xi=-10$ à 10	89
3.28 Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} en régime stationnaire	93
3.29a-b Vecteurs vitesses à $\tau=12.5$: a) $K=10$, b) $K=100$, for $Gr=5.10^3$, $Re=1$	92
3.30a-b Vecteurs vitesses en régime stationnaire: a) $K=10$, b) $K=100$ for $Gr=5.10^3$, $Re=1$	92
3.31a Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale du rapport du coefficient de frottement pour $Gr=5.10^3$, $Re=1$ à $\tau=0.5$ et 2	93
3.31b Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale du rapport du coefficient de frottement pour $Gr=5.10^3$, $Re=1$ (régime stationnaire)	94
3.32 Influence de K ($K=10, 100$ et 500) sur la distribution axiale de Q_{wi} à $\tau=25$ pour $Gr=5.10^5$, $Re=100$	95
3.33a Distribution axiale de Q_{wi} pour $K=10$ à $\tau=10, 20$ et 35 pour $Gr=5.10^5$, $Re=100$	97
3.33b Distribution axiale de Q_{wi} pour $K=500$ à $\tau=5, 10, 20$ et 35 pour $Gr=5.10^5$, $Re=100$	97
3.34a-b Vecteurs vitesses: a) $\tau=25$, b) $\tau=50$ pour $Gr=5.10^5$, $Re=100$, $K=50$	98
3.35a Distribution radial de températures à l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$) à différents instants de la période transitoire : $Gr=5.10^5$, $Re=100$, $K=10$	99

3.35b Distribution radial de températures à l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$) à différents instants de la période transitoire : $Gr=5.10^5$, $Re=100$, $K=500$	99
3.36 Distribution axial de Q_{wi} en régime stationnaire pour $K=10$, 50 , 100 et 500 . $Gr=5.10^5$, $Re=100$	100
3.37a Influence de K ($K=10$, 50 , 100 et 500) sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement : $Gr=5.10^5$, $Re=100$ à $\tau=5$ et 25	101
3.37b Influence de K ($K=10$, 50 , 100 et 500) sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement en régime stationnaire: $Gr=5.10^5$, $Re=100$	102
3.38a Evolution transitoire de la différence de températures à l'interface paroi-fluide $Gr=5.10^5$, $K=50$, $Re=100$ en : $\xi=0$, -5 et $\xi=-10$	104
3.38b Evolution transitoire de la différence de températures à l'interface paroi-fluide $Gr=5.10^5$, $K=50$, $Re=50$ en : $\xi=0$, -5 et $\xi=-10$	104
3.39a Evolution transitoire du flux de chaleur pariétal $Gr=5.10^5$, $K=50$, $Re=100$ en : $\xi=0$, -5 et $\xi=-10$	105
3.39b Evolution transitoire du flux de chaleur pariétal $Gr=5.10^5$, $K=50$, $Re=50$ en : $\xi=0$, -5 et $\xi=-10$	105
3.40a Distribution de la température radiale en $\xi=-5$ pour différents instants du régime transitoire	107
3.40b Distribution de la température radiale en $\xi=-10$ pour différents instants du régime transitoire	108
3.41a-d Vecteurs vitesses pour deux instants du régime transitoire $\tau=80$ et 180	108
3.42a-b Vecteurs vitesses pour deux instants du régime transitoire ... $\tau=100$ et 210	109
3.43a-d Vecteurs vitesses pour deux instants du régime transitoire ... $\tau=110$ et 250	109
3.44 Distribution radiale de la vitesse axiale à l'intérieur de la section chauffée pour deux instants de la période transitoire ($\tau=0.5$ et 5)	110
3.45 Distribution radiale de la température à l'intérieur de la section chauffée à $\tau=0.5$	111
3.46 Distribution radiale de la température à l'intérieur de la section chauffée à $\tau=5$	112
3.47 Distribution radiale de la vitesse axiale à l'intérieur de la section chauffée	113
3.48 Distribution radiale de la température à l'intérieur de la section chauffée.....	113
3.49a-b Vecteurs vitesses pour deux instants du régime transitoire : $a)\tau=25$, $b)\tau=100$	114
3.50 Distribution radiale de la température à l'intérieur de la section chauffée à $\tau=25$ et 100	114

3.51a Influence du paramètre Δ sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal à $\tau=5$	116
3.51b Influence du paramètre Δ sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal à $\tau=25$	117
3.51c Influence du paramètre Δ sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal à $\tau=200$	118
3.52a Influence du paramètre Δ sur la distribution axiale du rapport du coefficient de frottement à $\tau=5$ et $\tau=25$	119
3.52b Influence du paramètre Δ sur la distribution axiale du rapport du coefficient de frottement à $\tau=200$	120
3.53a-b Distribution de la température radiale en $\xi=0$ pour différents instants du régime transitoire $\Delta=0.01$	121
3.54 Evolution transitoire de la différence de température à l'interface paroi-fluide en $\xi=0$	122
3.55a Distribution axiale du flux de chaleur pariétal à $\tau=0.5$	123
3.55b Distribution axiale du flux de chaleur pariétal à $\tau=25$	124
3.55c Distribution axiale du flux de chaleur pariétal en régime stationnaire	124
3.56a-b Vecteurs vitesses pour deux Re et Gr à $\tau=25$: a) $(Re, Gr)=(10, 5.10^3)$, b) $(Re, Gr)=(100, 5.10^5)$	125
3.57a Distribution axiale du coefficient de frottement à $\tau=0.5$ et 25	126
3.57b Distribution axiale du coefficient de frottement en régime stationnaire	126
3.58 Distribution radiale de température dans la section chauffée à $\tau=25$ $(Re, Gr)=(10, 5.10^5)$	127
3.59 Distribution radiale de température dans la section chauffée à $\tau=25$ $(Re, Gr)=(10, 5.10^3)$	127

Liste des tableaux

3.1 Expressions des variables ϕ , coefficients des termes diffusifs Γ_ϕ , ε et termes source S_ϕ utilisés dans les équations de conservation	36
4.1 Comparaison de la distribution radiale de la vitesse axiale u^* en $\xi=19.5$ obtenu par le présent code avec ceux de la référence [51]	63

Nomenclature

<i>Symbole</i>	<i>Définition</i>
A	rapport des diffusivités thermiques paroi-fluide ($=a_w/a_f$)
D	diamètre interne du tube ($=2R_i$), m
f	coefficient de friction, $Kg.m^{-1}.s^{-2}$
g	accélération gravitationnelle, $m.s^{-2}$
Gr_Q	nombre de Grashof basé sur le flux de chaleur ($=g\beta QD^4/\nu^2 k_f$)
K	rapport des conductivités thermiques paroi-fluide ($=k_w/k_f$)
L_{amont}	longueur de la section de préchauffage, m
$L_{chauffée}$	longueur de la section chauffée, m
L_{aval}	longueur de la section de postchauffage, m
P	pression
P	pression adimensionnelle
Pe	nombre de Péclet ($=Re.Pr$)
Pr	nombre de Prandtl ($=\nu/a_f$)
Q	flux de chaleur uniforme appliqué sur la surface externe du tube, $W.m^{-2}$
Q_{wi}	flux de chaleur normalisé ($=(Q_{interne}/Q).(R_i/R_e)$)
$Q_{interne}$	flux de chaleur à l'interface paroi-fluide, $W.m^{-2}$
R_i	rayon interne du tube, m
R_e	rayon externe du tube, m
Re	nombre de Reynolds ($=V.D/\nu$)
r	coordonnée radiale, m
T	température, K
T	température initiale à l'entrée, K
u	vitesse axiale, $m.s^{-1}$
v	vitesse radiale, $m.s^{-1}$
u^*	vitesse axiale adimensionnelle ($=u/V$)
v^*	vitesse radiale adimensionnelle ($=v/V$)
V	vitesse moyenne à l'entrée du tube, $m.s^{-1}$
z	coordonnée axiale, m

Symboles grecs

τ	temps adimensionnelle ($=t.V/D$)
η	coordonnée radiale adimensionnelle ($=r/D$)
ξ	coordonnée axiale adimensionnelle ($=z/D$)
ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
β	coefficient de dilatation, K^{-1}
Δ	rapport de l'épaisseur de la paroi au diamètre du tube ($= (R_e-R_i)/D$)
θ	température adimensionnelle ($=T-T_0/QD/k_f$)
ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
$\Delta\theta$	différence de températures adimensionnelles à l'interface paroi-fluide
$\Delta\tau$	pas de temps adimensionnel

Indices

b	moyenne de mélange
f	fluide
w	paroi
w_i	interface paroi-fluide
0	évalué à la température d'entrée

Exposants

$*$	valeur adimensionnelle
-----	------------------------

Introduction générale

Le transfert de chaleur par convection est l'un des modes de transfert de chaleur que l'on rencontre fréquemment dans de nombreuses applications industrielles : refroidissement d'urgence des réacteurs nucléaires (Zivrin, 1981), chauffe-eau solaire (Tabor, 1984), échangeurs de chaleur à convection naturelle (Parent et al., 1990), thermosiphons (Bernier, 1991). La convection mixte a donc fait l'objet de nombreux travaux de recherche, tant au point de vue numérique qu'expérimental.

On distingue trois modes de transfert de chaleur par convection: la convection naturelle (ou la convection libre), la convection forcée et la convection mixte. La convection est dite naturelle quand elle se déclenche et se poursuit spontanément à cause de différences de températures qui à leurs tour engendrent des différences de densité au sein du fluide. La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression par des moyens mécaniques comme des pompes ou des ventilateurs. Enfin, lorsque les sources thermiques (convection naturelle) et les sources mécaniques (convection forcée) coexistent avec des ordres de grandeurs comparables, nous sommes en présence de convection mixte.

La convection mixte peut être aidée (favorable) lorsque les effets de la convection naturelle et de la convection forcée sont dans la même direction. Elle est dite contrariée (ou défavorable) quand ces derniers effets sont de sens opposés.

Par exemple, dans un tube vertical, on rencontre la convection mixte aidée (favorable) dans le cas d'un écoulement ascendant chauffé ou un écoulement descendant refroidi. Par contre, dans le cas d'un écoulement ascendant refroidi ou un écoulement descendant chauffé, on est en présence d'un écoulement de convection mixte contrariée (ou défavorable)

Les échangeurs de chaleur sont rencontrés dans un grand nombre de domaines

industriels :

- Production d'énergie (centrales nucléaires et thermiques)
- Industries alimentaires, métallurgiques,.....
- Installations climatiques

L'importance de l'étude du transfert de chaleur en régime transitoire vient du fait que la plupart des installations industrielles qui font appel à des échangeurs de chaleurs ne peuvent pas fonctionner continuellement en régime stationnaire. Des phases transitoires interviennent notamment pendant la mise en route ou l'arrêt du système ou pendant la phase de régulation des installations asservies. La connaissance de la réponse de ces appareils suite à des variations des conditions thermiques ou dynamiques permet d'éviter un certain nombre de problèmes et de :

- Contribuer à une utilisation rationnelle de l'énergie imposée;
- Eviter la chute des performances, voire une détérioration de l'appareil due aux contraintes thermiques ou dynamiques.

De là vient la légitimité de notre contribution. Elle consiste à montrer l'interaction entre un écoulement fluide en convection mixte et une paroi de géométrie cylindrique soumise à un flux de chaleur constant et uniforme.

L'adimensionnalisation des équations gouvernant les écoulements de convection mixte en conduites démontre que les effets de la convection naturelle sont fonction d'un paramètre adimensionnel qui diffère selon la condition de frontière. De façon générale, pour un flux de chaleur imposé à la paroi, ce paramètre est le rapport du nombre de Grashof sur le carré du nombre de Reynolds, Gr/Re^2 , alors que pour une température imposée à la paroi, ce paramètre est le rapport du nombre Grashof sur le nombre de Reynolds, Gr/Re .

Pour des valeurs relativement élevées de Gr/Re^2 ou Gr/Re , on assiste à un renversement de l'écoulement, c'est-à-dire que, sur une partie de la section transversale de la conduite, la vitesse axiale est dans le sens contraire de l'écoulement moyen. Dans le cas de la convection mixte aidée, le renversement survient au centre de la conduite alors que pour la convection mixte contrariée, le renversement apparaît près de la paroi.

La plupart des études numériques sur la convection mixte en conduite négligent la conduction de la chaleur dans la paroi. Généralement, deux conditions de frontière sont

étudiées : un flux de chaleur uniforme ou une température constante. Il est supposé que ces conditions prévalent à l'interface solide-fluide en négligeant la redistribution possible de chaleur dans la paroi. Or, des études prouvent que pour certains cas la conduction thermique pariétale affecte de façon significative l'écoulement interne. Dans de tels cas, on est en présence de la convection mixte conjuguée. Une modélisation numérique adéquate de ce genre de situation pratique nécessite l'inclusion dans les calculs de la conduction thermique à l'intérieur de la paroi de la conduite.

Pour le type d'écoulement dont il est question dans ce travail, plusieurs chercheurs ont détecté expérimentalement et numériquement la présence d'instabilités sous différentes formes : asymétrie, transition laminaire-turbulent et oscillations. Quelques travaux touchant ce genre d'instabilités sont rapportés dans le chapitre 1 [5, 7, 21]. Cependant, pour les faibles valeurs de débits rencontrés dans le cadre de ce travail, ces instabilités sont considérées comme étant absentes et par conséquent, l'écoulement est supposé axisymétrique, laminaire et stable.

Le premier chapitre de ce mémoire est réservé à une étude bibliographique couvrant les études expérimentales et numériques sur la convection mixte dans une conduite verticale chauffée par un flux de chaleur uniforme ou une température constante.

Le second chapitre est consacré à la modélisation mathématique de la convection mixte conjuguée pour un écoulement laminaire transitoire descendant à l'intérieur d'une conduite cylindrique chauffée par un flux de chaleur uniforme. La configuration et les équations de conservation ainsi que les hypothèses retenues sont présentées. Par la suite, on présente la méthodologie de résolution numérique du système d'équations obtenu dont le parcours passe par le maillage, la discrétisation et l'utilisation de l'algorithme SIMPLE pour traiter le couplage des équations de conservation discrétisées.

Les résultats numériques de cette étude et leur exploitation seront présentés dans le troisième chapitre. L'influence du maillage suivant les directions radiale et axiale, l'influence du pas de temps et la validation du code de calcul par la confrontation avec différents travaux, tiennent une part importante dans ce mémoire. A partir d'une étude paramétrique, l'évolution transitoire le long de la direction axiale, du flux de chaleur pariétal, du rapport du coefficient de frottement ainsi que le développement du champ vitesse sont obtenus et les effets des nombres de Grashoff Gr , et de Reynolds Re ainsi que des rapports de conductivités K , des épaisseurs Δ et des diffusivités A , sont également présentés.

Finale­ment, ce mé­moire se termine par une conclusion gé­né­rale dans laquelle sont relevées les particularités des résultats obtenus. En outre les perspectives pouvant s’ouvrir par le biais de ce travail sont également développées.

Chapitre 1

Etude Bibliographique

1.1 Analyse théorique

La convection mixte laminaire en conduite est rencontrée dans beaucoup d'applications industrielles comme le refroidissement des réacteurs nucléaires [1], les chaudières à énergie solaire [2], les échangeurs de chaleur compacts [3], thermosiphons [4]. Ces nombreux domaines d'applications justifient la production bibliographique abondante ces dernières décennies. D'autre part, la compréhension des phénomènes physiques inhérents à l'interaction de la convection libre et forcée constitue en soi un objectif très important.

Pour les deux types de convection mixte en conduites (convection mixte aidée et contrariée), on trouve très peu de travaux traitant le régime transitoire avec ou sans l'effet de la conduction axiale dans le fluide et dans la paroi, alors qu'en régime stationnaire, ces deux types de convection mixte ont reçu un intérêt considérable.

Au départ, les chercheurs ont utilisé des modèles simplifiés (modèles basés sur les équations de la couche limite). Le développement spectaculaire des ordinateurs et des techniques d'analyse numérique ont permis de modéliser les phénomènes de convection à partir des équations complètes de Navier-Stokes. La résolution complète des équations de Navier-Stokes, pour les géométries et les conditions aux limites simples, permet d'observer les zones de recirculation, contrairement à l'approche utilisant les équations de

la couche limite qui reste limitée au cas de faibles nombres de Grashof (absence de zone de recirculation).

À cause des coûts très élevés des réalisations expérimentales, nous ne trouvons pas beaucoup d'articles expérimentaux dans la littérature qui concernent la convection mixte. De plus, la géométrie choisie peut poser d'autres contraintes et rend la tâche d'une réalisation expérimentale encore plus difficile. Deux techniques expérimentales sont utilisées jusqu'à présent pour l'étude du problème de la convection mixte. La première technique est quantitative ; elle consiste à prendre des mesures de température ou de vitesse sur plusieurs sections tout au long d'un tube opaque. La deuxième est qualitative ; elle consiste à visualiser l'écoulement dans un tube transparent.

Parmi les premières études traitant le problème de la convection mixte, aidée ou contrariée, dans une conduite verticale on retrouve celle de **Hanratty et al** [5] en **1958**. Les auteurs montrent, expérimentalement et numériquement, que les écoulements non isothermes deviennent instables même pour de faibles nombres de Reynolds. Dans cette étude, les conditions aux limites thermiques (densité de flux de chaleur positive ou négative imposée à la paroi) ont été réalisées expérimentalement à l'aide d'une jaquette en plastique, fixée d'une manière concentrique autour du tube, dans laquelle circule de l'eau chaude ou froide. Les auteurs ont analysé dans cet article deux cas :

- (1) L'écoulement ascendant chauffé (ou descendant refroidi) qui correspond au cas de la convection aidée.
- (2) L'écoulement ascendant refroidi (ou descendant chauffé) qui coïncide avec le cas de la convection mixte contrariée.

Dans le premier cas ils ont observé que le fluide au centre du tube est ralenti, alors que près de la paroi il est accéléré, de sorte qu'une zone de recirculation de forme parabolique apparaît. Ils ont constaté aussi que le sommet de la paraboloïde monte si la température dans l'enveloppe baisse ou que le débit dans le tube augmente. Dans le deuxième cas, ils ont observé le phénomène inverse. De plus, pour un nombre de Reynolds égal à 10 et une différence de températures, entre la zone où le fluide est chauffé (ou refroidi) par la jaquette et la zone d'entrée dans le tube de 10°C , le régime turbulent s'installe.

En 1972, **Zeldin** et **Schmidt** [6] ont étudié le développement des couches limites hydrodynamiques et thermiques en situation de convection mixte dans un tube vertical à paroi isotherme. Ils ont choisi un profil de vitesse à l'entrée uniforme ou parabolique. Leur

système physique est composé de deux tubes concentriques : Celui qui est à l'intérieur sert pour prendre les mesures et, l'espace annulaire aide à maintenir la température de la paroi du tube intérieur constante en faisant circuler de l'eau. Ils ont constaté que pour un rapport $Gr/Re < 0$, le transfert de chaleur est amélioré par l'action de la gravité, et que pour $-50 \leq Gr/Re \leq 0$, le nombre de Nusselt varie linéairement avec Gr/Re .

Mori et Ohbuchi [7] ont réalisé une étude expérimentale pour un écoulement d'eau descendant dans un tube chauffé par un flux de chaleur constant. Leur étude se limite aux nombres de Reynolds inférieurs à **2000**. Ils ont trouvé que pour des faibles flux de chaleur, le transfert est diminué par l'effet de la convection naturelle par rapport au cas de la convection forcée. Cependant, pour de plus grands flux de chaleur, et même pour des nombres de Reynolds de l'ordre de 500 à 800, le transfert de chaleur est favorisé par des fluctuations de vitesses dues à l'apparition de la transition laminaire-turbulent.

Bernier et Baliga [8] ont mis au point une technique de visualisation dans un tube vertical de plexiglas chauffé uniformément à la paroi par l'intermédiaire d'un film d'or transparent dans lequel passe un courant électrique. Ils ont observé une cellule de recirculation dans un écoulement ascendant. Cette cellule a également été prédite numériquement au cours du même travail et l'accord avec les résultats expérimentaux s'est avéré bon (figure 1).

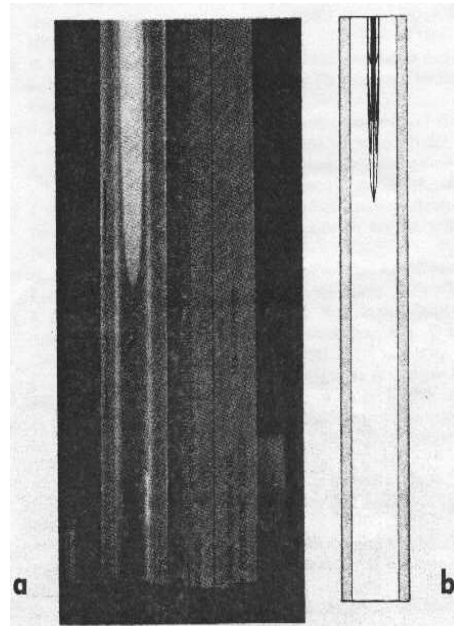


Figure 1. Cellule de recirculation dans un écoulement de convection mixte pour $Re=90$, $Gr=0.33.10^6$ et $Pr=5.6$. (a) Visualisation expérimentale, (b) Résultat numérique correspondant.

Le problème de la convection mixte en régime stationnaire dans différentes configurations géométriques : conduite cylindrique, plaques parallèles, ou conduite rectangulaire, avec ou sans l'effet de la conduction axiale, a été abordé numériquement pour différentes conditions aux limites par plusieurs chercheurs [9-17].

Carlos et Guidice [18] ont présenté une analyse numérique des effets de l'entrée sur la convection mixte dans une conduite horizontale concentrique.

Fusegi [19] a étudié l'effet combiné d'un écoulement oscillatoire et de la convection naturelle sur les caractéristiques du transfert de chaleur dans une cavité munie d'obstructions disposés périodiquement.

Cheng et Weng [20] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection mixte dans la région d'établissement d'une conduite rectangulaire verticale avec une seule paroi chauffée.

Morton et al [21] ont mené une étude portant sur les situations de convection mixte où une cellule de recirculation est présente dans des tubes circulaire verticaux dont la paroi est maintenue à une température uniforme. Dans cette étude, leurs résultats numériques sont comparés à leurs résultats expérimentaux pour le cas de l'eau. Pour un refroidissement du fluide sur une section de transfert de chaleur de longueur $L/D=0.85$, une zone de recirculation stable et axisymétrique est observée expérimentalement près de la paroi. Leur modèle numérique prédit correctement la forme et la dimension de la cellule de recirculation. Cependant, pour certains cas, notamment dans le cas du chauffage, la position de la cellule observée expérimentalement est située en amont de la position prédite numériquement. Cette différence dans les résultats a été attribuée par **Morton et al.** à la conduction axiale de la chaleur dans la paroi du tube qui cause un préchauffage du fluide avant son entrée dans la section de chauffage.

Chan et Leung [22] ont montré que dans le cas de la convection mixte contrariée, la corrélation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Richardson Gr/Re^2 est donnée par :

$$Nu = 8.16 * (Gr/Re^2)^{-0.15} \text{ pour } 0.5 < Gr/Re^2 < 2.77$$

$$Nu = 8.54 * (Gr/Re^2)^{-0.38} \text{ pour } 0.008 < Gr/Re^2 < 0.35$$

Wang et al. [23] ont mené une analyse numérique sur la convection mixte aidée et opposée en conduites circulaires verticales et horizontales avec présence de renversement. Leurs résultats indiquent que les distorsions subies par le profil de vitesse augmentent avec

Gr/Re mais diminuent considérablement quand Pe augmente pour un Gr/Re constant. De plus, lorsque la conduction axiale devient significative, la distorsion du profil de vitesse débute dans la section adiabatique située en amont de la section chauffée. Ils ont identifié sur un graphe de Pe vs Gr/Re pour un tube vertical, la région d'écoulement où débute le renversement.

Chow et al. [24] ont étudié l'effet simultané de la convection naturelle et de la conduction axiale dans le fluide sur le transfert de chaleur dans une conduite verticale. Leur travail contient des résultats pour un écoulement ascendant dans un canal dont la paroi est maintenue à une température constante. Des sections adiabatiques ont été rajoutées à l'entrée et à la sortie de la section de transfert de chaleur pour permettre l'étude de la diffusion axiale. Ils ont trouvé que les effets de la conduction axiale sur le transfert de chaleur sont plus marqués pour un refroidissement que pour un chauffage de l'écoulement à cause du plus faible nombre de Péclet local près de la paroi pour le premier cas. Des distorsions du profil de vitesse axiale ainsi que des variations de la température moyenne de mélange ont été observées en amont de la section de transfert de chaleur, d'où l'importance de la section adiabatique pour tenir compte de la conduction axiale de la chaleur. **Chow et al.** ont également noté que, à cause de la distorsion du profil de vitesse, le refroidissement produit une réduction du transfert de chaleur.

Barletta et al. [25] ont traité le problème de la convection forcée et libre en régime hydrodynamique établi dans une conduite cylindrique soumise à deux conditions aux limites :

- (1) Variation sinusoïdale de la température de paroi ou,
- (2) Echange convectif entre la surface externe du tube et le milieu ambiant.

Pour ces deux cas, ils donnent une valeur critique du rapport Gr/Re pour l'apparition des zones de recirculation qui dépend de la fréquence angulaire (q) dans le premier cas (figures 2, 3 et 4):

$$(Gr/Re)_{critique} = 32(q + 1)$$

Sur ces figures, on constate une grande distorsion du profil de vitesse axiale adimensionnel.

Les valeurs supérieures à 2, apparaissent du côté chaud du conduit, alors que les valeurs négatives apparaissent du côté froid du conduit (renversement de l'écoulement).

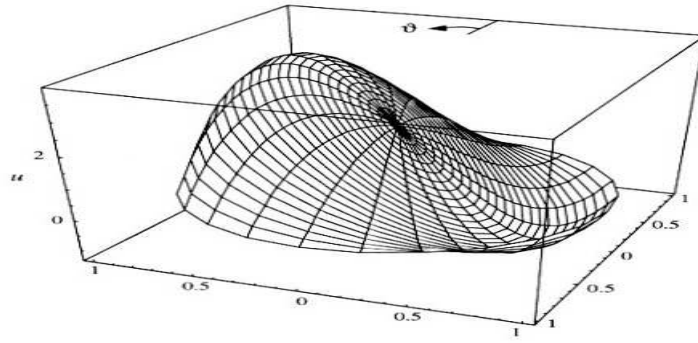


Figure 2. Distribution adimensionnelle de la vitesse axiale pour $q=1$, et $Gr/Re=200$.

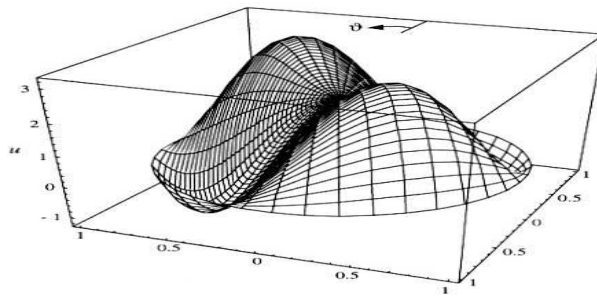


Figure 3. Distribution adimensionnelle de la vitesse axiale pour $q=2$, et $Gr/Re=400$.

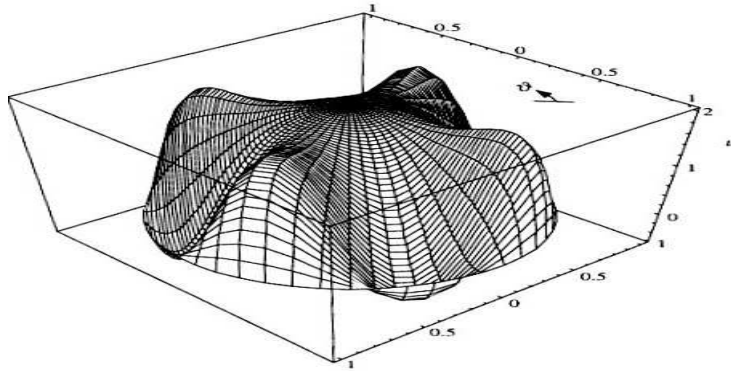


Figure 4. Distribution adimensionnelle de la vitesse axiale pour $q=4$, et $Gr/Re=600$.

Et du nombre de **Biot** pour le deuxième cas (figures 5 et 6):

$$(Gr/Re)_{critique} = \frac{16\pi}{Bi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(2n-1)(2n-1+Bi)} \right]^{-1}$$

Sur ces deux figures on constate une large différence avec le profil de Poiseuille. Par ailleurs, la déformation relative à $Bi=100$ est plus importante que celle relative à $Bi=0.3$

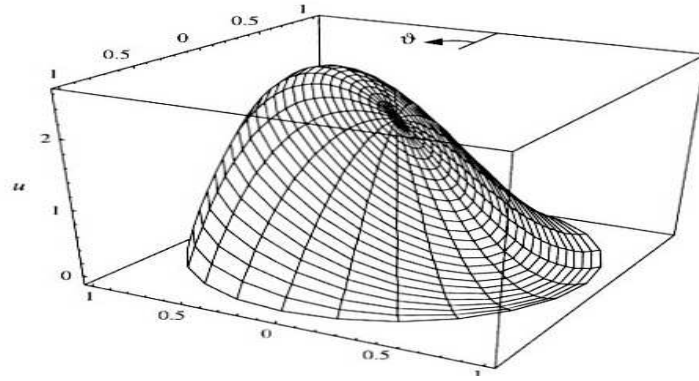


Figure 5. Distribution adimensionnelle de la vitesse axiale pour $Bi=0.3$, et $Gr/Re=300$.

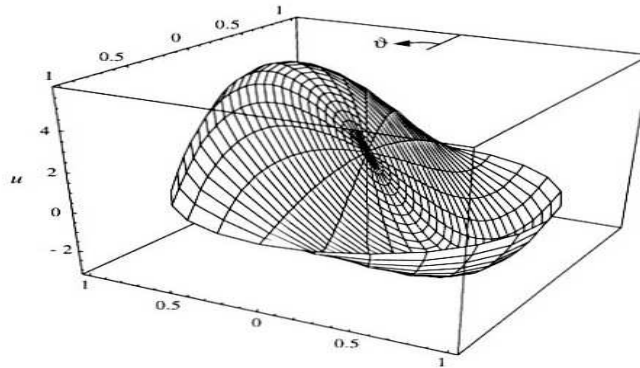


Figure 6. Distribution adimensionnelle de la vitesse axiale pour $Bi=100$ et $Gr/Re=300$.

Joye [26] présente une étude comparative du transfert de chaleur par convection mixte aidée et contrariée dans un tube vertical. Il montre que dans le cas de la convection mixte contrariée, le transfert de chaleur est amélioré comparé au cas de la convection mixte aidée.

Zghal et al. [27] ont étudié numériquement l'écoulement laminaire ascendant dans un tube vertical chauffé uniformément sur une partie centrale pour une large gamme des nombres de Reynolds et de Richardson. En fonction de la combinaison de ces paramètres, ils montrent l'existence de cinq régimes d'écoulement : Ecoulement en développement avec ou sans renversement, écoulement en développement suivi d'une zone hydrodynamiquement et thermiquement développée en l'absence du renversement de l'écoulement, écoulement en développement avec renversement suivi d'une zone hydrodynamiquement et thermiquement développée avec ou sans renversement de l'écoulement, comme on peut le constater sur les figures 7 et 8.

Les conditions donnant lieu à l'apparition du renversement de l'écoulement ainsi que celles donnant lieu à une importante diffusion axiale de chaleur et de quantité de mouvement

pour différentes longueurs de la section de chauffage, ont été identifiées sur le diagramme Péclet-Richardson (figures 9 et 10).

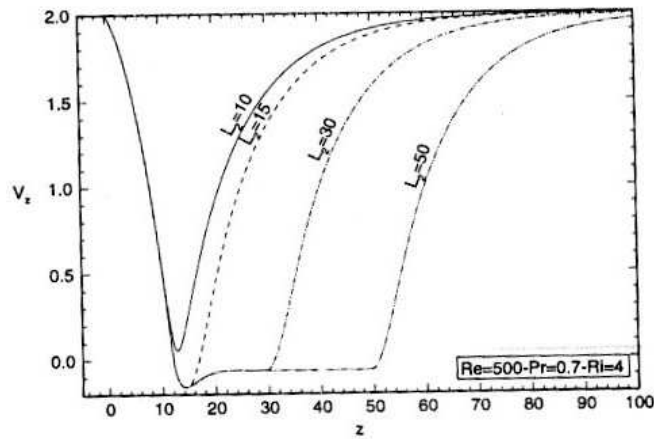


Figure 7. Evolution de la vitesse axiale sur l'axe de la conduite ($r=0$)

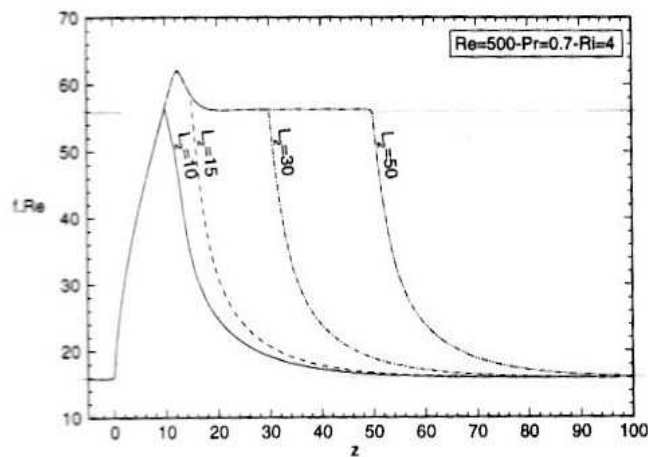


Figure 8. Evolution axiale du coefficient de frottement

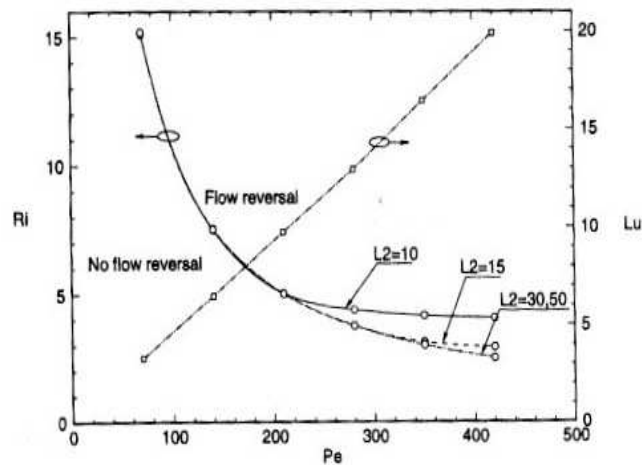


Figure 9. Diagramme des conditions du renversement de l'écoulement $Pr=0.7$

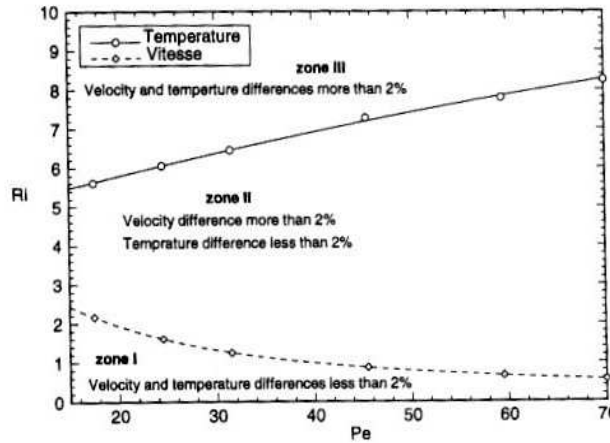


Figure 10. Influence de la diffusion amont $Pr=0.7$

Plus tard, **Behzadmher et al.** [28] ont examiné le problème de la convection mixte laminaire et turbulente à faible nombre de Reynolds en utilisant le modèle $k-\varepsilon$. L'écoulement d'air ascendant dans un tube vertical chauffé à la paroi a été analysé pour deux nombres de Reynolds ($Re=1000$ et 1500) et plusieurs nombres de Grashof ($Gr \leq 10^8$). Une corrélation donnant le nombre de Nusselt, valable en régime laminaire comme en régime turbulent, a été élaborée pour $Gr \leq 5.10^7$ et $1000 \leq Re \leq 1500$:

$$Nu_M = 4.36 \left(1 + \frac{Gr^{0.468}}{750 + 0.24 Re} \right)$$

Hadjadj et El Kyal [29] ont étudié numériquement l'effet de deux protubérances sinusoïdales (figure 12) sur le transfert de chaleur par convection mixte dans une conduite annulaire. Ils montrent que le taux de transfert de chaleur est amélioré au voisinage de ces deux protubérances le long de la paroi, comme on peut le constater sur la figure 13.

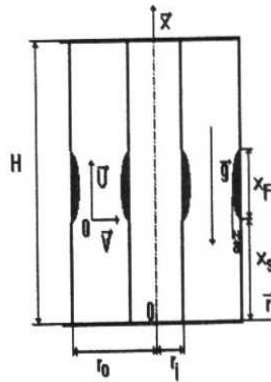


Figure 12. Représentation de la conduite annulaire avec protubérances

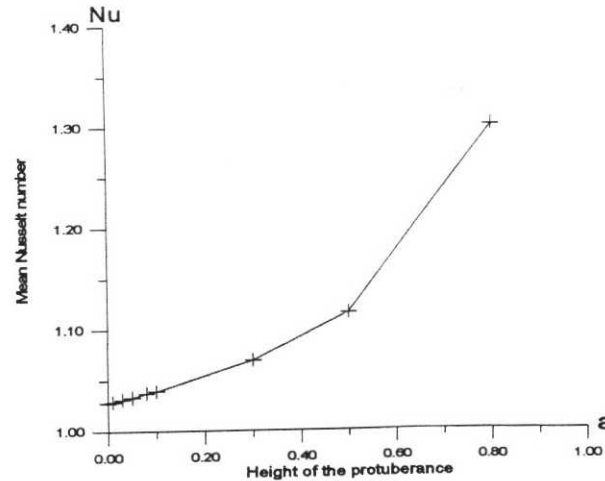


Figure 13. Nombre de Nusselt moyen en fonction de la hauteur des protubérances

El-Shaarawi et **Negm** [30] ont mené une étude numérique de l'effet du couplage de la conduction dans la paroi et de la convection naturelle dans une conduite verticale annulaire. Ils montrent que l'effet du rapport des conductivités joue un rôle prépondérant sur le transfert de chaleur stationnaire.

Busedra et **Soliman** [31] ont considéré une conduite de géométrie semi-circulaire et ont résolu le problème du transfert de chaleur par convection mixte aidée et contrariée. Ils présentent les résultats détaillés de l'effet de l'inclinaison, du nombre de Reynolds, de Grashof et des conditions aux limites thermiques.

D'autres études portant sur le problème de la convection mixte en régime stationnaire peuvent être consultés dans les références [32-39].

L'effet de la conduction axiale sur le transfert de chaleur par convection mixte en régime stationnaire dans une conduite verticale cylindrique, rectangulaire ou entre deux plaques parallèles, a été abordé par plusieurs auteurs.

Bernier et **Baliga** [40] ont étudié l'effet du terme de la conduction axiale sur la convection mixte aidée dans un tube vertical soumis à un flux de chaleur uniforme sur la paroi externe. Leurs résultats numériques démontrent que les effets de la conduction axiale dans la paroi sont très prononcés lorsque les rapports des conductivités K et des épaisseurs de la paroi et du fluide Δ sont élevés et que le nombre de Péclet est faible. Ils ont montré que dans certains cas, le profil de vitesse axiale est affecté au point où on retrouve une vitesse négative au centre du tube en amont de la section de chauffage.

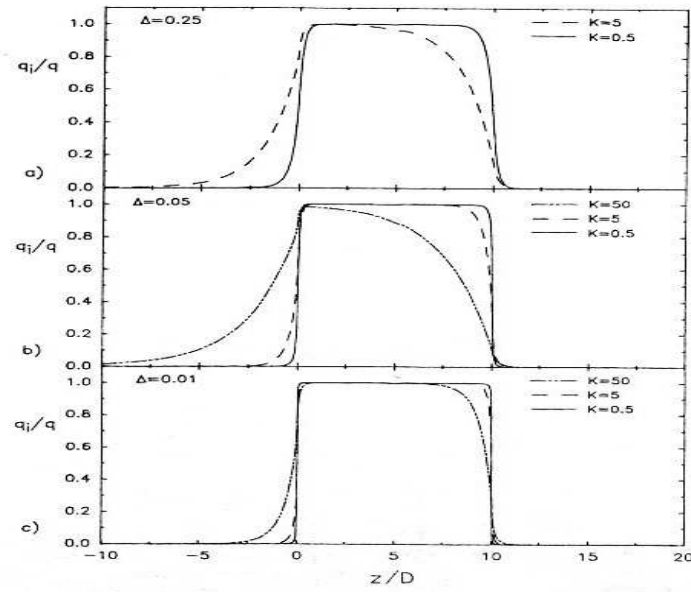


Figure 14. Influence de la conduction pariétale sur le flux de chaleur pariétal normalisé $Gr/Re^2=5000$, $Re=1$, $Pr=5$.

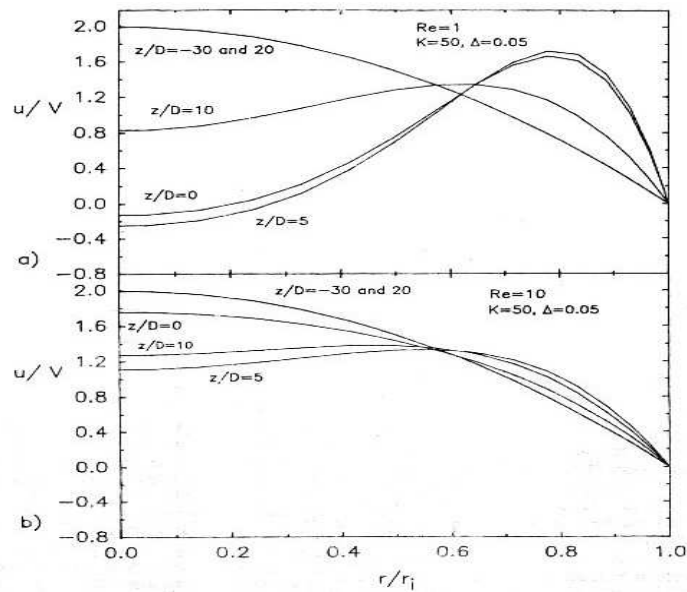


Figure 15. Influence de la conduction pariétale sur le profil de vitesse axiale pour deux nombres de Reynolds. a) $Re=1$, b) $Re=10$. $Gr/Re^2=5000$, $Pr=5$.

Une étude similaire à été menée par **Heggs et al.** [41] pour le cas de la convection mixte contrariée. Dans leur travail, quelques paramètres ont été fixés, comme : $Re=50$, $Gr=10000$, $Pr=7$. Le rapport (R_e/R_i) entre le rayon externe (R_e) et le rayon interne (R_i) du tube varie entre 1.1 et 1.4. Le rapport entre les conductivités thermiques du solide et du fluide K , a été fixé à trois valeurs : 50, 5 et 0.5. Ils ont observé un effet important du terme

de la conduction axiale sur les caractéristiques du transfert de chaleur par convection mixte lorsque ces deux rapports (R_e/R_i , K) deviennent importants.

L'effet de la conduction axiale sur un écoulement de convection mixte descendant dans une conduite cylindrique verticale soumise à un flux de chaleur constant et uniforme sur une section centrale à été aussi abordé numériquement par **LaPlante** et **Bernier** [42]. Les résultats sont présentés pour $Pr=5$, un nombre de Reynolds égal à 1 et 10, et pour deux valeurs du nombre de Richardson ($Ri=5000$ et 50). Leurs études montrent que, sous l'effet de la convection naturelle, et pour les rapports élevés des conductivités paroi-fluide et de l'épaisseur de la paroi au diamètre hydraulique, une certaine quantité de chaleur fournie à la section chauffée est redistribuée en amont de celle-ci. Dans certains cas, les effets du chauffage sont ressentis jusqu'à une distance de 25 diamètres en amont de la section chauffée. Les auteurs expliquent l'origine de cette redistribution par le fait que pour $Ri=5000$, la cellule de recirculation s'étend en amont de la section chauffée. Cette dernière agit comme un isolant entre le fluide et la paroi, de sorte que la chaleur se propage dans la paroi jusqu'au début de la cellule avant d'être transmise au fluide (figures 15 et 16).

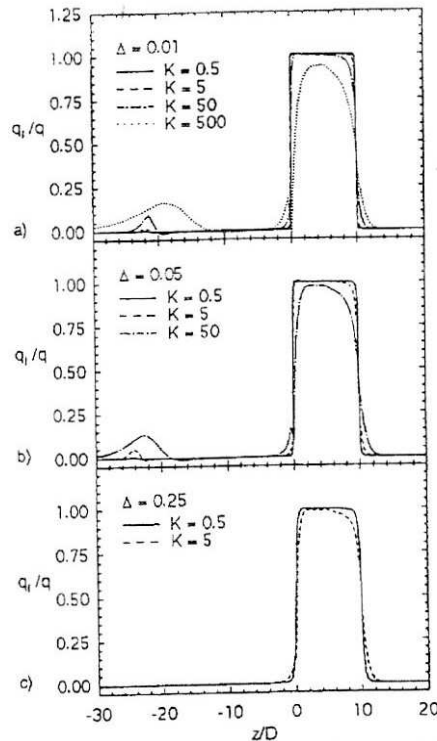


Figure 15. Redistribution du flux de chaleur pariétal normalisé pour le cas : $Gr/Re^2=5000$, $Re=1$, $Pr=5$.

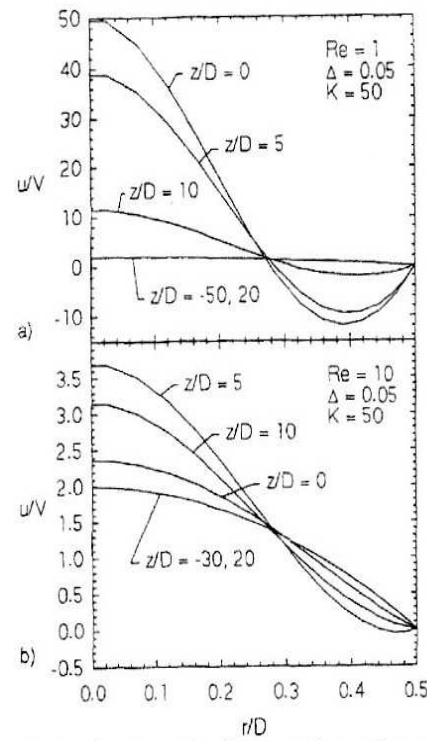


Figure 16. Profil de vitesse à différentes positions axiales pour le cas $\Delta=0.05$ et $K=50$

Nasredine et al [43] ont étudié l'effet de la conduction axiale sur un écoulement de convection mixte descendant.

Ouzzane et Galanis [44] ont analysé numériquement les effets de la conduction axiale et de la non uniformité du flux de chaleur imposé sur la convection mixte aidée dans une conduite circulaire inclinée. Ils ont trouvé une légère différence entre les valeurs calculées des paramètres locaux (la distribution circonférentielle de la température à l'interface paroi-fluide ou la vitesse axiale) et des variables moyennes (moyenne circonférentielle du nombre de Nusselt et du coefficient de frottement), en particulier aux valeurs élevées du nombre de Grashof. En conséquence, pour un flux de chaleur appliqué sur toute la surface externe, la valeur asymptotique du nombre de Nusselt moyen de la conduite est égale à 16.47 pour $Gr=10^6$, $Re=500$ et $Pr=7$. Pour un flux de chaleur appliqué à l'interface paroi-fluide, la valeur correspondante du nombre de Nusselt moyen est égale à 26.14 pour le cas d'un flux de chaleur appliqué sur toute la circonférence et 29.71 pour le cas d'un flux de chaleur appliqué uniquement sur la moitié supérieure de la circonférence (figure 17 et Tableau 2).

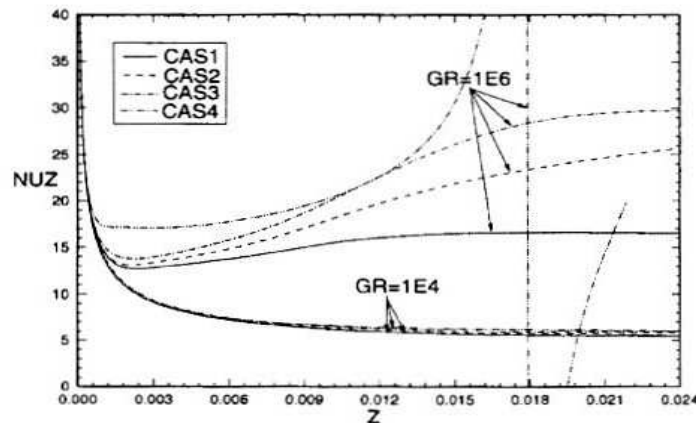


Figure 17. Evolution axiale du nombre de Nusselt moyen

TABLEAU II / TABLE II			
Valeurs asymptotique du nombre de Nusselt moyen. Asymptotic average Nusselt number value.			
	Convection forcée	Convection mixte $Gr = 10^4$	Convection mixte $Gr = 10^6$
Cas 1	4,36	5,52	16,47
Cas 2	4,36	5,96	26,14
Cas 3	4,36	6,01	29,71

Burch et al. [45] ont analysé l'effet de la conduction axiale sur la convection naturelle en régime stationnaire entre deux plaques parallèles.

Des études similaires ont été développées par **Kim et al.** [46] et **Anand et al.** [47]. Leurs résultats montrent que l'influence de la conduction axiale sur le transfert de chaleur est significative, en particulier pour un système avec un nombre de Grashof élevé, un large rapport des conductivités ou avec une paroi épaisse.

Abid et al. [48] ont présenté une approche analytique et numérique de la convection mixte dans une conduite cylindrique horizontale et une détermination expérimentale de la température de paroi par thermographie infrarouge. Les résultats présentés concernent le régime laminaire pour lequel la convection mixte joue un rôle prépondérant. Ils montrent l'existence de deux types de régime : Etablissement hydrodynamique d'un écoulement secondaire caractérisé par la présence de deux rouleaux transversaux contrarotatifs, et établissement thermique caractérisé par une montée de la température moyenne de la paroi en conservant une distribution de température non uniforme dans une section droite.

En régime transitoire, **Mai et al.** [49-50] ont étudié le problème de la convection mixte dans un tube vertical lorsque l'entrée est soumise à un échelon de débit ou de température. Leurs résultats montrent une dissymétrie du profil de vitesse entre le cas d'un échelon positif et négatif. Cependant, comme leur modèle est basé sur les équations de la couche limite, les zones de recirculation n'ont pas pu être observées.

Nguyen et al [51] ont analysé le comportement dynamique et thermique d'un écoulement (3D) d'air dans un tube vertical. Le régime transitoire est obtenu en imposant une densité de flux de chaleur uniforme à la paroi mais avec une variation linéaire dans le temps. Dans ce travail, l'épaisseur de la paroi est négligeable et par suite l'effet de la conduction axiale. Deux cas ont été analysés : l'écoulement descendant chauffé (convection mixte contrariée) et l'écoulement ascendant chauffé (convection mixte aidée). Leurs résultats montrent que l'écoulement reste stable et unique pour $Gr=5.10^5$ et 10^6 , respectivement pour la convection mixte contrariée et aidée. Au-delà de ces deux valeurs critiques, la convergence devient extrêmement lente et difficile due probablement, d'après les auteurs, à une transition possible de l'écoulement (figures 18 et 19).

Barletta et Rossi di Schio [52] ont étudié le problème de la convection mixte développée dans une conduite circulaire verticale soumise à une variation sinusoïdale de la température de la paroi. Leurs résultats montrent l'existence d'une fréquence de résonance

pour laquelle, la vitesse et le coefficient de frottement présentent un maximum (figures 20 et 21).

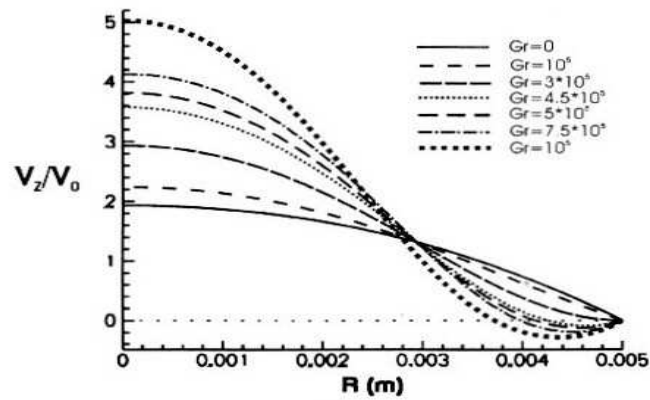


Figure 18. Evolution transitoire de la vitesse axiale (convection mixte contrariée).

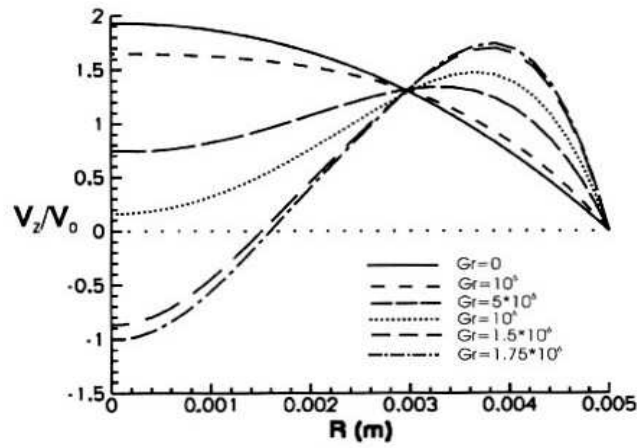


Figure 19. Evolution transitoire de la vitesse axiale (convection mixte aidée).

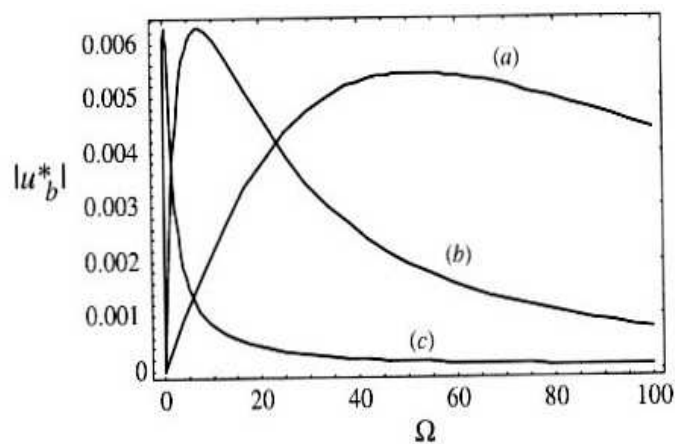


Figure 20. Distribution de la vitesse axiale en fonction de la fréquence en $r=0$.

(a) $Pr=0.7$, (b) $Pr=7$, (c) $Pr=100$

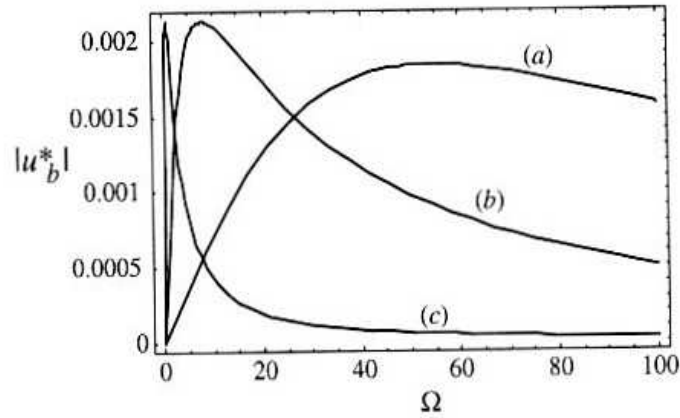


Figure 21. Distribution de la vitesse axiale en fonction de la fréquence en $r=0.4$.
(a) $Pr=0.7$, (b) $Pr=7$, (c) $Pr=100$

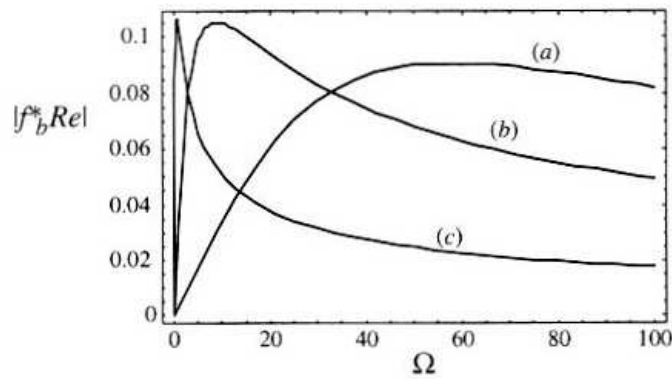


Figure 22. Distribution du coefficient de frottement en fonction de la fréquence

La convection mixte en régime transitoire dans une conduite verticale a été traitée par **Lin et al** [53] et **Yan** [54]. Leurs résultats montrent que l'effet de la capacité calorifique de la paroi peut avoir un effet considérable sur les caractéristiques thermiques et dynamiques de l'écoulement. La conduction axiale dans le fluide et dans la paroi n'a pas été prise en considération dans [53, 54] et, par conséquent, son effet sur le transfert de chaleur par convection mixte transitoire est inconnu.

Lee et Yan [55] ont présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection mixte en régime instationnaire dans une conduite circulaire ou entre deux plaques parallèles. Pour les deux configurations géométriques, le système physique est soumis à un échelon de la température ambiante. Le nombre de Péclet est relativement élevé et la paroi des deux conduites est supposée très mince, par conséquent l'effet de la conduction axiale est négligeable. Leurs résultats montrent que l'ignorance de l'effet de la

paroi peut causer une erreur substantielle dans l'estimation des grandeurs dynamiques et thermiques, en particulier au début de la période transitoire.

Bae et al. [56] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection mixte dans un canal rectangulaire, comportant des sources thermiques régulièrement disposées sur sa paroi inférieure. La génération de chaleur est supposée constante, à l'exception de la première source où une variation périodique dans le temps est imposée. Pour les cas spécifiques étudiés, ils démontrent l'existence d'une fréquence de résonance donnant lieu à une augmentation du transfert de chaleur, qui dépend de la géométrie de la source de chaleur et de l'espacement entre les différentes sources.

Cheng et al [57] conduisent leur étude numérique sur les critères d'apparition des zones de recirculation en convection mixte aidée entre deux plaques planes parallèles verticales. L'étude porte sur différentes conditions aux limites imposées sur les deux parois opposées du canal :

- Flux de chaleur uniforme Q_1 en $Y=1$ - Flux de chaleur uniforme Q_2 en $Y=0$ avec $Q_1 > Q_2$ ou $Q_1 = Q_2$.
- Flux de chaleur uniforme Q_1 en $Y=1$ - Température uniforme T_2 en $Y=0$.
- Température uniforme T_1 en $Y=1$ - Température uniforme T_2 en $Y=0$ avec $T_1 > T_2$.

Dans la première situation ($Q_1 - Q_2$) deux cas ont été examinés : chauffage symétrique, c'est-à-dire $r_H = Q_2 / Q_1 = 1$ et le chauffage asymétrique; ce qui est équivalent à $r_H = Q_2 / Q_1 < 1$. Pour le cas de chauffage symétrique, si le rapport $Re/Gr < 3,2.10^{-4}$ l'écoulement inverse s'installe. Au contraire, pour $r_H < 1$, les zones de recirculation apparaissent pour des rapports Re/Gr plus grands. De plus, les auteurs ont présenté un diagramme avec les zones de recirculation dans les coordonnées r_H et Re/Gr dans lequel on observe que si $r_H > 0.053$, le profil de vitesse comporte deux points d'inflexion et pour $r_H < 0.053$ il n'en comporte qu'un.

Dans la deuxième situation $Q_1 - T_2$, les critères pour que les vitesses négatives apparaissent ont été définis comme suit :

$$\left[\frac{dU}{dY} \right]_{Y=0} \left[\frac{dU}{dY} \right]_{Y=1} \geq 0.$$

Ce qui est équivalent à: $\frac{Q_1 + 3}{3} \leq \frac{dP}{dX} \leq \frac{Q_1 + 2}{2}$.

Dans la troisième situation $T_1 - T_2$, les critères d'apparition des zones de recirculation sont définis de la manière suivante :

$$\frac{2r_T + 1}{3} \leq \frac{dP}{dX} \leq \frac{r_T + 1}{2}$$

$$\text{où } r_T = \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0}.$$

Dans la même géométrie, **Hamadah** et **Wirtz** [58] conduisent une analyse similaire pour un écoulement descendant en convection mixte contrariée et pour les mêmes conditions aux limites. Ils ont défini les critères d'apparition du renversement de l'écoulement, respectivement pour la deuxième et la troisième situations, comme suit :

$$\left(\frac{Gr}{Re} \right)_{REV} = \frac{288}{1 - r_T},$$

$$\left(\frac{Gr}{Re} \right)_{REV} = 576.$$

Pour la première situation, ils trouvent que le critère d'apparition du renversement de l'écoulement dépend du rapport $r_H = Q_1 / Q_2$

Pour le cas de la convection forcée en régime transitoire, **Abboudi** et **Papini** [59], **Bilir** et **Ateş** [60] and **Faghri** et **Sparrow** [61] ont montré que la conduction axiale dans le fluide et dans la paroi ainsi que la capacité calorifique de la paroi jouent un rôle décisif dans le cas du transfert de chaleur transitoire et conjugué.

Comme on peut le constater dans cette étude bibliographique, l'effet de la conduction axiale sur les caractéristiques thermiques et dynamiques du transfert de chaleur stationnaire par convection naturelle ou mixte dans les conduites a reçu un intérêt considérable, contrairement au cas du transfert de chaleur conjugué par convection naturelle ou mixte en régime transitoire.

1.2 Résumé de la recherche bibliographique

Les premières études concernant la convection mixte dans les conduites sont limitées au cas des écoulements développés. Avec le développement de l'informatique et des ordinateurs, l'étude du développement simultané, des couches limites thermiques et hydrodynamique est de plus en plus exploitée de façon complète.

Différents cas de la convection mixte ont été étudiés numériquement en utilisant un algorithme parabolique et l'approximation de la couche limite. Cependant, lorsque le terme de la conduction axiale devient important ou quand l'écoulement est renversé, l'algorithme elliptique est nécessaire pour résoudre le problème de la convection mixte.

En l'absence des instabilités de l'écoulement, les résultats existants sont en accord avec le fait que la convection mixte aidée (écoulement ascendant avec chauffage ou écoulement descendant avec refroidissement) augmente le transfert de chaleur, alors que la convection mixte contrariée (écoulement ascendant avec refroidissement ou écoulement descendant avec chauffage) le réduit.

Différentes études expérimentales montrent que l'apparition des instabilités dans l'écoulement coïncide avec le point d'inflexion du profil de vitesse axiale et peut apparaître pour des nombres de Reynolds inférieurs à 2300, en particulier pour le cas de la convection mixte contrariée. Cependant, pour de faibles nombres de Reynolds et pour une section de chauffage relativement courte, une cellule de recirculation stable et symétrique a été observée expérimentalement.

D'une manière générale, il est connu que pour le cas de la convection forcée, le terme de la conduction axiale ne devient important que si le nombre de Péclet est inférieur à 100. Pour le cas de la convection mixte, aucune règle n'a été élaborée.

1.3 Conclusion

A travers cette étude bibliographique on peut conclure que la plupart des travaux ont traité le problème de la convection mixte en régime stationnaire. En régime transitoire, le peu de travaux existants négligent le couplage entre le fluide et la paroi. Le manque de travaux sur le transfert de chaleur par convection mixte conjuguée en régime transitoire a motivé ce présent travail qui représente une extension du régime stationnaire étudié par différents auteurs et la continuation de nos travaux [62-64,74].

1.4 Objectif

L'objectif principal de la présente étude est d'analyser numériquement l'effet de la conduction axiale dans la paroi et du fluide, des propriétés physiques et géométriques et de la capacité calorifique de la paroi sur la convection mixte transitoire contrariée dans une conduite cylindrique verticale soumise à un flux de chaleur constant et uniforme appliqué

sur la surface extérieure d'une section centrale précédée et suivie de deux sections adiabatiques.

Chapitre 2

Modélisation mathématique et traitement numérique

2.1 Introduction

Comme il a été mentionné dans le premier chapitre, la présente étude traite le problème de la convection mixte transitoire et conjuguée. Il s'agit de l'étude du transfert de chaleur par convection mixte entre un écoulement descendant dans une conduite verticale épaisse soumise partiellement à un flux de chaleur constant et uniforme. Dans ces conditions, on est en présence de convection mixte contrariée.

2.2 Formulation du problème et conditions aux limites

Ce problème consiste en l'étude du développement simultané de la couche limite thermique et dynamique d'un écoulement descendant en convection mixte à l'intérieur d'une conduite cylindrique verticale uniformément chauffée sur une section centrale précédée et suivie par des sections adiabatiques. Le schéma du système physique étudié est représenté sur la figure 2a. On note que l'origine des coordonnées est située sur l'axe de symétrie ($\eta=0$) à l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$). Des sections adiabatiques, en amont et en aval de la section chauffée ont été rajoutées pour permettre l'étude de : (1) la diffusion axiale de quantité de mouvement, et (2) de la conduction axiale de la chaleur dans la paroi et dans le fluide.

Les équations de bilan sont : L'équation de conservation de la masse, les équations de Navier-Stokes et l'équation de conservation de l'énergie dans le fluide et dans la paroi

solide. Vu la géométrie tubulaire du système physique, l'ensemble de ces équations seront exprimées en coordonnées cylindriques. Par ailleurs, étant donné la nature bidirectionnelle du problème, les équations à résoudre sont de nature elliptique.

2.2.1 Hypothèses

Plusieurs hypothèses ont été retenues sur le système d'équations décrit ci-dessus. D'une part, ces hypothèses permettent d'éviter un alourdissement inutile du problème et d'autre part, elles rendent l'application des conditions aux frontières plus simple tout en conservant une bonne représentation physique du problème. Ces hypothèses sont :

1. L'écoulement et le transfert de chaleur sont axisymétriques et bidimensionnels (aucune variation azimutale).
2. Le rayonnement thermique est négligeable.
3. Le fluide est Newtonien et incompressible.
4. L'écoulement est laminaire et transitoire.
5. La dissipation visqueuse et le travail des forces de pression dans l'équation d'énergie sont négligeables.
6. Les propriétés physiques du fluide (C_p , μ , k_f , ρ et β) et de la paroi solide (k_p, C_p) sont constantes et évaluées à la température du fluide à l'entrée du tube. Cependant, la densité du fluide varie linéairement avec la température dans le terme représentant la force de gravitation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe z de la conduite (approximation de Boussinesq). Ainsi, ρ est remplacé par l'expression $\rho_0\{1 - \beta(T - T_0)\}$.
7. Le fluide pénètre dans la section de préchauffage avec une température uniforme et un profil de vitesse pleinement établi.
8. Les sections de préchauffage et de postchauffage, incluant les extrémités du tube, sont parfaitement isolées.
9. Initialement ($\tau = 0$), le système (fluide + paroi) est à la même température uniforme T_0 . Le profil de vitesse de l'écoulement fluide est parabolique et le flux de chaleur appliqué à la surface extérieure de la section centrale, Q est égal à zéro. À $\tau > 0$, le flux de chaleur appliqué à la surface extérieure de la section centrale subit une variation du type échelon positif $Q > 0$.

10. A la sortie de la conduite, la section adiabatique aval est supposée assez longue. Il en résulte une invariance axiale des composantes de vitesses et du flux thermique diffusif dans la direction axiale.

Les hypothèses 1) et 2) méritent quelques réflexions. Comme il a été mentionné au chapitre 1, les écoulements de convection mixte opposée ont tendance à devenir asymétriques sous certaines conditions. Ainsi, pour un rapport Gr / Re^2 (ou Gr / Re) relativement élevé, l'écoulement principal se range aléatoirement d'un côté du tube, alors qu'on observe, si le rapport Gr / Re^2 (ou Gr / Re) est assez élevé, une cellule de recirculation sur l'autre côté. L'apparition de cette asymétrie est reliée à la longueur de la section chauffée pour un rapport Gr / Re^2 (ou Gr / Re) donné. Ainsi, **Senécal** [66] a observé expérimentalement cette asymétrie pour un rapport $L_h / D = 54$ et pour des rapports Gr / Re^2 de l'ordre de ceux utilisés dans la présente étude. Par contre, les études expérimentales **Morton et al.** [21] montrent une symétrie presque parfaite de l'écoulement pour $L_h / D = 0.85$. Le rapport L_h / D utilisé dans la présente étude est de 10, il se situe donc entre la géométrie de **Senécal** et celle de **Morton et al.** Pour un tel rapport, on peut affirmer avec certitude que l'écoulement demeurera symétrique.

L'hypothèse d'un rayonnement thermique négligeable se justifie par le fait que les résultats obtenus sont présentés pour des fluides dont les propriétés sont similaires à celles de l'eau, $Pr = 5$. Dans ce cas, les coefficients d'extinction sont relativement élevés pour les longueurs d'onde correspondant au rayonnement infrarouge (**Siegel et Howel** [67]). Par conséquent, le rayonnement thermique émis par la paroi est immédiatement absorbé par le liquide se trouvant en contact avec celle-ci.

2.2.2 Equations de bilan

En se référant à la nomenclature de la figure 2a, les équations de bilan et les conditions aux limites régissant les phénomènes de la convection mixte dans le fluide et de la conduction dans la paroi en régime transitoire sont présentées comme suit :

Conservation de la masse :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{\mu}{r^2} v + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2.2)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g - \beta \rho_0 g (T - T_0) - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.3)$$

Conservation d'énergie dans le fluide :

$$\rho_0 C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{k_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + k_f \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2.4)$$

Conservation d'énergie dans la paroi :

$$\rho_p C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \frac{k_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + k_p \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2.5)$$

2.2.3 Conditions initiales et aux limites**2.2.3.1 Conditions initiales**

$$\tau = 0 \quad u(r) = 2V \left(1 - (r/R_i)^2 \right) \quad v = 0 \quad T = 0 \quad (2.6)$$

2.2.3.2 Conditions de frontières

$$\tau > 0$$

- A l'entrée de la conduite : $\xi = -L_u$

$$0 \leq r < R_i \quad u(r) = 2V \left(1 - (r/R_i)^2 \right) \quad v = 0 \quad T = T_0 \quad (2.7a)$$

$$R_i \leq r \leq R_i + R_e \quad u = 0 \quad v = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (2.7b)$$

- Sections adiabatique amont : $-L_u^* < \xi < 0$ et aval $L_h^* < \xi < L_h^* + L_d^*$

$$r = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad v = 0 \quad \frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 \quad (2.8a)$$

$$r = R_i \quad u = 0 \quad v = 0 \quad (2.8b)$$

$$r = R_i + R_e \quad \frac{\partial T_w}{\partial r} = 0 \quad (2.8c)$$

- Section chauffée : $0 \leq z \leq L_h$

$$r = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad v = 0 \quad \frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 \quad (2.9a)$$

$$r = R_i \quad u^* = 0 \quad v^* = 0 \quad (2.9b)$$

$$r = R_i + R_e \quad \lambda_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = Q \quad (2.9c)$$

- A la sortie de la conduite : $z = L_h^* + L_d^*$

$$0 \leq r < R_i \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial T_f}{\partial z} = 0 \quad (2.10a)$$

$$R_i \leq r \leq R_i + R_e \quad u = 0 \quad v = 0 \quad \frac{\partial T_w}{\partial z} = 0 \quad (2.10b)$$

2.2.4 Forme adimensionnelle des équations de bilan

Les équations de bilan ainsi que les conditions des frontières et initiales présentées dans la section précédente sont mise sous forme adimensionnelle en utilisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$u^* = \frac{u}{V} \quad v^* = \frac{v}{V} \quad \eta = \frac{r}{D} \quad \xi = \frac{z}{D} \quad (2.11a)$$

$$L_u^* = \frac{L_u}{D} \quad L_h^* = \frac{L_h}{D} \quad L_d^* = \frac{L_d}{D} \quad (2.11b)$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{QD / k_f} \quad P = \frac{p - \rho_0 g z}{\rho_0 V^2} \quad (D = 2R_i) \quad (2.11c)$$

où V est la vitesse moyenne à l'entrée de la conduite.

2.2.5 Equations de bilan adimensionnelles

Conservation de la masse :

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial(\eta v^*)}{\partial \eta} + \frac{\partial u^*}{\partial \xi} = 0 \quad (2.12)$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial v^*}{\partial \tau} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial \eta} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial \xi} = -\frac{\partial P}{\partial \eta} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial v^*}{\partial \eta} \right) - \frac{v^*}{\eta^2} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial \xi^2} \right] \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial \tau} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial \eta} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial \xi} = -\frac{Gr}{Re^2} \theta - \frac{\partial P}{\partial \xi} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial u^*}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 u^*}{\partial \xi^2} \right] \quad (2.14)$$

Conservation d'énergie dans le fluide :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + v^* \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{1}{Pe} \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \right] \quad (2.15)$$

Conservation d'énergie dans la paroi :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{A}{Pe} \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \right] \quad (2.16)$$

2.2.6 Conditions initiales et de frontières adimensionnelles**2.2.6.1 Conditions initiales :**

$$\tau = 0 \quad u^*(\eta) = 2[1 - (2\eta)^2]; \quad v^* = 0; \quad \theta = 0 \quad (2.17)$$

2.2.6.2 Conditions de frontières :

- A l'entrée de la conduite : $\xi = -L^*$

$$0 \leq \eta < \frac{1}{2} \quad u^*(\eta) = 2[1 - (2\eta)^2]; \quad v^* = 0; \quad \theta = 0 \quad (2.18a)$$

$$\frac{1}{2} \leq \eta \leq \frac{1}{2} + \Delta \quad u^* = 0; \quad v^* = 0; \quad \frac{\partial \theta_w}{\partial \xi} = 0 \quad (2.18b)$$

- Sections adiabatique amont : $-L_u^* < \xi < 0$ et aval $L_h^* < \xi < L_h^* + L_d^*$

$$\eta = 0 \quad \frac{\partial u^*}{\partial \eta} = 0; \quad v^* = 0; \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial \eta} = 0 \quad (2.19a)$$

$$\eta = \frac{1}{2} \quad u^* = 0; \quad v^* = 0 \quad (2.19b)$$

$$\eta = \frac{1}{2} + \Delta \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0 \quad (2.19c)$$

- Section chauffée : $0 \leq \xi \leq L_h^*$:

$$\eta = 0 \quad \frac{\partial u^*}{\partial \eta} = 0; \quad v^* = 0; \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial \eta} = 0 \quad (2.20a)$$

$$\eta = \frac{1}{2} \quad u^* = 0; \quad v^* = 0 \quad (2.20b)$$

$$\eta = \frac{1}{2} + \Delta \quad \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta} = 1 \quad (2.20c)$$

- A la sortie de la conduite : $\xi = L_h^* + L_d^*$

$$0 \leq \eta < \frac{1}{2} \quad \frac{\partial u^*}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial v^*}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial \xi} = 0 \quad (2.21a)$$

$$\frac{1}{2} \leq \eta \leq \frac{1}{2} + \Delta \quad u^* = 0; \quad v^* = 0; \quad \frac{\partial \theta_w}{\partial \xi} = 0 \quad (2.21b)$$

Dans le système d'équations (2.12-2.21), nous avons fait apparaître les grandeurs adimensionnelles gouvernant la convection mixte conjuguée transitoire suivantes :

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (\text{nombre de Reynolds})$$

$$Gr_Q = \frac{g\beta Q D^4}{\nu^2 k_f} \quad (\text{nombre de Grashof basé sur le flux de chaleur appliqué})$$

$$Pe = Re.Pr = \frac{\rho_0 V D C_p}{k_f} \quad (\text{nombre de Péclet})$$

$$K = \frac{k_w}{k_f} \quad (\text{rapport des conductivités de la paroi et du fluide})$$

$$\Delta = \frac{R_e - R_i}{D} = \frac{\delta}{D} \quad (\text{rapport de l'épaisseur de la paroi sur la diamètre hydraulique})$$

$$A = \frac{a_w}{a_f} \quad (\text{rapport des diffusivités de la paroi et du fluide})$$

2.3 Traitement numérique

2.3.1 Introduction

Dans ce paragraphe, nous présentons la méthodologie de résolution du système d'équations adimensionnelles présentées ci-dessus ainsi que la distribution axiale et radiale du maillage.

Etant donné le caractère non linéaire et transitoire du système d'équations et le fort couplage entre les termes de gravité et d'advections, la solution du système d'équations ne peut être que numérique.

En plus de la méthode des volumes finis utilisée dans ce travail, les différences et les éléments finis sont fréquemment utilisées dans la simulation numérique des problèmes de la mécanique des fluides et des transferts de chaleur. Dans chacune de ces méthodes numériques, on procède à la substitution des équations différentielles du mouvement par

un système d'équations algébriques. Ces équations algébriques décrivent le même modèle physique régit par les équations différentielles de base mais en un certain nombre de points discrets appelés nœuds.

La méthode des volumes finis, développée à l'origine par **Patankar** et **Spalding** [68], a eu d'importants succès durant les années 1980 pour les différents avantages qu'elle offre, en particulier :

- Les équations aux différences traduisent la conservation de bilan de quantité de mouvement et d'énergie. Cela signifie que l'extension du principe de conservation écrit sous une forme discrétisée pour un volume de contrôle typique fini est vérifiée pour l'ensemble du domaine numérique.
- Sa robustesse numérique, sa maniabilité et son formalisme très proche de la réalité physique (conservation des bilans d'énergie et de quantité de mouvement).

Comme il a été introduite par **Patankar** [65], la méthode des volumes finis consiste à échantillonner le domaine de calcul en un nombre finis d'éléments appelés volumes de contrôle où chaque volume entoure un nœud. Les termes des équations différentielles modélisantes sont intégrées sur chacun de ces volumes de contrôle. Les équations algébriques qui en résultent expriment le principe de conservation pour un volume de contrôle fini de la même manière que les équations différentielles qui expriment ce même principe pour un volume infinitésimal.

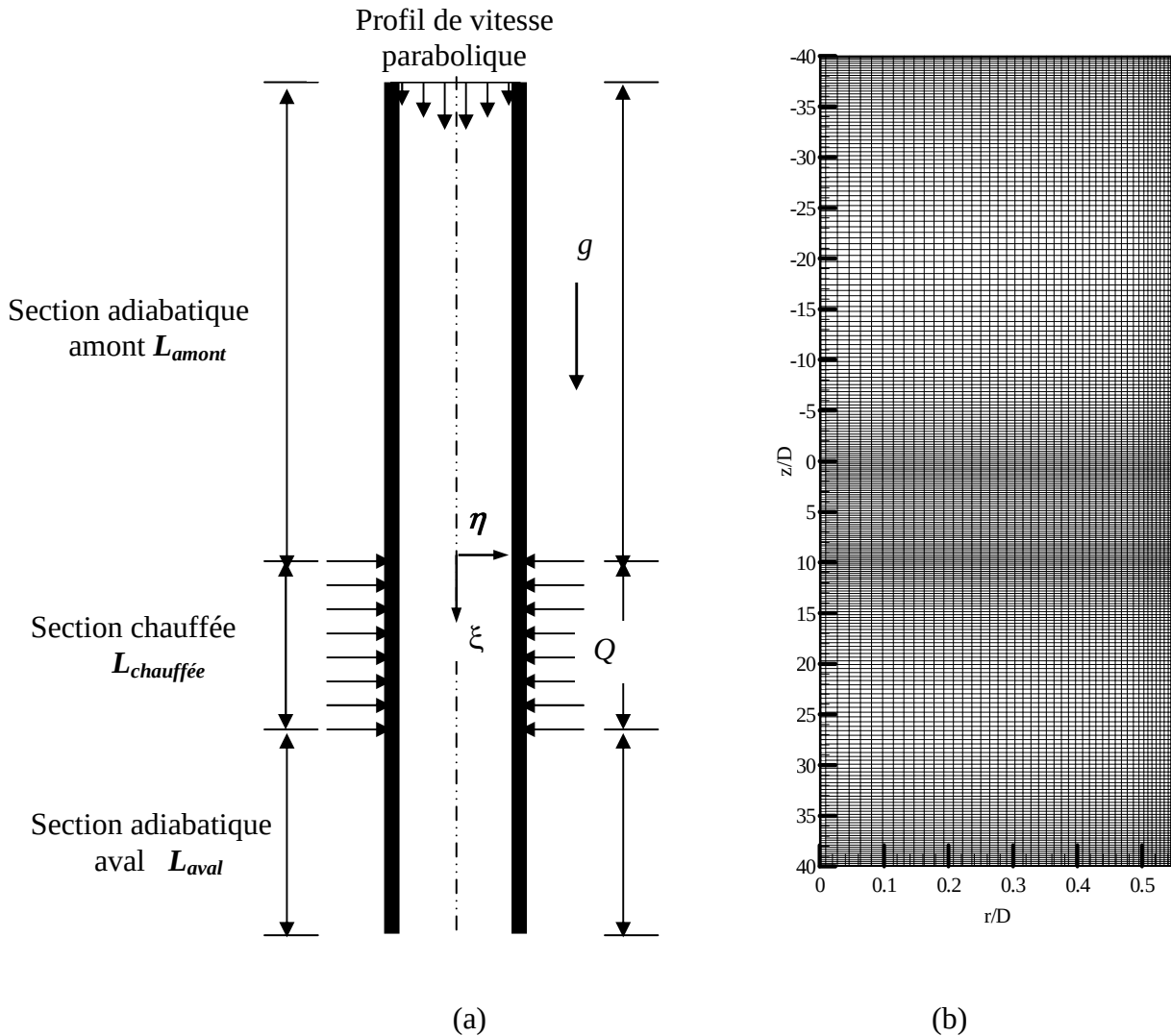
2.3.2 Discrétisation du domaine physique

Dans cette section on présente la méthode de discrétisation du domaine physique, compris entre $0 \leq \eta \leq 0.5 + \Delta$ suivant la direction radiale et entre $-L_u^* \leq \xi \leq L_h^* + L_d^*$ suivant la direction axiale. Le domaine de calcul est bidimensionnel selon η et ξ , ce qui présuppose que la composante angulaire du volume de contrôle est égale à un radian. Le système étudié et la distribution du maillage dans le conduit sont présentés respectivement sur les figures 2.1a et 2.1b.

Le maillage est arrangé suivant la pratique de Type-B de **Patankar** [65], avec les faces des volumes de contrôle placées à l'interface paroi-fluide ($\eta = 0.5$) et aux discontinuités des conditions de frontières thermiques ($\xi = 0$ et $\xi = L_h^*$).

Le problème entier (fluide + paroi) est résolu, suivant la direction radiale, comme étant un problème fluide dans tous le domaine physique ($0 \leq \eta \leq 0.5 + \Delta$). Selon les recommandations de **Patankar** [65], dans la région solide ($0.5 < \eta \leq 0.5 + \Delta$), la viscosité est supposée avoir une valeur très élevée.

Dans le but d'améliorer la précision du calcul et pour éviter des variations irrégulières de vitesses et de températures (à l'interface paroi-fluide, à l'entrée du conduit et à l'interface entre la section chauffée et les sections adiabatiques amont et aval), le maillage est choisi non uniforme selon une progression géométrique suivant les directions axiale et radiale. Dans la paroi, le maillage suivant la direction radiale est choisi uniforme.



Figures 2.1 : (a) Schéma de l'écoulement fluide et de la configuration géométrique
(b) Représentation de la distribution du maillage dans le fluide et dans la paroi

La figure 2.2 schématise le volume de contrôle principale ($\Delta V = \eta_P \cdot \Delta \eta \cdot \Delta \xi$) dans lequel le centre géométrique est associé au nœud P . Ce volume de contrôle est limité par les faces n , s , e et w correspondants, respectivement aux faces des volumes de contrôle appartenants aux nœuds voisins N , S , E et W . Les valeurs de la température et de la pression sont calculées aux nœuds du maillage principal, alors que les vitesses (axiale et radiale) sont calculées aux faces des volumes de contrôle du maillage principal (aux faces s et n pour la vitesse axiale, et aux faces w et e pour la vitesse radiale). Les vitesses axiales sont calculées à la même position radiale. Ainsi le décalage correspondant est uniquement axial. De même, les points de calcul des vitesses radiales sont décalés uniquement dans la direction radiale. Cet arrangement est nécessaire pour éviter des solutions physiquement irréalistes, **Patankar** [65].

Un important avantage de décalage du maillage est que la différence de pression entre deux points adjacents devient la force naturelle pour la composante de vitesse calculée sur la surface entre ces deux points, contrairement aux cas du maillage non décalé.

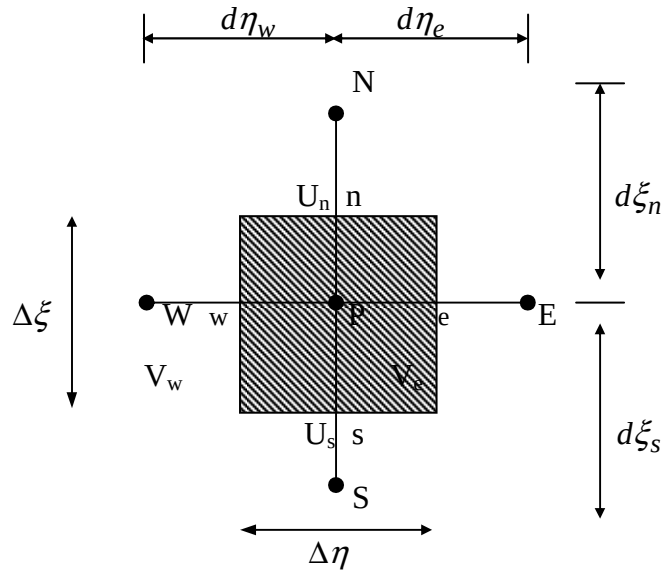
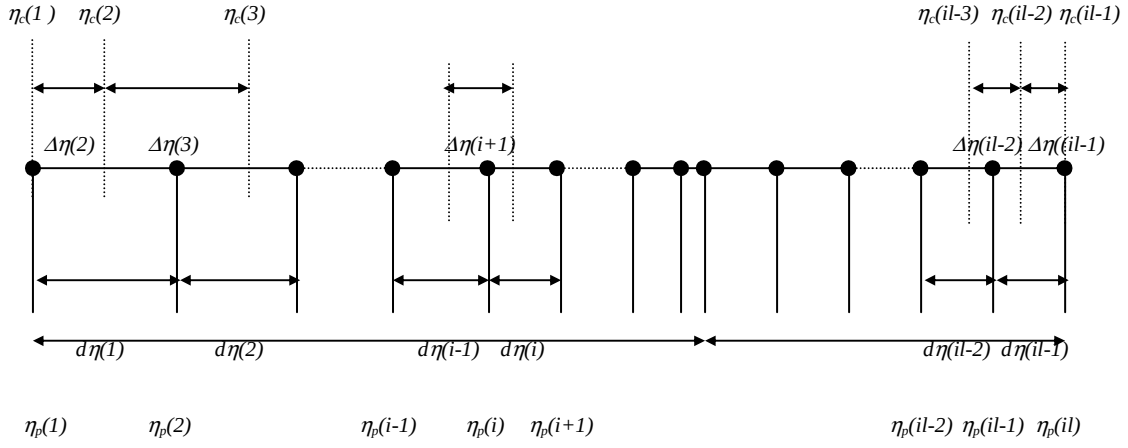


Figure 2.2. Volume de contrôle typique

2.3.2.1 Distribution radiale du maillage

La distribution radiale du maillage est présentée sur la figure 2.3. Les nœuds i sont centrés sur $\Delta \eta(i)$, où $\Delta \eta(i)$ représente une mesure du volume de contrôle suivant la direction radiale η .



Région du fluide

$$(0 \leq \eta \leq 0.5)$$

Région de la paroi

$$(0.5 < \eta \leq 0.5 + \Delta)$$

Figure 2.3. Distribution radiale du maillage ($0 \leq \eta \leq 0.5 + \Delta$)

2.3.2.2 Distribution axiale du maillage

Suivant la direction axiale, la distribution du maillage est présentée sur la figure 3.4a-b, respectivement pour les sections aval et chauffée, figure 3.4a, et pour la section amont, figure 3.4b. Pour chaque figure, les nœuds j sont centrés sur $\Delta\xi(j)$, où $\Delta\xi(j)$ représente une mesure du volume de contrôle suivant la direction radiale ξ .

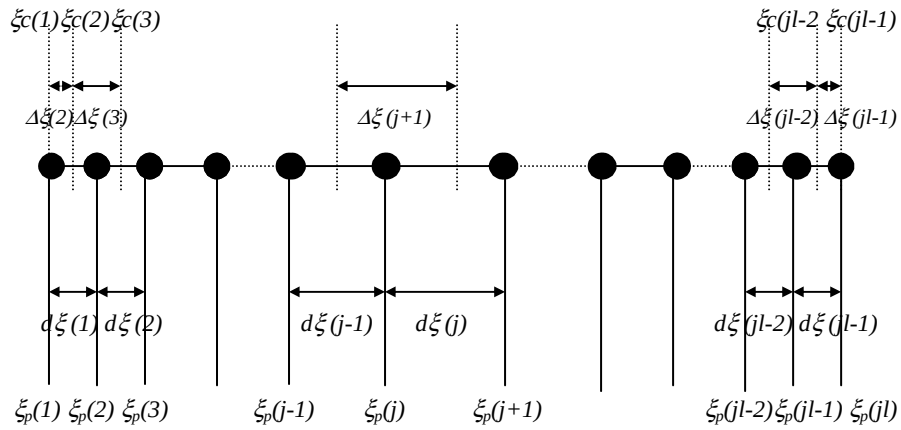


Figure 2.4a. Distribution axiale du maillage dans la section adiabatique aval ($0 \leq \xi < L_u$) et la section chauffée ($L_u \leq \xi \leq L_u + L_h$)

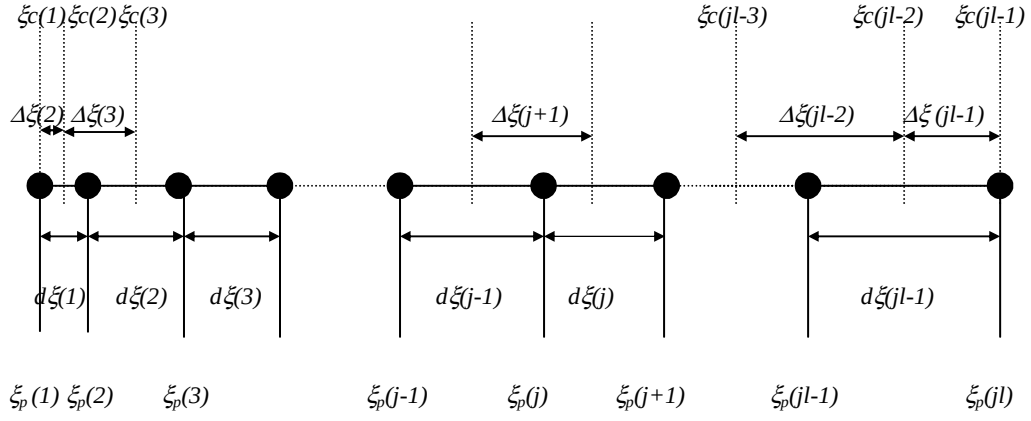


Figure 2.4b. Distribution axiale du maillage dans la section adiabatique amont
 $(L_u + L_h < \xi \leq L_u + L_h + L_d)$

2.3.3 Forme conservative adimensionnelle des équations de conservation

Le système d'équations adimensionnelles (2-12)-(2-16), peut être écrit sous une forme générale locale faisant apparaître la conservation de la variable ϕ , comme suit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \varepsilon \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta V^* \phi) + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi} (U^* \phi) = \Gamma_\phi \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \right] + S_\phi \quad (2.22)$$

où ϕ , Γ_ϕ , ε et S_ϕ , sont décrits dans le tableau 2.1 ci-dessous pour chaque équation.

Equations	ϕ	Γ_ϕ	ε	S_ϕ
Masse	1	0	1	0
Quantité de mouvement axiale	u^*	$1/Re$	1	$-(Gr/Re^2)\theta - \partial P / \partial \xi$
Quantité de mouvement radiale	v^*	$1/Re$	1	$-\partial P / \partial \eta - v^* / (\eta^2 Re)$
Energie dans le fluide	θ	$1/Pe$	1	0
Energie dans la paroi	θ	A/Pe	10^{30}	0

Tableau 2.1. Expressions des variables ϕ , des coefficients des termes diffusifs Γ_ϕ , ε et des termes source S_ϕ utilisés dans les équations de conservation

3.4 Schémas de discrétisation

3.4.1 Schéma de discrétisation du terme transitoire

Dans un intervalle de temps $\Delta\tau$, l'intégration du terme transitoire, sur le volume de contrôle typique, figure 2.2, est obtenue selon un schéma aux différences progressives au premier ordre. Par exemple, lorsque la variable $\phi = \theta$, l'intégration du terme transitoire de l'équation de conservation de l'énergie sur le volume de contrôle non décalé, figure 2.2, est calculée comme suit :

$$\int_{ws}^e \int_n^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \eta \partial \eta \cdot \partial \xi \cdot \partial \tau = [\phi_P^{\tau+\Delta\tau} - \phi_P^{\tau}] \eta_P \cdot \Delta \eta_P \cdot \Delta \xi_P \quad (2.23)$$

où $\Delta \eta_P = \eta_e - \eta_w$, $\Delta \xi_P = \xi_n - \xi_s$ et ϕ_P^{τ} représente la variable dépendante à l'instant τ qui précède l'instant $\tau + \Delta\tau$ pour laquelle la variable $\phi_P^{\tau+\Delta\tau}$ est inconnue. On admet que ϕ au point P ($=\phi_P^{\tau}$) est la représentation de ϕ pour tout le volume de contrôle typique à l'instant τ .

Pour chaque variable $\phi(\theta, u^*$ and $v^*)$, les autres termes de l'équation de discrétisation sont évalués à l'instant $\tau + \Delta\tau$, ce qui correspond à un schéma implicite. En effet, à cause de la non linéarité des équations le schéma utilisé est semi implicite.

2.3.4.2 Schémas de discrétisation des termes spatiaux

Pour la discrétisation spatiale, on utilise un schéma aux différences centré du second ordre connu par l'appellation **CDS**, faisant intervenir la formulation à deux points. Ainsi, pour les termes convectifs, la valeur de la variable ϕ sur une interface donnée (s, n) ou (w, e) sera calculée par une moyenne arithmétique entre les variables prises sur les deux nœuds (S, N, W, E) et (P) situés de part et d'autre de l'interface du volume de contrôle. Pour les termes diffusifs, la dérivée spatiale d'une variable sur une face commune est la différence des valeurs de cette variable aux nœuds en amont et en aval de l'interface divisée par la distance qui les séparent, voir les équations ci-dessous et les figures 2.5a-b.

$$\phi_n = \frac{\phi_P + \phi_N}{2} \quad \phi_s = \frac{\phi_P + \phi_S}{2} \quad \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \Big|_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{d\xi_n} \quad \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \Big|_s = \frac{\phi_P - \phi_S}{d\xi_s} \quad (2.24)$$

$$\phi_e = \frac{\phi_P + \phi_E}{2} \quad \phi_w = \frac{\phi_P + \phi_W}{2} \quad \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \Big|_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{d\eta_e} \quad \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \Big|_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{d\eta_w} \quad (2.25)$$

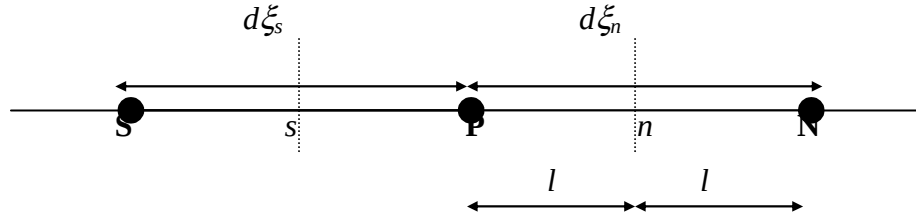


Figure 2.5a. Maillage typique pour le calcul de ϕ à l'interface (s ou n)

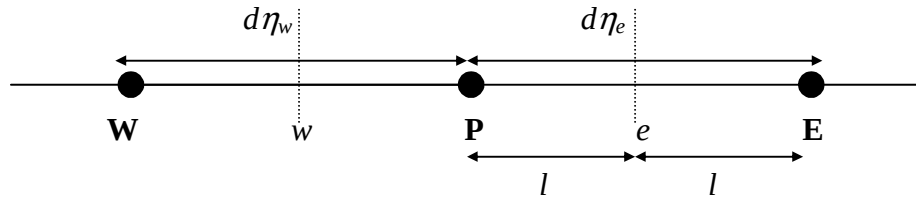


Figure 2.5b. Maillage typique pour le calcul de ϕ à l'interface (w ou e)

2.3.5 Discrétisation des équations de conservation

2.3.5.1 Discrétisation de l'équation de conservation de l'énergie

Les termes de l'équation de conservation de l'énergie sont intégrés sur le volume de contrôle typique ($\Delta V_{\text{Typique}} = \eta_P \Delta \eta \cdot \Delta \xi$), figure 2.2, entre l'instant τ et $\tau + \Delta \tau$.

$$\begin{aligned} & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{s_w}^{\eta_e} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau + \varepsilon \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{s_w}^{\eta_e} \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta u^* \theta) \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau + \varepsilon \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{s_w}^{\eta_e} \frac{\partial}{\partial \xi} (v^* \theta) \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau \\ &= \Gamma_{\theta} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{s_w}^{\eta_e} \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \right] \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau \end{aligned} \quad (2.26)$$

Un arrangement approprié des termes résultants de cette intégrale conduit à la forme discrète générale de l'équation d'énergie :

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} \theta_P^{\tau+\Delta\tau} = a_N^{\tau+\Delta\tau} \theta_N^{\tau+\Delta\tau} + a_S^{\tau+\Delta\tau} \theta_S^{\tau+\Delta\tau} + a_E^{\tau+\Delta\tau} \theta_E^{\tau+\Delta\tau} + a_W^{\tau+\Delta\tau} \theta_W^{\tau+\Delta\tau} + b_{\theta}^{\tau} \quad (2.27a)$$

avec :

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} = a_N^{\tau+\Delta\tau} + a_S^{\tau+\Delta\tau} + a_E^{\tau+\Delta\tau} + a_W^{\tau+\Delta\tau} + a_P^{\tau} = \sum_{nb=N,S,E,W} a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} + a_P^{\tau} \quad (2.27b)$$

où les coefficients a_P , a_E , a_W , a_N , a_S sont évalués en utilisant le schéma hybride proposé par **Patankar** [65] qui est basé sur la grandeur absolue du nombre de Péclet local associé au volume de contrôle. Ce nombre de Péclet est défini comme étant le rapport de la grandeur traduisant les effets convectifs à celle traduisant les effets diffusifs, par

exemple pour la face e d'un volume de contrôle, $\mathbf{Pe}_e = \mathbf{F}_e/\mathbf{D}_e$). Dans ce cas, les coefficients a_P , a_E , a_W , a_N , a_S sont donnés par :

$$a_E = \max\left[-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right] \quad a_W = \max\left[-F_w, D_w - \frac{F_w}{2}, 0\right] \quad (2.28a)$$

$$a_N = \max\left[-F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0\right] \quad a_S = \max\left[-F_s, D_s - \frac{F_s}{2}, 0\right] \quad (2.28b)$$

Dans ces expressions, les termes F_e, F_w, F_s, F_n indiquent le débit traversant la surface du volume de contrôle correspondante et les termes D_e, D_w, D_s, D_n représentent les coefficient de diffusion.

La signification du schéma hybride peut s'expliquer en observant que :

- 1) Il est équivalent au schéma des différences centrées lorsque le nombre de Péclet de la maille ($\mathbf{Pe}_e = \mathbf{F}_e/\mathbf{D}_e$) est compris entre -2 et 2 ($-2 \leq Pe \leq 2$, cas de convection faible).
- 2) En dehors de cet intervalle, il se réduit à une différenciation amont simple (cas de convection intense), région pour laquelle la différenciation centrée conduit à une instabilité.

Ce schéma hybride est en fait une approximation beaucoup moins coûteuse en temps de calcul du schéma exponentiel [65] développé pour assurer une solution exacte à un problème unidimensionnel de convection/diffusion en régime permanent. Certains schémas d'ordre supérieur sont reconnus comme étant généralement plus précis mais plus coûteux [69-72].

Par ailleurs, pour bien mener le traitement de la conductivité à l'interface paroi-fluide, on utilise une moyenne harmonique des conductivités de la paroi k_w et du fluide k_f telle que suggérée par **Patankar** [65]. Cette approche de la conductivité permet d'obtenir une bonne représentation du flux de chaleur à l'interface paroi-fluide.

2.3.5.2 Discrétisation des équations de la quantité de mouvement

2.3.5.2.1 Equation de conservation de la quantité de mouvement axiale

Les termes de l'équation de la quantité de mouvement suivant la direction axiale sont intégrés sur le volume de contrôle décalé ($\Delta V_{Su} = \eta_{Pu} \cdot \Delta \eta \cdot d\xi$), figure 2.6 entre les instants τ et $\tau + \Delta \tau$ (l'exposant * des vitesses a été volontairement omis).

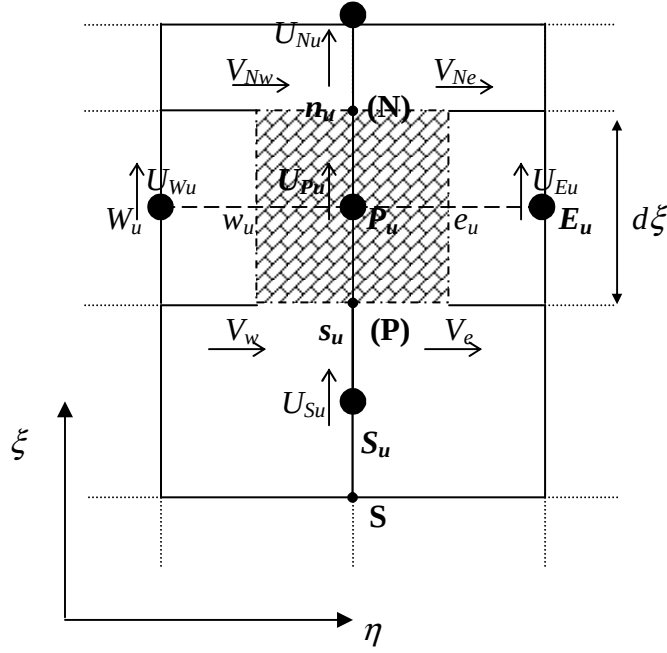


Figure 2.6. Volume de contrôle interne pour la vitesse axiale

$$\begin{aligned}
 & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{su} \int_{wu} \frac{\partial u}{\partial \tau} \eta d\eta d\xi d\tau + \varepsilon \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{su} \int_{wu} \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta u) \eta d\eta d\xi d\tau + \varepsilon \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{su} \int_{wu} \frac{\partial}{\partial \xi} (v u) \eta d\eta d\xi d\tau \\
 &= -(Gr / Re^2) \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{su} \int_{wu} \theta \eta d\eta d\xi d\tau - \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{su} \int_{wu} (\partial P / \partial \xi) \eta d\eta d\xi d\tau + \\
 & \Gamma_u \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{su} \int_{wu} \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] \eta d\eta d\xi d\tau \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

Un arrangement approprié des termes résultants de cette intégrale conduit à la forme générale discrète de l'équation de quantité de mouvement axiale :

$$\begin{aligned}
 a_{Pu}^{\tau+\Delta\tau} u_{Pu}^{\tau+\Delta\tau} &= a_{Nu}^{\tau+\Delta\tau} u_{Nu}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Su}^{\tau+\Delta\tau} u_{Su}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Eu}^{\tau+\Delta\tau} u_{Eu}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Wu}^{\tau+\Delta\tau} u_{Wu}^{\tau+\Delta\tau} + b_u^{\tau} - \\
 (Gr / Re^2) \theta_P^{\tau} \Delta V_{Su} &- (P_N^{\tau} - P_P^{\tau}) \Delta V_{Su} \quad (2.30a)
 \end{aligned}$$

Avec :

$$a_{Pu}^{\tau+\Delta\tau} = a_{Nu}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Su}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Eu}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Wu}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Pu}^{\tau} = \sum_{nb = Nu, Su, Eu, Wu} a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Pu}^{\tau} \quad (2.30b)$$

où $(P_N^{\tau} - P_P^{\tau}) \Delta V_{Su}$ représente la force de pression suivant la direction axiale.

2.3.5.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement radiale

Les termes de l'équation de la quantité de mouvement suivant la direction radiale sont intégrés sur le volume de contrôle décalé ($\Delta V_{Sv} = \eta_{Pv} \cdot d\eta \cdot \Delta\xi$), figure 2.7, entre les instants τ et $\tau + \Delta\tau$ (l'exposant * des vitesses a été volontairement omis).

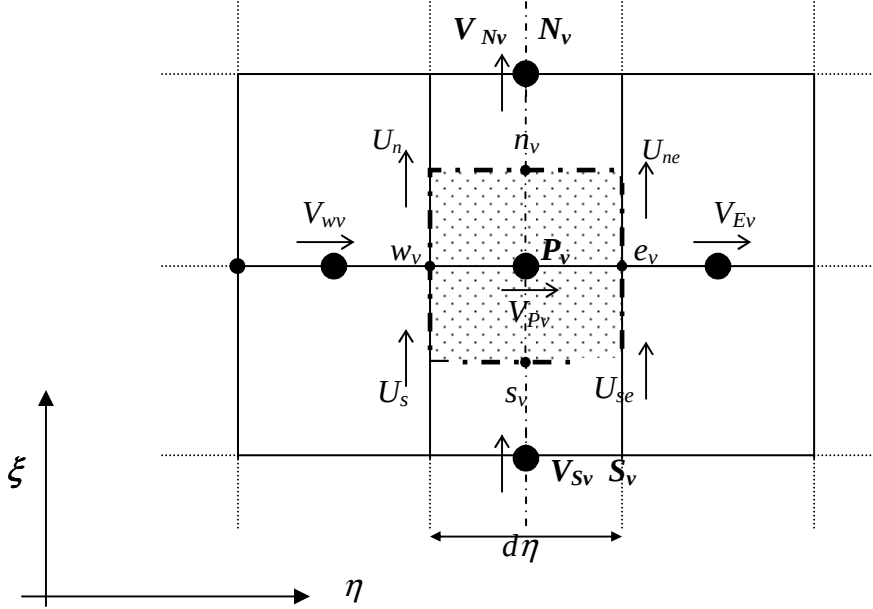


Figure 2.7. Volume de contrôle interne pour la vitesse radiale.

$$\begin{aligned}
 & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{Sv}^{nv} \int_{Wv}^{ev} \frac{\partial v}{\partial \tau} \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau + \varepsilon \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{Sv}^{nv} \int_{Wv}^{ev} \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta u v) \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau + \varepsilon \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{Sv}^{nv} \int_{Wv}^{ev} \frac{\partial}{\partial \xi} (v v) \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau \\
 &= - \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{Sv}^{nv} \int_{Wv}^{ev} \left(\frac{v}{\eta^2 Re} \right) \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau - \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{Sv}^{nv} \int_{Wv}^{ev} (\partial P / \partial \eta) \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau + \\
 & \Gamma_V \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{Sv}^{nv} \int_{Wv}^{ev} \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right] \eta d\eta \cdot d\xi \cdot d\tau \quad (2.31)
 \end{aligned}$$

Un arrangement approprié conduit à la forme discrète générale de l'équation de quantité de mouvement radiale:

$$a_{Pv}^{\tau+\Delta\tau} v_{Pv}^{\tau+\Delta\tau} = a_{Nv}^{\tau+\Delta\tau} v_{Nv}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Sv}^{\tau+\Delta\tau} v_{Sv}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Ev}^{\tau+\Delta\tau} v_{Ev}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Wv}^{\tau+\Delta\tau} v_{Wv}^{\tau+\Delta\tau} + b_v^{\tau} - (P_E^{\tau} - P_P^{\tau}) \cdot \Delta V_{Sv} \quad (2.32a)$$

Avec:

$$a_{Pv}^{\tau+\Delta\tau} = a_{Nv}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Sv}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Ev}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Wv}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Pv}^{\tau} = \sum_{nb = Nv, Sv, Ev, Wv} a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} + a_{Pv}^{\tau} \quad (2.32b)$$

où $(P_E^\tau - P_P^\tau) \cdot \Delta V_{Sv}$ représente la force de pression suivant la direction radiale.

Notons que les coefficients a_{Pu} , a_{Eu} , a_{Wu} , a_{Nu} , a_{Su} et a_{Pv} , a_{Ev} , a_{Wv} , a_{Nv} , a_{Sv} obtenus respectivement pour les équations de quantité de mouvement axiale et radiale sont calculés, en utilisant le schéma hybride, de la même manière que ceux de l'équation d'énergie.

La valeur de la viscosité cinématique à l'interface paroi-fluide est obtenue en utilisant la moyenne harmonique des viscosités de la paroi et du fluide. Dans le milieu fluide, la viscosité réelle est utilisée. Dans le milieu solide, une très grande valeur de la viscosité est introduite (par exemple 10^{30}) de façon que les vitesses s'annulent dans cette région.

2.3.6 Equation de pression

2.3.6.1 Correction de pression et de vitesses

Le couplage des équations de conservation discrétisées est à l'origine de la complexité de leur résolution. En plus des vitesses et de la température apparaissant dans ces équations, il y a aussi le champ de pression qui est inconnu et qui intervient dans les équations de quantité de mouvement. Ce dernier étant implicitement spécifié par l'équation de continuité car le champ de vitesse calculé à partir du champ de pression doit nécessairement vérifier l'équation de continuité. Ce paragraphe présente le développement menant à l'équation de pression discrétisée. Celui-ci est basé sur l'algorithme **SIMPLE** développé par **Patankar** [64], qui consiste, à partir d'une estimation p^* , d'ajouter une correction de la pression p' et de calculer les vitesses u^* et v^* à l'aide des équations (2.30a) et (2.32a). Ce processus itératif doit être poursuivi tant que l'équation de conservation de la masse n'est pas satisfaite.

Supposons que la pression et les vitesses exactes sont données par :

$$p = p^* + p' \quad (2.33a)$$

$$u = u^* + u' \quad (2.33b)$$

$$v = v^* + v' \quad (2.33c)$$

où u' et v' sont les corrections de vitesses correspondantes.

En remplaçant les valeurs de u , v et p par u^* , v^* et p^* dans l'équation (2.30a) et (2.32a), on obtient :

$$a_{Pu}^{\tau+\Delta\tau} u_{Pu}^{*\tau+\Delta\tau} = \sum_{nb = Nu, Su, Eu, Wu} a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} u_{nb}^{*\tau+\Delta\tau} + b_u^{\tau} + (P_P^* - P_N^*). \Delta V_{Su} \quad (2.34a)$$

et

$$a_{Pv}^{\tau+\Delta\tau} v_{Pv}^{*\tau+\Delta\tau} = \sum_{nb = Nv, Sv, Ev, Wv} a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} v_{nb}^{*\tau+\Delta\tau} + b_v^{\tau} + (P_P^* - P_E^*). \Delta V_{Sv} \quad (2.34b)$$

En soustrayant l'équation (2. 34a) de l'équation (2.30a) et l'équation (2.34b) de l'équation (2.32a), on obtient :

$$a_{Pu}^{\tau+\Delta\tau} u_{Pu}^{'\tau+\Delta\tau} = \sum_{nb = Nu, Su, Eu, Wu} a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} u_{nb}^{'\tau+\Delta\tau} + (P_P' - P_N'). \Delta V_{Su} \quad (2.35a)$$

et

$$a_{Pv}^{\tau+\Delta\tau} v_{Pv}^{'\tau+\Delta\tau} = \sum_{nb = Nv, Sv, Ev, Wv} a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} v_{nb}^{'\tau+\Delta\tau} + (P_P' - P_E'). \Delta V_{Sv} \quad (2. 35b)$$

En négligeant les termes, $\sum a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} u_{nb}^{'\tau+\Delta\tau}$ et $\sum a_{nb}^{\tau+\Delta\tau} v_{nb}^{'\tau+\Delta\tau}$ du membre de droite des équations (2. 35a) et (2.35b), on obtient :

$$a_{Pu}^{\tau+\Delta\tau} u_{Pu}^{'\tau+\Delta\tau} = (P_P' - P_N'). \Delta V_{Su} \quad (2.36a)$$

$$a_{Pv}^{\tau+\Delta\tau} v_{Pv}^{'\tau+\Delta\tau} = (P_P' - P_E'). \Delta V_{Sv} \quad (2.36b)$$

où :

$$u_{Pu}^{'\tau+\Delta\tau} = d_{Pu}. (P_P' - P_N') \quad (2.37a)$$

$$v_{Pv}^{'\tau+\Delta\tau} = d_{Pv}. (P_P' - P_E') \quad (2.37b)$$

avec :

$$d_{Pu} = \frac{\Delta V_{Su}}{a_{Pu}^{\tau+\Delta\tau}} \quad (2.38a)$$

$$d_{Pv} = \frac{\Delta V_{Sv}}{a_{Pv}^{\tau+\Delta\tau}} \quad (2.38b)$$

Une discussion détaillée de ces transformations peut être consultée dans [65]. Les équations 2.37a et 2.37b sont appelées les formules de correction de vitesse, qui peuvent être écrites comme suit :

$$u_{Pu}^{\tau+\Delta\tau} = u_{Pu}^{*\tau+\Delta\tau} + d_{Pu} \cdot (P_P'^{\tau} - P_N'^{\tau}) \quad (2.39a)$$

$$v_{Pu}^{\tau+\Delta\tau} = v_{Pu}^{*\tau+\Delta\tau} + d_{Pv} \cdot (P_P'^{\tau} - P_N'^{\tau}) \quad (2.39b)$$

Ceci montre combien le champ de vitesse initial $u_{Pu}^{*\tau+\Delta\tau}$ et $v_{Pv}^{*\tau+\Delta\tau}$ a besoin d'être corrigé suite à la correction de pression pour produire, respectivement $u_{Pu}^{\tau+\Delta\tau}$ et $v_{Pv}^{\tau+\Delta\tau}$.

2.3.6.2 Equation de correction de pression

En intégrant l'équation de continuité ci-dessous :

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial(\eta v)}{\partial \eta} + \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad (2.40)$$

sur le volume de contrôle typique de la figure 2.2, soit :

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{s_w}^{\tau+\Delta\tau} \int_{n_e}^{\tau+\Delta\tau} \frac{1}{\eta} \frac{\partial(\eta v)}{\partial \eta} \eta d\eta d\xi d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{s_w}^{\tau+\Delta\tau} \int_{n_e}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial u}{\partial \xi} \eta d\eta d\xi d\tau = 0 \quad (2.41a)$$

Avec un arrangement approprié des termes résultants de cette intégrale, l'équation de continuité sous sa forme discrète, prend la forme suivante :

$$(\eta_e v_e^{\tau+\Delta\tau} - \eta_w v_w^{\tau+\Delta\tau}) \Delta \xi \cdot \Delta \tau + 0.5(u_n^{\tau+\Delta\tau} - u_s^{\tau+\Delta\tau}) \cdot (\eta_e^2 - \eta_w^2) \cdot \Delta \tau = 0 \quad (2.41b)$$

En introduisant dans l'équation 2.41b les deux composantes de vitesse calculées à partir des équations 2.39a et 2.39b, on obtient, après un arrangement approprié, la forme discrète de l'équation de pression p' :

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} p_P'^{\tau+\Delta\tau} = a_N^{\tau+\Delta\tau} p_N'^{\tau+\Delta\tau} + a_S^{\tau+\Delta\tau} p_S'^{\tau+\Delta\tau} + a_E^{\tau+\Delta\tau} p_E'^{\tau+\Delta\tau} + a_W^{\tau+\Delta\tau} p_W'^{\tau+\Delta\tau} + b^{\tau+\Delta\tau} \quad (2.42)$$

où :

$$a_N^{\tau+\Delta\tau} = d_n \cdot \eta_p \Delta \eta_p \Delta \tau \quad (2.43a)$$

$$a_S^{\tau+\Delta\tau} = d_s \cdot \eta_p \Delta \eta_p \Delta \tau \quad (2.43b)$$

$$a_E^{\tau+\Delta\tau} = d_e \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \tau \quad (2.43c)$$

$$a_W^{\tau+\Delta\tau} = d_w \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \tau \quad (2.43d)$$

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} = a_N^{\tau+\Delta\tau} + a_S^{\tau+\Delta\tau} + a_E^{\tau+\Delta\tau} + a_W^{\tau+\Delta\tau} \quad (2.43e)$$

$$b^{\tau+\Delta\tau} = (\eta_w u_w^* - \eta_e u_e^*) \Delta \xi \Delta \tau + (u_s^* - u_n^*) \eta_p \Delta \eta_p \Delta \tau \quad (2.43f)$$

Notons que si le terme $b^{\tau+\Delta\tau}$ est nul, le champ de vitesse initial satisfait alors l'équation de continuité et par conséquent aucune correction de pression n'est nécessaire. Le terme $b^{\tau+\Delta\tau}$ représente donc le résidu de l'équation de conservation de la masse et s'annule lorsque le processus itératif atteint la convergence, c'est-à-dire lorsque u^* et v^* satisfont l'équation (2.41b).

Les équations discrétisées pour T , u , v et p et (2.27a, 2.30a, 2.32a et 2.42) sont décrites avec une formulation générale qui présente l'avantage d'utiliser le même solveur pour les quatre variables au cours du processus itératif.

2.3.7 Conditions de frontière: équations discrétisée pour T , u , v et p

Dans ce paragraphe, on décrit dans l'ordre, l'application des conditions de frontière aux équations discrétisées pour T , u , v et p . Pour chaque variable, les conditions de frontière seront exprimées sous la même forme que l'équation discrète.

2.3.7.1 Equation discrétisée pour T

- Sur l'axe du cylindre ($\eta = 0$), ce qui correspond à ($i=1, 1 \leq j \leq JL$), on a : $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0$.

La forme discrétisée de cette équation s'écrit : $\frac{\theta(2,j) - \theta(1,j)}{\Delta \eta(1)} = 0$, soit $\theta(2,j) = \theta(1,j)$, ce qui correspond à :

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} = a_E^{\tau+\Delta\tau} = 1, \quad a_W^{\tau+\Delta\tau} = a_N^{\tau+\Delta\tau} = a_S^{\tau+\Delta\tau} = b^{\tau+\Delta\tau} = 0. \quad (2.44a)$$

- Sur la surface externe de la section chauffée, le flux de chaleur est introduit dans le terme b en discrétisant la condition de frontière : $K \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0.5+\Delta} = 1$. Il en résulte :

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} = a_W^{\tau+\Delta\tau} = 1, \quad a_E^{\tau+\Delta\tau} = a_N^{\tau+\Delta\tau} = a_S^{\tau+\Delta\tau} = 0, \quad b^{\tau+\Delta\tau} = \frac{1}{K} \Delta \eta (NT - 1). \quad (2.44b)$$

- Sur la surface externe des deux sections adiabatiques (amont et aval) et à la sortie de la conduite, on a respectivement :

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} = a_W^{\tau+\Delta\tau} = 1, \quad a_E^{\tau+\Delta\tau} = a_N^{\tau+\Delta\tau} = a_S^{\tau+\Delta\tau} = b^{\tau+\Delta\tau} = 0. \quad (2.44c)$$

et

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} = a_S^{\tau+\Delta\tau} = 1, \quad a_E^{\tau+\Delta\tau} = a_W^{\tau+\Delta\tau} = a_N^{\tau+\Delta\tau} = b^{\tau+\Delta\tau} = 0. \quad (2.44d)$$

- A l'entrée du tube, dans le fluide, le traitement est trivial car la température est connue. Dans la paroi, le traitement est similaire à celui des sections adiabatiques.

2.3.7.2 Equation discrétisée pour u

Dans le cas de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe de la conduite, pour les volumes de contrôle collés à la paroi externe, une equation similaire à l'équation 2.30a est appliquée avec $u_{Eu}^{\tau+\Delta\tau} = 0$. Pour les volumes de contrôle collés à la ligne de symétrie, la même équation est appliquée mais cette fois en ignorant les conditions au nœud Wu ($u_{Wu}^{\tau+\Delta\tau} = 0$). Dans ce cas, à chaque pas de temps (i.e. à la fin de chaque itération globale), $u_{Wu}^{\tau+\Delta\tau}$ est supposée égale à $u_{Pu}^{\tau+\Delta\tau}$.

A l'entrée du tube, figure 2.8, l'équation 2.30a est appliquée. Dans ce cas, $u_{Su}^{\tau+\Delta\tau}$ correspond à la vitesse d'entrée, supposée connue.

À la sortie du tube, figure 2.9, la même équation est appliquée en ignorant dans ce cas la condition au nœud Nu ($u_{Nu}^{\tau+\Delta\tau} = 0$). A chaque pas de temps (i.e. à la fin de chaque itération globale), $u_{Nu}^{\tau+\Delta\tau}$ est supposée égale à $u_{Pu}^{\tau+\Delta\tau}$.

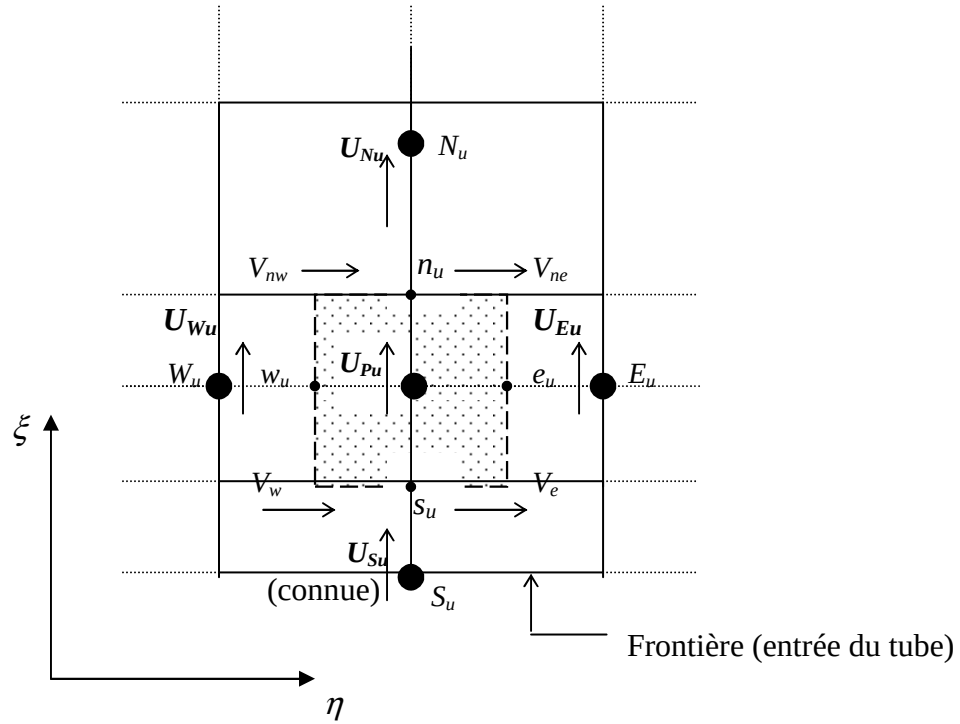


Figure 2.8. Volume de contrôle à l'entrée du tube pour la vitesse axiale

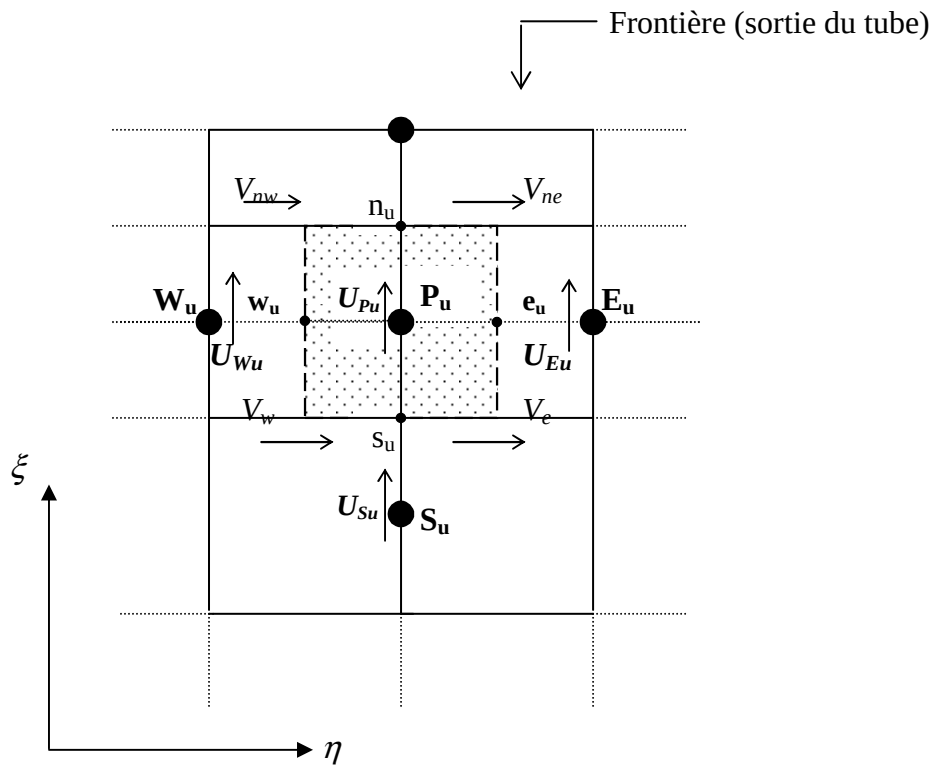


Figure 2.9. Volume de contrôle à la sortie du tube pour la vitesse axiale

2.3.7.3 Equation discrétisée pour v

Le même principe est appliqué pour l'équation discrétisée de quantité de mouvement radiale. A la ligne de symétrie ($\eta=0$), figure 2.10, la même équation 2.32a est appliquée avec $v_{W_v}^{\tau+\Delta\tau} = 0$. A la paroi externe du tube ($\eta=0.5+\Delta$), figure 2.11, l'équation 2.32a est appliquée avec $v_{E_v}^{\tau+\Delta\tau} = 0$. A l'entrée et à la sortie du tube, une équation semblable à l'équation (2.32a) est appliquée en posant $v_{S_v}^{\tau+\Delta\tau} = 0$ à l'entrée et en omettant $v_{N_v}^{\tau+\Delta\tau} = 0$ à la sortie.

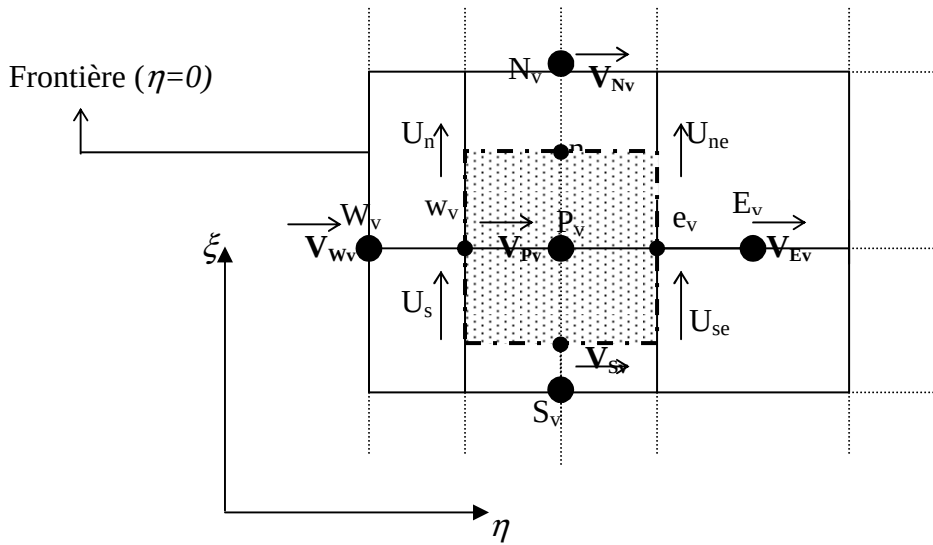


Figure 2.10. Volume de contrôle à l'axe de symétrie ($\eta=0$) pour la vitesse radiale

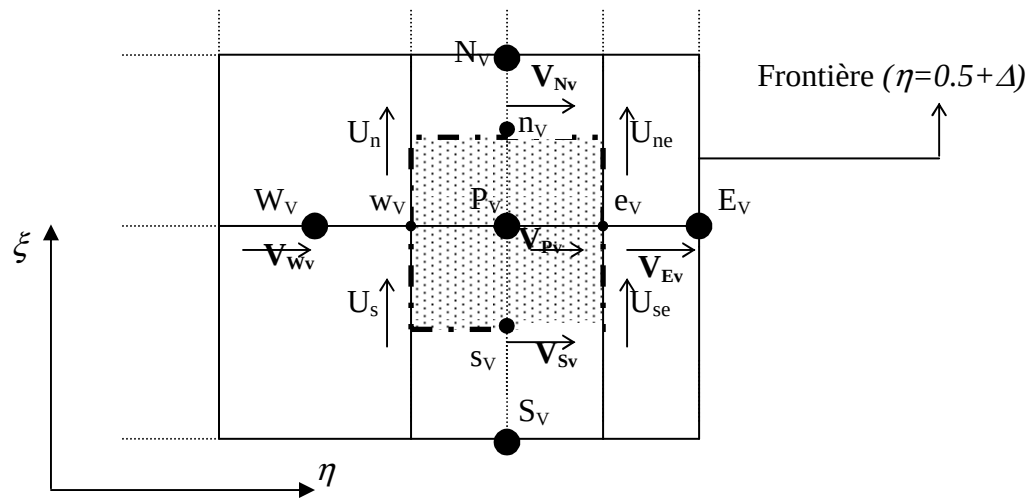


Figure 2.11. Volume de contrôle à la paroi ($\eta=0.5+\Delta$) pour la vitesse radiale

2.3.7.4 Equation discrétisée pour p

En dernier lieu, les conditions de frontière pour l'équation de pression discrétisée sont établies en supposant, dans l'équation (2. 42), les relations :

- $a_E^{\tau+\Delta\tau} = 0$, pour les volumes de contrôle situés dans le fluide le long de l'interface solide-fluide, $\eta=0.5$;
- $a_W^{\tau+\Delta\tau} = 0$ sur la ligne de symétrie, $\eta=0$;
- $a_N^{\tau+\Delta\tau} = 0$ à la sortie du tube ;
- et enfin $a_S^{\tau+\Delta\tau} = 0$ à l'entrée du tube.

Dans la région solide, une valeur nulle est assignée à la pression. La pression calculée en chaque point dans le fluide est normalisée en lui soustrayant la valeur de la pression du volume de contrôle situé à l'entrée et collé à la ligne de symétrie.

2.3.8 Méthode de résolution

Le caractère non linéaire et fortement couplé des équations de conservation conduit à la recherche d'une solution itérative basée sur l'algorithme **SIMPLE** [51]. Une itération de cet algorithme comprend les étapes suivantes :

1. Initialisation des valeurs des variables u^* , v^* , p^* et T .
2. Résoudre les équations de conservation de quantité de mouvement 2.35a et 2.35b, pour obtenir u^* et v^* .
3. Résoudre l'équation de correction de pression (2.42) pour obtenir p' .
4. Correction du champ de pression p à l'aide de l'équation (2.33a).
5. Calcul des nouvelles vitesses u et v à partir des équations (2.39a et 2.39b).
6. Résoudre l'équation d'énergie discrétisée (2.27a) pour obtenir la température θ .
7. Retour à l'étape 2) en utilisant pour p^* , u^* et v^* , les valeurs obtenues aux étapes 4 et 5.

Les critères relatifs à la convergence du processus itératif et à l'obtention du régime stationnaire sont décrits dans le paragraphe suivant.

2.3.9 Sous relaxation et convergence

2.3.9.1 Sous relaxation

D'une façon générale, dans tous les schémas itératifs utilisés pour traiter les effets de non-linéarité, il est souvent désirable de ralentir, d'une itération à l'autre, la variation des valeurs de la variable indépendante. Ce processus est appelé *sous relaxation* utilisé principalement pour le traitement des problèmes non linéaires afin d'éviter toute divergence des solutions itératives.

Pour introduire la sous relaxation dans les équations de conservation, nous utiliserons la forme générale discrète de ces équations :

$$a_P^{\tau+\Delta\tau} \phi_P^{\tau+\Delta\tau} = \sum a_P^{\tau+\Delta\tau} \phi_P^{\tau+\Delta\tau} + b^{\tau+\Delta\tau} \quad (2.45)$$

Par ailleurs, ϕ_P^{τ} est considérée comme étant la valeur de ϕ_P de l'itération précédente.

L'équation (2.45) peut être écrite comme suit :

$$\phi_P^{\tau+\Delta\tau} = \frac{\sum a_P^{\tau+\Delta\tau} \phi_P^{\tau+\Delta\tau} + b^{\tau+\Delta\tau}}{a_P^{\tau+\Delta\tau}} \quad (2.45a)$$

En ajoutant et en soustrayant ϕ_P^{τ} au membre de droite, on obtient :

$$\phi_P^{\tau+\Delta\tau} = \phi_P^{\tau} + \left(\frac{\sum a_P^{\tau+\Delta\tau} \phi_P^{\tau+\Delta\tau} + b^{\tau+\Delta\tau}}{a_P^{\tau+\Delta\tau}} - \phi_P^{\tau} \right) \quad (2.45b)$$

où la quantité entre parenthèse représente la variation de ϕ_P produite à l'itération en cours.

Cette quantité peut être modifiée par l'introduction d'un facteur de relaxation noté α , tel que :

$$\phi_P^{\tau+\Delta\tau} = \phi_P^{\tau} + \alpha \left(\frac{\sum a_P^{\tau+\Delta\tau} \phi_P^{\tau+\Delta\tau} + b^{\tau+\Delta\tau}}{a_P^{\tau+\Delta\tau}} - \phi_P^{\tau} \right) \quad (2.45c)$$

ou encore :

$$\frac{a_P^{\tau+\Delta\tau}}{\alpha} \phi_P^{\tau+\Delta\tau} = \sum a_P^{\tau+\Delta\tau} \phi_P^{\tau+\Delta\tau} + b^{\tau+\Delta\tau} + (1-\alpha) \frac{a_P^{\tau+\Delta\tau}}{\alpha} \phi_P^{\tau} \quad (2.45d)$$

Il n'y a aucune règle générale dans le choix de la meilleure valeur de ce coefficient de relaxation, α . La valeur optimale dépend de plusieurs facteurs, comme la nature du

problème physique, le type de maillage utilisé et la méthode itérative de résolution. Dans ce travail, les valeurs du facteur de relaxation utilisées sont :

- $\alpha_u = 0.5$ pour la vitesse axiale
- $\alpha_v = 0.5$ pour la vitesse radiale
- $\alpha_p = 0.8$ pour la pression.

Ces valeurs sont jugées satisfaisantes dans beaucoup de cas relatifs à la simulation des écoulements fluides **Patankar** [65].

2.3.9.2 Convergence

La marche dans le temps est assurée par une boucle externe dans laquelle les nouvelles variables dépendantes (à l'instant $\tau + \Delta\tau$) sont affectées dans les anciennes (à l'instant τ).

Le calcul itératif est assuré par une boucle interne imbriquée dans la boucle externe contenant le corps du programme (algorithme **Simple** + algorithme de **Thomas**), où les différents sous-routines sont exécutées.

Dans ce travail, on a fixé deux critères de convergence du code de calcul :

1. La convergence est considérée atteinte lorsque $|\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k| / \phi_{i,j}^k < 10^{-4}$ où $\phi_{i,j}^k$ représente les variables u^* ou θ à chaque position du domaine de calcul (ξ_j, η_i) à l'itération k .
2. On peut encore vérifier graphiquement, sur quelques nœuds du domaine aléatoirement choisis, qu'il n'y a plus de changement de toute variable associée à ces nœuds.

2.4 Conclusion

Dans le cadre de ce chapitre nous avons présenté les équations de bilan de quantité de mouvement et d'énergie dans le fluide et dans la paroi sous forme dimensionnelle et adimensionnelle et les conditions initiales et aux limites. La mise sous forme adimensionnelle des équations de bilan nous a permis de dégager les paramètres du problème étudié. Par la suite, on présente la méthodologie de résolution numérique du système d'équations obtenu, dont le parcours passe par le maillage, l'intégration des équations de bilan sur les volumes de contrôle correspondants et la présentation de l'algorithme SIMPLE pour traiter le couplage des équations de conservation discrétisées.

Chapitre 3

Résultats numériques et analyse

3.1 Introduction

Ce chapitre présente les résultats de simulations numériques de la convection mixte conjuguée dans une conduite verticale épaisse. La géométrie considérée ainsi que les conditions de frontières ont été présentées sur les figures 2.1a et 2.1b. Un flux de chaleur uniforme Q est appliqué à la surface externe de la conduite sur une section centrale comprise entre deux sections adiabatiques amont et aval. Ce choix permet de mettre en évidence l'influence de la diffusion axiale de la chaleur dans la paroi et dans le fluide et de la diffusion axiale de quantité de mouvement dans le fluide. L'écoulement du fluide est laminaire, axisymétrique et transitoire. De plus, le fluide pénètre au haut du tube (entrée de la conduite) pour se diriger vers le bas; par conséquent on est en présence d'un écoulement de convection mixte opposée.

A l'écoulement descendant forcé de type Poiseuille se superpose un écoulement de convection naturelle résultant de la variation de la densité du fluide à l'intérieur de la conduite. Il en résulte ainsi une diminution de la densité du fluide dans la région avoisinante la paroi chauffée, donnant lieu à une décélération locale du fluide. On assiste même, pour un flux de chaleur suffisamment élevé (nombre de Gr élevé), au renversement de l'écoulement près de la paroi et à l'apparition d'une cellule de recirculation. Dans certains cas, la conduction thermique dans la paroi provoque une redistribution importante du flux de chaleur appliquée à la section chauffée, ce qui provoque un allongement de cette cellule en amont de la section chauffée. La cellule agit comme un isolant dans la section de

préchauffage et le flux pariétal se propage jusqu'en amont de cette cellule avant d'être transmis au fluide.

3.2 Considérations Préliminaires

3.2.1 Sélection des paramètres adimensionnels

L'analyse présentée auparavant montre que les caractéristiques du transfert de chaleur dans le fluide et dans la paroi dépendent de cinq paramètres adimensionnels : le nombre de Prandtl Pr , le nombre de Richardson Gr/Re^2 (ou Gr et Re), le rapport des conductivités thermique de la paroi et du fluide K , l'épaisseur adimensionnelle de la paroi Δ et le rapport des diffusivités thermique de la paroi et du fluide A .

On retrouve les deux premiers paramètres dans tous les problèmes de convection mixte. Le troisième et le quatrième paramètre sont spécifiques aux calculs du transfert de chaleur conjugué en régime stationnaire et transitoire. Le dernier paramètre est spécifique aux calculs du transfert de chaleur conjugué en régime transitoire. En plus des paramètres déjà mentionnés, la solution de ce problème nécessite la spécification de la longueur adimensionnelle de chacune des trois sections du domaine, à savoir : ($L^* = L_i / D$), où $i = \text{amont, chauffée ou aval}$.

En régime transitoire, une étude de l'influence de tous ces paramètres sur les caractéristiques du transfert de chaleur conduirait à un très grand nombre de cas à analyser, et ceci n'est l'objectif principal de ce travail. Dans le but de présenter une quantité raisonnable de résultats tout en se concentrant sur l'essentiel du phénomène transitoire du transfert de chaleur conjugué par convection mixte, certains paramètres ont été fixés. Ainsi, tous les essais numériques ont été faits pour un nombre de Prandtl, $Pr=5$, ce qui représente un fluide dont les propriétés sont similaires à celles de l'eau. Le nombre de Grashof est fixé à $5 \cdot 10^3$ et $5 \cdot 10^5$. Trois vitesses d'écoulement ont été retenues, conduisant à des nombres de Reynolds de 1, 10 et 100. Les rapports Gr/Re^2 correspondants sont de 5000 et 50.

En résumé, trois cas de convection mixte sont examinés :

Bas Re

$$Gr_Q = 5000$$

$$Re = 1$$

$$Gr/Re^2 = 5000$$

$$Pe = 5$$

Haut Re

$$Gr_Q = 5000, 500000$$

$$Re = 10, 100$$

$$Gr/Re^2 = 50$$

$$Pe = 50, 500$$

La longueur adimensionnelle de la section chauffée $L_{chauffée}^* = 10$. En effet, cette valeur est jugée adéquate car elle permet d'étudier le développement de l'écoulement tout en gardant la longueur du domaine de calcul à un niveau acceptable [40, 42].

Deux sections adiabatiques ont été rajoutées en amont et aval de la section centrale chauffée. Ces dernières sont appelées respectivement: la section de préchauffage et la section de postchauffage. Leurs longueurs sont choisies suffisamment grandes pour tous les cas considérés dans ce travail pour pouvoir :

- (1) Etudier la diffusion de la chaleur par conduction axiale.
- (2) Assurer que les conditions d'entrée restent non affectées par l'effet de la convection mixte dans la section de préchauffage.
- (3) Respecter les conditions de frontière à la sortie de la conduite (écoulement pleinement développé), comme on peut le constater sur les figures 3.1, 3.4, 3.6 et 3.12b ($\tau \geq 119$) pour le champ hydrodynamique et sur les figures 3.2a-b pour le champ thermique. Sur ces figures, on remarque que les champs thermique et dynamique à la sortie de la conduite sont complètement développés.

Quatre valeurs du paramètre K ont été choisies, $K = 10, 50, 100$ et 500 . Etant donné que la conductivité de l'eau est d'environ $0.6 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, ces valeurs de K représentent, pour $K = 10$ et $K = 500$, des tubes composés respectivement d'acier inoxydable et de cuivre. Des valeurs de $0.01, 0.03$ et 4 ont été assignées au paramètre A . Pour le paramètre Δ , nous avons choisi les valeurs $0.01, 0.05, 0.15$ et 0.25 . Enfin, un cas typique correspondant au cas $Gr/Re^2 = 5000, K = 50, \Delta = 0.05$ et $A = 4$ est discuté en détail.

Le choix de ces paramètres permet d'une part de simuler quelques cas réels et d'autre part, de mettre en évidence les effets de la conduction axiale dans le fluide et dans la paroi [36, 40, 42, 60, 61].

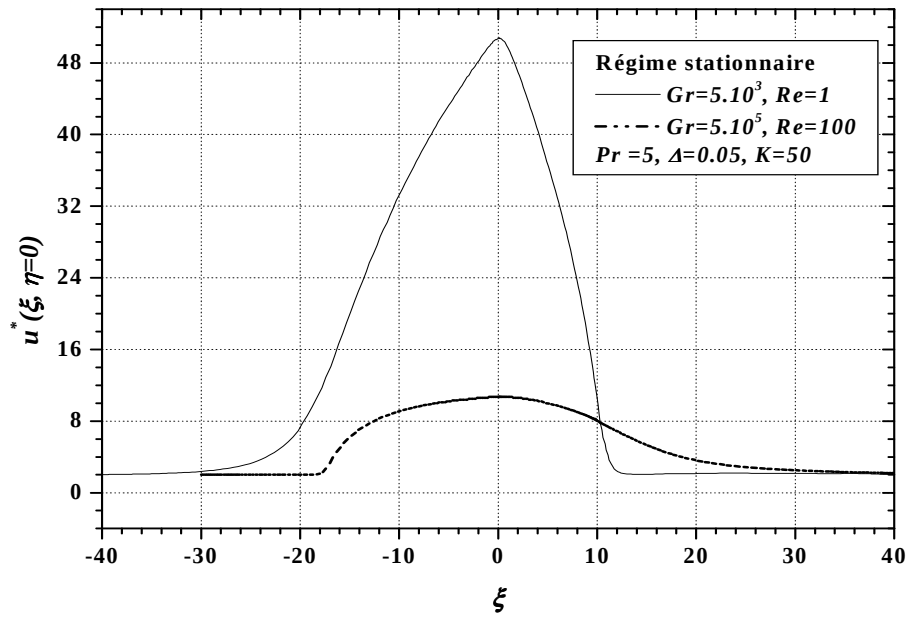


Figure 3.1. Evolution le long de l'axe de la conduite de la vitesse axiale en $\eta=0$

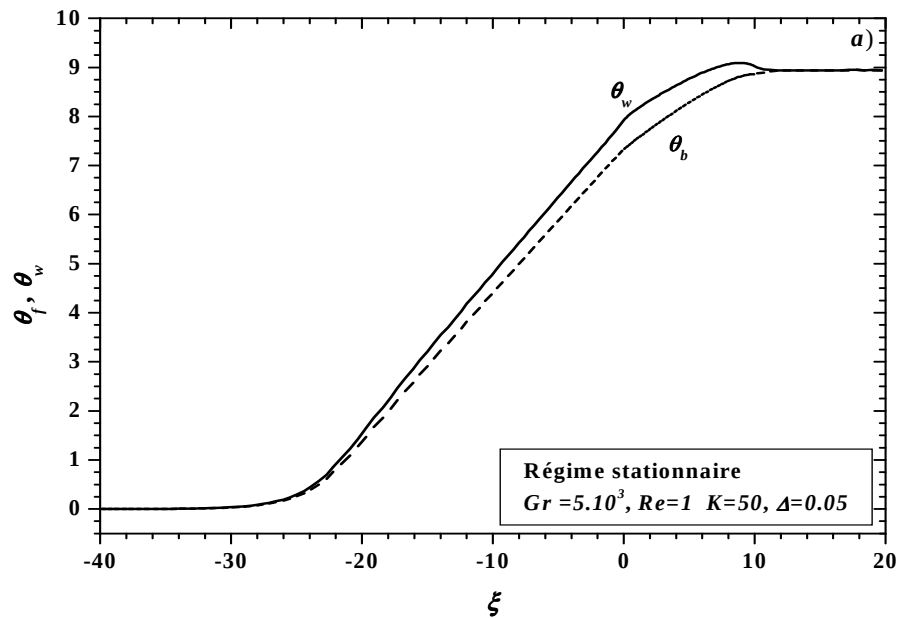


Figure 3.2a. Evolution axiale de la température moyenne du fluide et de la paroi

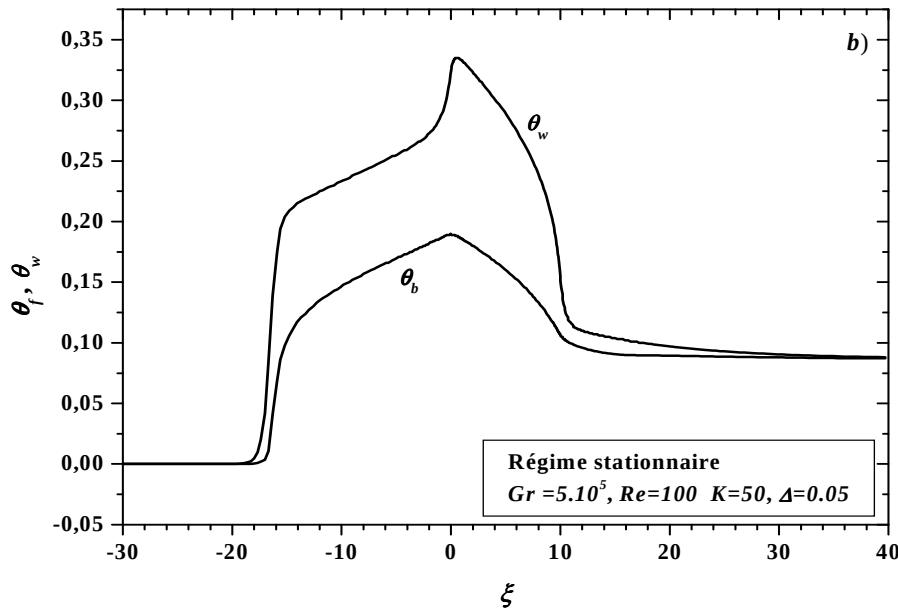


Figure 3.2b. Evolution axiale de la température moyenne du fluide et de la paroi

3.2.2 Indépendance du maillage

Plusieurs essais numériques ont été réalisés afin de s'assurer de l'indépendance du maillage utilisé pour les conditions suivantes : $Re=100$, $Gr=5.10^5$, $\Delta=0.05$ et $K=50$. Ce cas a été retenu à cause de l'importance des deux modes de convection et de l'étendue de la redistribution du flux de chaleur imposé dans la section de préchauffage.

En partant d'un maillage assez grossier vers un maillage plus raffiné, les résultats obtenus ont été comparés jusqu'à ce que le raffinement n'ait plus d'effet perceptible sur la solution. On estime alors que la solution est indépendante du maillage.

Des simulations préliminaires ont démontré qu'il suffisait d'avoir dix noeuds dans la paroi de la conduite pour obtenir l'indépendance du maillage. Par conséquent, ce nombre a donc été adopté dans la paroi de la conduite. Pour cette raison, suivant la direction radiale, nous nous sommes intéressés qu'à l'effet du maillage dans le fluide.

L'indépendance du maillage a été vérifiée sur les quatre grandeurs suivantes :

- Le profil de vitesse axiale adimensionnelle $u^*=u/V$
- La distribution axiale des températures de paroi θ_w et du fluide θ_b
- La distribution axiale du rapport des coefficients de frottement $(f \cdot Re)/(f \cdot Re)_0$

- Le flux de chaleur pariétal normalisé Q_{wi} .

Parmi ces critères, les distributions axiales du rapport des coefficients de frottement et du flux de chaleur pariétal normalisé se sont avérés être les critères les plus significatifs dans cette analyse. De ce fait, seuls les résultats relatifs à ces deux grandeurs sont présentés.

Pour différentes distributions du maillage suivant la direction axiale, à savoir : $A(30,16,30)$, $B(60,30,60)$, $C(90,60,90)$, $D(150,90,120)$ et $E(180,90,120)$ on présente, sur les figures 3.3a-c, la distribution axiale du flux de chaleur pariétal à différents instants de la période transitoire et en régime stationnaire et sur la figure 3.4, la distribution axiale, en régime stationnaire, du rapport des coefficients de frottement.

Pour chaque cas A , B , C , D et E , la densité de nœuds est représentée par trois nombres représentant, dans l'ordre, le nombre de nœuds dans les sections de préchauffage, chauffée et de postchauffage. Pour ces différents maillages, le nombre de noeuds suivant la direction radiale, est pris égal à 30 et 10 respectivement dans le fluide et dans la paroi.

Sur ces figures, on constate que plus on augmente le nombre de point plus on améliore la solution de ces deux grandeurs, en particulier dans la section de préchauffage. L'analyse de ces figures montre que le maillage correspondant au cas D est largement suffisant pour décrire le transfert de chaleur dans le conduit. On constate également que Q_{wi} présente de valeurs extrêmes élevées dans la section de préchauffage; comportement qui sera expliqué dans les paragraphes suivants.

L'influence du maillage suivant la direction radiale en régime stationnaire est présenté sur les figures 3.5 et 3.6, respectivement pour le flux de chaleur pariétal et le rapport des coefficients de frottement. On constate que l'indépendance du maillage est atteinte avec le cas $C1$.

Par Conséquent, en se basant sur ces essais numériques, nous pouvons conclure que la solution est considérée comme indépendante du maillage à partir d'une discrétisation correspondante au cas D (150, 90, 120) dans la direction axiale et au cas $C1$ (40, 10) dans la direction radiale.

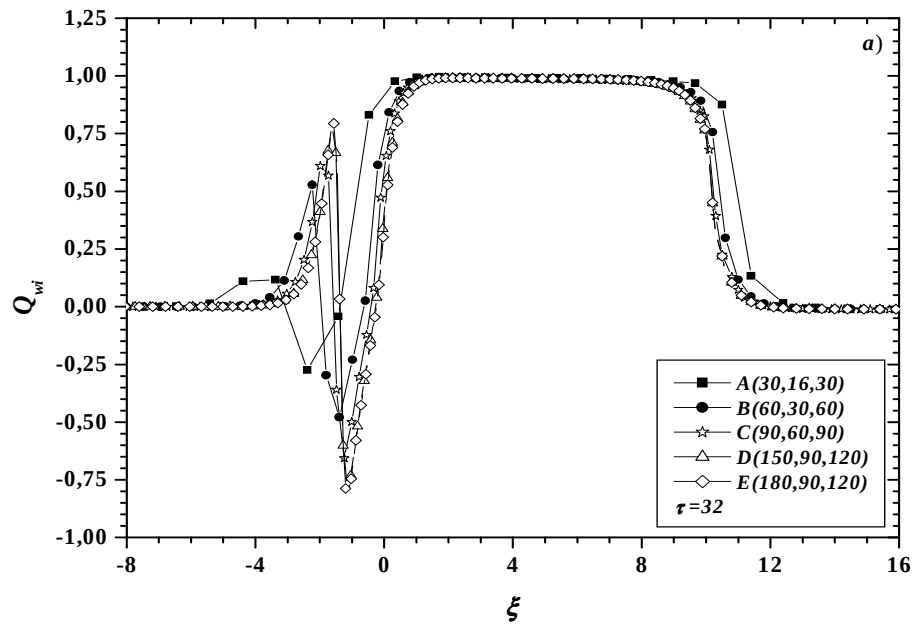


Figure 3.3a. Influence du maillage suivant la direction axiale sur la distribution du flux de chaleur pariétal normalisé à l'instant $\tau = 32$

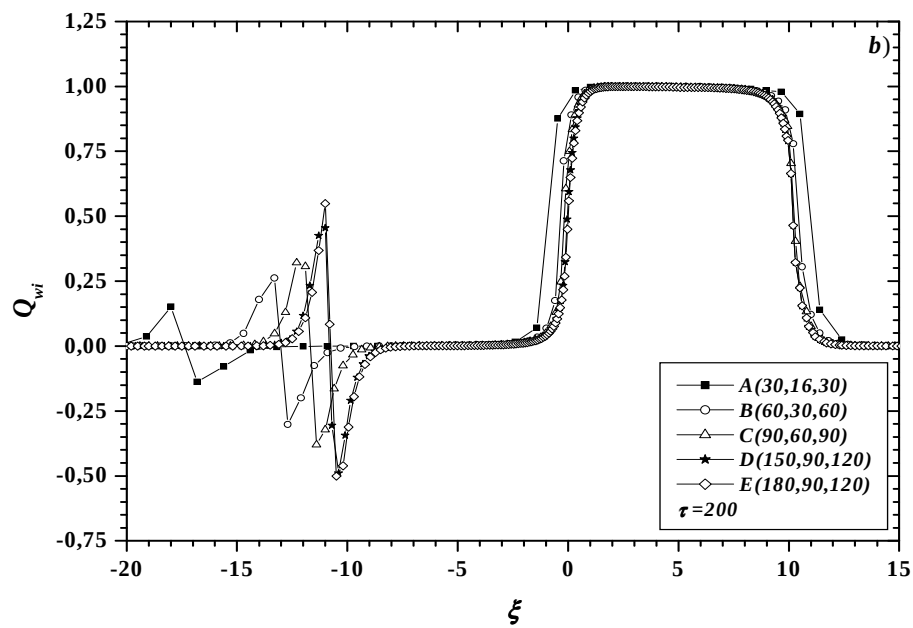


Figure 3.3b. Influence du maillage suivant la direction axiale sur la distribution du flux de chaleur pariétal normalisé à l'instant $\tau = 200$

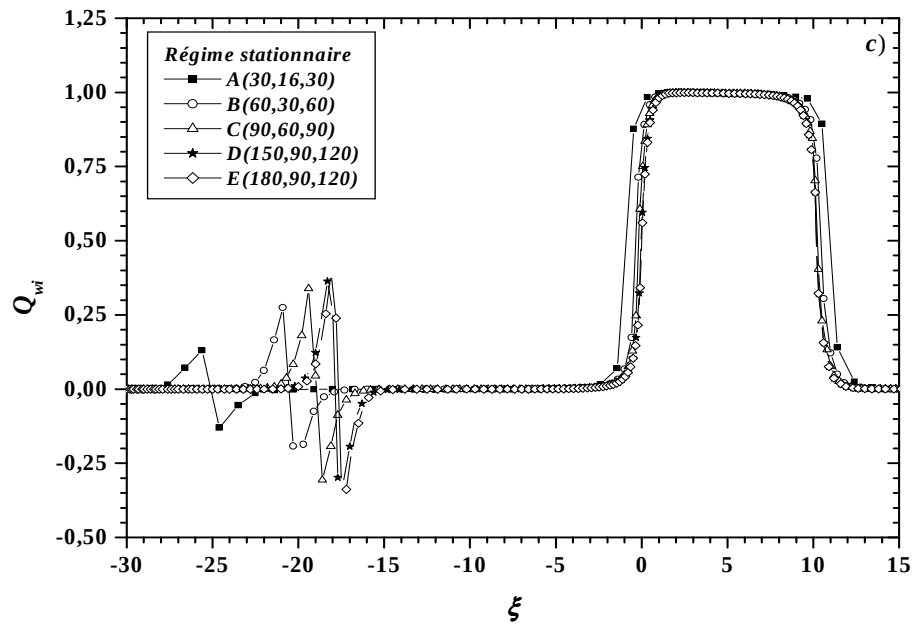


Figure 3.3c. Influence du maillage suivant la direction axiale sur la distribution du flux de chaleur pariétal normalisé en régime stationnaire

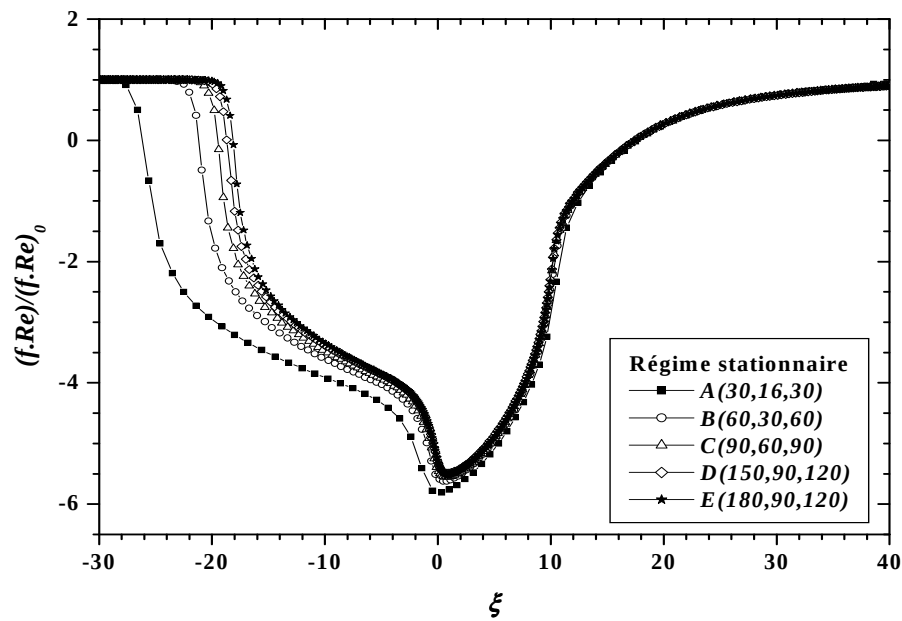


Figure 3.4. Influence du maillage suivant la direction axiale sur la distribution du rapport des coefficients de frottement en régime stationnaire

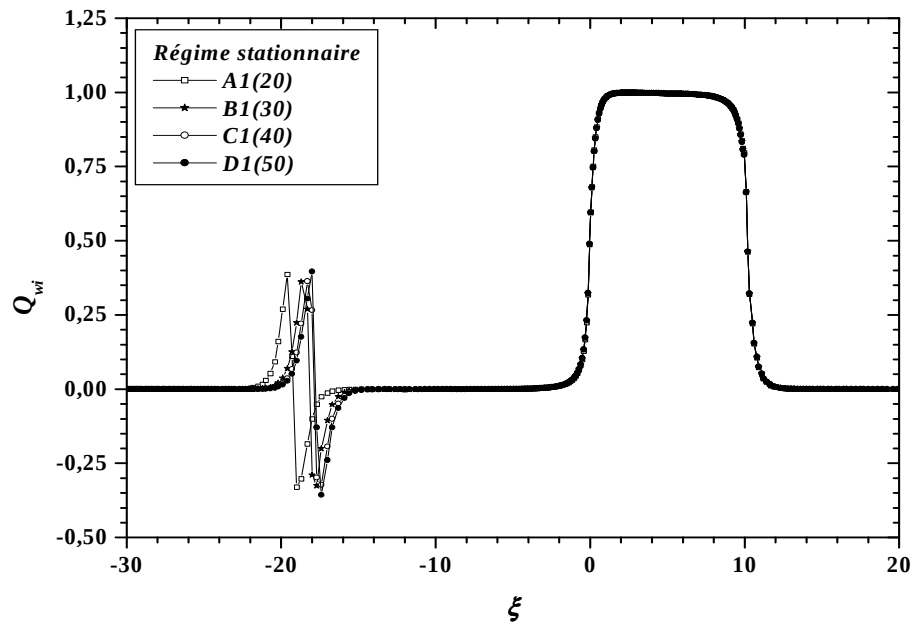


Figure 3.5. Influence du maillage suivant la direction radiale sur la distribution du flux de chaleur pariétal normalisé en régime stationnaire

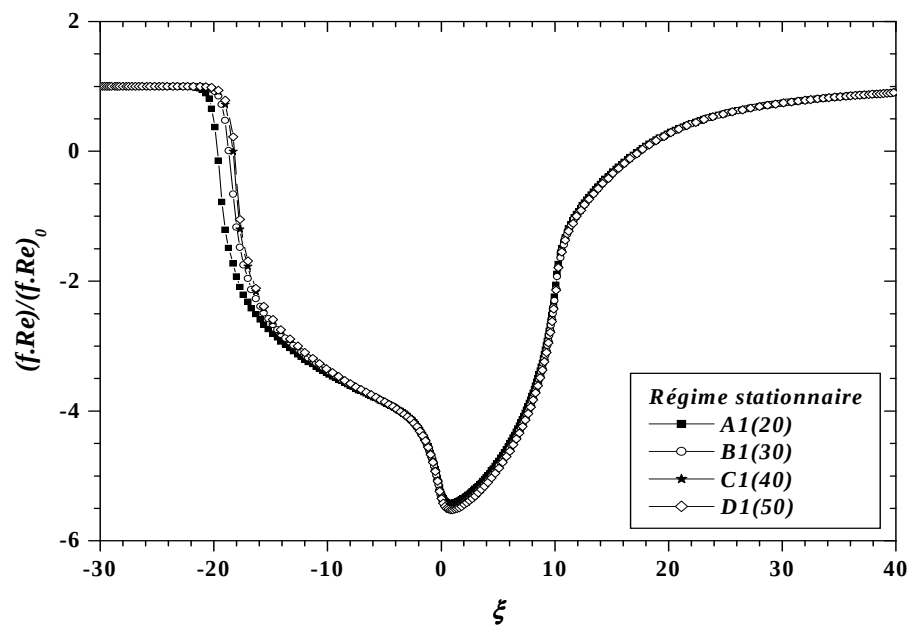


Figure 3.6. Influence du maillage suivant la direction radiale sur la distribution du rapport des coefficients de frottement en régime stationnaire

3.2.3 Influence du pas de temps initial

Le choix du pas de temps joue un rôle important, en particulier dans les premiers instants du régime transitoire. Un ordre de grandeur de ce paramètre peut être obtenu à partir d'une estimation du temps nécessaire pour qu'une perturbation du flux de type échelon traverse la paroi solide de la surface externe vers la surface interne.

Une comparaison de l'effet du pas, pour le cas : $Pr=5$, $Gr=510^5$, $Re=100$, $\Delta=0.05$ et $K=50$ à l'instant, $\tau=0.1$ est, présentée sur la figure 3.7. Comme on peut le constater sur cette figure, un pas de temps de 510^{-4} est largement suffisant pour décrire le transfert de chaleur dans la paroi et dans le fluide.

3.2.4 Validation

Pour vérifier la précision des résultats numériques obtenus par ce code, la distribution axiale du flux de chaleur pariétal et la distribution radiale de la vitesse axiale à différentes positions axiales obtenues par ce code sont comparées avec les résultats obtenus par **LaPlante** et **al.** [42]. On peut constater sur les figures 3.8 et 3.9, un accord très satisfaisant entre nos résultats et ceux de **LaPlante**.

En régime transitoire, les résultats numériques fournis par ce code sont comparés avec ceux obtenus par **Nguyen** et **al.** [51]. Il s'agit de la distribution radiale du profil de la vitesse axiale pour une position axiale $\xi=19.5$ pour le cas d'un écoulement d'air en développement simultané à l'intérieur d'une conduite cylindrique verticale soumise à un flux de chaleur uniforme mais dépendant du temps, voir tableau 3.1. L'accord entre nos résultats et ceux de **Nguyen** [51] peut être qualifié comme très bon.

A travers cette étude comparative, on peut conclure que le code numérique peut décrire le modèle physique présenté dans le chapitre 2.

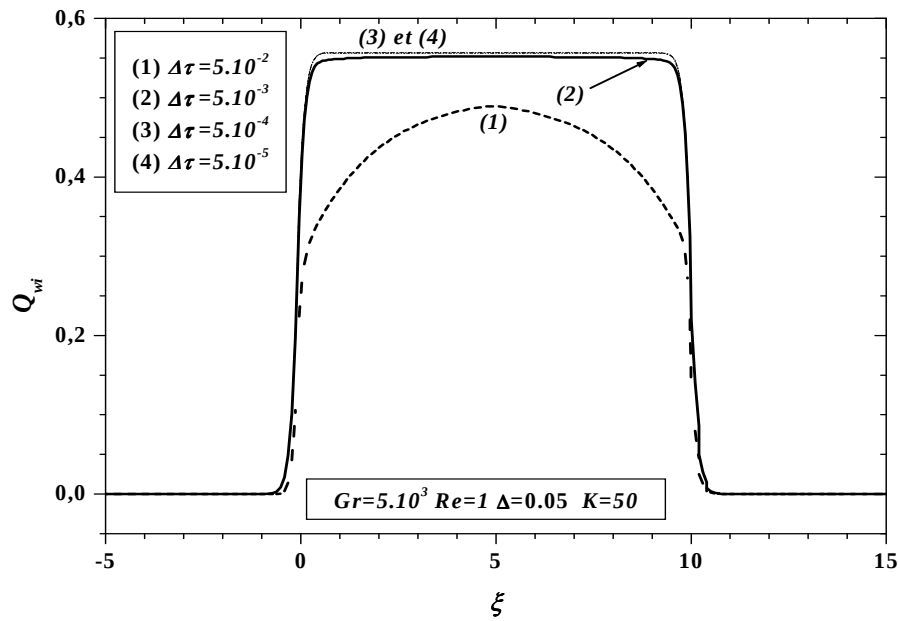


Figure 3.7. Influence du pas de temps $\Delta\tau$ sur la distribution du flux de chaleur pariétal à un instant $\tau = 0.1$

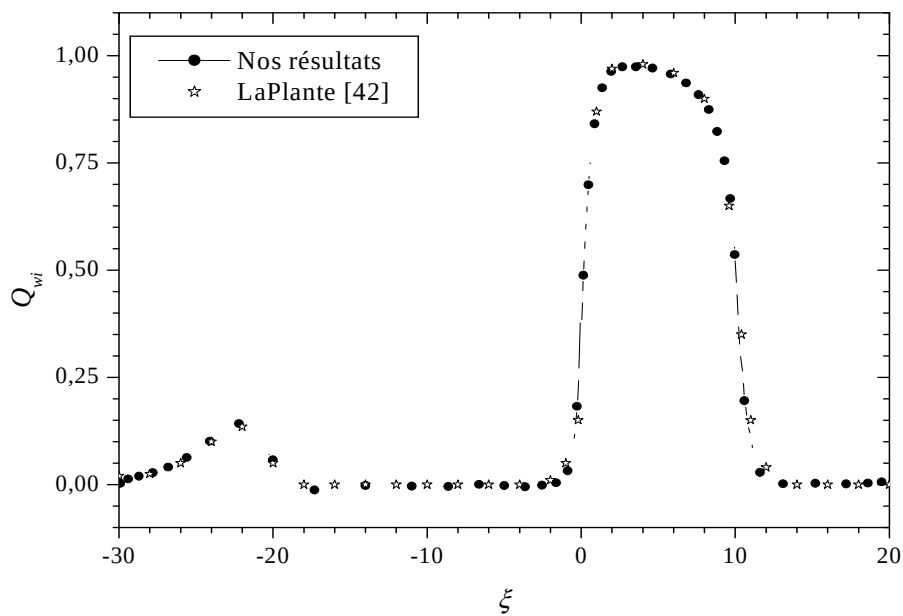


Figure 3.8. Validation du code de calcul; comparaison de la distribution axiale du flux de chaleur pariétal en régime stationnaire avec celle de **LaPlante**[42]

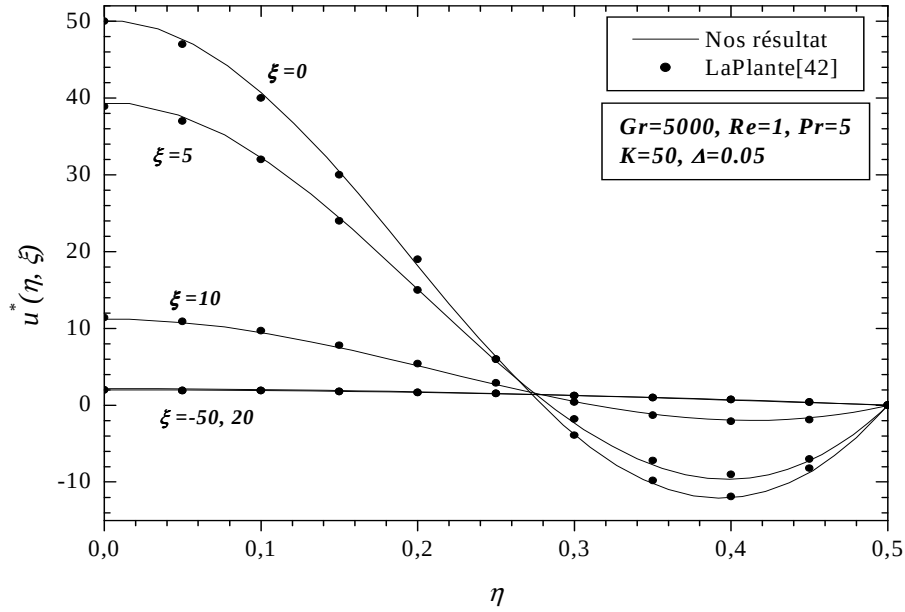


Figure 3.9. Validation du code de calcul; comparaison de la distribution radiale à différentes positions axiale de la vitesse axiale en régime stationnaire avec celle de LaPlante [42]

Table 3.1 Comparaison de la distribution radiale de la vitesse axiale u^* en $\xi=19.5$ obtenu par le présent code avec celle de la référence [51].

	$Gr=0$		$Gr=10^5$		$Gr=3.10^5$		$Gr=4.510^5$		$Gr=5.10^5$	
r/D	Réf [51]	Notre code	Réf [51]	Notre code	Réf [51]	Notre code	Réf [51]	Notre code	Réf [51]	Notre code
0.0	1.95	1.93	2.22	2.24	2.92	2.93	3.58	3.58	3.83	3.84
0.05	1.93	1.91	2.20	2.21	2.87	2.88	3.51	3.51	3.78	3.77
0.10	1.90	1.88	2.13	2.13	2.70	2.72	3.30	3.30	3.51	3.52
0.15	1.82	1.80	2.00	2.01	2.49	2.50	2.92	2.92	3.14	3.14
0.20	1.66	1.65	1.79	1.81	2.14	2.15	2.46	2.46	2.59	2.60
0.25	1.51	1.50	1.68	1.68	1.71	1.72	1.86	1.87	1.93	1.93
0.30	1.32	1.31	1.13	1.14	1.27	1.27	1.20	1.21	1.19	1.19
0.35	1.06	1.04	0.97	0.98	0.79	0.80	0.59	0.60	0.54	0.54
0.40	0.73	0.72	0.62	0.62	0.38	0.38	0.13	0.13	0.02	0.022
0.45	0.41	0.39	0.34	0.35	0.04	0.096	-0.098	-0.099	-0.18	-0.18
0.50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

3.3 Résultats numériques et analyse

3.3.1 Introduction

Cette section présente les résultats de l'étude numérique de la convection mixte conjuguée en régime laminaire transitoire dans une conduite cylindrique verticale. Une partie des résultats présentés a fait l'objet de publications [62-64, 75].

Le nombre de Nusselt local, traditionnellement considéré dans la présentation des résultats de transfert de chaleur par convection ne convient pas aux problèmes convectifs conjugués car il inclut dans sa définition trois inconnus [61]. Cependant, le flux de chaleur pariétal donne plus d'informations utiles. Par conséquent, les résultats de cette étude seront présentés pour les grandeurs thermiques en terme de flux de chaleur pariétal normalisé et, pour certains cas, par la distribution radiale de la température. Pour les grandeurs dynamiques, les résultats seront présentés en terme du rapport des coefficients de frottement $(f.Re)/(f.Re)_0$ et des champs de vitesses.

Bien que les calculs aient été exécutés de $\xi = -40$ à $\xi = 40$. Il est nécessaire de noter que pour des raisons de clarté, la plupart des résultats ne seront pas représentés dans cette plage de ξ . Rappelons que les positions axiales $\xi = 0$ et $\xi = 10$ correspondent respectivement, à l'entrée et à la sortie de la section chauffée.

Dans une première étape, nous proposons une brève description des phénomènes en présence dans un écoulement de convection mixte transitoire contrarié. Lorsque $\tau = 0$, l'écoulement est considéré laminaire, isotherme et pleinement développé (profil de vitesse axiale parabolique et profil de température radiale uniforme). Lorsque $\tau > 0$, on applique un flux de chaleur constant et uniforme sur la surface extérieure de la section chauffée ($0 \leq \xi \leq 10$). Avec le temps, le fluide situé dans la section chauffée subit une décélération locale près de la paroi compensée par une augmentation de la vitesse au centre du tube de façon à obéir à la loi de conservation de la masse. Cette décélération à la paroi est due à la force d'Archimède. En effet, à cause du chauffage, il s'établit une différence de densité à l'intérieur du tube. Celle-ci subit une diminution progressive dans le temps dans la région près de la paroi comparée à celle de l'écoulement central. Cette variation de densité combinée avec le champ gravitationnel provoque une poussée d'Archimède vers le haut sur le fluide situé près de la paroi.

Avec le temps, cette force d'Archimède croît graduellement par rapport aux forces visqueuses. A un instant donné de la période transitoire et à une position axiale donnée, le gradient de la vitesse axiale s'annule et on assiste alors à l'apparition d'une zone de renversement du profil de la vitesse axiale. C'est le début de la cellule de recirculation.

En continuant vers l'aval et en s'approchant de la fin de la section chauffée, la zone de renversement s'amincit du fait que les forces visqueuses prennent graduellement le dessus sur les forces d'Archimède. La zone de renversement finit avec le temps (régime stationnaire) par disparaître. En s'approchant de la sortie du tube, l'écoulement reprend son profil de vitesse parabolique et de température uniforme pour une valeur suffisamment longue de la section de postchauffage.

Notons que pour de faibles rapports Gr/Re^2 , cette cellule disparaît complètement car les forces d'Archimède en présence sont faibles comparées aux forces d'inertie. Ainsi, pour un Pr donné, l'étendue en fonction du temps de cette cellule sera donc fonction des rapports Gr/Re^2 , K et Δ . En effet, lorsque la conduction axiale est importante, on assiste à une redistribution importante dans la section de préchauffage du flux de chaleur imposé, ce qui influence la position du début de la cellule de recirculation.

En résumé, dans la zone de renversement, qui est situé près de la paroi, le fluide possède un mouvement ascendant. Cette quantité de fluide est tirée de l'écoulement central descendant dans la région de la fin de la zone de renversement (au voisinage de $\xi=10$). Lorsque cette quantité de fluide arrive dans la région du début de la zone de renversement, elle perd graduellement sa quantité de mouvement ascendante et par suite emportée par l'écoulement central. Il s'établit alors une boucle au sein de laquelle circule une quantité donnée de fluide en circuit fermé : c'est la cellule de recirculation.

3.3.2 Evolution Transitoire du flux de chaleur pariétal normalisé Q_{wi}

Sur les figures 3.10a et 3.10b, nous présentons, pour une combinaison typique des paramètres en considération, la distribution axiale pour différents instants du régime transitoire du flux de chaleur pariétal normalisé Q_{wi} défini par :

$$Q_{wi} = Q_i / Q = K(R_i / R_e)(\partial \theta_w / \partial \eta) \Big|_{\eta=0.5}$$

Dans ce rapport, Q est le flux de chaleur imposé sur la surface extérieure de la conduite ($r = R_e$) et Q_i est donné par la relation : $Q_i = Q_{inner}(R_i / R_e)$ où Q_{inner} est le flux de chaleur local transféré au fluide à la surface intérieure du conduit ($r = R_i$) : $Q_{inner} = k_w(\partial T_w / \partial r)|_{r=R_i}$. Notons qu'un rapport égal à l'unité signifie que le flux de chaleur imposé est transféré directement vers le fluide sans aucune diffusion axiale.

Au début du régime transitoire ($\tau < 0.005$) où le transfert de chaleur est globalement dominé par la conduction radiale, on constate que le rapport Q_{wi} croît rapidement dans la section chauffée. Avec le temps, Q_{wi} continue d'augmenter dans la section chauffée avec une diffusion d'énergie symétrique vers les deux sections adiabatiques amont et aval, indiquant le début de l'effet de la conduction axiale.

A $\tau = 2$, on peut noter que Q_{wi} présente un faible minimum suivi d'un faible maximum au voisinage de $\xi = 0$ avec une réduction notable dans la section chauffée avant d'entamer une décroissance rapide vers la valeur zéro dans la section adiabatique amont. Ce comportement est dû à l'effet de la cellule de recirculation établie dans la section chauffée dès les premiers instants du régime transitoire.

En effet, durant ces premiers instants, la cellule de recirculation reste confinée dans la section chauffée comme on peut le constater dans le prochain paragraphe lors de la représentation des champs de vitesses. Avec le temps, son effet s'élargit vers la section de préchauffage sous l'effet du mouvement ascendant du fluide situé près de la paroi, entraînant ainsi, l'évacuation d'une certaine quantité d'énergie suivant la direction opposée à l'écoulement principal (apparition du minimum indiqué précédemment). Cette quantité d'énergie rajoutée à celle conduite par conduction axiale dans la paroi, conduit à l'augmentation du flux de chaleur pariétal (présence du maximum).

L'intensité de la cellule augmente avec le temps, résultant en une augmentation de l'énergie évacuée dans le sens inverse de l'écoulement principal et donnant lieu ainsi à une augmentation de la température du fluide situé au voisinage de la paroi. Celle-ci devient supérieure à celle de la surface interne de la paroi. Par conséquent, le flux de chaleur pariétal Q_{wi} , prend des valeurs négatives, indiquant que le sens du transfert de chaleur se fait du fluide chaud vers la paroi. Cette quantité d'énergie qui a été transférée à la paroi est

ensuite diffusée par conduction axiale dans la paroi de la section de préchauffage, résultant en une redistribution significative du flux de chaleur appliqué, figure 3.10a.

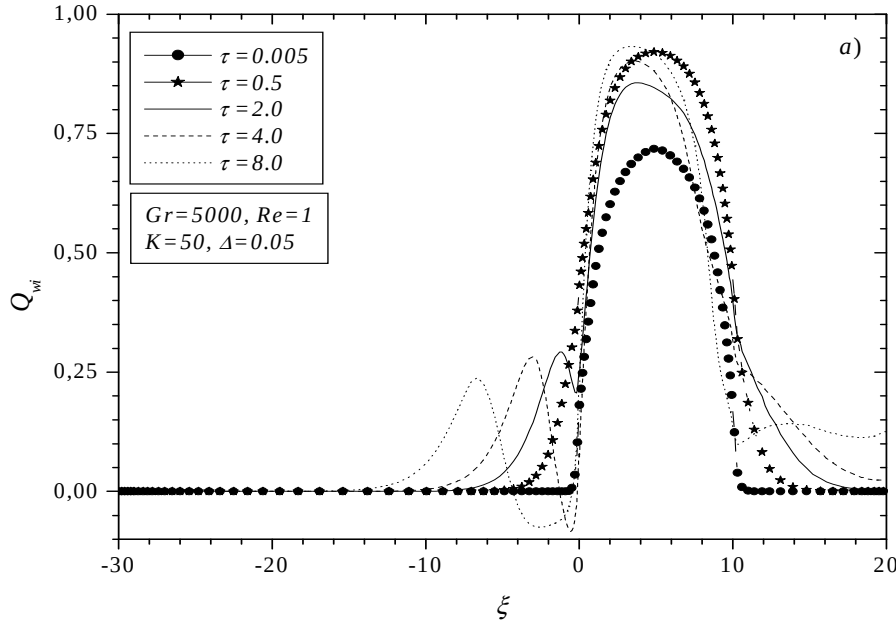


Figure 3.10a. Distribution axiale du flux de chaleur pariétal pour différents instants

Ce processus de redistribution du flux de chaleur dans la section de préchauffage se poursuit avec le temps jusqu'au régime stationnaire. En régime stationnaire, on constate qu'une quantité significative d'énergie de la forme $Q_{wi} = f(\xi)$, présentant un maximum de l'ordre de 15% de l'énergie imposée, est redistribuée dans la section de préchauffage, loin de l'entrée de la section chauffée, avant d'être relâchée en amont du début de la cellule de recirculation, comme on peut le voir sur la figure 3.10b pour $\tau \geq 119$.

On note aussi qu'à $\tau = 2$ et 4 , le maximum des valeurs négatives de Q_{wi} au voisinage de $\xi = 0$ atteint environ 10% de l'énergie imposée, alors qu'avec le temps, cette valeur décroît rapidement et atteint de très faibles valeurs en régime stationnaire. Ceci est dû au fait qu'au début du régime transitoire, la différence de température à l'interface paroi-fluide est importante. Avec le temps, le fluide chaud contenu dans la cellule tend à diminuer cette différence. En conséquence, le gradient radial de température à l'interface paroi-fluide, $((\partial\theta/\partial\eta)_{\eta=0.5})$ est presque nul, comme on peut le constater plus tard lors de la représentation de la distribution radial de températures. Par ailleurs, on note que le

maximum du flux de chaleur redistribué dans la section de préchauffage décroît avec le temps, alors que la zone dans laquelle se produit le transfert de chaleur à l'interface paroi-fluide croît (figure 3.10a-b).

Dans la section de postchauffage, l'énergie diffusée par conduction axiale dans la paroi augmente jusqu'à $\tau = 8$. A partir de cet instant, on note une décroissance du rapport Q_{wi} au voisinage de $\xi = 10$. Pour $\xi > 10$, une augmentation du rapport Q_{wi} est observée ($\tau = 12.5$ et 25). A partir de $\tau > 25$ et jusqu'au régime stationnaire, le rapport Q_{wi} présente un faible élargissement vers la section de postchauffage ($\xi > 10$), et tend vers zéro sur le reste de cette section.

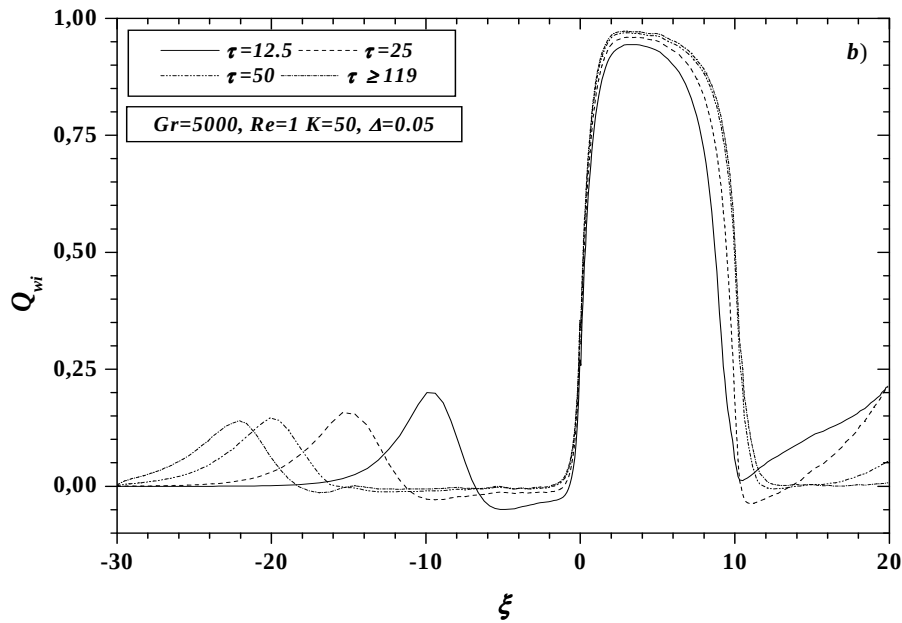


Figure 3.10b. Distribution axiale du flux de chaleur pariétal pour différents instants.

Ce comportement de Q_{wi} est du au fait qu'au début de la période transitoire, par exemple à $\tau = 0.1$, le fluide décélère au voisinage de la paroi au point où la vitesse axiale devient négative au voisinage de $\xi = 10$, figure 3.11. Avec le temps, la vitesse axiale du fluide augmente et prend des valeurs positives, comme on peut le constater, par exemple à $\tau = 4$, alors qu'à partir de $\tau \geq 8$, et jusqu'au régime stationnaire, la vitesse axiale du fluide présente, de nouveau, des valeurs négatives. Ceci conduit à l'apparition, la disparition et finalement, la réapparition de la cellule de recirculation au voisinage de cette position axiale, ce qui influe l'évolution transitoire du flux de chaleur pariétal.

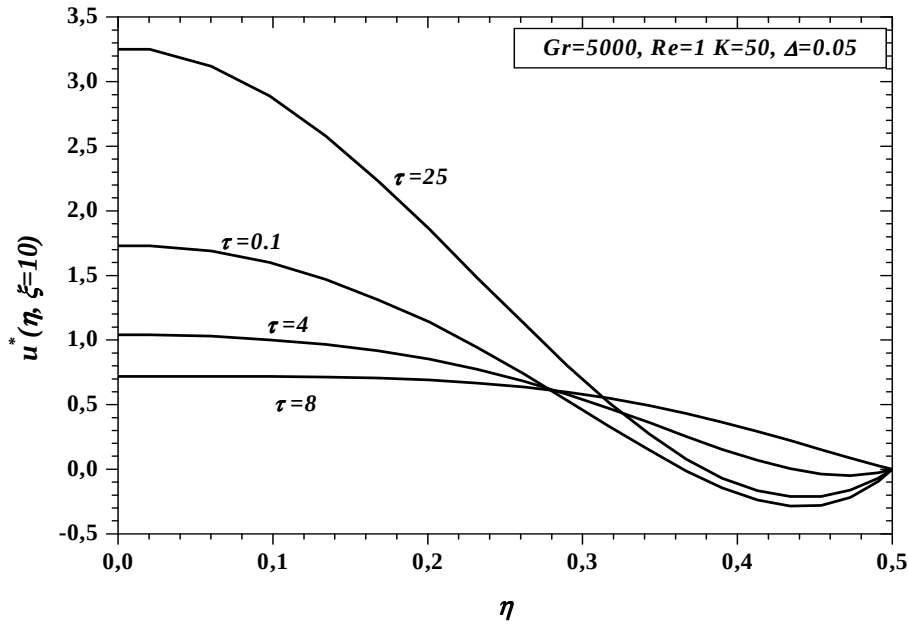


Figure 3.11. Distribution transitoire des profils de vitesse axiale à la sortie de la section chauffée ($\xi=10$)

3.3.3 Distribution axiale transitoire du coefficient de frottement et des champs de vitesses

Sur les figures 3.12a et 3.12b on présente la distribution axiale transitoire du rapport des coefficients de frottement $(f.Re)/(f.Re)_0$. Dans ce rapport, $(f.Re)_0$ est le coefficient de frottement relatif au cas de la convection forcée, alors que $(f.Re)$ est défini comme suit : $(f.Re) = 2[-\partial u^*/\partial \eta]_{\eta=0.5}$.

Durant les premiers instants du régime transitoire ($\tau < 0.005$), on constate que le rapport des coefficients de frottement est égal à 1, alors qu'à partir de $\tau = 0.1$, il devient négatif, indiquant que l'écoulement est renversé au voisinage de la paroi, comme on peut le constater sur la figure 3.13 qui présente la distribution radiale de la vitesse axiale adimensionnelle u^* à $\tau = 0.1$, à différentes positions axiales incluant la section de préchauffage, la section chauffée et la section de postchauffage : ξ variant de -5 à 20.

Ce comportement du rapport des coefficients de frottement continue avec le temps où on note que ce dernier présente de plus en plus de valeurs négatives dans la section chauffée et la section de préchauffage. Cependant, on peut constater que ce dernier décroît d'une manière quasi-linéaire de la valeur 1 dans la section de postchauffage vers une valeur

maximale négative au voisinage de $\xi=0$. A partir de cette position axiale, il croît de nouveau pour se stabiliser à la valeur 1 (cas limite du cas de la convection forcée) près de l'entrée de la section de préchauffage.

Cette valeur maximale négative peut être expliquée par le fait qu'à l'entrée de la section chauffée ($\xi = 0$), la différence de températures entre le fluide situé près de la paroi et celui situé dans la région centrale est largement supérieure à celle qui correspond aux positions axiales ($\xi=5$) et ($\xi = 10$), voir figures 3.14 et 3.15, respectivement à $\tau = 2$ et en régime stationnaire. Sur la figure 3.14, nous pouvons remarquer que la cellule de recirculation n'a pas encore atteint la position axiale $\xi = -5$ (distribution quasi-uniforme de la température radiale).

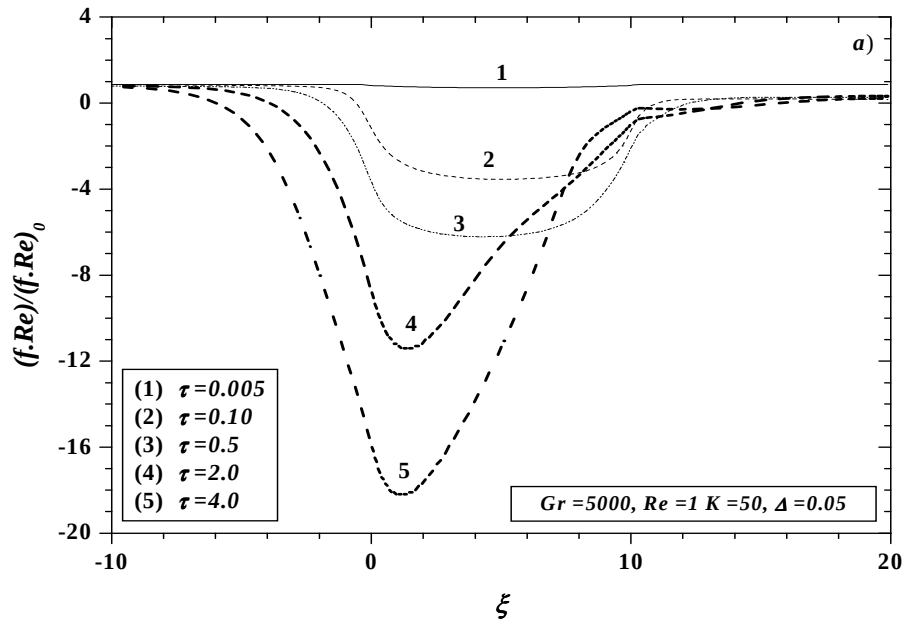


Figure 3.12a. Distribution transitoire du rapport des coefficients de frottement pour $0.05 \leq \tau \leq 4$

En régime stationnaire, figure 3.12b, on remarque que le rapport $(f.Re)/(f.Re)_0$, présente des valeurs négatives dans la section chauffée et sur la majeure partie de la section de préchauffage, indiquant que l'écoulement est renversé près de la paroi. Par ailleurs, on retrouve les valeurs asymptotiques stationnaires relatives au cas de la convection forcée près de l'entrée de la conduite ($\xi = -30$), et le long de la section de postchauffage ($10 < \xi \leq 20$).

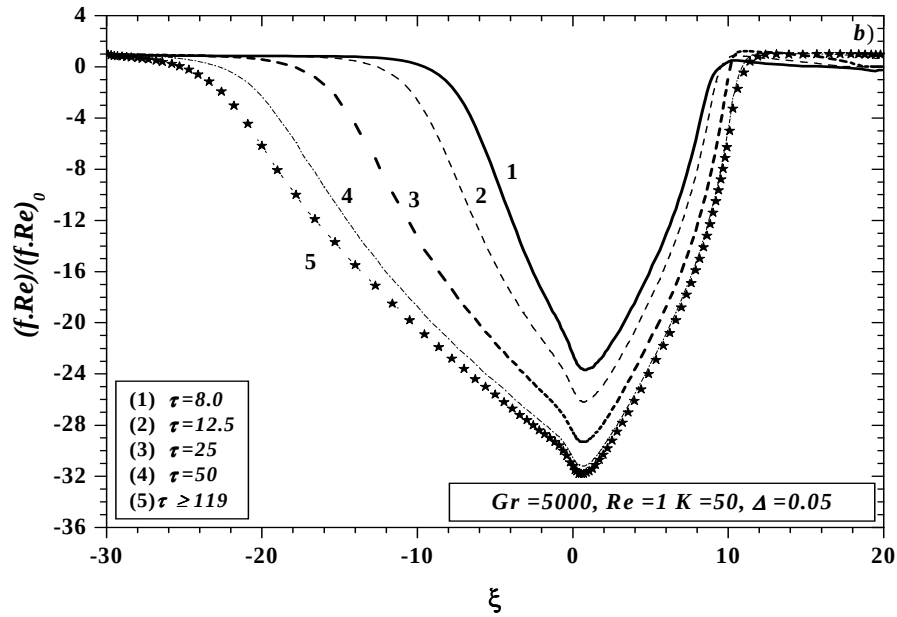


Figure 3.12b. Distribution transitoire du rapport des coefficients de frottement pour $8.0 \leq \tau \leq 119$ (régime stationnaire)

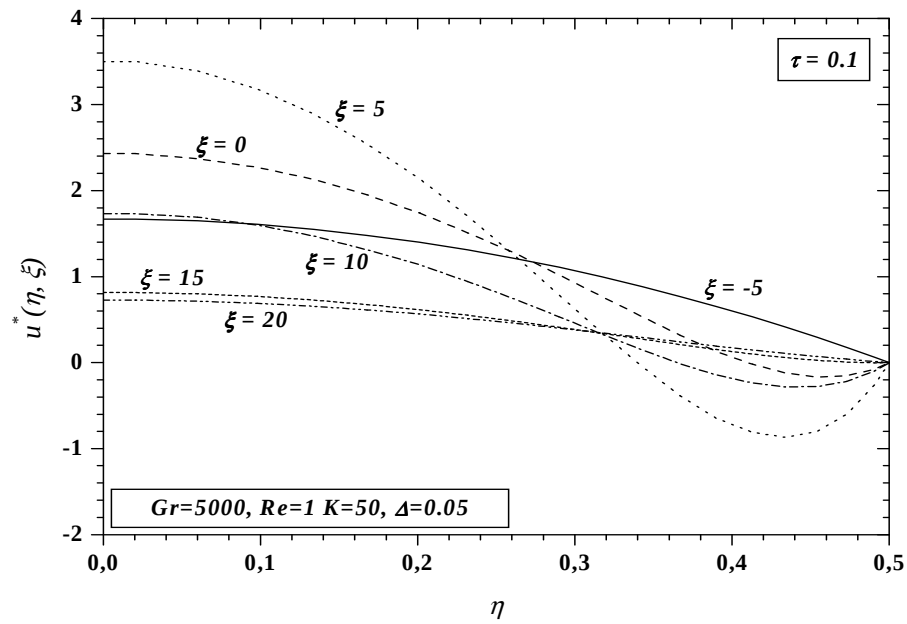


Figure 3.13 Distribution radiale du profil de la vitesse axiale pour différentes positions axiales à l'instant $\tau = 0.1$

Le processus d'élargissement de la cellule de recirculation vers la section de préchauffage est présenté sur les figures 3.16a-c sur lesquelles, on présente le champ des

vecteurs vitesses aux instants $\tau = 0.1$, 4 et 119 (régime stationnaire). L'examen de ces trois figures montre que :

- Lorsque $\tau < 0.5$, la cellule de recirculation présente une faible intensité et reste confinée à l'intérieur de la section chauffée, figure 3.16a à l'instant $\tau = 0.1$.
- A partir de $\tau \geq 0.5$, une augmentation de l'intensité de cette cellule est observée, à l'exception de la région située au voisinage de la sortie la section chauffée. En conséquence, la cellule s'étend vers la section adiabatique de préchauffage, comme on peut le constater sur la figure 16b à l'instant $\tau = 4$. Sur cette figure, on voit aussi que la cellule de recirculation se décale dans un premier temps vers la section de postchauffage, avant de revenir graduellement avec le temps vers le bas. Ce comportement est une conséquence directe de la différence de température dans les premiers instants du régime transitoire discutée auparavant (figure 3.14). Il en résulte aussi un décalage de Q_{wi} vers la section de préchauffage, comme nous l'avons constaté auparavant.
- Par la suite, la cellule de recirculation devient plus intense. Il en résulte un important étendu vers la section de préchauffage comparé à celui vers la section de postchauffage. Ce comportement se poursuit jusqu'au régime stationnaire où l'on constate que la cellule couvre plus des deux tiers de la section adiabatique de préchauffage (figure 3.16c).

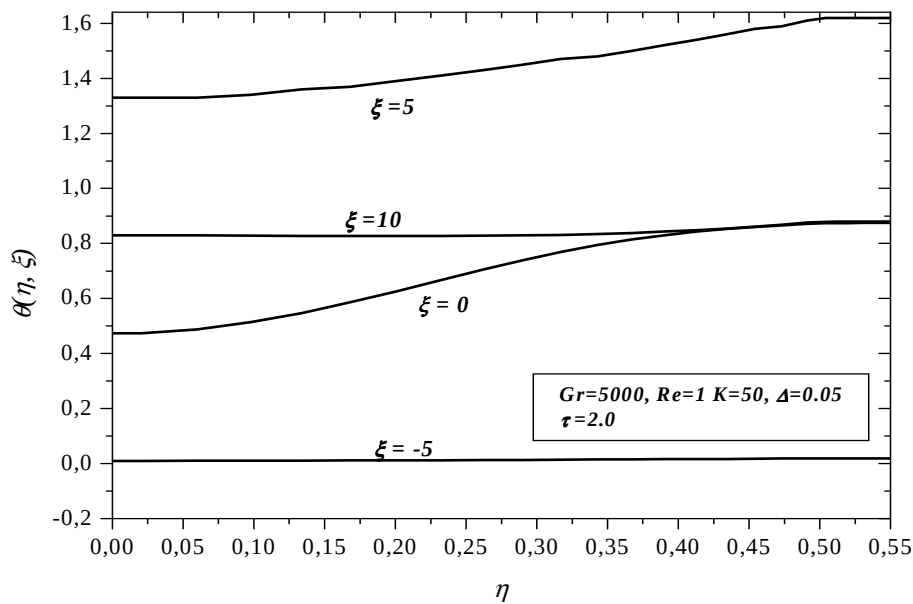


Figure 3.14. Distribution radiale de températures pour différentes positions axiales à l'instant $\tau = 2$.

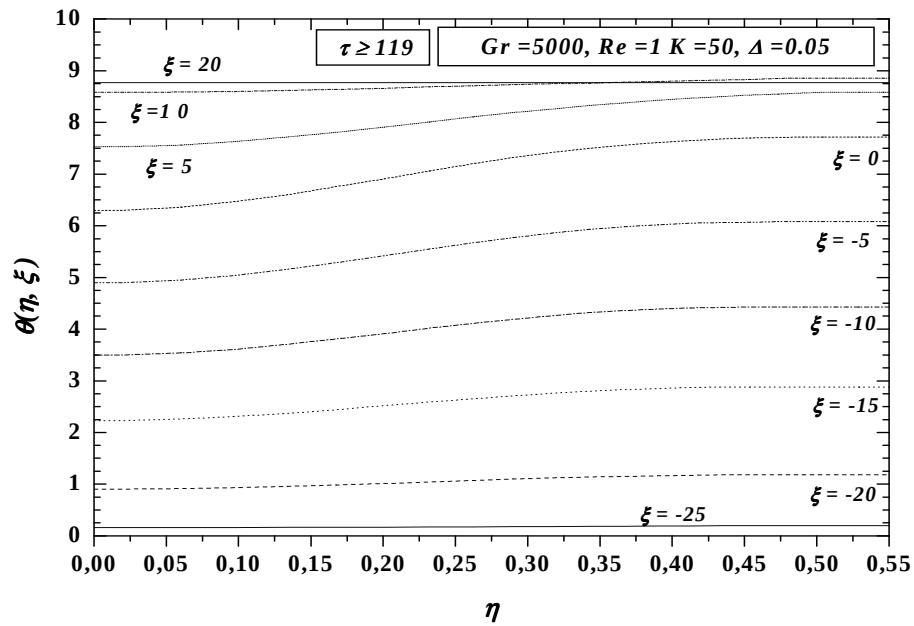
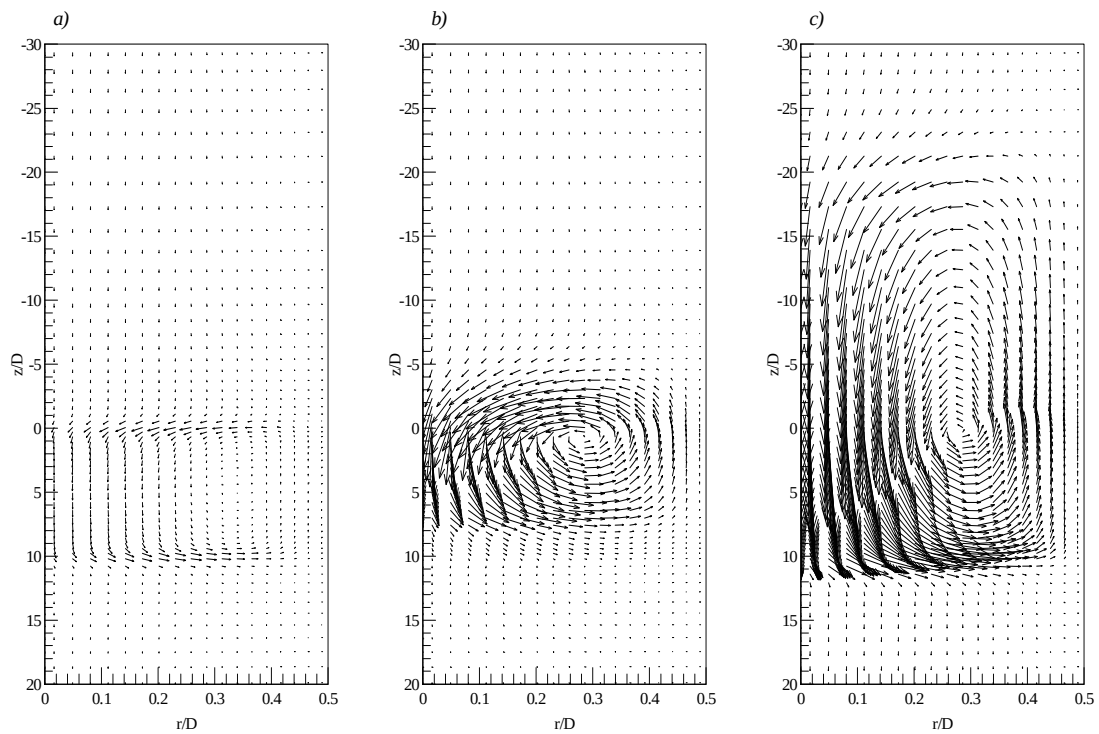


Figure 3.15. Distribution radiale de températures pour différentes positions axiales en régime stationnaire ($\tau \geq 119$)



Figures 3.16a-c. Champ des vecteurs vitesses
a) $\tau = 0.1$, b) $\tau = 4$, c) ($\tau \geq 119$) (régime stationnaire)

L'élargissement de la cellule peut être expliqué par un transfert d'énergie entre le fluide chaud contenu dans la cellule et la paroi, comme nous l'avons expliqué auparavant (figures 3.10a et 3.10b). Cette énergie est conduite dans la paroi dans le sens contraire de l'écoulement principal, impliquant ainsi, le chauffage du fluide avoisinant la paroi et situé en amont de la cellule de recirculation. Il en résulte une décélération de ce dernier au point où la vitesse axiale devient avec le temps négative. En conséquence, la cellule de recirculation remonte dans la section de préchauffage vers l'entrée de la conduite. Ainsi, le gradient thermique à l'interface paroi-fluide $[(\partial\theta/\partial\eta)_{\eta=0.5}]$ devient très faible, pour tendre avec le temps vers zéro à l'intérieur de la cellule, voir figure 3.15 où nous avons représenté la distribution radiale de températures en régime stationnaire dans la région définie par $-25 < \xi \leq 20$. Sur cette figure, on constate que la distribution radiale de température à la sortie de la section chauffée ($\xi = 20$) est constante et uniforme. Ce comportement est dû au fait qu'à cette position axiale, la convection forcée est dominante et que le régime d'écoulement est pleinement développé.

3.3.4 Influence du rapport des diffusivités thermique A

Afin d'examiner l'effet du rapport des diffusivités thermiques de la paroi et du fluide A , nous présentons, sur les figures 3.17a-c, pour trois valeurs du rapport A , l'évolution transitoire de la distribution axiale du flux de chaleur pariétal normalisé, Q_{wi} .

Une analyse globale de ces figures montre que Q_{wi} croît en fonction du rapport A . Ceci est dû au fait que la résistance thermique et la capacité calorifique de la paroi $(\rho C_p)_w$ sont faibles pour les valeurs élevées de A . Ainsi, pendant la période transitoire, le flux de chaleur fourni à la surface extérieure de la section chauffée, est facilement transféré au fluide. Ceci entraîne un large déphasage thermique entre les courbes relatives aux trois valeurs du rapport A . Une tendance similaire a été trouvée par, **Lee & Yan** [55].

Par exemple, à l'instant $\tau = 4$, figure 3.17a, le taux d'énergie transféré à l'interface paroi-fluide pour $A = 0.1$, est de l'ordre de 50% de celui correspondant à $A = 4$. Il en résulte une quantité plus importante d'énergie véhiculée par la cellule de recirculation suivant la direction opposée à l'écoulement principal pour le cas $A = 4$. Ceci se traduit par des valeurs négatives de Q_{wi} au voisinage de $\xi = 0$ pour $A = 4$, contrairement aux cas $A = 0.3$ et $A = 0.1$ où Q_{wi} est encore positif, indiquant que le sens du transfert de chaleur est encore de la paroi au fluide.

Dans la section de postchauffage, l'effet du rapport des diffusivités thermiques sur la réponse thermique est aussi plus prononcé. Par exemple, aux instants $\tau = 4$ et $\tau=50$, le sens du transfert de chaleur va du fluide à la paroi sur une large portion de cette section pour $A = 0.1$, alors que pour le cas $A=4$, ce dernier se fait de la paroi au fluide (figure 3.17b). En effet, à cette période du régime transitoire, la quantité de chaleur conduite par conduction axiale dans la paroi pour $A = 0.1$ est très faible, comparée à celle véhiculée par la cellule de recirculation vers cette section. Ceci est une conséquence directe de l'effet de la capacité calorifique de la paroi.

Dans la section de préchauffage, on constate que le déphasage thermique entre les courbes de Q_{wi} , relatif aux trois valeurs de A augmente avec le temps. En conséquence, la redistribution du flux de chaleur dans cette section ralentit avec la décroissance de A (figure 17b). Ceci influe sur la vitesse de l'élargissement de la cellule de recirculation dans cette section, comme on pourra le constater plus tard, lors de la présentation du champ vecteurs vitesses (figures 3.19a-c).

Avec le temps, le transfert d'énergie entre la paroi et le fluide se poursuit en présence du déphasage thermique entre les différentes courbes de Q_{wi} , relatives aux trois valeurs du rapport A jusqu'au régime stationnaire. En régime stationnaire, on constate comme prévu, que les différentes courbes de Q_{wi} sont superposées, voir figure 3.17c. En effet, en régime stationnaire, il est évident que les équations du bilan d'énergie et de quantité de mouvement sont indépendantes du rapport des diffusivités thermique de la paroi et du fluide A .

Les figures 3.18a-c, présentent la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement, $(f.Re)/(f.Re)_0$ pour les mêmes valeurs du rapport A et aux mêmes instants que le cas du flux de chaleur pariétal. Sur ces figures, on constate qu'avec le temps, le rapport des coefficients de frottement correspondant au cas $A = 0.1$ présente les valeurs négatives les plus faibles en valeur absolue. En régime stationnaire, les trois courbes de $(f.Re)/(f.Re)_0$ correspondant aux trois valeurs de A se superposent.

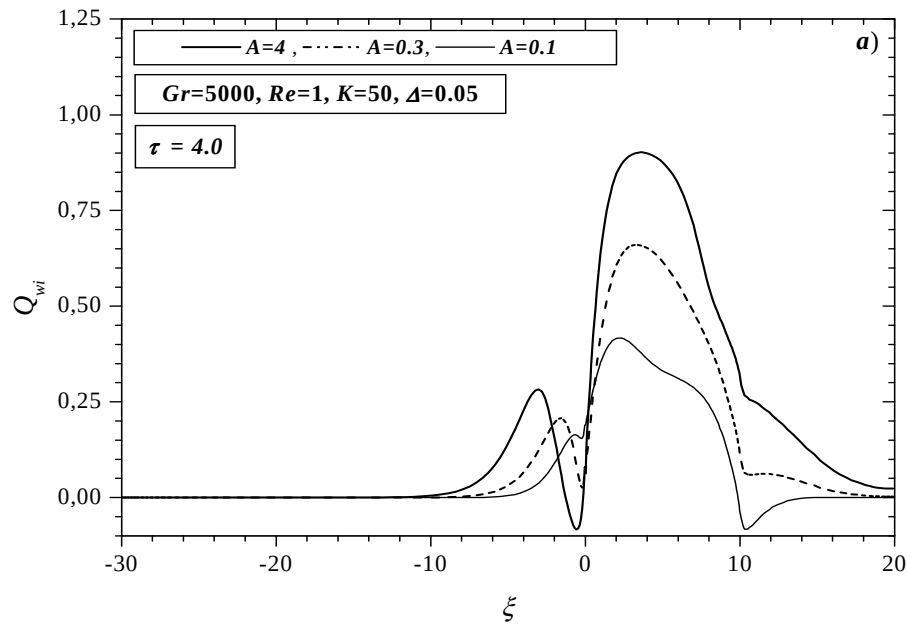


Figure 3. 17a. Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal normalisé à l'instant $\tau = 4$.

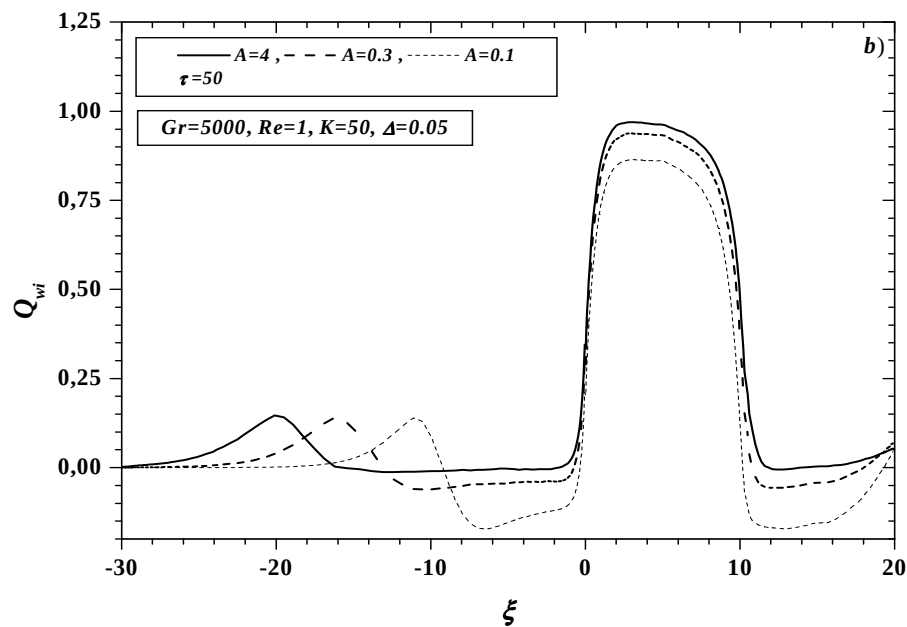


Figure 3.17b . Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal normalisé à l'instant $\tau = 50$.

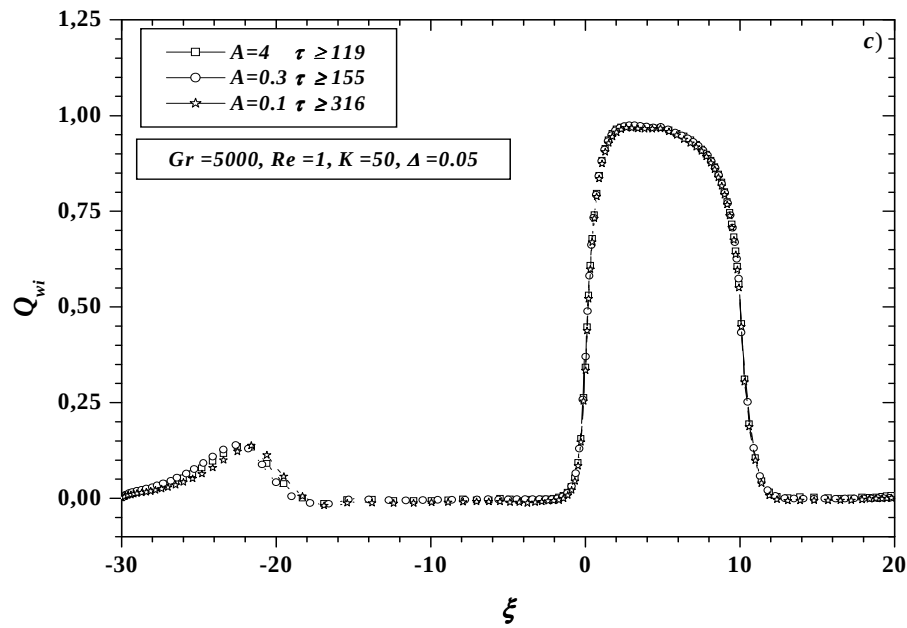


Figure 3.17c. Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal normalisé en régime stationnaire.

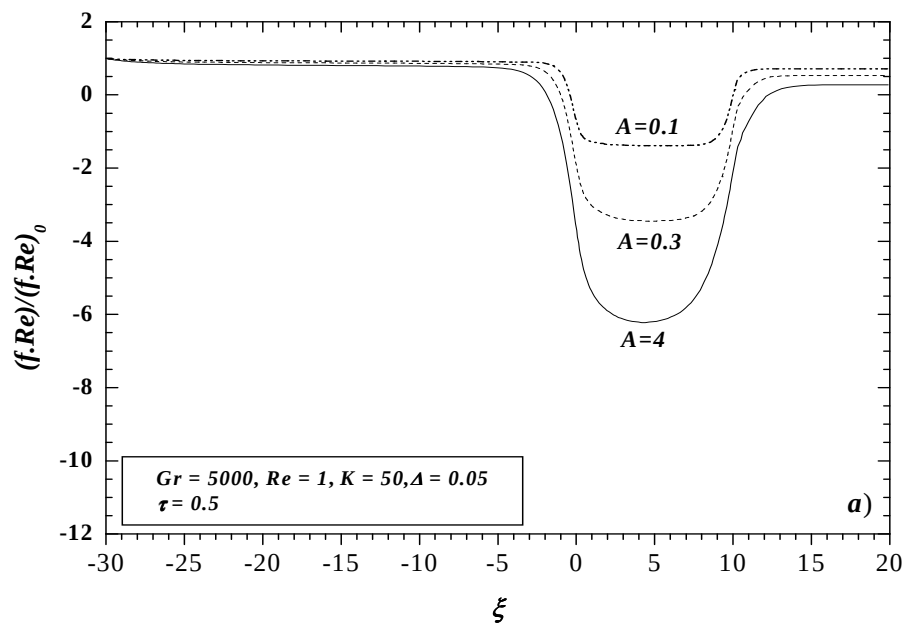


Figure 3.18a. Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement à l'instant $\tau=0.5$.

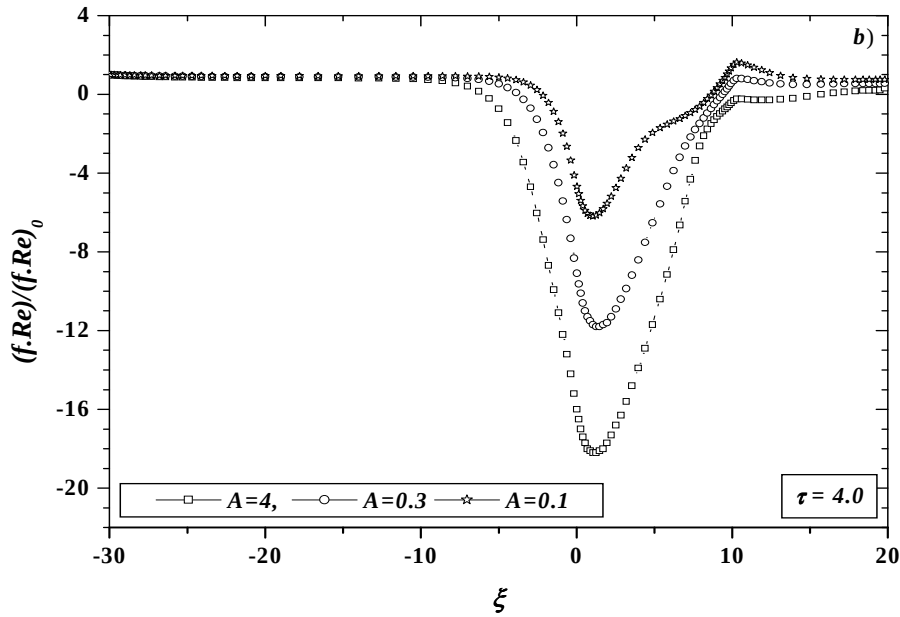


Figure 3.18b. Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement à l'instant $\tau = 4$.

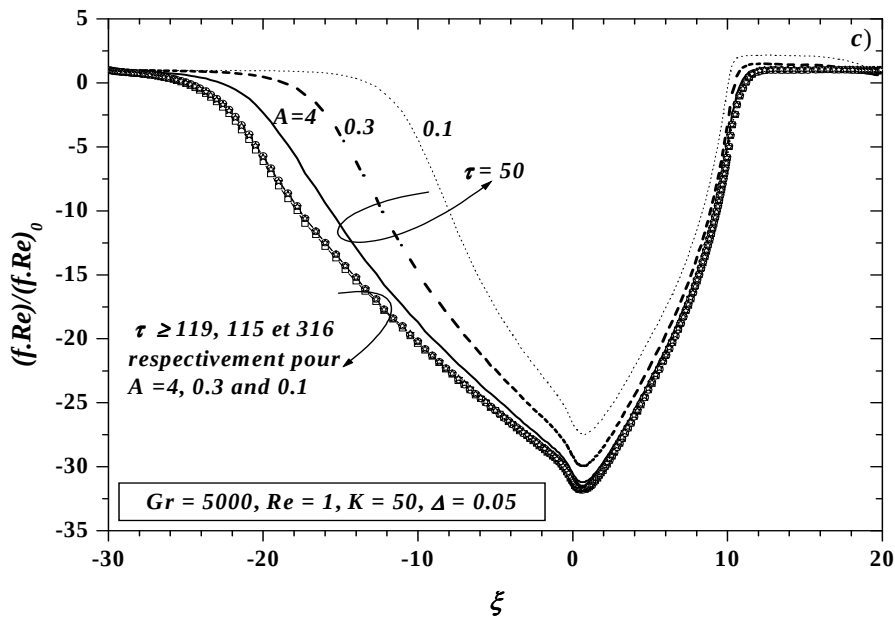


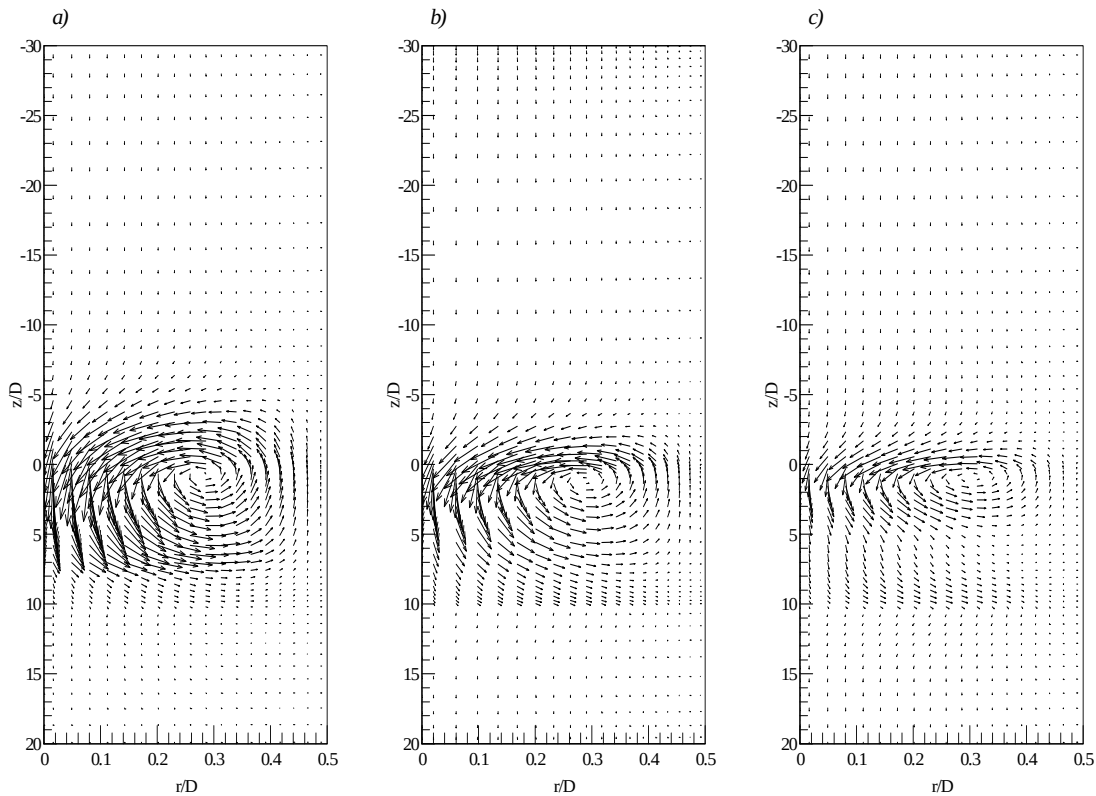
Figure 3.18c. Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement à l'instant $\tau = 50$ et en régime stationnaire.

Les figures 3.19a-c sont présentées pour analyser l'effet du rapport des diffusivités thermiques A sur le développement transitoire de la cellule de recirculation à l'intérieur de

la conduite à l'instant $\tau=4$. Pour les faibles valeurs de A , et tout au long de la période transitoire, l'intensité et l'élargissement de la cellule dans la section de préchauffage restent les plus faibles. Ceci est dû à la faible quantité d'énergie diffusée par le terme de la conduction axiale. Ainsi, sur les figures 3.19a-c, on constate que la cellule est essentiellement confinée dans la section chauffée pour $A=0.1$, alors que pour le cas $A=4$, son effet a déjà atteint la position axiale $\xi = -5$.

Avec le temps, le développement transitoire de la cellule de recirculation se poursuit avec des valeurs croissantes du déphasage thermique au fur et à mesure que le rapport A décroît. En régime stationnaire, non présenté ici, les trois cellules de recirculation relatives aux trois valeurs du rapport A , atteignent la même intensité et le même étendu dans les deux sections adiabatiques.

Notons que la durée nécessaire pour que le système atteigne le régime stationnaire décroît en fonction des valeurs du rapport A .



Figures 3.19a-c. Influence du rapport des diffusivités thermiques A sur le champ des vecteurs vitesses à l'instant $\tau=4$: a) $A=4$, b) $A=0.3$, c) $A=0.1$

3.3.5 Influence du nombre de Grashof Gr

L'effet du nombre de Grashof sur la distribution axiale transitoire du flux de chaleur pariétal, Q_{wi} , est présenté sur les figures 3.20a-b, respectivement à un instant représentatif du régime transitoire ($\tau = 25$) et en régime stationnaire.

Dans les premiers instants du régime transitoire, non représenté ici, les différentes courbes de Q_{wi} relatives aux différentes valeurs de Grashof sont indiscernables. Ceci est dû au fait que le transfert de chaleur, pendant cette période, est globalement dominé par la conduction dans la paroi. Avec le temps, l'énergie diffusée à l'interface paroi-fluide augmente. En conséquence, l'effet des forces d'Archimède augmente avec l'augmentation du nombre de Gr , en particulier dans la section de préchauffage. Dans cette dernière, on constate que la redistribution du flux de chaleur est de plus en plus localisée loin de l'entrée de la section chauffée au fur et à mesure que le nombre de Gr croît.

Ce comportement se poursuit jusqu'au régime stationnaire où aucun maximum n'est observé dans la section de préchauffage pour le cas $Gr=1000$, alors que dans la section chauffée, les valeurs de Q_{wi} relatives à ce nombre de Gr sont les plus faibles, figure 3.20b. Ceci est une conséquence directe de l'effet de la cellule de recirculation, qui dans ce cas, reste confinée dans la section chauffée.

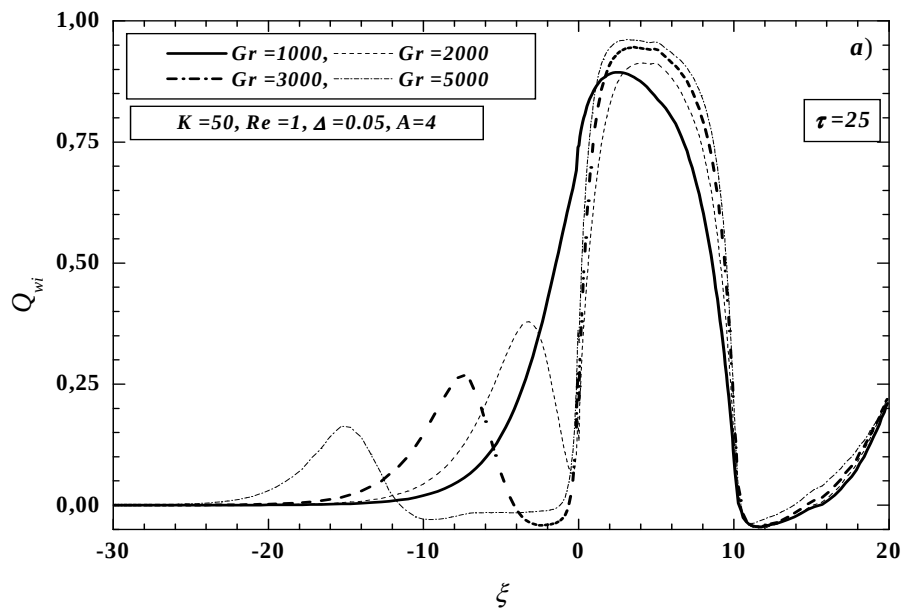


Figure 3.20a. Influence de Gr sur la distribution axiale de Q_{wi} à l'instant $\tau=25$.

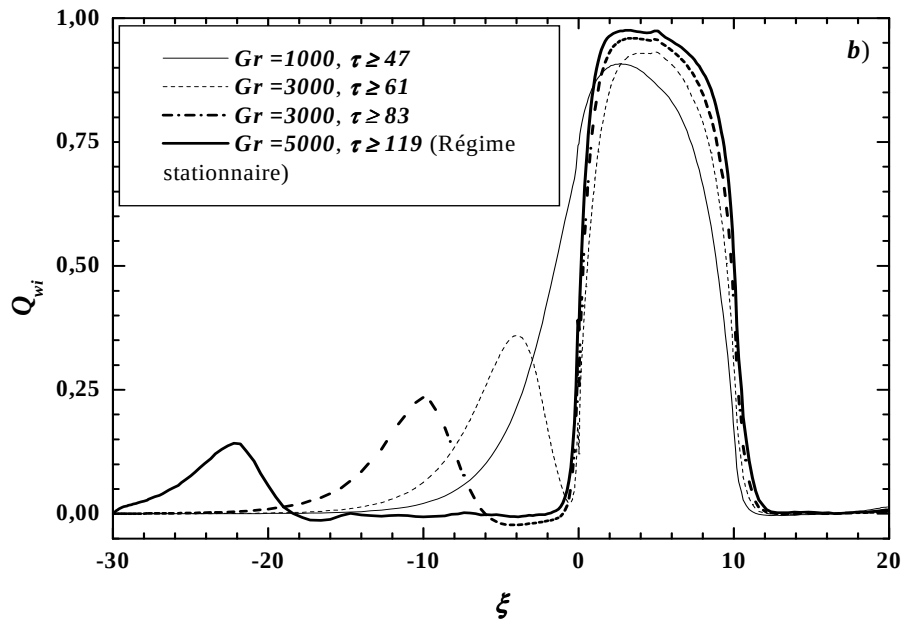


Figure 3.20b. Influence de Gr sur la distribution axiale de Q_{wi} en régime stationnaire

La distribution axiale du rapport des coefficients de frottement en régime stationnaire, figure 3.21, montre clairement qu'avec l'augmentation du nombre de Grashof l'intensité de la cellule et par conséquent la région de renversement de l'écoulement augmentent à leur tour.

Les figures 3.22a-c montrent l'influence du nombre de Grashof sur l'étendue, en régime stationnaire, de la cellule de recirculation dans les deux sections adiabatiques. L'analyse de ces figures montre que l'intensité et l'étendue de la cellule de recirculation sont fortement liées à la valeur du nombre de Grashof. Ceci confirme la redistribution du flux de chaleur, observée auparavant, dans la section de préchauffage.

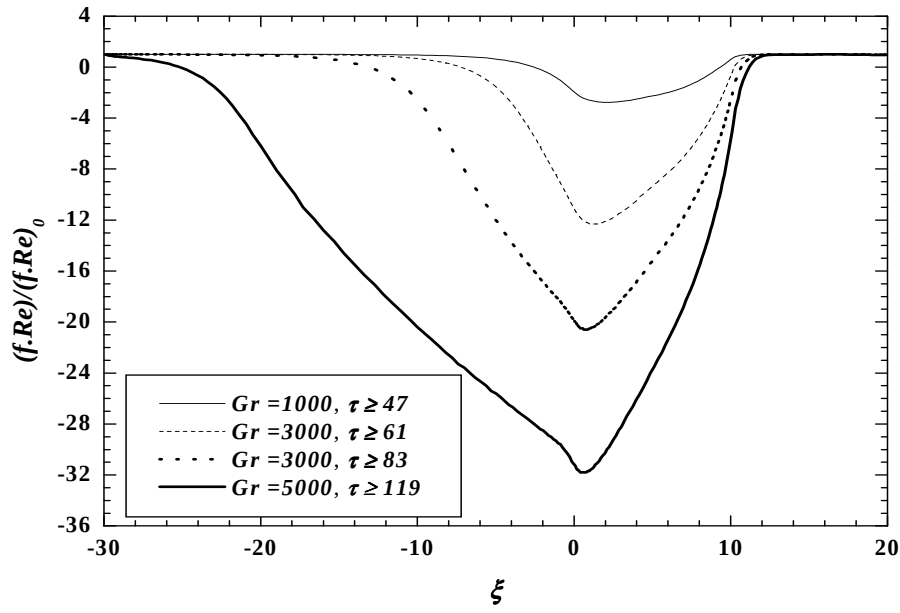
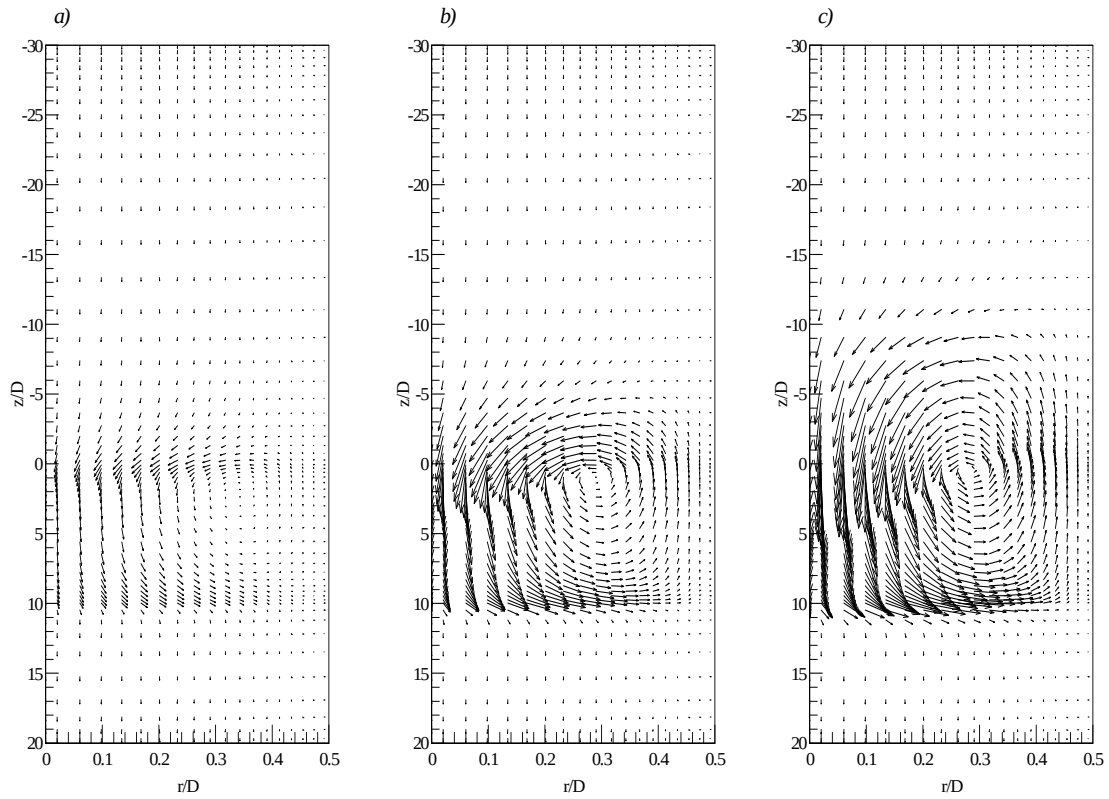


Figure 3.21. Influence du nombre de Gr sur la distribution axiale en régime stationnaire du rapport des coefficients de frottement



Figures 3.22a-c. Influence de Gr sur le champ des vecteurs vitesses en régime stationnaire
a) $Gr = 1000$, b) $Gr = 2000$, c) $Gr = 3000$.

3.3.6 Influence du rapport des conductivités de la paroi et du fluide K

La distribution axiale du flux de chaleur pariétal normalisée, Q_{wi} pour différents rapports K et différents instants, est présentée sur les figures 3.23a-d.

A travers ces figures, on remarque que pendant toute la période transitoire, les valeurs élevées de Q_{wi} dans la section chauffée sont obtenues aux faibles valeurs de K . En effet, avec A fixé, et sachant que le rapport K peut se mettre sous la forme $[K=A.(\rho c_p)_w/(\rho c_p)_f]$, les faibles valeurs de K correspondent aux faibles valeurs de la capacité calorifique de la paroi $(\rho c_p)_w$. Ceci se traduit par un déphasage thermique entre les différentes courbes de Q_{wi} correspondant aux trois rapports de K , figures 3.23a-d.

Par ailleurs, pendant les premiers instants du régime transitoire ($\tau \leq 0.5$), Q_{wi} croît rapidement dans la section chauffée, alors que dans les deux sections adiabatiques (les sections de préchauffage et de postchauffage), il croît de manière symétrique avec les valeurs du rapport K , figure 3.23a à l'instant $\tau=0.5$. Ceci est dû au fait que le transfert de chaleur est dominé essentiellement par les effets conductifs aux premiers instants du régime transitoire.

Plus tard ($\tau > 0.5$), on constate une décroissance de Q_{wi} dans la section chauffée. Cette décroissance dépend fortement du rapport K , comme le montre la figure 3.24, où l'on présente l'évolution transitoire de Q_{wi} au milieu de la section chauffée ($\xi=5$) entre $\tau=0$ et $\tau=8$.

Dans les sections adiabatiques amont et aval, une diffusion importante d'énergie est constatée, figure 3.23b à l'instant $\tau=2$, en présence des minimas et des maximas discutés auparavant. A cet instant, le minimum de Q_{wi} relatif à $K=10$, est plus prononcé comparé à celui obtenu pour $K=50$ et $K=100$. Ainsi, pour $K=10$, Q_{wi} présente déjà des valeurs négatives, indiquant que le transfert de chaleur se fait du fluide vers la paroi. Cette quantité de chaleur, transférée du fluide à la paroi, est ensuite diffusée par conduction axiale dans la paroi. Il en résulte des valeurs positives de Q_{wi} passant par un maximum. Pour $K=50$ et 100 , Q_{wi} est encore positive le long de la conduite.

Le fait que Q_{wi} soit positif à cet instant pour $K=50$ et 100 est attribué à l'effet de la cellule de recirculation qui reste encore confinée dans la section chauffée, voir figures 25a-b ($\tau=0.5$) pour deux valeurs du rapport K ($K=10$ et $K=100$). Avec le temps, l'intensité des courants ascendants au voisinage de la paroi croît d'avantage. Il en résulte un

élargissement de la cellule de recirculation vers la section adiabatique amont, figures 3.26a-b à l'instant $\tau = 4$. Ceci conduit à une évacuation d'une certaine quantité d'énergie dans la direction opposée à l'écoulement principal, qui est beaucoup plus importante que celle diffusée par conduction axiale pour $K=10$. Ainsi, Q_{wi} est négative au voisinage de $\xi=0$ pour $K=10$ à cette période du régime transitoire, contrairement aux autres rapports de K où l'énergie diffusée par conduction axiale dans la paroi est encore largement supérieure à celle évacuée par la cellule de recirculation.

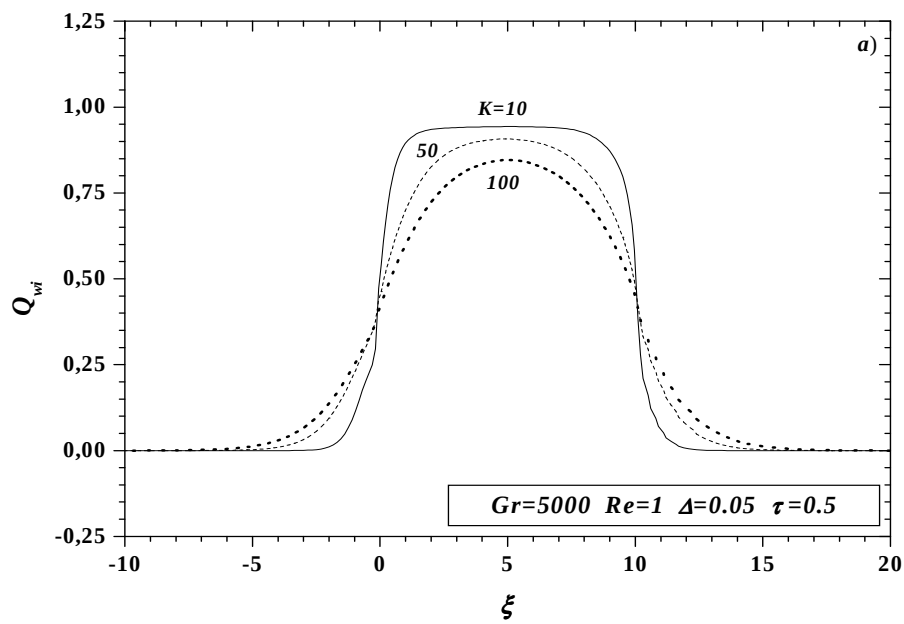


Figure 3.23a. Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} à l'instant $\tau=0,5$

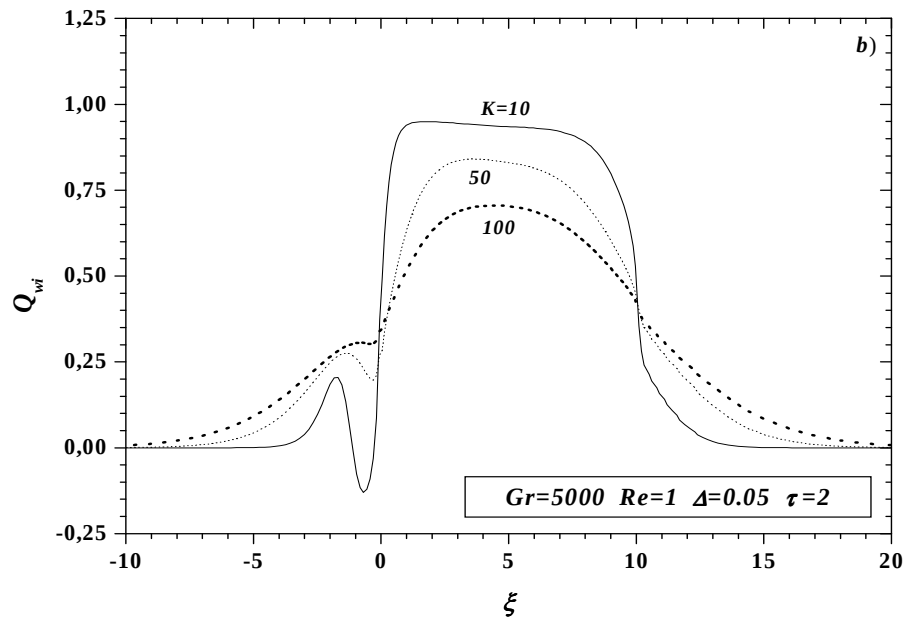


Figure 3.23b. Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} à l'instant $\tau=2$.

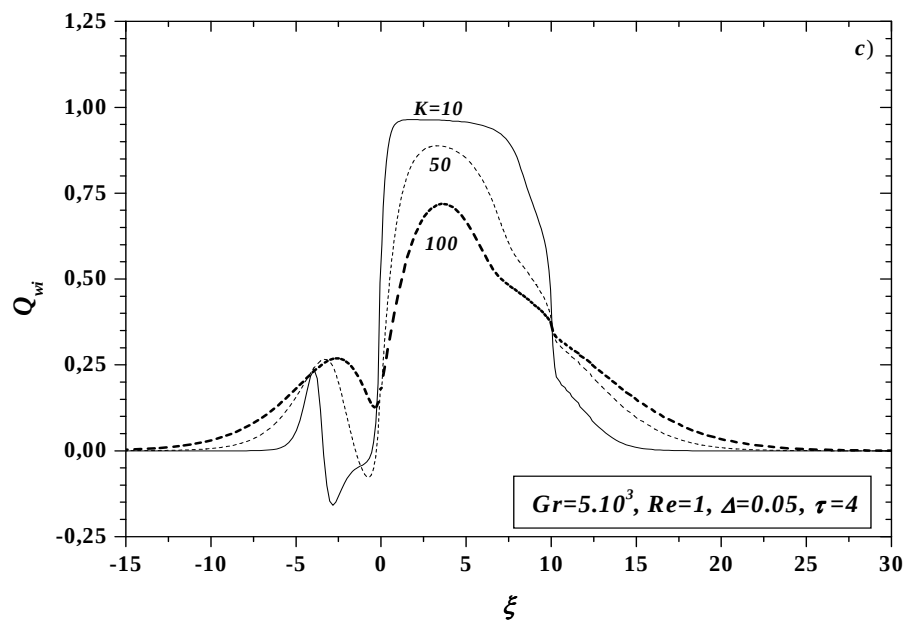


Figure 3.23c. Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} à l'instant $\tau=4$.

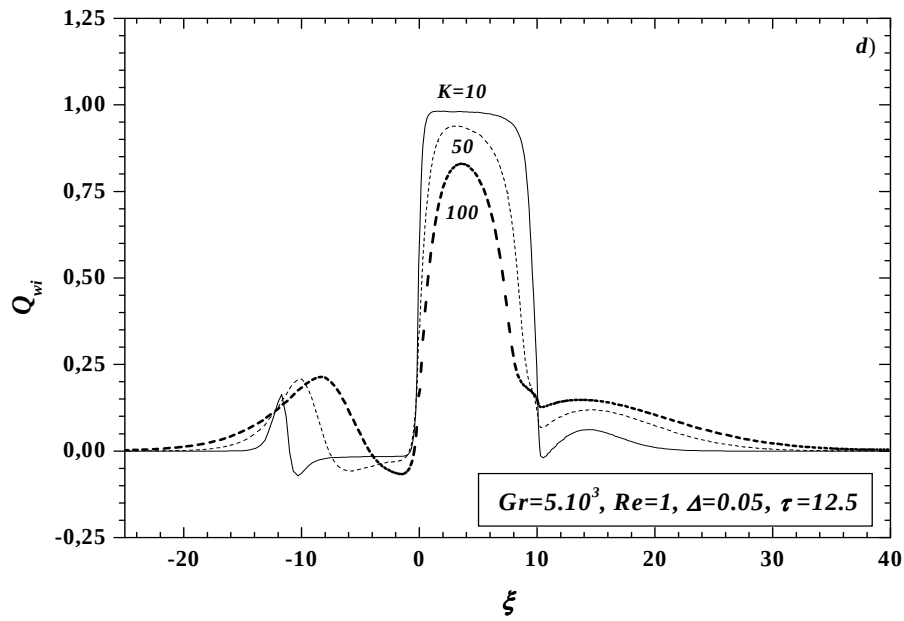


Figure 3.23d. Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} à l'instant $\tau=12.5$

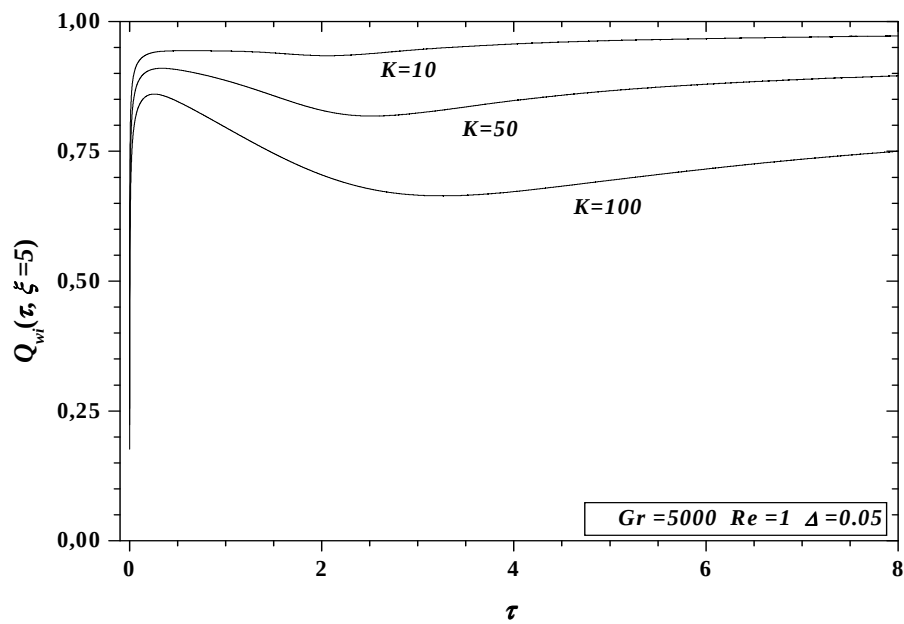


Figure 3.24. Evolution transitoire de Q_{wi} au milieu de la section chauffée ($\xi=5$) pour $Gr=5.10^3, Re=1$.

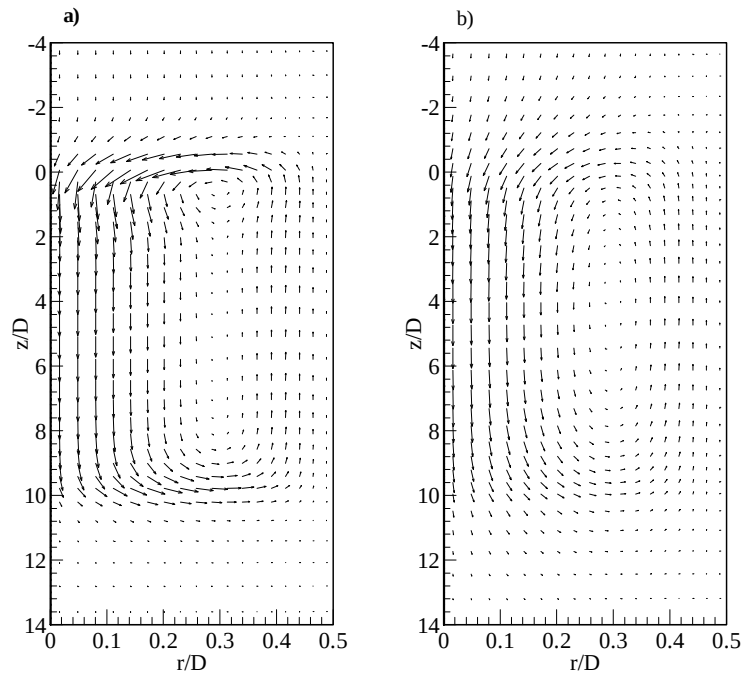
Sur les figures 3.26a-b, où nous présentons le champ des vecteurs vitesses à l'instant $\tau=4$, on remarque que l'intensité de la cellule relative à $K=10$ est plus importante comparée à celle relative à $K=100$. Ceci est dû au fait qu'aux faibles valeurs de K , le flux de chaleur imposé est rapidement transféré au fluide (capacité calorifique de la paroi faible). Il en résulte une différence de températures, dans le fluide entre la région centrale et celle située près de la paroi, plus importante pour les faibles valeurs de K , voir figure 3.27a. Par conséquent, la décélération correspondante du fluide au voisinage de la paroi est plus importante pour $K=10$ que pour $K=100$. Ce qui se traduit par une accélération du fluide dans la région centrale pour $K=10$ supérieure à celle correspondante à $K=100$.

Avec le temps, on constate que les minimas et les maximas observés auparavant pour chaque rapport de K deviennent plus prononcés. Il en résulte des valeurs négatives de Q_{wi} pour $K=50$, alors que pour $K=100$, Q_{wi} demeure positif, voir figure 3.23c.

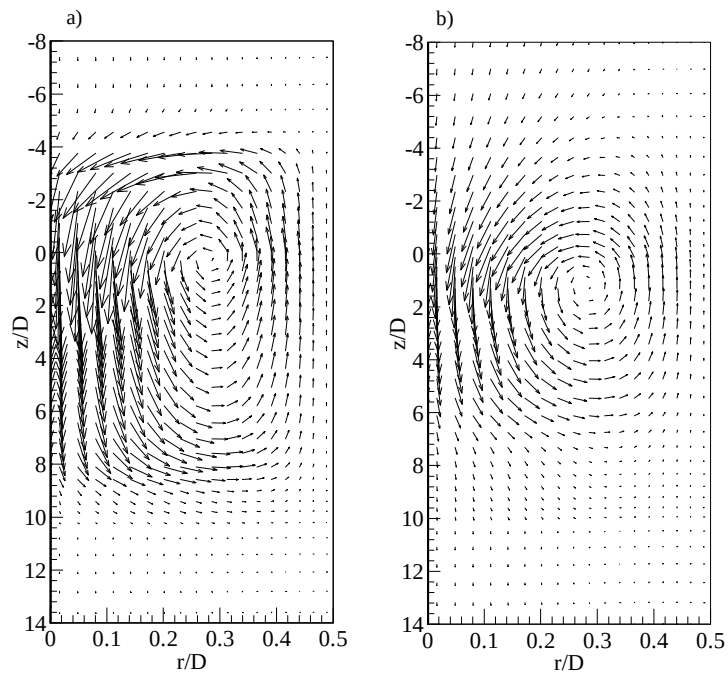
Plus tard, on constate que pour tous les rapports considérés de K , la quantité d'énergie présente au voisinage de l'entrée de la section chauffée, est redistribuée dans la section adiabatique amont (figure 3.23d). Cette redistribution du flux de chaleur imposé est due, comme nous l'avons montré auparavant, au fait que le fluide chaud circulant à l'intérieur de la cellule tend à diminuer le gradient radial de température dans la direction radiale, voir figure 3.27b. Ainsi, la cellule se comporte comme un isolant qui continue, avec le temps, à remonter vers la section adiabatique amont entraînant cette redistribution du flux de chaleur dans la section de préchauffage avant d'être relâchée vers le début de la cellule.

Par ailleurs, on constate aussi sur la figure 3.27b que pour $K=100$, la cellule de recirculation n'a pas encore atteint la position axiale $\xi = -10$, et qu'à la sortie de la section chauffée ($\xi = 10$), la température relative à $K=10$ est supérieure à celle relative à $K=100$. Ceci est une conséquence directe de l'énergie transférée à l'interface paroi-fluide.

On note aussi qu'à partir de $\tau \geq 4$ (figures 3.23c-d, figure 3.28), Q_{wi} croît dans la section chauffée pour toutes les valeurs de K du à l'effet de l'extension de la cellule de recirculation vers la section adiabatique amont.



Figures 3.25a-b. Vecteurs vitesses à l'instant $\tau=0.5$ pour $Gr=5.10^3$, $Re=1$
a) $K=10$, b) $K=100$



Figures 3.26a-b. Vecteurs vitesses à l'instant $\tau=4$ pour $Gr=5.10^3$, $Re=1$
a) $K=10$, b) $K=100$

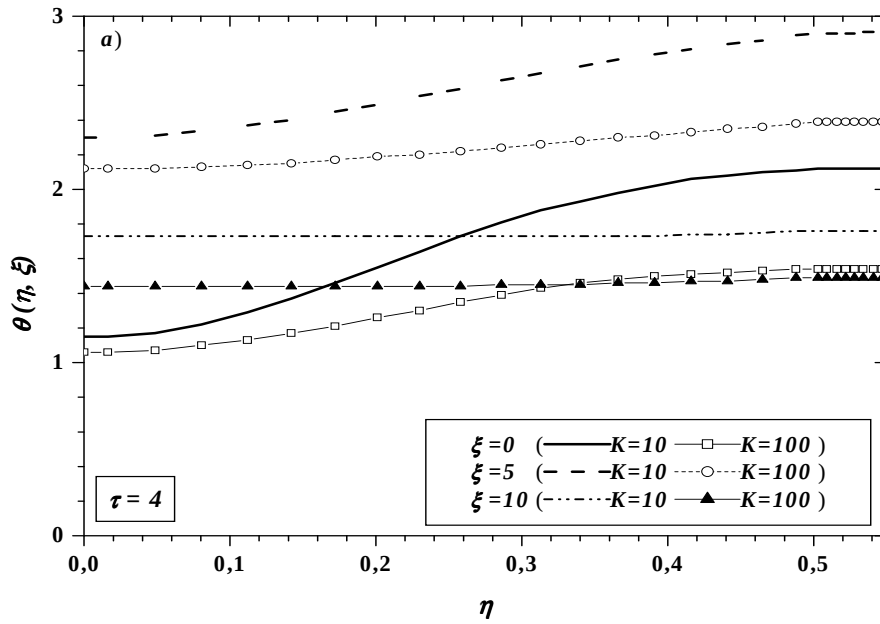


Figure 3.27a. Influence de K ($K=10, 100$) sur la distribution radiale de la température à l'instant $\tau=4$. $Gr=5.10^3$, $Re=1$; $\xi=0, 5$ et 10

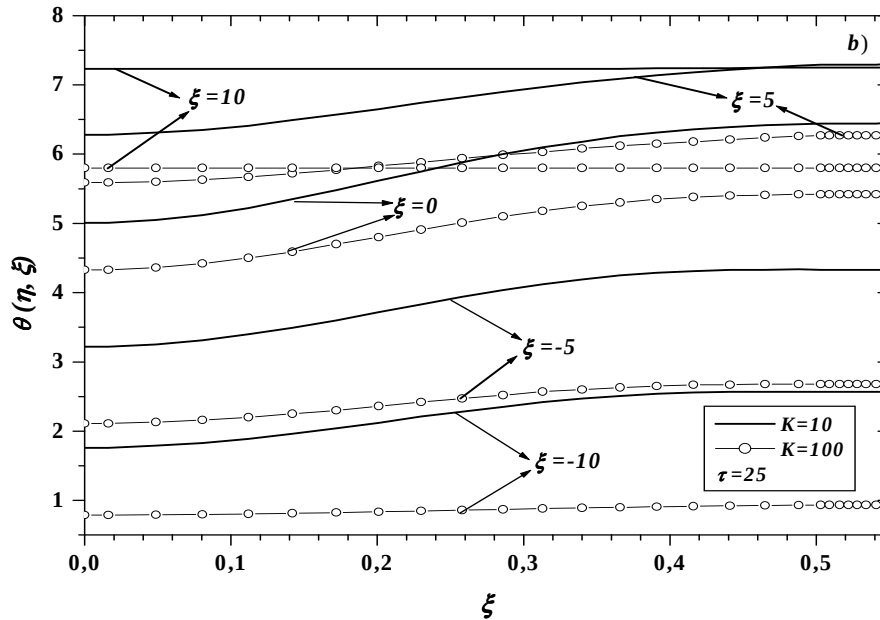


Figure 3.27b. Influence de K ($K=10, 100$) sur la distribution radiale de la température à l'instant $\tau=25$. $Gr=5.10^3$, $Re=1$; $\xi=-10$ à 10 .

Dans la section de postchauffage, on constate que l'énergie diffusée par conduction axiale croît en fonction du temps jusqu'à $\tau \leq 8$, et par la suite, décroît jusqu'au régime stationnaire où elle atteint la valeur zéro, figure 3.23d et figure 3.28.

Ce comportement de Q_{wi} est du à l'effet de la conduction axiale et de la cellule de recirculation. En effet, pour chaque valeur de K , et après la période du début du régime transitoire où la cellule de recirculation est encore confinée à l'intérieur de la section chauffée, Q_{wi} croît dans les deux sections adiabatiques du à l'effet de la conduction axiale. Avec le temps, la cellule devient plus intense, en particulier à l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$). Il en résulte un décalage de la cellule vers le haut, au point où la région de renversement de l'écoulement au voisinage de la paroi s'étend vers la section de postchauffage, conduisant ainsi à l'augmentation de Q_{wi} dans cette région (figure 3.23c).

Plus tard, la cellule se dirige vers la sortie de la section chauffée, figures 3.29a-b, entraînant la disparition du renversement de l'écoulement au voisinage de la paroi à cet endroit et l'évacuation de l'énergie diffusée par conduction axiale vers cette région pendant les premiers instants du régime transitoire, figure 3.23d.

Notons que pour le cas $K=100$, l'énergie évacuée par la cellule de recirculation dans le sens opposé de l'écoulement devient aussi, avec le temps, supérieure à celle diffusée par conduction axiale dans la paroi. Par conséquent, le flux de chaleur pariétal, pour ce cas, devient aussi négatif au voisinage de $\xi=0$, voir figure 3.23d, avant d'être redistribué, à son tour, de la même manière que pour les autres valeurs du rapport K ($K=10$ et 50).

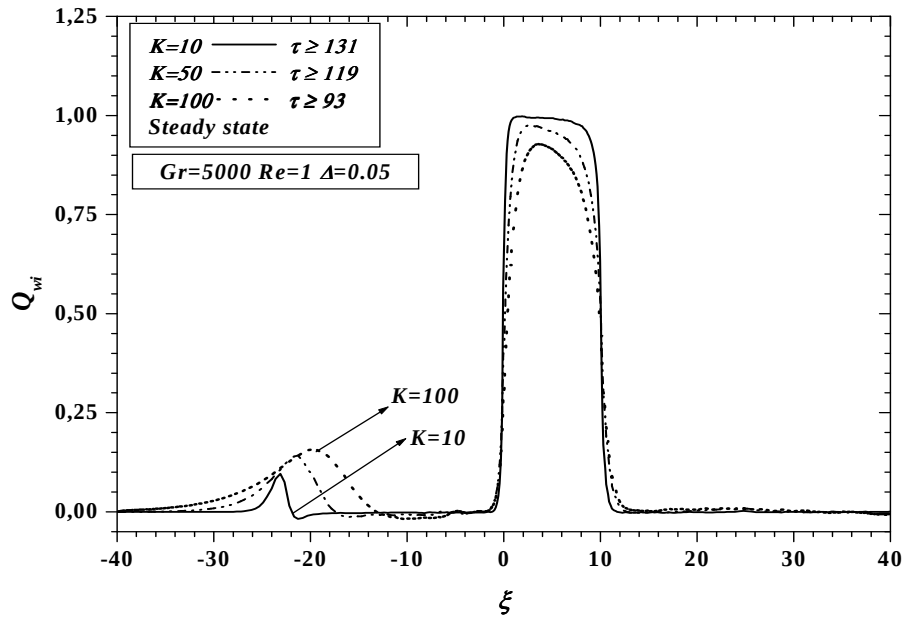
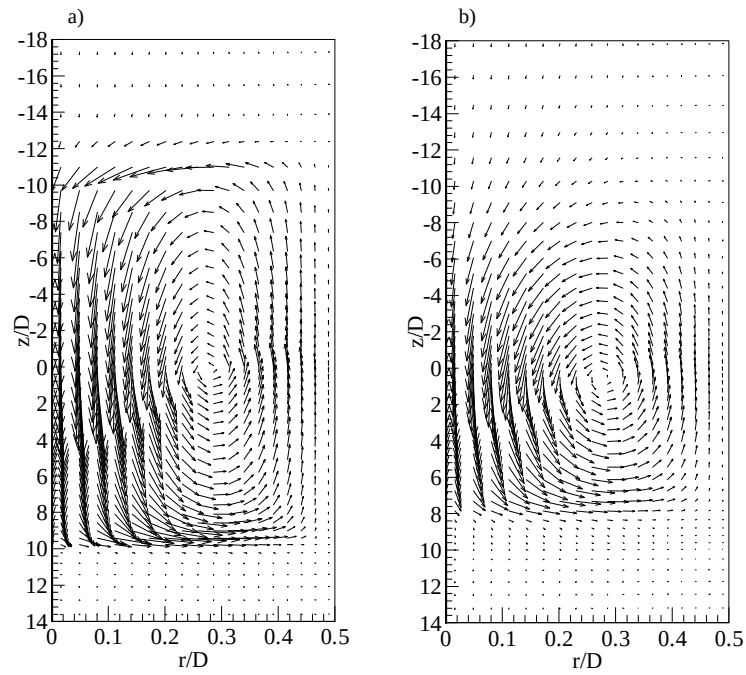


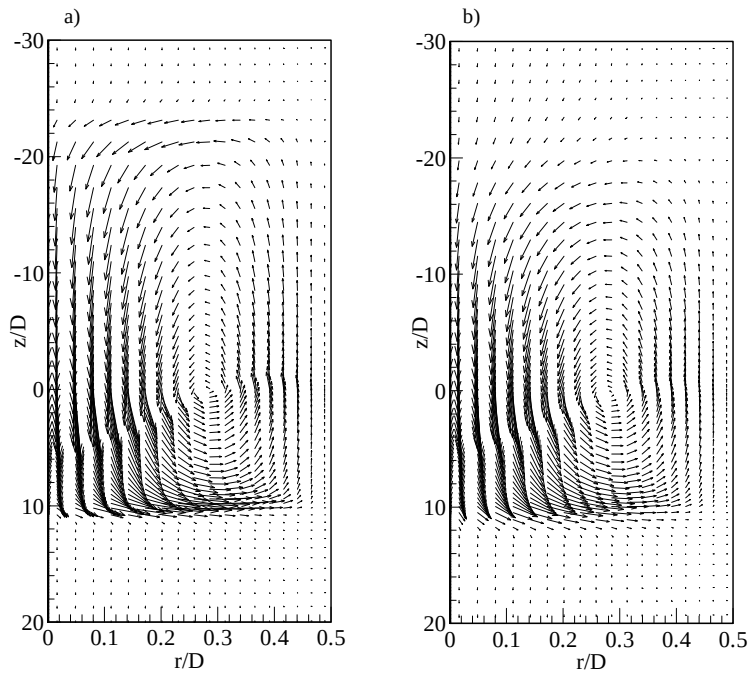
Figure 3.28. Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale de Q_{wi} en régime stationnaire

Le processus de l'élargissement de la cellule de recirculation et par conséquent la redistribution du flux de chaleur imposé continue avec le temps jusqu'à ce que le régime stationnaire soit atteint. On constate alors que la plus faible quantité d'énergie redistribuée correspond aux faibles rapports de K , et que pour toutes les valeurs du rapport K , cette dernière est représentée par une courbe $Q_{wi} = f(\xi)$ passant par maximum (figure 3.28). On note aussi, qu'en régime stationnaire, la cellule de recirculation débute dans la section adiabatique de préchauffage loin de l'entrée de la section chauffée (figures 3.30a-b). Une tendance semblable a été trouvée par **LaPlante** [42].

Finalement, il est évident que pendant toute la période transitoire, l'élargissement de la cellule, et par conséquent la redistribution du flux de chaleur imposé dans la section de postchauffage ralentit avec l'augmentation de K et que la durée nécessaire pour que le système atteigne le régime stationnaire diminue (figures 3.2a-d, figure 3.28).



Figures 3.29a-b. Champ des vecteurs vitesses à l'instant $\tau=12.5$ pour $Gr = 5.10^3$, $Re = 1$
a) $K=10$, b) $K=100$



Figures 3.30a-b . Champ des vecteurs vitesses en régime stationnaire pour $Gr = 5.10^3$, $Re = 1$. a) $K=10$, b) $K=100$

La distribution axiale transitoire du rapport des coefficients de frottement $(f.Re)/(f.Re)_0$ est présentée sur les figures 3.31a et 3.31b.

Comme on a pu le constater auparavant, aux faibles valeurs de τ , le transfert de chaleur est essentiellement dominé par conduction, le rapport $(f.Re)/(f.Re)_0$, présente une faible distorsion sur la majeure partie de la longueur de la section chauffée pour $\tau \leq 0.5$. Au temps $\tau = 2$, on retrouve les résultats discutés auparavant relatifs au comportement de la cellule de recirculation durant la période transitoire. On remarque aussi à cet instant ($\tau = 2$), que le rapport $(f.Re)/(f.Re)_0$ présente des valeurs négatives dans la section adiabatique de préchauffage pour les toutes les valeurs de K , indiquant que l'écoulement est renversé dans cette région.

Une des conséquences de l'élargissement de la cellule de recirculation est que le rapport des coefficients de frottement présente de plus en plus de valeurs négatives au cours du temps jusqu'au régime stationnaire (figure 3.31b). A cet instant final, ces valeurs négatives s'étendent sur une large partie de la section de préchauffage, avant de tendre asymptotiquement vers la valeur correspondante au cas de la convection forcée au voisinage de l'entrée de la conduite ($\xi = -40$). Dans la section de postchauffage ($10 < \xi \leq 40$), le rapport $(f.Re)/(f.Re)_0$ est égal à 1, indiquant que l'écoulement est entièrement développée.

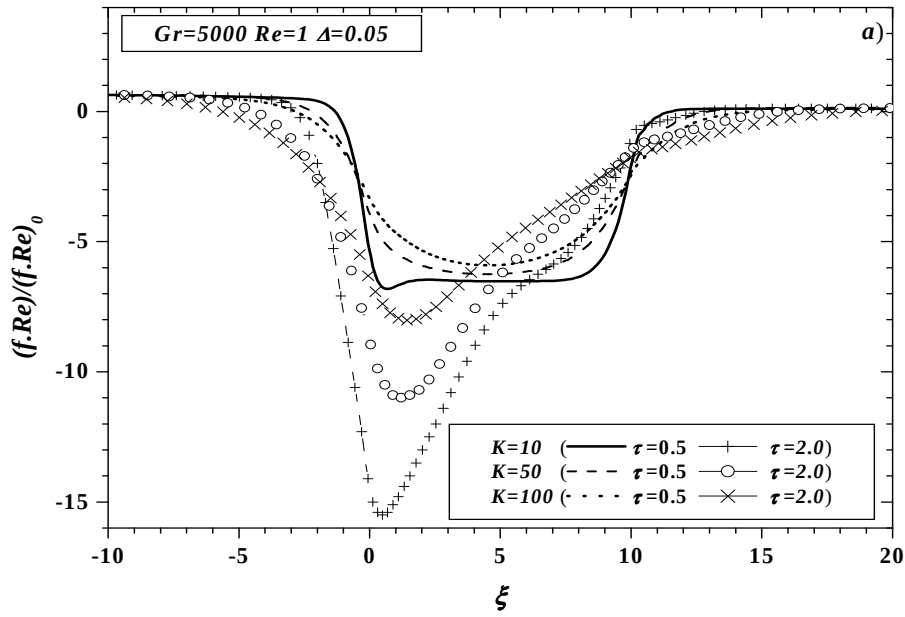


Figure 3.31a. Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement à l'instant $\tau = 0.5$ et 2 . $Gr=5.10^3$, $Re=1$

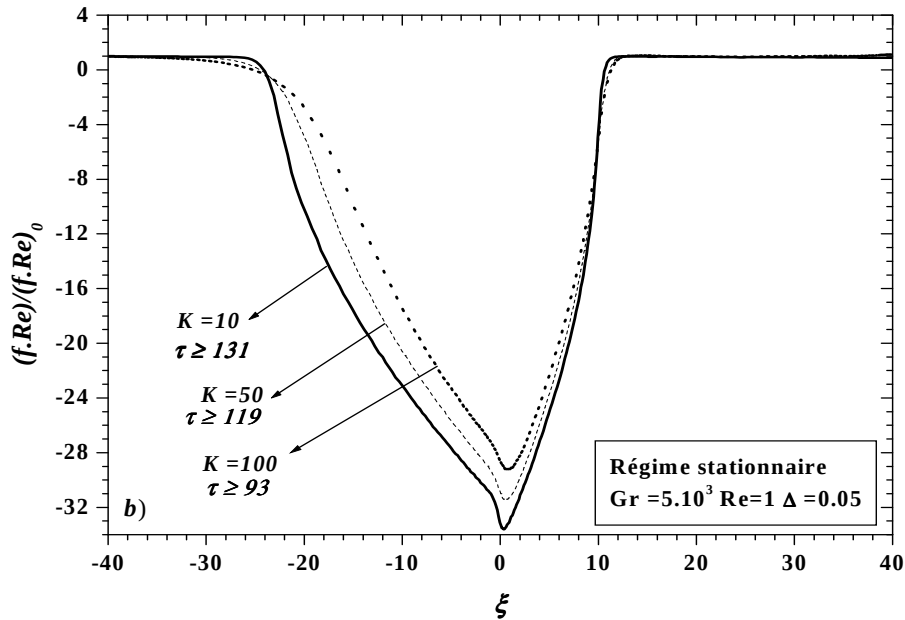


Figure 3.31b. Influence de K ($K=10, 50$ et 100) sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement en régime stationnaire. $Gr=5.10^3$, $Re=1$

3.3.7 Influence des valeurs élevées des nombres de Reynolds et de Grashof

Pour examiner l'effet du rapport des conductivités thermiques K sur l'évolution transitoire des grandeurs dynamiques et thermiques étudiées auparavant dans le cas de Gr et Re élevés, nous présentons pour $Gr = 5.10^5$, $Re = 100$, la distribution axiale de Q_{wi} , figure 3.32, à un instant représentatif du régime transitoire $\tau = 25$ où la convection devient importante.

Au début de la période transitoire, non représentée ici, nous avons constaté que Q_{wi} varie d'une manière similaire à celle relative au cas ($Gr = 510^3$, $Re=1$) pour toutes les valeurs du rapport K .

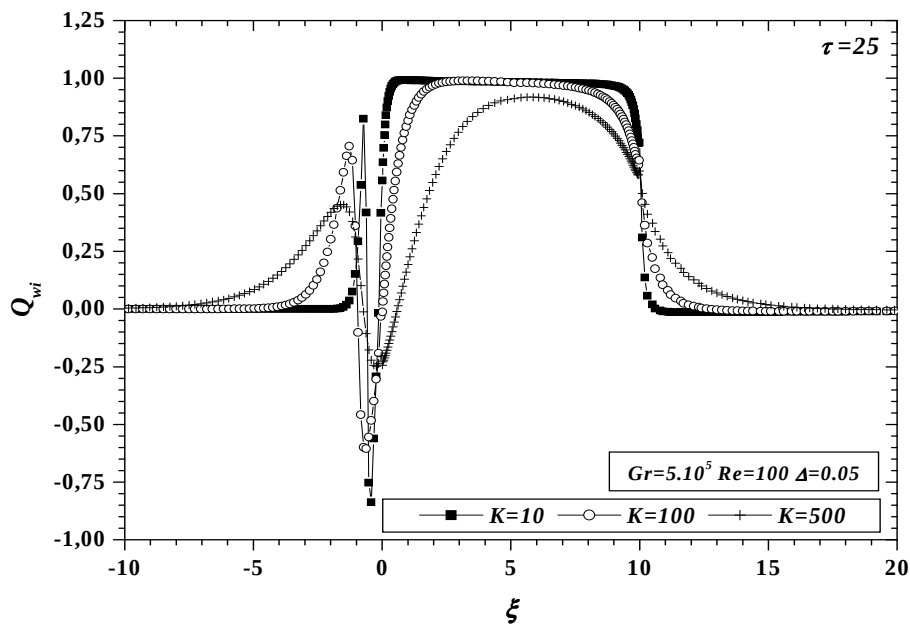


Figure 3.32. Influence de K ($K=10$, 100 et 500) sur la distribution axiale de Q_{wi} à l'instant $\tau=25$, $Gr=5.10^5$, $Re=100$.

Une comparaison de la variation de Q_{wi} dans ce cas (figure 3.32) avec celle relative au cas $Gr=5 \cdot 10^3$, $Re=1$ (figures 3.23b-d) montre que :

- Le temps nécessaire pour l'apparition des maxima et minima de Q_{wi} est plus long : pour le cas $Gr = 5 \cdot 10^3$, $Re=1$ $\tau \leq 2$, alors que pour le cas $Gr = 5 \cdot 10^5$, $Re=100$ $\tau \leq 25$.
- Les valeurs extrêmes de Q_{wi} pour tous les rapports K sont largement supérieures.

On note aussi sur cette figure que pour le cas limite du rapport des conductivités $K=500$, le flux de chaleur pariétal présente des valeurs négatives à l'intérieur même de la section

chauffée, contrairement au cas $Gr = 5 \cdot 10^3$, $Re=1$. En effet, pour cette valeur de Re ($Re=100$) et de Gr ($Gr=5 \cdot 10^5$), Q_{wi} présente aussi des valeurs négatives dans la section chauffée pour les autres rapports de K ($K=10$, 50 et 100) avant l'instant $\tau=25$. Ainsi, comme on peut le constater sur les figures 3.33a et 3.33b, respectivement pour $K=10$ et 500 , le flux de chaleur pariétal est négatif dans la section chauffée, à partir de $\tau > 10$ pour $K=10$, alors que pour $K=500$, il devient négatif à partir de $\tau > 20$. Cette différence entre ces deux valeurs de K est due à l'effet du déphasage thermique.

Rappelons que les valeurs négatives de Q_{wi} indiquent que le transfert de chaleur se fait dans le sens fluide-paroi.

La présence de ces valeurs négatives de Q_{wi} dans la section chauffée dans ce cas ($Gr=5 \cdot 10^5$, $Re=100$), contrairement au cas ($Gr=5 \cdot 10^3$, $Re=1$) est due au fait que le terme de la conduction axiale dans le fluide est négligeable ($Pe = 500$). En effet, au début du régime transitoire, la cellule de recirculation n'est pas encore suffisamment intense pour vaincre les forces exercées par le fluide venant de l'entrée de la conduite ($\xi = -40$). Par conséquent, la cellule reste plus longtemps dans la section chauffée, et s'étend lentement vers la section de postchauffage, (figures 3.34a et 3.34b). Ceci conduit à l'augmentation de la température du fluide à l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$) avec un maximum au voisinage de l'interface paroi-fluide, comme on peut le constater sur la figure 3.35a pour $K=10$ aux instants $\tau=17.5$ et 20 , et sur la figure 3.35b pour $K=500$ à l'instant $\tau=25$. Sur ces figures, on constate que le maximum relatif au cas $K=10$ est plus prononcé et reste plus longtemps que celui relatif au cas $K=500$.

Ce comportement explique les larges valeurs des minimas et maximas et le passage brusque de la valeur minimale à la valeur maximale de Q_{wi} dans ce cas, contrairement au cas des figures 3.23b-d ($Gr=5 \cdot 10^3$, $Re=1$) où la conduction axiale dans le fluide est importante.

Avec le temps, la cellule devient plus intense et commence à s'étendre vers la section de préchauffage. L'énergie cumulée et ainsi évacuée vers la section de préchauffage et par conséquent la disparition du maximum de la température au voisinage de la paroi en $\xi=0$, voir figures 3.35a-b, respectivement à $\tau \geq 25$ et $\tau > 35$.

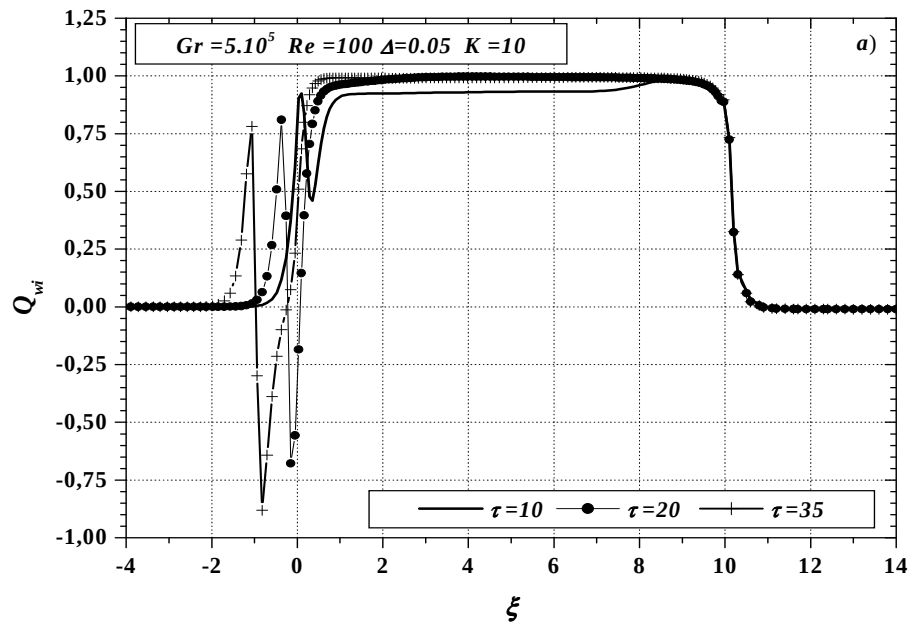


Figure 3.33a. Distribution axiale de Q_{wi} pour $K=10$ aux instants $\tau=10, 20$ et 35 $Gr=5.10^5, Re=100$.

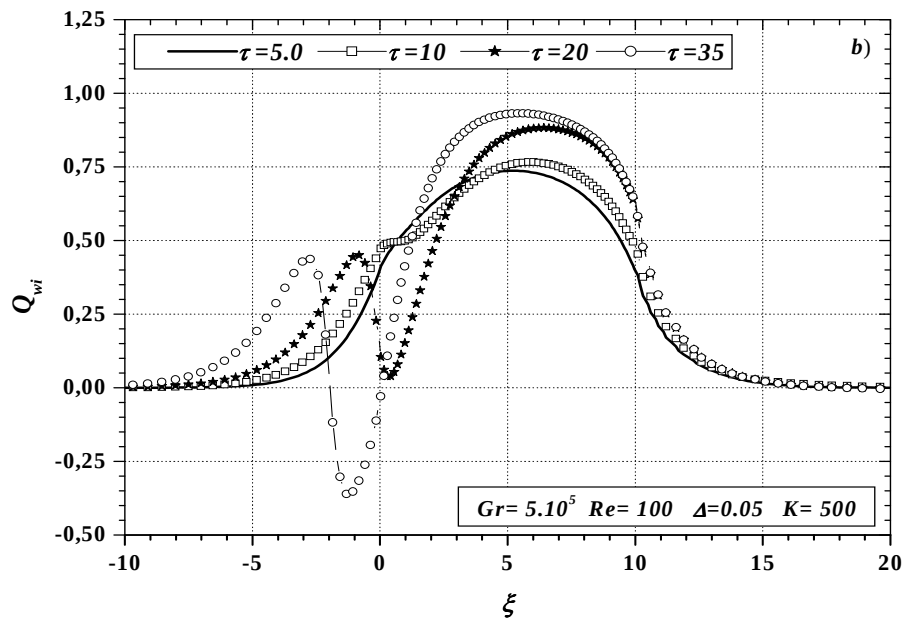
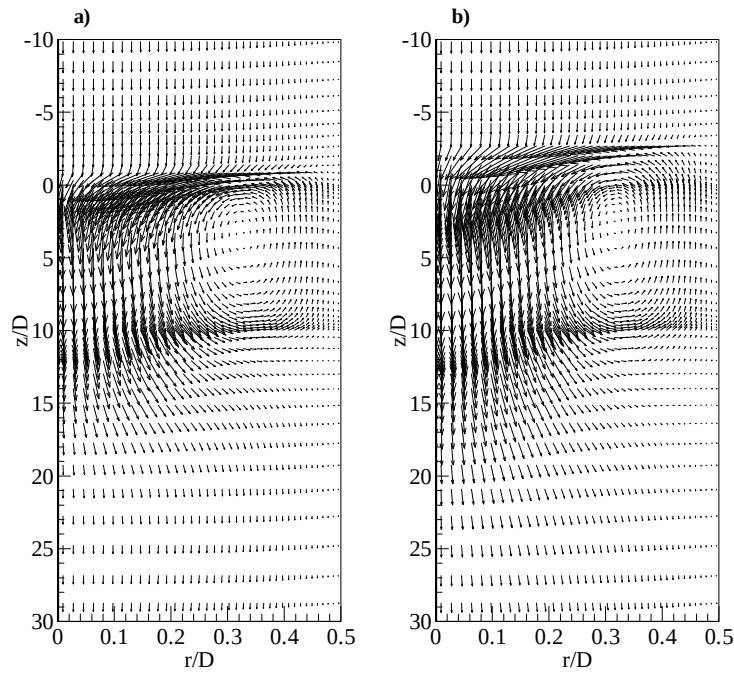


Figure 3.33b Distribution axiale de Q_{wi} pour $K=500$ aux instants $\tau=5, 10, 20$ et 35 $Gr=5.10^5, Re=100$.



Figures 3.34a-b. Champ des vecteurs vitesses : a) $\tau=25$, b) $\tau=50$
 $Gr=5.10^5$, $Re=100$, $K=50$

Sur les figures 3.33a-b, on note aussi que l'apparition du premier minimum et maximum de Q_{wi} est accompagné d'une réduction de ce dernier dans la section chauffée pour les deux valeurs du rapport de K . Avec le temps, la cellule s'étend vers la section de préchauffage entraînant à nouveau une augmentation de Q_{wi} .

D'autres analyses des figures 3.32 et 3.33a-b montrent que les valeurs extrêmes de Q_{wi} décroissent en fonction de K . En effet, aux faibles valeurs de K , la diffusion de chaleur par conduction axiale dans la paroi est lente, alors que l'énergie transférée du fluide chaud contenu dans la cellule à la paroi est diffusée rapidement dans celle-ci pour les larges valeurs de K . Il en résulte une variation moins rapide entre les deux valeurs minimales et maximales du flux de chaleur pariétal, contrairement au cas de faibles valeurs de K .

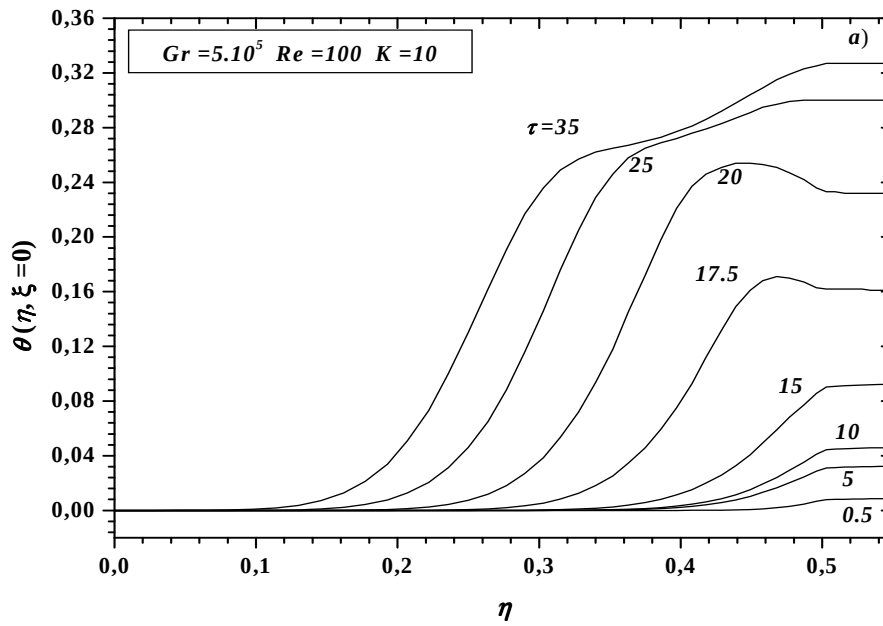


Figure 3.35a. Distribution radiale de températures à l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$) à différents instants de la période transitoire. $Gr=5 \cdot 10^5$, $Re=100$, $K=10$

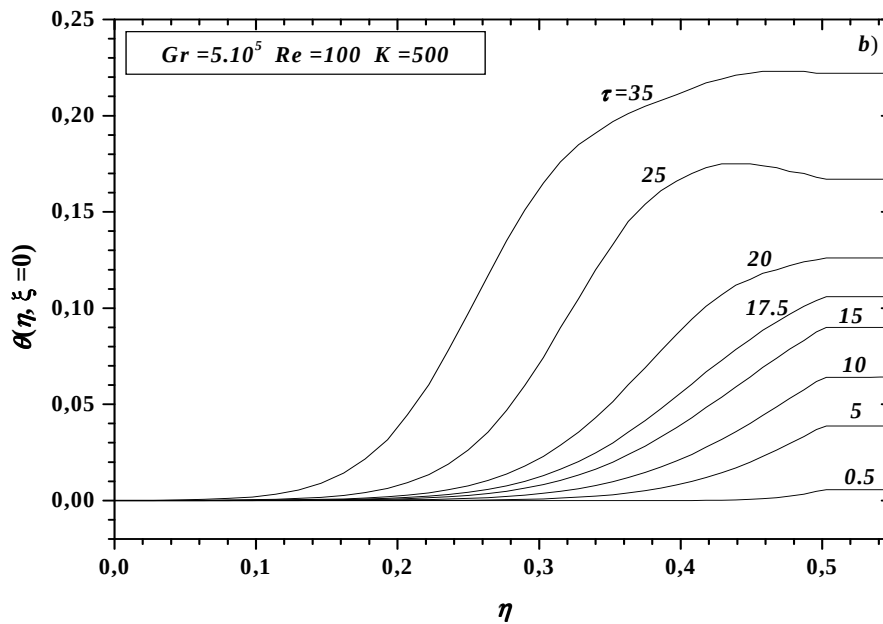


Figure 3.35b. Distribution radiale de températures à l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$) à différents instants de la période transitoire. $Gr=5 \cdot 10^5$, $Re=100$, $K=500$

En régime stationnaire, figure 3.36, et contrairement au cas de la figure 3.28 ($Gr=5.10^3$, $Re=1$), on constate que la vitesse de redistribution du flux de chaleur dans la section de préchauffage croît avec l'augmentation du rapport K . Par conséquent, la quantité d'énergie redistribuée est de plus en plus loin de l'entrée de la section chauffée au fur et à mesure que le rapport K croît. On remarque aussi que le temps nécessaire pour que le système atteigne le régime stationnaire est plus important comparé au cas ($Gr=5.10^3$, $Re=1$). Ceci représente une conséquence directe de l'effet de la conduction axiale. En effet, dans la cas ($Gr=5.10^5$, $Re=100$), la redistribution du flux de chaleur est globalement faite par conduction axiale dans la paroi ($Pe=500$), contrairement au cas ($Gr=5.10^3$, $Re=1$) où cette dernière est faite par la conduction axiale dans la paroi et dans le fluide ($Pe=5$).

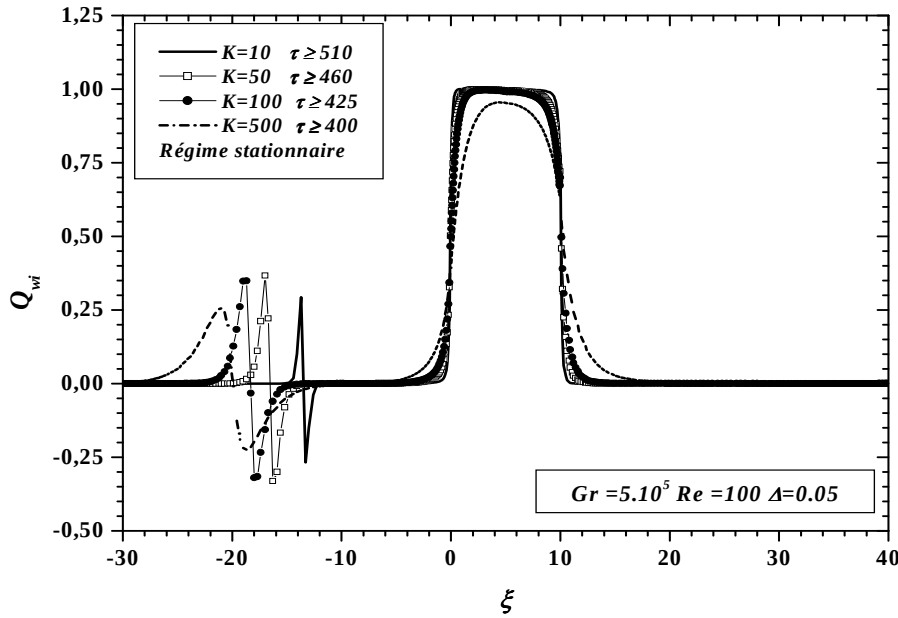


Figure 3.36. Distribution axiale de Q_{wi} en régime stationnaire pour $K=10, 50, 100$ et 500 $Gr=5.10^5$, $Re=100$.

La distribution axiale du rapport des coefficients de frottement pour $Gr=5.10^5$ et $Re=100$ à deux instants représentatifs de la période transitoire et en régime stationnaire, figures 37a-b, montre:

- Un comportement identique à celui correspondant au cas ($Gr=5.10^3$, $Re=1$) au début du régime transitoire.
- Des valeurs locales supérieures à l'unité (>1) dans la section de postchauffage, pendant une période du régime transitoire avant d'entamer une décroissance asymptotique vers la

valeur 1 à la sortie de la conduite, contrairement au cas ($Gr=5.10^3$, $Re=1$) où nous avons constaté l'absence de ces valeurs supérieures à 1 pendant toute la période transitoire.

- En régime stationnaire, le minimum local au voisinage de l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$) est plus prononcé comparé à celui de la figure 3.31b qui croît de façon monotone vers la valeur limite correspondant au cas de la convection forcée au voisinage de l'entrée de la conduite.

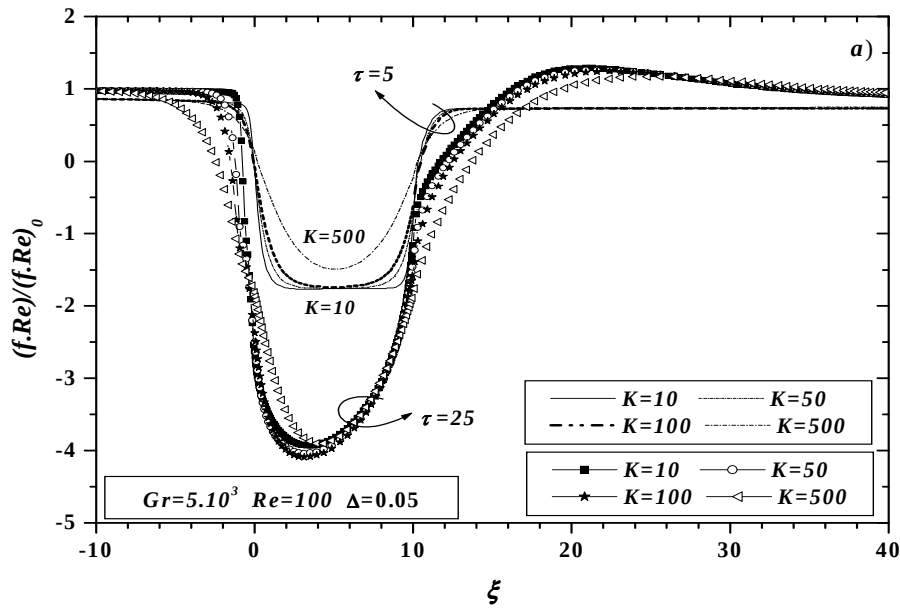


Figure 3.37a. Influence de K ($K=10, 50, 100$ et 500) sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement aux instants $\tau=5$ et 25 . $Gr=5.10^5$, $Re=100$

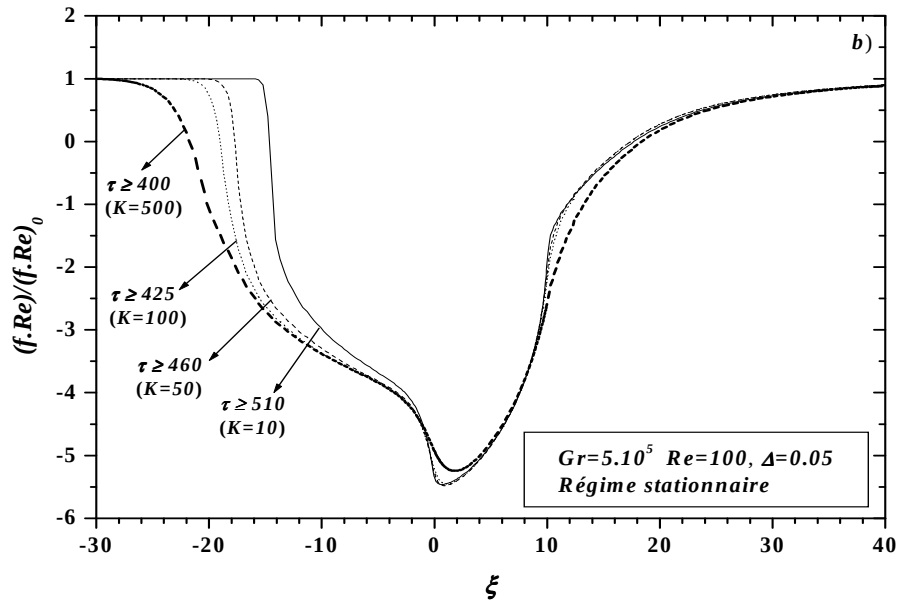


Figure 3.37b. Influence de K ($K=10, 50, 100$ et 500) sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement en régime stationnaire. $Gr=5.10^5$, $Re=100$

Afin de mieux comprendre les caractéristiques du transfert de chaleur par convection mixte transitoire et de montrer que les larges valeurs présentées par Q_{wi} dans la section de préchauffage dans ce cas ($Gr=5.10^5$, $Re=100$) sont dues à un important taux de transfert de chaleur à l'interface paroi-fluide, nous présentons, pour trois positions axiales ($\xi=0$, $\xi=-5$ et $\xi=-10$), l'évolution transitoire de la différence de températures à l'interface paroi-fluide $\Delta\theta_{wi}$, figure 3.38a et celle de Q_{wi} , figure 3.39a.

Il est évident que les larges valeurs des minimas et maximas de Q_{wi} sont dues au large différences de températures $\Delta\theta_{wi}$ à l'interface paroi-fluide. Par ailleurs, on constate aussi que pour chacune des trois positions axiales représentées, $\Delta\theta_{wi}$ et par conséquent Q_{wi} , croît avec le temps, atteint un maximum avant d'entamer une décroissance rapide vers une valeur minimum, et finalement, elle croît asymptotiquement vers la valeur zéro.

Ce comportement de $\Delta\theta_{wi}$ et Q_{wi} est expliqué par le fait que pour chaque positions axiale, le transfert de chaleur au début du régime transitoire, est globalement dominé par conduction dans la paroi. Il en résulte une faible variation de la température du fluide comparée à celle de l'interface. Ainsi, $\Delta\theta_{wi}$ croît avec le temps jusqu'au moment où la cellule de recirculation atteint la position axiale correspondante ($\xi=0$, $\xi=-5$ ou $\xi=-10$). A ce moment, l'énergie véhiculée par la cellule de recirculation devient plus importante

que celle diffusée par conduction dans la paroi à partir des sections adjacentes. Il en résulte des valeurs négatives de $\Delta\theta_{wi}$, et par conséquent de Q_{wi} , indiquant que le sens du transfert est du fluide chaud contenu dans la cellule vers la paroi.

Plus tard, la cellule s'étend d'avantage dans la section de préchauffage. Il en résulte une décroissance de $\Delta\theta_{wi}$, et par conséquent de Q_{wi} , jusqu'à la valeur zéro. Ceci est dû au fait que lorsque la cellule de recirculation dépasse une position axiale donnée ($\xi=0$, $\xi=-5$ ou $\xi=-10$), elle se comporte comme un isolant comme nous l'avons expliqué auparavant pour le cas ($Gr=5.10^3$, $Re=1$).

Les figures 3.38b et 3.39b donnent, respectivement l'évolution transitoire de $\Delta\theta_{wi}$ et de Q_{wi} dans les mêmes conditions que le cas précédent pour $Re=50$. On constate que la décroissance du nombre de Re entraîne la décroissance des valeurs extrêmes de $\Delta\theta_{wi}$ et de Q_{wi} . Ceci est dû au fait que lorsque le nombre de Re décroît, les forces exercées par l'écoulement principal, venant de l'entrée de la conduite, sur la cellule de recirculation décroissent à leurs tour. Par conséquent, la cellule de recirculation s'étend plus rapidement vers la section adiabatique de préchauffage, comme on le constate sur la figure 39b. Ainsi, l'énergie cumulée à chaque position axiale est moindre.

On note aussi pour le cas $Re=50$ $\Delta\theta_{wi}$ et par conséquent Q_{wi} présentent des valeurs positives en $\xi=0$, contrairement au cas $Re=100$. Il en résulte des valeurs positives du flux de chaleur pariétal le long de la section chauffée pour $Re=50$.

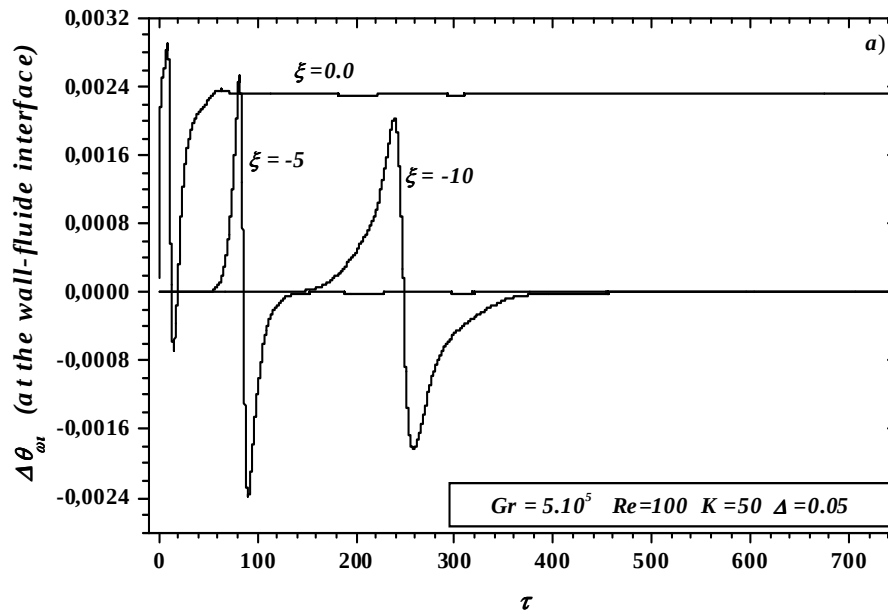


Figure 3.38a. Evolution transitoire de la différence de températures $\Delta\theta_{wi}$ à l'interface paroi-fluide en $\xi=0, -5$ et $\xi=-10$. $Gr=5.10^5$, $K=50$, $Re=100$

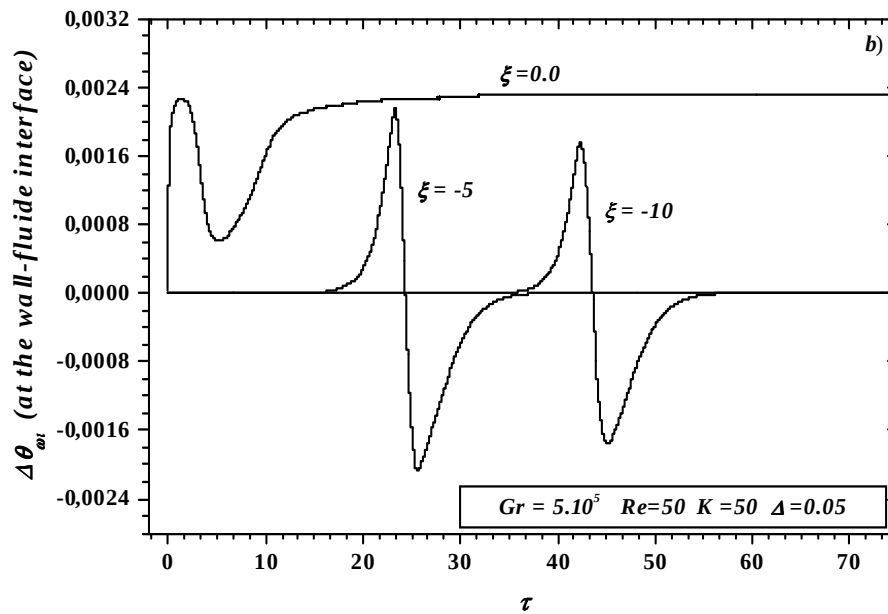


Figure 3.38b. Evolution transitoire de la différence de températures $\Delta\theta_{wi}$ à l'interface paroi-fluide en $\xi=0, -5$ et $\xi=-10$. $Gr=5.10^5$, $K=50$, $Re=50$

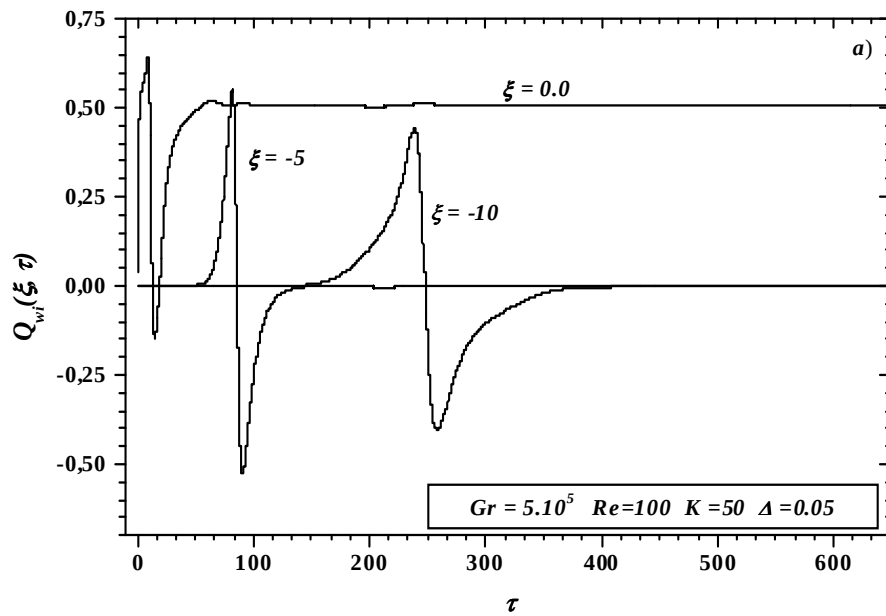


Figure 3.39a. Evolution transitoire du flux de chaleur pariétal Q_{wi} en $\xi=0, -5$ et $\xi=-10$. $Gr=5.10^5$, $K=50$, $Re=100$

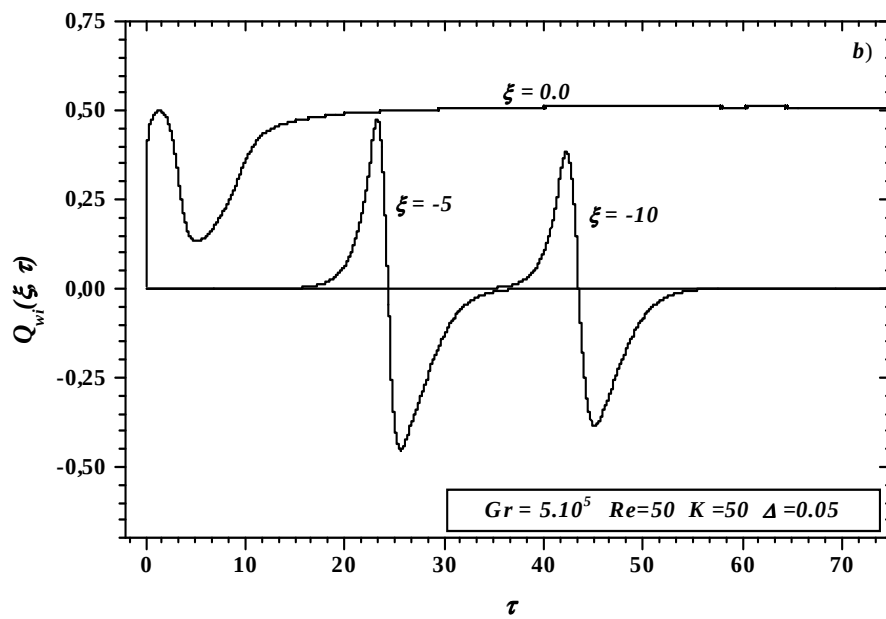


Figure 3.39b. Evolution transitoire du flux de chaleur pariétal Q_{wi} en $\xi=0, -5$ et $\xi=-10$. $Gr=5.10^5$, $K=50$, $Re=50$

3.3.7.1 Observations sur le maximum de la distribution radiale de la température dans la section de préchauffage

Le maximum de la distribution radiale de température au voisinage de la paroi observé précédemment à l'entrée de la section chauffée pendant une faible période du régime transitoire à été aussi observé dans la section de préchauffage.

En effet, pour chaque position axiale, la température radiale présente une distribution similaire à celle qu'on peut observer en convection forcée (absence de l'effet de la cellule de recirculation), voir figures 3.40a ($\xi=-5$) et 3.40b ($\xi=-10$) pour la distribution radiale de température et figures 3.41a-b et 3.41c-d pour le champ des vecteurs vitesses, respectivement à $\tau = 80$ et 180 . Les figures 3.41b et 3.41d, représentent un agrandissement des zones situées entre $-5 \leq \xi \leq 0$ et entre $-15 \leq \xi \leq -5$.

Sur les figures 3.41a-d, on constate que le profil de vitesse aux positions axiales $\xi=-5$ et $\xi=-10$ est parabolique, indiquant que la cellule de recirculation n'as pas encore atteint ces deux positions axiales. Par conséquent, la distribution radiale de température est similaire à celle de la convection forcée.

Au moment où la cellule de recirculation atteint l'une des deux positions axiales ($\xi=-5$ ou $\xi=-10$), le profil de température radiale subit une déformation au voisinage de la paroi, représentée par un maximum, figures 3.40a-b, respectivement à $\tau=90$ et $\tau=190$. Ce dernier subsiste tant que la cellule n'a pas encore dépassée la position axiale en question.

Avec le temps, la cellule remonte dans la section de préchauffage, figures 3.42a-b, et ce pour les raisons que nous avons évoquées précédemment, conduisant ainsi à l'évacuation de l'énergie cumulée au voisinage de la paroi. En conséquence, ces maximas de température, relatifs à chaque position axiale, subissent une décroissance et finissent par disparaître complètement avec le temps, figures 3.40a-b, respectivement à partir de $\tau > 100$ et $\tau > 210$.

Plus tard, $\tau \geq 110$ (figure 3.40a) et $\tau \geq 250$ (figure 3.40b), la distribution radiale de température au voisinage de la paroi présente un profil plat, indiquant que le gradient de température entre la paroi et le fluide est, presque nul. Ceci est dû au fait que lorsque la cellule de recirculation dépasse une position axiale donnée, elle se comporte comme un isolant entre la paroi et le fluide. Sur les figures 3.43a-b ($\tau=110$) et 3.43c-d ($\tau=250$),

représentant le champ des vecteurs vitesses, on voit bien que la zone de renversement a déjà dépassée les deux positions axiales $\xi=-5$ et $\xi=-10$.

Notons que ce profil plat, au voisinage de la paroi, se maintient jusqu'au régime stationnaire pour chaque position axiale de la section de préchauffage atteinte par la cellule.

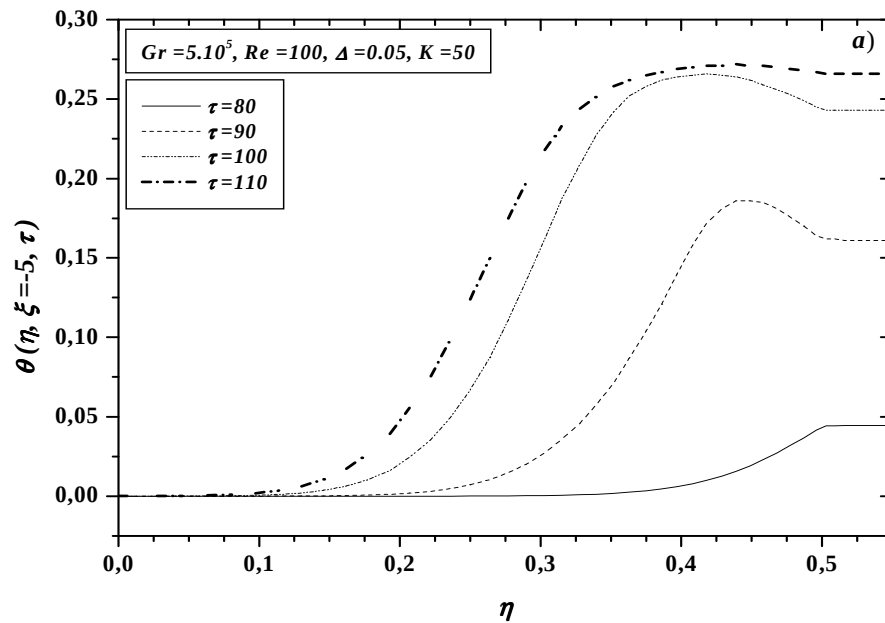


Figure 3.40a. Distribution de la température radiale en $\xi=-5$ pour différents instants du régime transitoire.

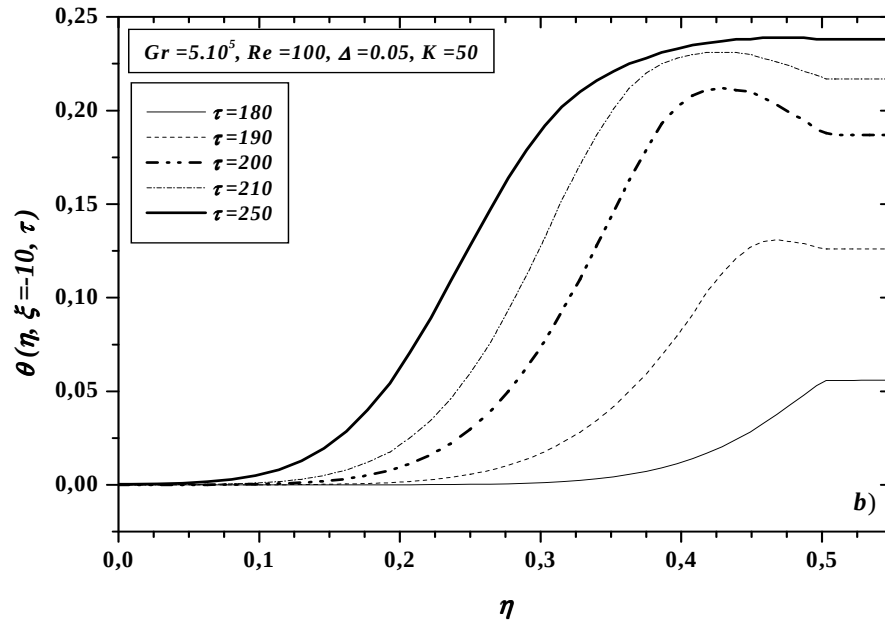
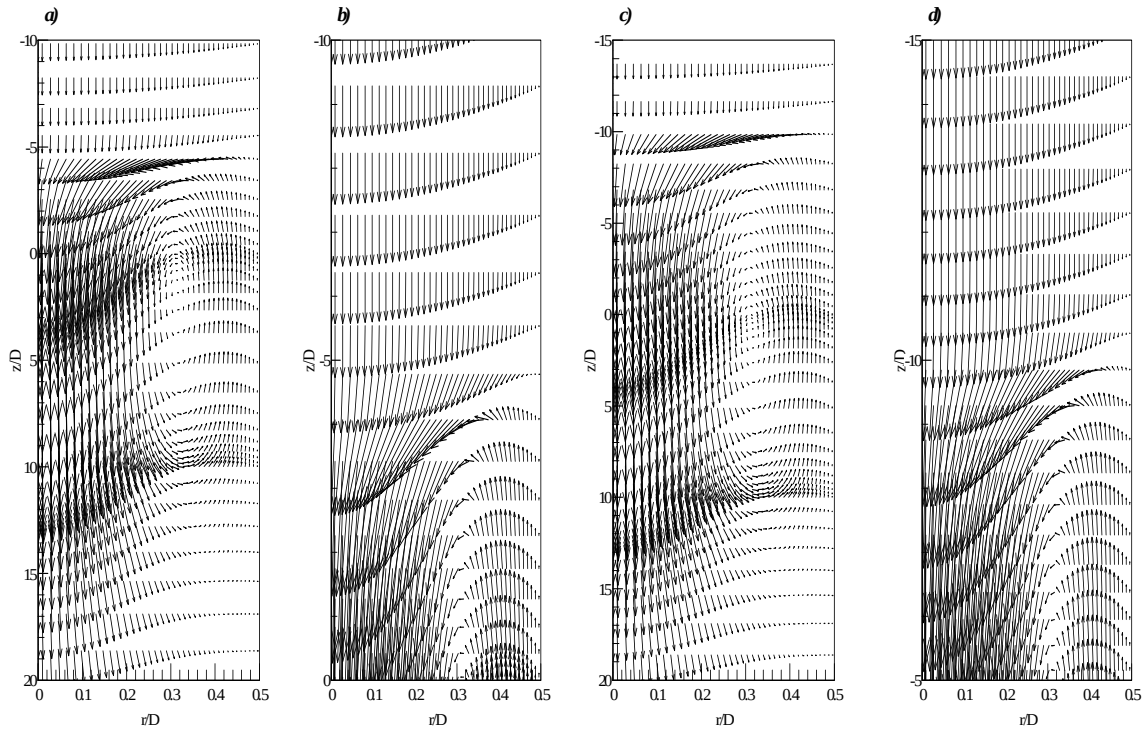
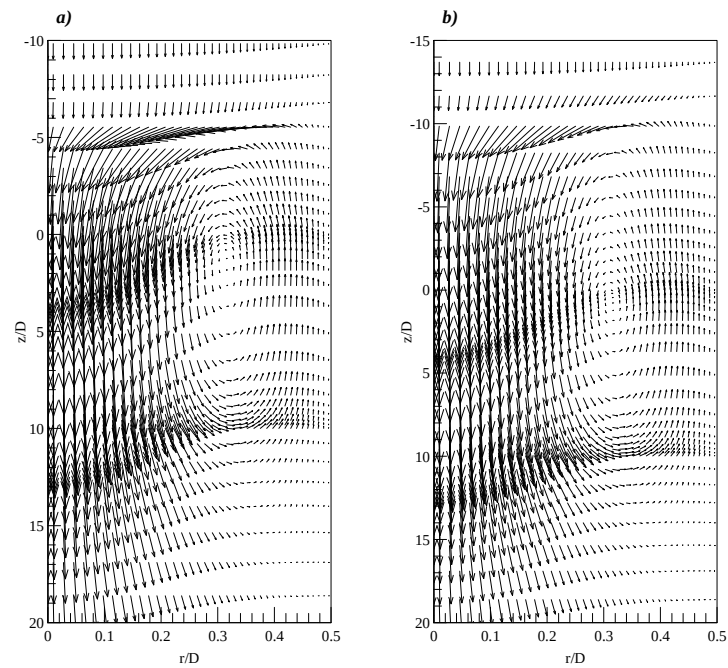


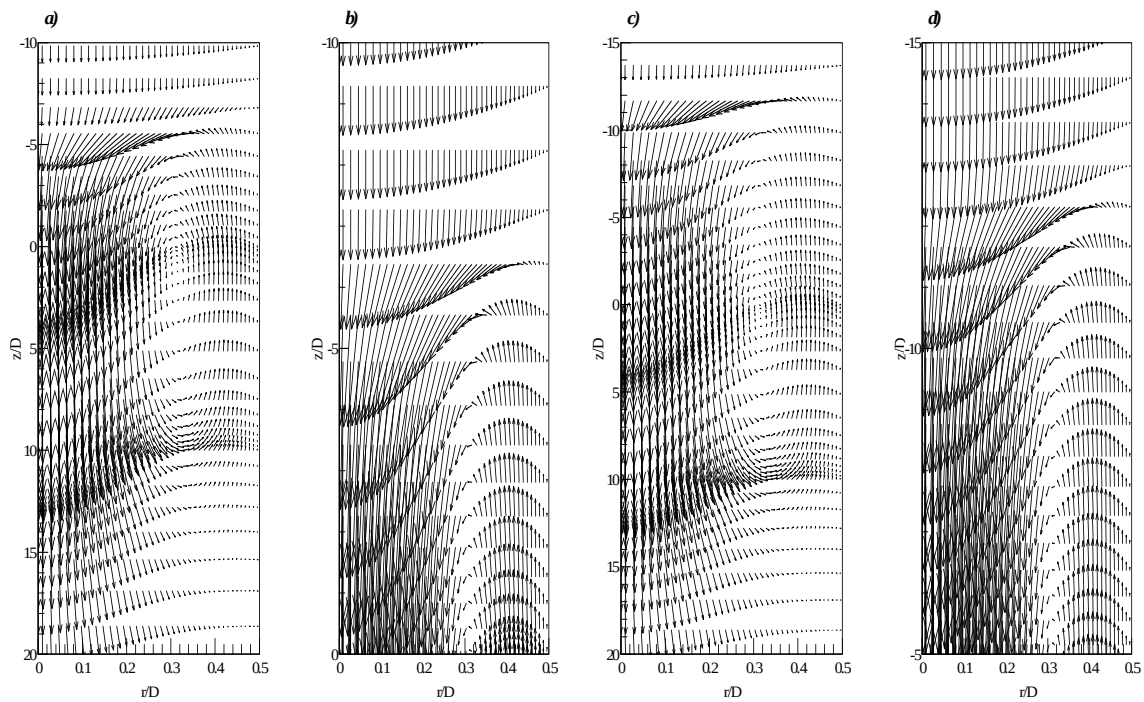
Figure 3.40b. Distribution de la température radiale en $\xi=-10$ pour différents instants du régime transitoire.



Figures 3.41a-d. Champ des vecteurs vitesses pour deux instants du régime transitoire
a-b) Champ des vecteurs vitesses et agrandissement de la zone $-5 \leq \xi \leq 0$ à $\tau=80$
c-d) Champ des vecteurs vitesses et agrandissement de la zone $-15 \leq \xi \leq -5$ à $\tau=180$



Figures 3.42a-b. Champ des vecteurs vitesses pour deux instants du régime transitoire
a) $\tau=100$ b) $\tau=210$.



Figures 3.43a-d. Champ des vecteurs vitesses pour deux instants du régime transitoire :
a-b) Champ des vecteurs vitesses et agrandissement de la zone $-5 \leq \xi \leq 0$ à $\tau=110$
c-d) Champ des vecteurs vitesses et agrandissement de la zone $-15 \leq \xi \leq -5$ à $\tau=250$

3.3.7.2 Observations sur le maximum de la température radiale dans la section chauffée

L'analyse des résultats numériques a montrée que l'évolution en fonction du temps de la distribution radiale de température dans la section chauffée est différente de celle dans la section adiabatique, à l'exception des premiers instants du régime transitoire. En effet, pendant les premiers instants du régime transitoire où le transfert de chaleur est globalement dominé par la conduction radiale, nous avons constaté que l'écoulement correspond au cas de la 'convection forcée pure' sans l'effet de la convection naturelle, comme le montre la distribution radiale de la vitesse axiale à $\tau=0.5$, figure 3.44. Sur la figure 3.45, représentant la distribution radiale de la température au même instant, on constate, comme pour le cas de la section de préchauffage, un profil similaire à celui de la convection forcée.

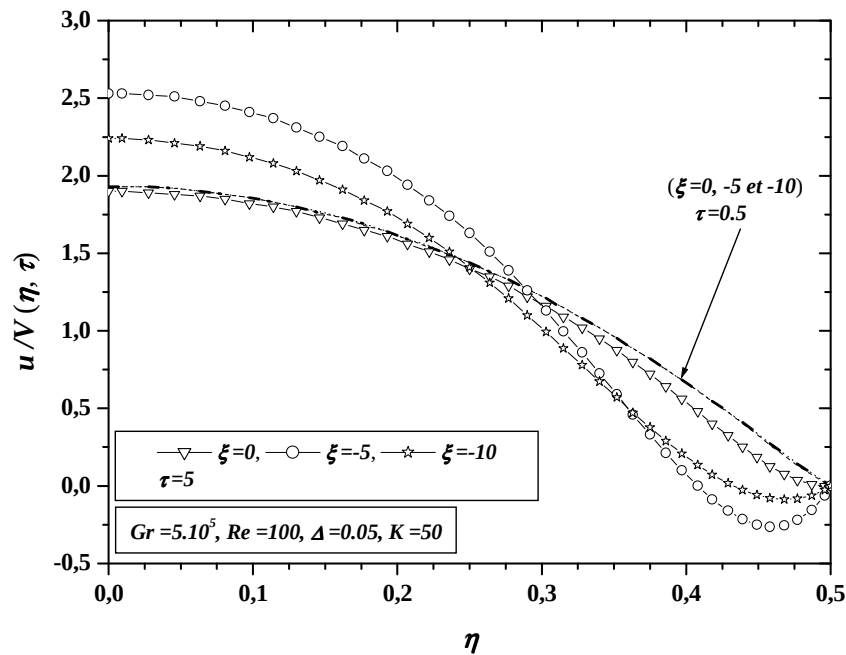


Figure 3. 44. Distribution radiale de la vitesse axiale à l'intérieur de la section chauffée pour deux instants de la période transitoire.

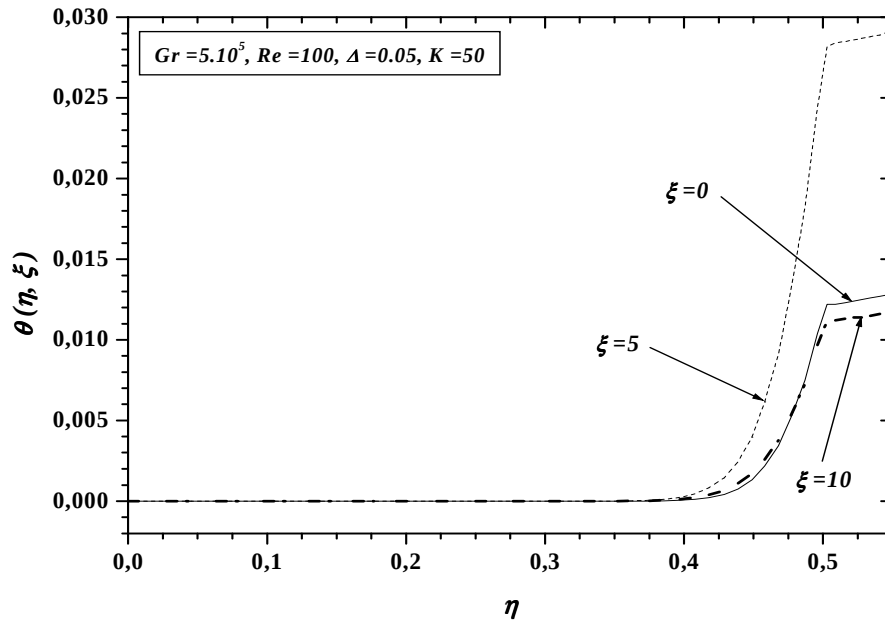


Figure 3.45. Distribution radiale de la température à l'intérieur de la section chauffée à l'instant $\tau=0.5$.

Avec le temps, l'énergie transférée à l'interface paroi-fluide croît et les effets de la convection naturelle près de la paroi commence à apparaître et agissent sur l'écoulement principal descendant, en particulier au milieu et à la sortie de la section chauffée. Il en résulte en une décélération du fluide près de la paroi compensée par une accélération au centre de la conduite, de façon à satisfaire la conservation de l'équation de continuité, figure 3.44 à $\tau=5$. A cet instant, où la vitesse axiale au milieu de la section chauffée est négative, et où le gradient de la vitesse axiale à la sortie de la section chauffée est nul, il n'y a pratiquement aucun effet notable sur la distribution radiale de la température, figure 3.46.

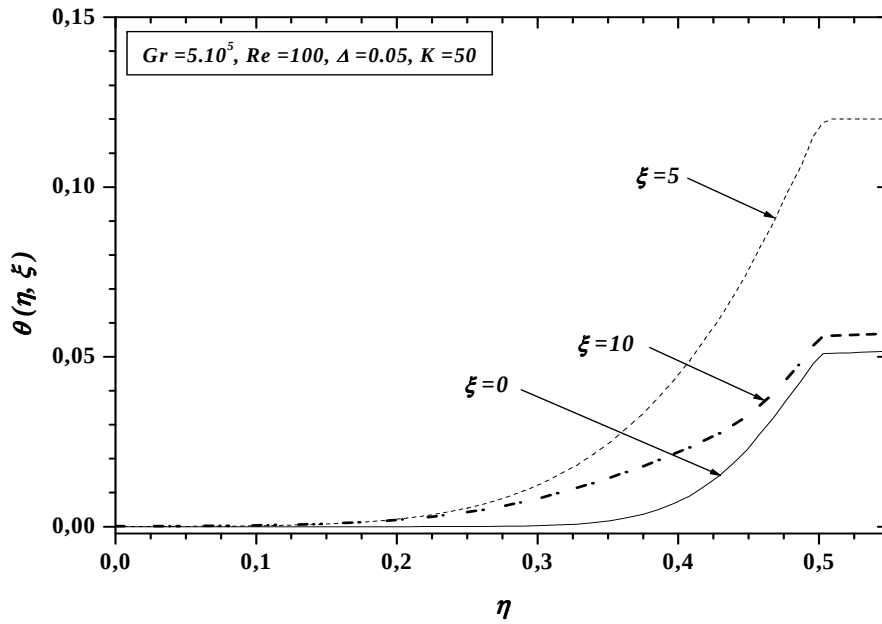


Figure 3.46. Distribution radiale de la température à l'intérieur de la section chauffée à l'instant $\tau=5$.

Quand le temps croît d'avantage, les valeurs négatives de la vitesse axiale au voisinage de la paroi deviennent plus visibles, et l'épaisseur de la zone de renversement de l'écoulement croît considérablement, figure 3. 47. La présence de ce renversement de l'écoulement près de la paroi a fortement déformé le profil radial de température. Ainsi, à l'entrée de la section chauffée, on constate un maximum local au voisinage de la paroi (observé précédemment) et un minimum local près de l'axe de la conduite. Au milieu et à la sortie de la section chauffée, le profil de température présente deux minimums locaux, figure 3. 48.

Pour $\tau > 17.5$, la cellule de recirculation s'étend en amont vers la section de préchauffage, figures 3. 49a-b, conduisant à la disparition du maximum local du profil de température à l'entrée de la section chauffée; indiquant ainsi la fin de la période où le transfert de chaleur, au voisinage de l'entrée de la section chauffée, est dirigé du fluide vers la paroi. Après cette période, et jusqu'au régime stationnaire, le profil de température le long de la section chauffée, présente deux minimas locaux : le premier observé au centre de la conduite et le second localisé au voisinage de la paroi, figure 3.50 ($\tau=100$). Il en résulte un transfert de chaleur dirigé de la paroi au fluide, le long de la section chauffée.

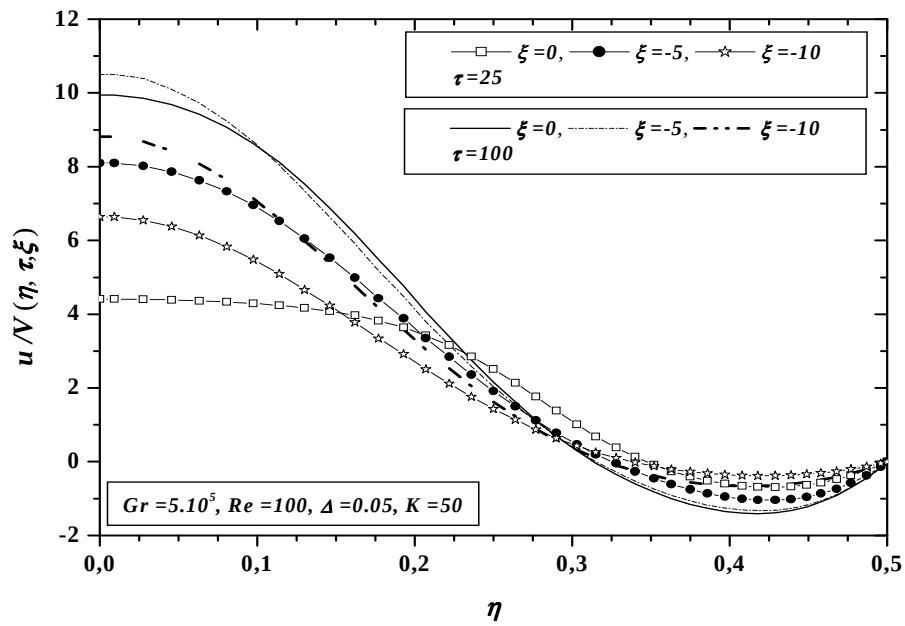


Figure 3. 47. Distribution radiale de la vitesse axiale à l'intérieur de la section chauffée pour deux instants $\tau=25$ et 100 .

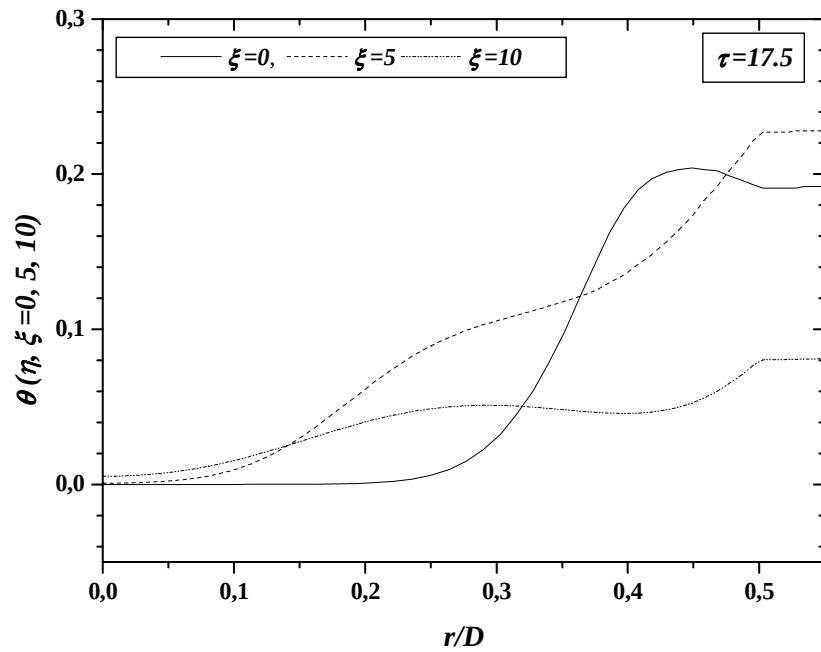
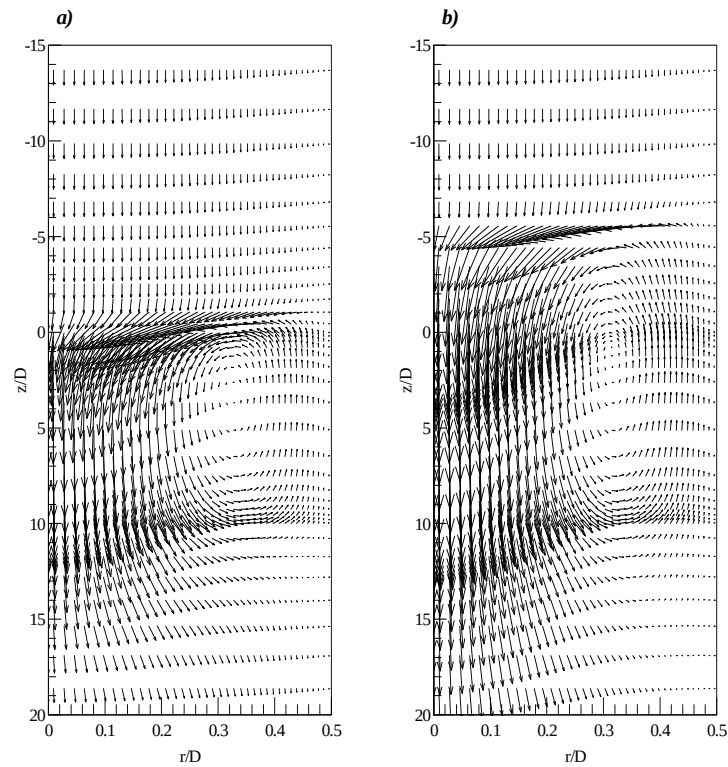


Figure 3. 48. Distribution radiale de la température à l'intérieur de la section chauffée à l'instant $\tau=17.5$.



Figures 3. 49a-b. Champ des vecteurs vitesses pour deux instants du régime transitoire
a) $\tau=25$, b) $\tau=100$.

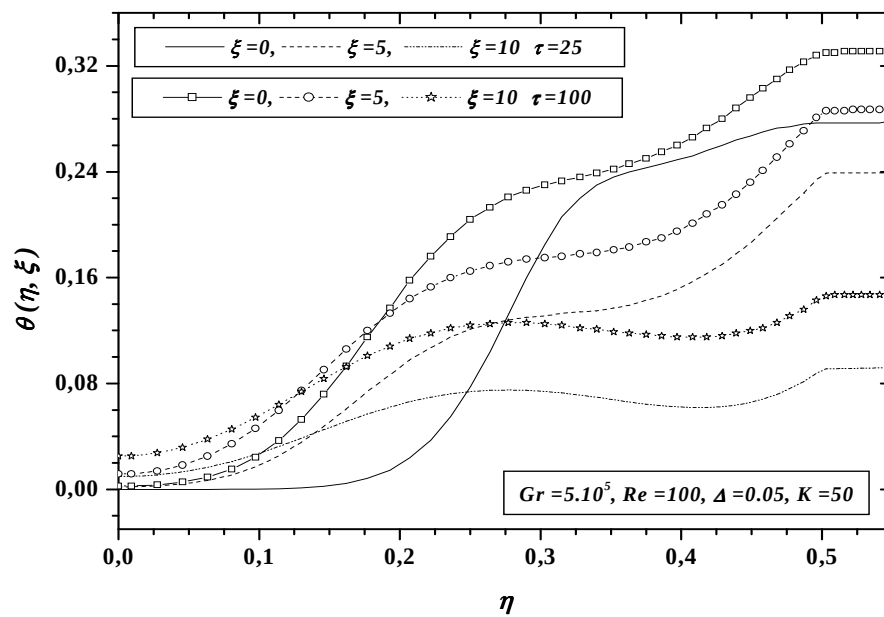


Figure 3. 50. Distribution radiale de la température à l'intérieur de la section chauffée à $\tau=25$ et 100.

De tel comportement (présence de deux minimas locaux) du profil de la distribution radiale de température dans ce cas, est dû au fait que la cellule de recirculation apporte le fluide plus froid de l'espace adjacent à la fin de la cellule de recirculation ($\xi \geq 10$) et l'injecte dans la section chauffée. Il en résulte de faibles valeurs de la température sur une large zone de la section transversale en $\xi=10$ comparées à celles en $\xi=5$ et $\xi=0$, (figure 3.50). Au fur et à mesure que le fluide se dirige vers l'entrée de la section chauffée ($\xi=0$), la température radiale augmente pour atteindre sa valeur maximale à cette dernière position axiale. Ceci peut être expliqué par le fait que le fluide qui est piégé à l'intérieur de la région de l'écoulement renversée, est continuellement chauffé par la chaleur provenant de la surface extérieure de la paroi. Une tendance semblable a été trouvée par **Nguyen et al.** [51].

Notons que sur une faible zone de la section transversale, la température radiale en $\xi=10$, est légèrement supérieure à celle correspondante aux sections $\xi=5$ et 0 . Ceci est le résultat direct du contact permanent du début de la cellule de recirculation avec le fluide froid, venant de l'entrée de la conduite.

Il est aussi constaté à l'instant $\tau=0.5$, figure 3.45, que la température de la paroi en $\xi=0$, est supérieure à celle obtenue en $\xi=10$, alors qu'à l'instant $\tau=5$, figures 3.46, on constate l'inverse. Avec le temps, on s'aperçoit que la température radiale en $\xi=0$ est de nouveau supérieure à celle en $\xi=10$ sur une large zone de la section transversale; soit environ entre $0.2 \leq \eta \leq 0.55$, figure 3.50.

Ceci s'explique par le fait qu'au début du régime transitoire ($\tau \leq 0.5$), le transfert de chaleur se fait en l'absence de l'effet du terme de la convection naturelle et, qu'en amont de la section chauffée, on retrouve du fluide plus froid, ce qui favorise le transfert de chaleur dans cette direction. Peu de temps après, l'effet de la convection naturelle commence à apparaître, entraînant une diminution de la vitesse axiale au voisinage de la paroi (figure 3.44 à $\tau=5$), beaucoup plus importante en $\xi=10$ qu'en $\xi=0$, conduisant ainsi à une augmentation de la température en $\xi=10$. Plus tard, l'intensité de la cellule s'accroît, donnant lieu à une extension importante vers la section de préchauffage et par conséquent à une importante évacuation d'énergie vers l'entrée de la section chauffée. En conséquence, la température en $\xi=0$ est supérieure à celle en $\xi=10$.

3.4 Influence du rapport de l'épaisseur de la paroi au diamètre hydraulique Δ

3.4.1 Flux de chaleur pariétal

Afin d'examiner l'influence du rapport de l'épaisseur de la paroi au diamètre hydraulique Δ sur le flux pariétal, nous présentons sur les figures 3.51a-c, les résultats obtenus pour différentes valeurs du paramètre Δ et à différents instants du régime transitoire.

Ces figures montrent que les valeurs du flux de chaleur pariétal dans la section chauffée décroissent en fonction de paramètre Δ . Ceci est dû au fait qu'aux faibles valeurs de Δ , la résistance thermique et la capacité calorifique de la paroi sont plus faibles; la chaleur fournie à la surface externe est ainsi facilement transférée au fluide. En amont et en aval de la section chauffée, la diffusion de la chaleur augmente avec l'augmentation de Δ .

Notons qu'à l'instant $\tau=5$, figure 3.51a, le transfert de chaleur est globalement dominé par conduction, en l'absence de maximum et de minimum de Q_{wi} au voisinage de $\xi=0$.

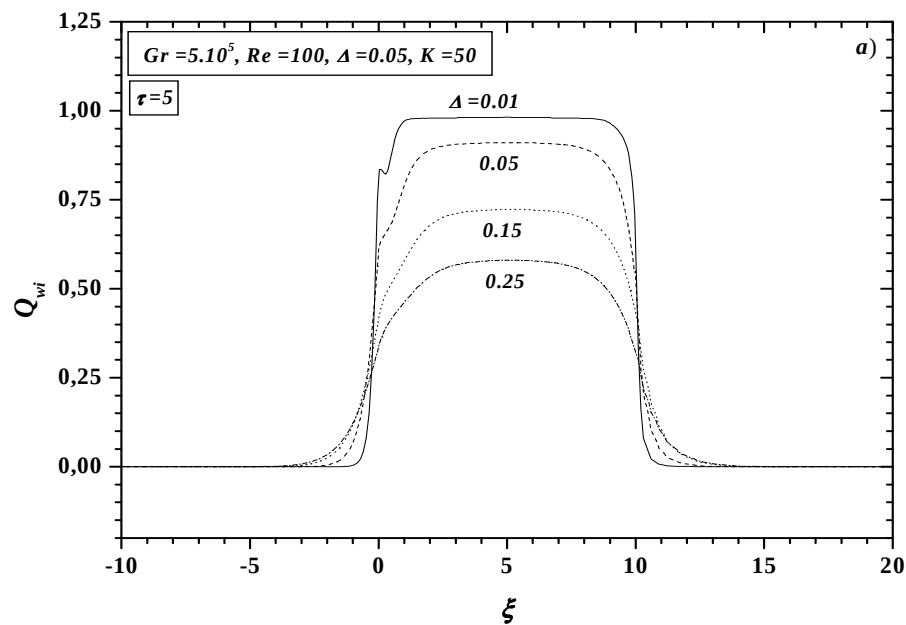


Figure 3.51a Distribution axiale du flux de chaleur pariétal pour différentes valeurs du paramètre Δ

Peu de temps après, figure 3.51b, les effets de convection deviennent importants et nous assistons, comme vu précédemment, à une importante redistribution de l'énergie

fournie au système au voisinage immédiat de l'entrée de la section chauffée. A ce même instant, le flux de chaleur pariétal est négatif dans la section chauffée pour Δ égale à 0.15 et 0.25. De tel comportement est attribué, comme nous l'avons expliqué lors de l'étude de l'effet des rapports des conductivités, aux larges valeurs de la capacité calorifique et de la résistance thermique. Ainsi à cette période du régime transitoire, l'énergie évacuée par la cellule de recirculation, est supérieure à celle transmise à l'interface paroi-fluide à travers la paroi. Il en résulte un échange de chaleur dans le sens fluide-paroi.

On remarque encore que plus Δ augmente, plus les valeurs des maxima et minima diminuent, et plus la surface d'échange de chaleur entre le fluide et la paroi augmente. Ces résultats sont une conséquence directe de l'effet de la conduction axiale.

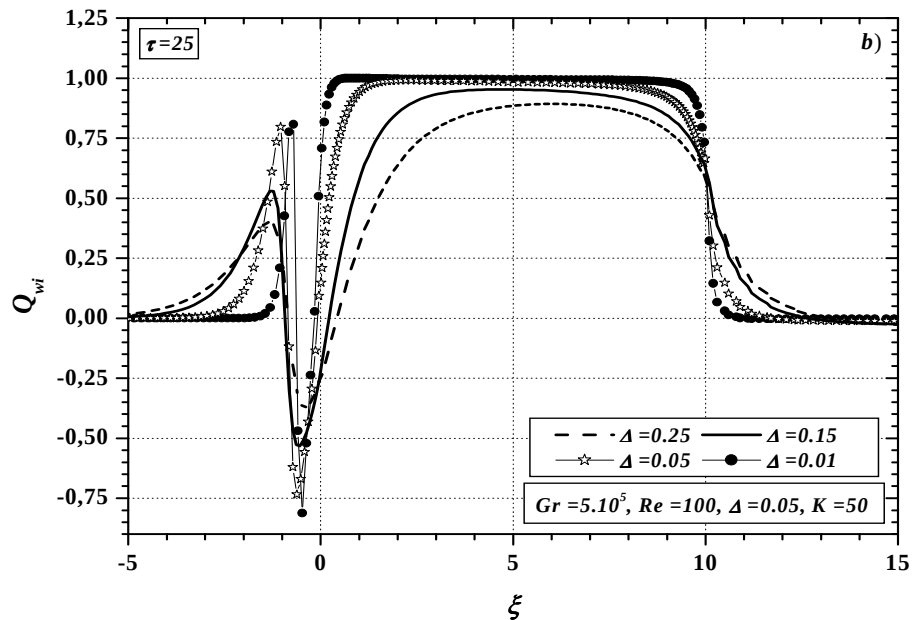


Figure 3.51b. Distribution axiale du flux de chaleur pariétal pour différentes valeurs du paramètre Δ à l'instant $\tau=25$

Quant le temps croît d'avantage, le déphasage entre les différentes courbes croît d'une manière considérable. Ainsi, sur la figure 3.51c, on constate que plus la valeur du paramètre Δ diminue, plus la redistribution du flux de chaleur appliqué se rapproche de l'entrée de la section chauffée.

Ce comportement se poursuit jusqu'au régime stationnaire, non représenté ici, à cause d'une trop longue section de préchauffage pour les cas $\Delta=0.15$ et 0.25.

Notons, enfin que le temps mis par le système pour atteindre le régime stationnaire croît avec les valeurs du paramètre Δ .

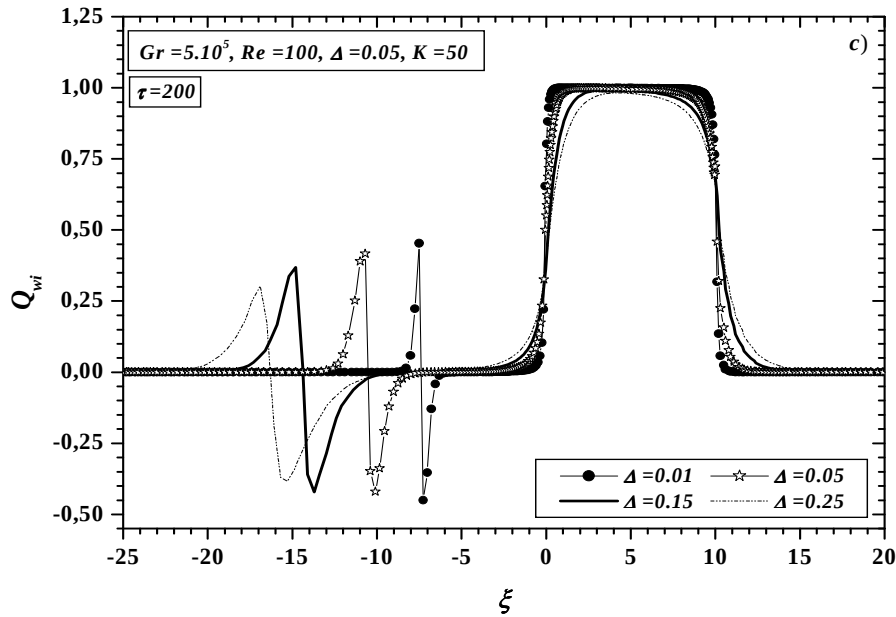


Figure 3.51c. Influence du paramètre Δ sur la distribution axiale du flux de chaleur pariétal à l'instant $\tau=200$

3.4.2 Rapport des coefficients de frottement

Pour deux valeurs extrêmes du rapport de l'épaisseur de la paroi au diamètre hydraulique Δ et pour les mêmes instants que ceux correspondants au cas du flux de chaleur pariétal, nous présentons, sur les figures 3.52a-b l'évolution axiale du rapport du coefficient de frottement.

A travers ces deux figures, nous constatons qu'au temps $\tau=5$ (figures 3.52a), le coefficient de frottement dans la section chauffée relatif à $\Delta=0.01$ présente une déformation supérieure à celle correspondante à $\Delta=0.25$. Ceci est dû au fait que la quantité d'énergie transférée à l'interface paroi-fluide pour $\Delta=0.01$ est plus importante que celle relative à $\Delta=0.25$ (figures 3.51a). En conséquence, l'effet de la convection naturelle est plus important. En dehors de la section chauffée, les deux courbes sont superposées.

Avec le temps, la déformation relative à $\Delta=0.25$ devient plus prononcée que celle de $\Delta=0.01$ dû aux effets de l'inertie thermique du système et du terme de la conduction axiale. Ainsi, à l'instant $\tau=25$, on constate qu'à l'entrée et à la sortie de la section chauffée, la

déformation du coefficient de frottement pour $\Delta = 0.25$ est supérieure à celle relative à $\Delta = 0.01$.

Ce comportement se poursuit jusqu'au régime stationnaire avec des déformations de plus en plus importantes au fur et à mesure que les valeurs de Δ augmentent, en particulier dans la section de préchauffage, comme on peut le constater sur la figures 3.52b. Loin de la sortie de la section chauffée, les différentes courbes se rejoignent, indiquant que le système tend vers un régime établi caractérisé par un rapport du coefficient de frottement égal à 1, correspondant au cas de la convection forcée.

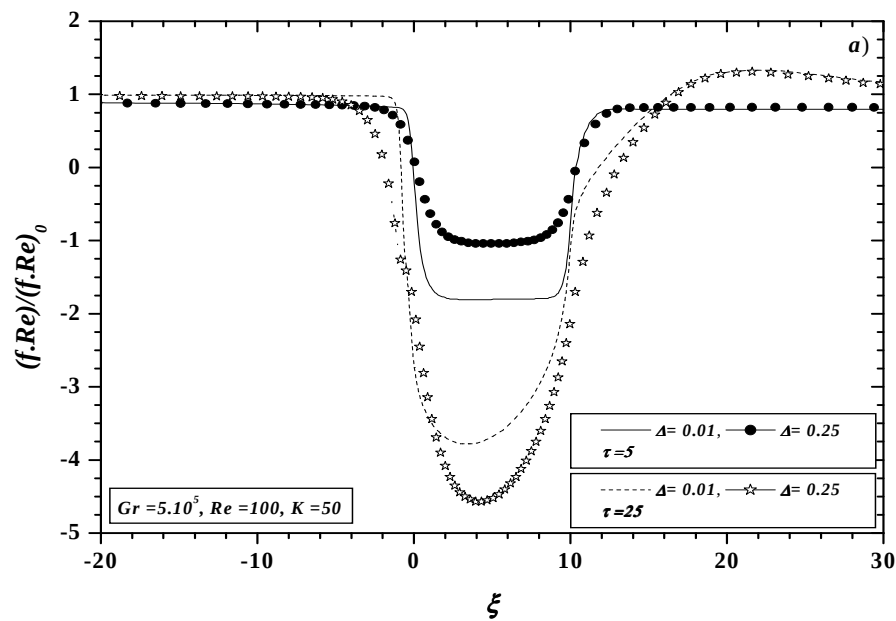


Figure 3. 52a. Influence du paramètre Δ sur la distribution axiale du rapport des coefficients de frottement aux instants $\tau = 5$ et $\tau = 25$.

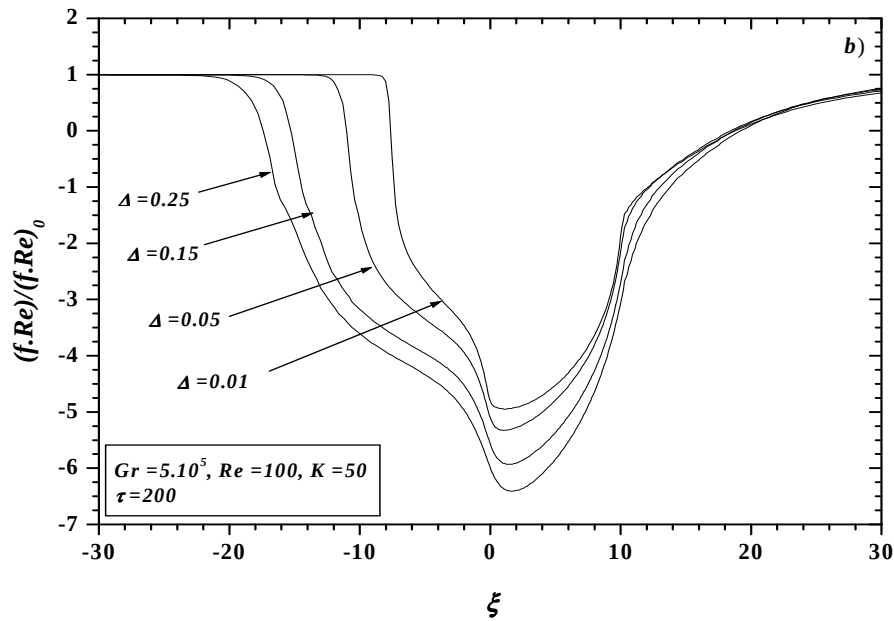


Figure 3. 52b. Distribution axiale du rapport des coefficients de frottement à l'instant $\tau=200$ pour différentes valeurs du paramètre Δ

3.4.3 Distribution radiale de température à l'entrée de la section chauffée

Sur les figures 3.53a et 3.53b, on présente la distribution radiale de température à l'entrée de la section chauffée, pour deux valeurs du paramètre Δ et pour différents instants du régime transitoire, représentant le développement et la disparition du maximum de température à cette position axiale.

Sur ces deux figures, on s'aperçoit que le développement des maxima correspondant à $\Delta=0.01$ est plus prononcé. Ainsi à $\tau=21$, la valeur maximale atteinte par la température radiale est supérieure à 0.26 pour $\Delta=0.01$, alors que pour $\Delta=0.25$ elle est de l'ordre de 0.18.

On constate aussi que ces maxima durent plus longtemps pour $\Delta=0.25$ que pour $\Delta=0.01$. Ces résultats représentent aussi une conséquence directe de l'effet de la capacité calorifique et de la conduction axiale dans la paroi.

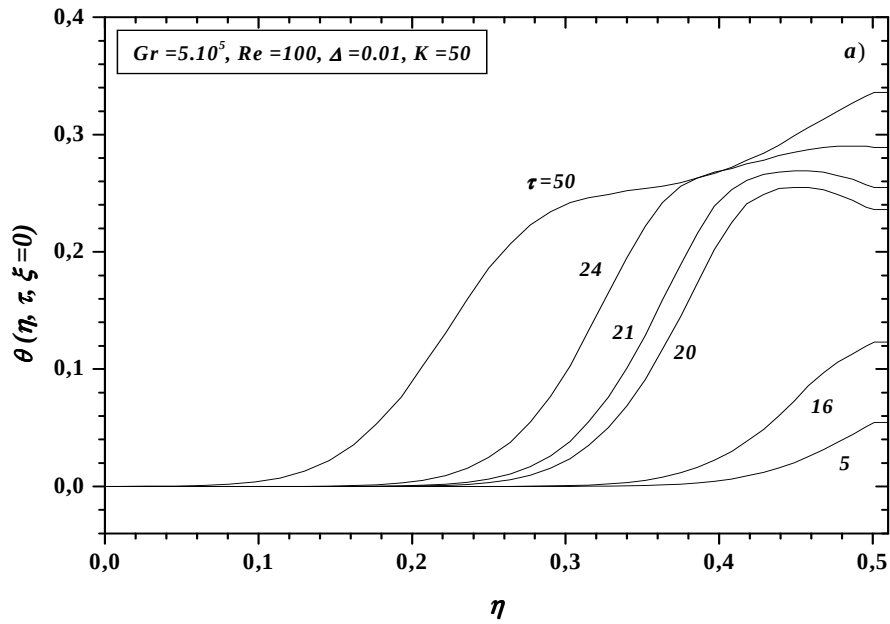


Figure 3. 53a. Distribution de la température radiale en $\xi=0$ pour différents instants du régime transitoire. $Gr=5 \cdot 10^5$, $Re=100$, $\Delta=0.01$, $K=50$

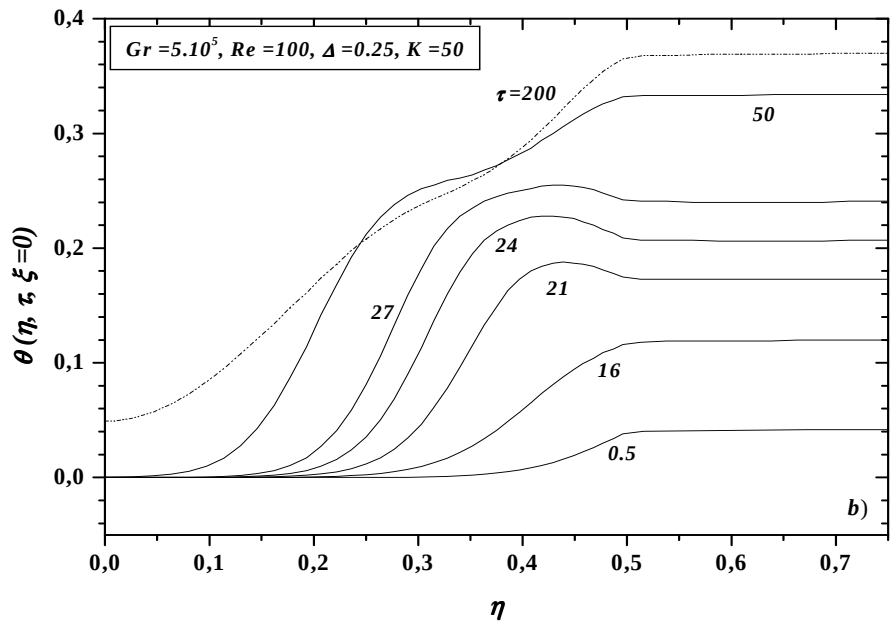


Figure 3. 53b. Distribution de la température radiale en $\xi=0$ pour différents instants du régime transitoire. $Gr=5 \cdot 10^5$, $Re=100$, $\Delta=0.25$, $K=50$

Afin de mettre en évidence ces deux résultats, nous présentons sur la figure 3.54, l'évolution transitoire de la différence de température à l'interface paroi-fluide pour les quatre valeurs du paramètre Δ citées auparavant, à savoir $\Delta=0.01$, 0.05 , 0.15 et 0.25 , et à la même position axiale $\xi=0$.

Sur cette figure, on constate que le maximum et le minimum de la différence de température à l'interface paroi-fluide s'accroissent avec la diminution des valeurs de Δ . On remarque aussi que plus l'épaisseur de la paroi est importante, plus la durée pendant laquelle le transfert de chaleur se fait du fluide vers la paroi est importante.

Rappelons que ces maxima et minima correspondent, respectivement à un transfert de chaleur de la paroi au fluide et du fluide vers la paroi.

Notons enfin que pendant la période du régime transitoire où l'effet de la convection naturelle est négligeable $\tau \leq 15$, $\Delta\theta$ à l'interface paroi-fluide relative à $\Delta=0.01$ présente les valeurs les plus faibles à cause de la faible inertie de la paroi.

On conclut que la présence de la paroi a une influence considérable sur les caractéristiques du transfert de chaleur pendant la période transitoire, et donc les effets de transferts convectifs mixte paroi-fluide ne peuvent pas être négligés.

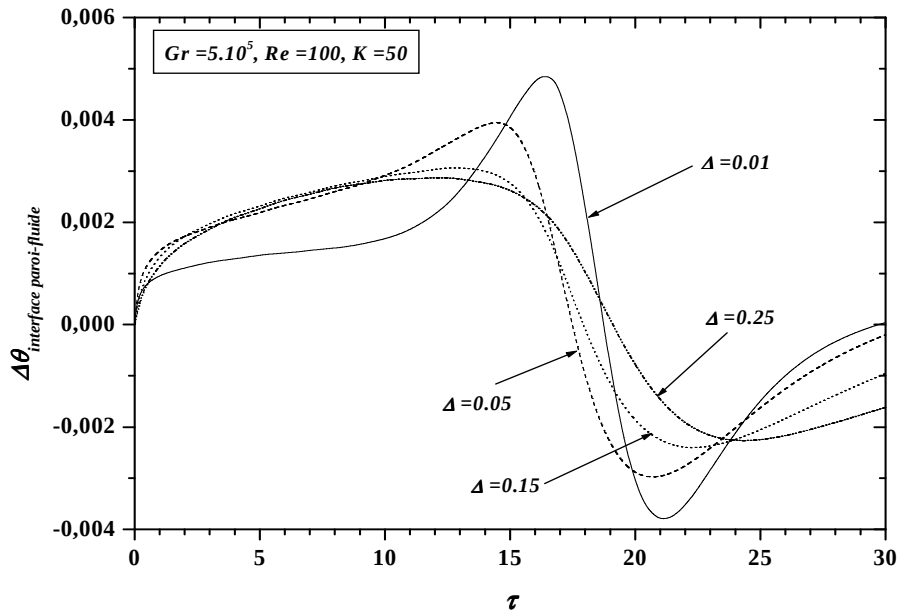


Figure 3. 54. Evolution transitoire de la différence de température à l'interface paroi-fluide en $\xi=0$

3.5 Influence des nombres de Gr et de Re pour un nombre de Ri constant

Sur les figures 3. 55a-c, on présente l'évolution spatio-temporelle de Q_{wi} pour un nombre de $Ri=50$ et pour deux valeurs des nombres de Re (10, 100) et de Gr (5.10^3 , 5.10^5).

Au début de la période transitoire, figure 3.55a, les valeurs du flux de chaleur pariétal pour $(Re, Gr)=(10, 5.10^3)$ sont supérieures à ceux relatives à $(Re, Gr)=(100, 5.10^5)$. Avec le temps, les forces d'Archimède prennent le dessus sur les forces visqueuses, en particulier pour le cas $(Re, Gr)=(100, 5.10^5)$, donnant lieu à la naissance d'une cellule de recirculation, voir figures 3.56a-b. Il en résulte des valeurs négatives de Q_{wi} au voisinage de l'entrée de la section chauffée, figure 3.55b. Pour le cas $(Re, Gr)=(10, 5.10^3)$, on remarque que la distribution de Q_{wi} est similaire à celle relative au cas de la convection forcée pure en présence du terme de la conduction axiale. Ceci est dû au fait que dans ce cas l'intensité de la cellule de recirculation est très faible, et de ce fait, elle reste confinée dans la section chauffée, figure 3.56a.

Ce comportement se poursuit, pour les deux cas, jusqu'au régime stationnaire, figure 3.55c où nous remarquons que le flux de chaleur ne présente aucune redistribution dans la section de préchauffage pour le cas $(Re, Gr)=(10, 5.10^3)$, contrairement au cas $(Re, Gr)=(100, 5.10^5)$.

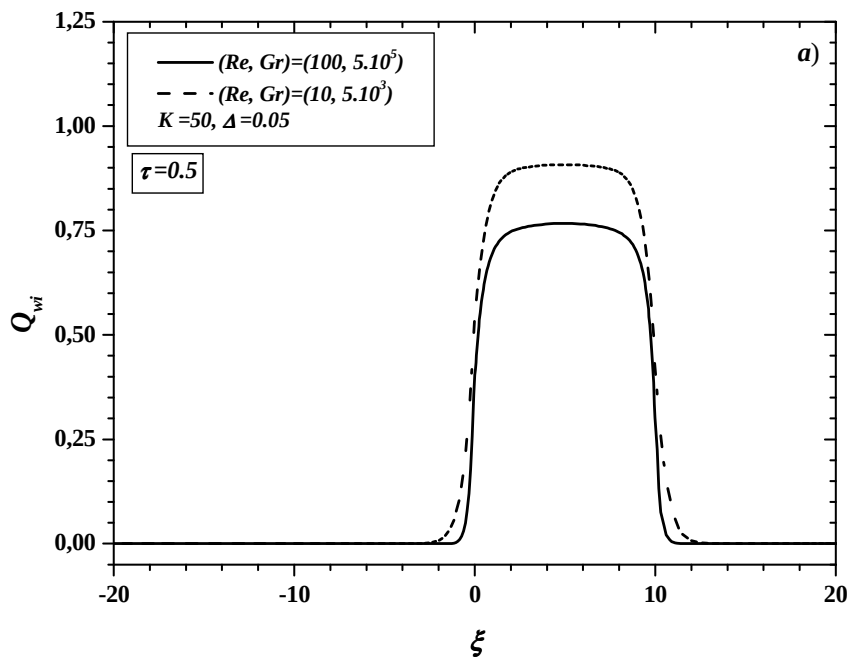


Figure 3. 55a. Distribution axiale du flux de chaleur pariétal à l'instant $\tau = 0.5$.

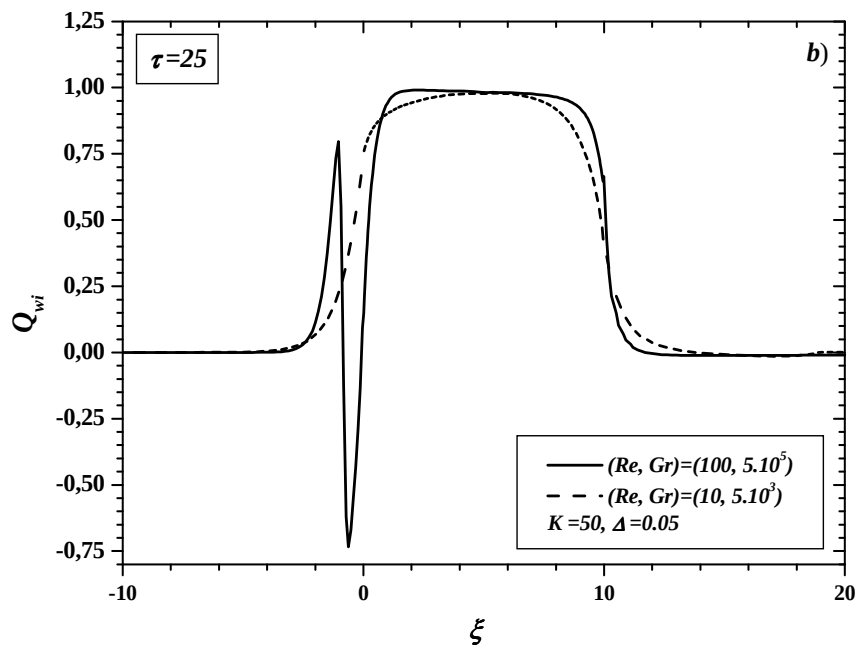


Figure 3. 55b. Distribution axiale du flux de chaleur pariétal à l'instant $\tau = 25$.

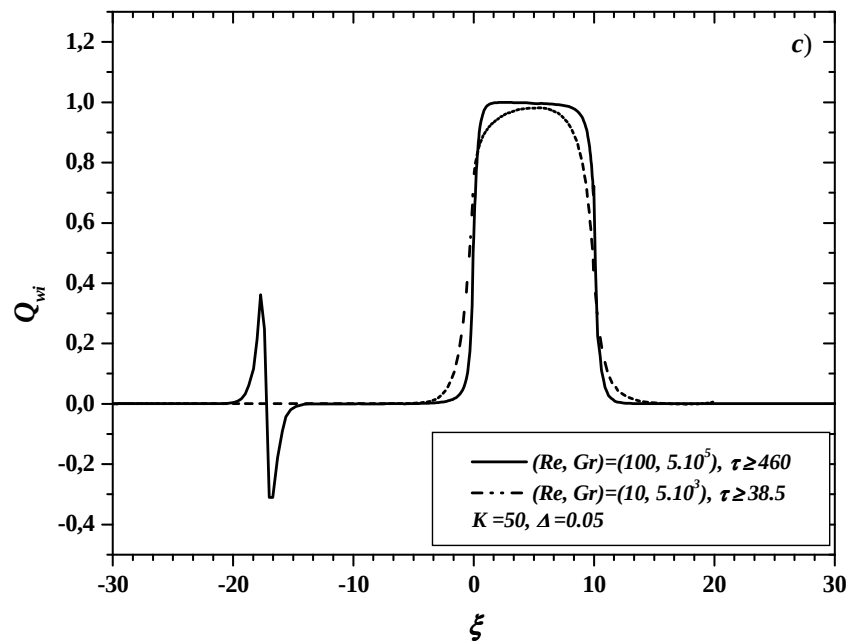
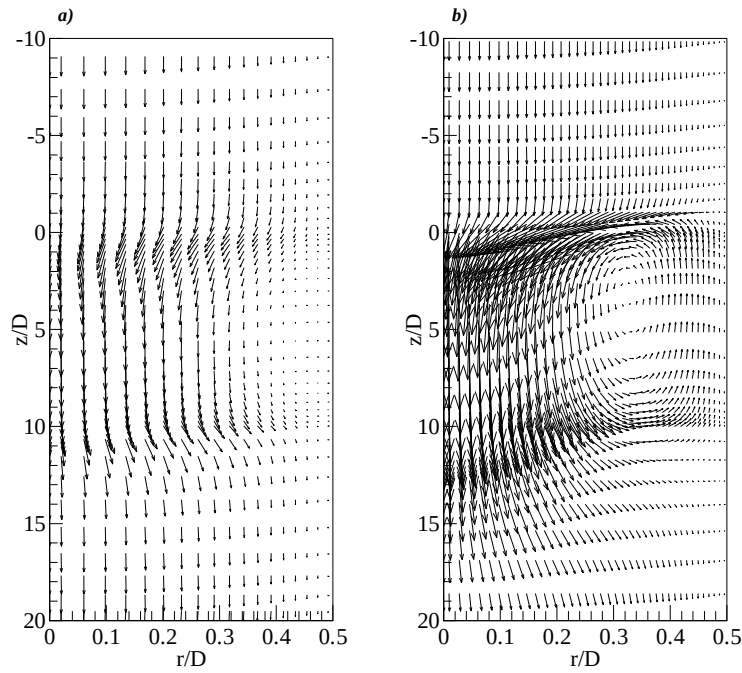


Figure 3. 55c. Distribution axiale du flux de chaleur pariétal en régime stationnaire



Figures 3. 56a-b. Champ des vecteurs vitesses pour deux Re et Gr à l'instant $\tau = 25$
a) $(Re, Gr) = (10, 5.10^3)$, b) $(Re, Gr) = (100, 5.10^5)$

L'évolution spatio-temporelle correspondante du coefficient de frottement est illustrée sur les figures 3.57a-b. On constate une faible déformation du coefficient de frottement pour le cas $(Re, Gr) = (10, 5.10^3)$. Cette dernière se limite à la section chauffée ($0 \leq \xi \leq 10$), à l'opposé du cas $(Re, Gr) = (100, 5.10^5)$ où la déformation s'étale en amont et en aval de la section chauffée. Ceci justifie le confinement de la cellule de recirculation à l'intérieure de la section chauffée pour le cas $(Re, Gr) = (10, 5.10^3)$.

La distribution radiale de température dans la section chauffée correspondante à ces deux cas, est présentée sur les figures 3.58 et 3.59. On remarque que celle relative au cas $(Re, Gr) = (10, 5.10^3)$ ne présente aucune déformation et qu'elle se rapproche grandement du cas de la convection forcée. En revanche, celle relative au cas $(Re, Gr) = (100, 5.10^5)$ présente une importante déformation le long de la section chauffée.

Par ailleurs, on remarque sur la figure 3.58, que la température en $\xi = 0$ est supérieure à celle en $\xi = 5$ et 10 sur presque la moitié de la section transversale du à un fort renversement de l'écoulement à cet endroit.

Notons que pour le cas $(Re, Gr) = (100, 5.10^5)$, le système met beaucoup plus de temps pour atteindre le régime stationnaire que pour le cas $(Re, Gr) = (10, 5.10^3)$.

On conclut que les caractéristiques du transfert de chaleur par convection mixte sont caractérisées, en plus du nombre de Richardson ($Ri=Gr/Re^2$), par les valeurs du nombre de Reynolds (Re) et du nombre de Grashof (Gr).

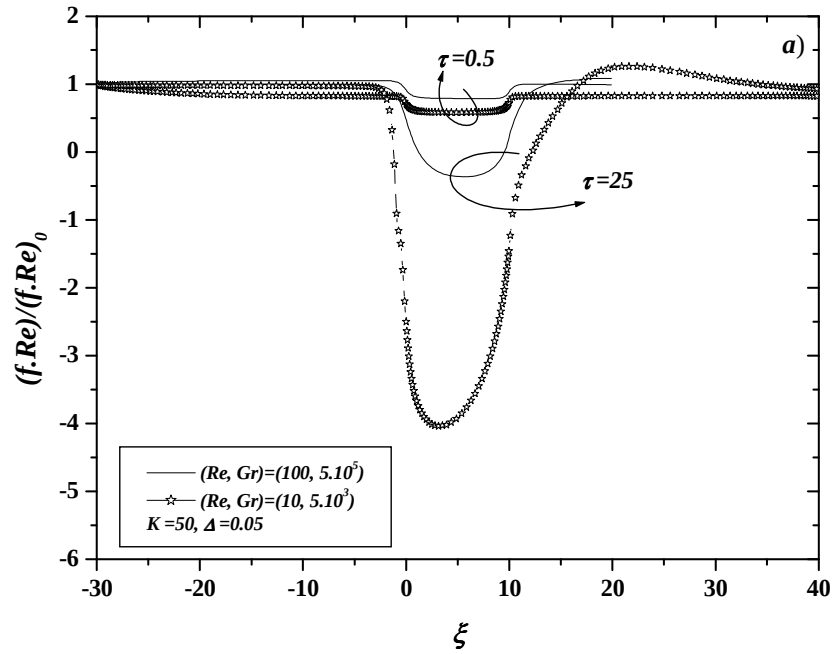


Figure 3. 57a. Distribution axiale du rapport des coefficients de frottement aux instants $\tau=0.5$ et 25.

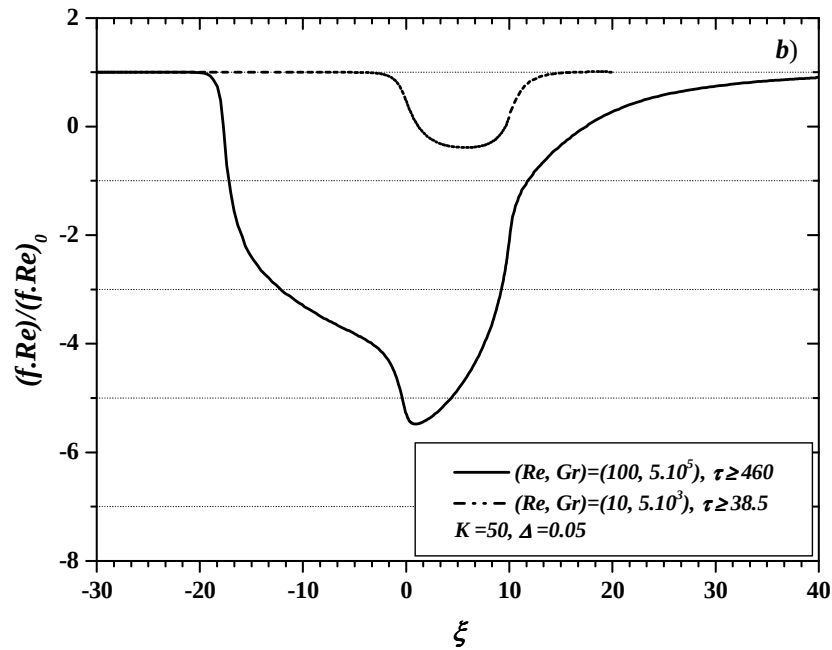


Figure 3. 57b. Distribution axiale du rapport des coefficients de frottement en régime stationnaire

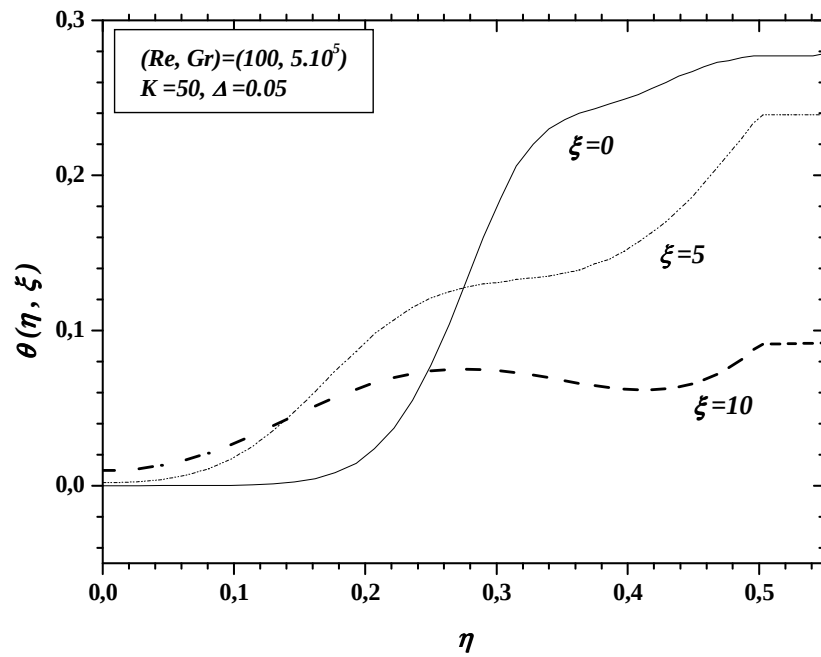


Figure 3. 58. Distribution radiale de la température dans la section chauffée à l'instant $\tau = 25$. $(Re, Gr) = (100, 5.10^5)$

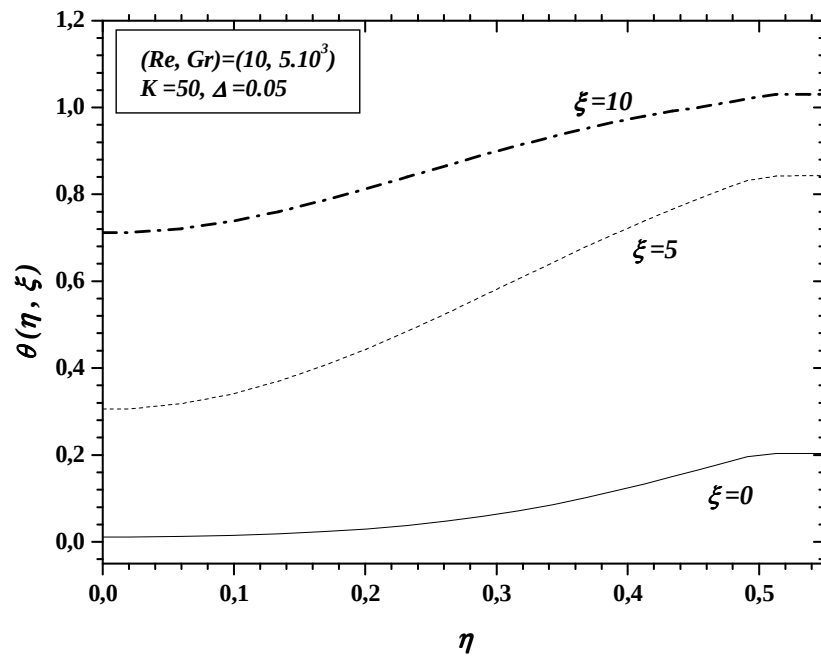


Figure 3. 59. Distribution radiale de la température dans la section chauffée à l'instant $\tau = 25$. $(Re, Gr) = (10, 5.10^3)$

3.6 Conclusion générale et perspective

3.6.1 Contribution du présent travail

Dans le présent travail, nous présentons les résultats de convection mixte conjuguée contrariée en régime transitoire dans un tube vertical chauffé partiellement avec un flux de chaleur constant et uniforme. La solution tient en compte l'influence de la conduction et de la capacité calorifique de la paroi.

Afin de mieux comprendre et caractériser le transfert de chaleur par convection mixte transitoire et conjuguée, nous avons étudié les paramètres suivants: les nombres de Reynolds et de Grashof, le rapport des conductivités K et des diffusivités thermiques A de la paroi et du fluide et le rapport de l'épaisseur de la paroi au diamètre hydraulique Δ .

Au début du régime transitoire, nous avons constaté que le renversement de l'écoulement est limité dans la section chauffée. Avec le temps, la zone de renversement devient plus importante et présente un étendu de plus en plus important vers la section adiabatique de préchauffage.

La cellule de recirculation s'étend rapidement vers la section de préchauffage pour le cas $(5.10^3, 1)$, alors que pour le cas $(Gr, Re) = (5.10^5, 100)$, elle reste plus longtemps dans la section chauffée avant de s'étendre vers la section de préchauffage. Il en résulte des minimas et des maximas de Q_{wi} plus prononcés au voisinage de l'entrée de la section chauffée.

Ce renversement de l'écoulement perturbe considérablement l'écoulement fluide et le champ thermique. Il en résulte des valeurs négatives du rapport des coefficients de frottement et une redistribution significative d'énergie dans la section de préchauffage où aucune énergie n'est directement imposée.

Par ailleurs, le profil radial de la température pour le cas $(Gr, Re) = (5.10^5, 100)$, présente en $\xi=0$, un maximum au voisinage de l'interface paroi-fluide pour toutes les valeurs du rapport K durant une période du régime transitoire. En outre, ce maximum de la température radiale a été aussi observé à chaque position axiale de la section adiabatique de préchauffage atteinte par la cellule de recirculation.

Les résultats obtenus ont aussi montré que la redistribution du flux de chaleur appliqué dans la section de préchauffage, et par conséquent, l'élargissement de la cellule de recirculation dans cette zone ralentit avec la décroissance de A et de Δ .

Nous avons aussi constaté que cette redistribution du flux de chaleur appliqué ralentit en fonction du temps avec l'augmentation du rapport K dans le cas où la conduction axiale est importante dans le fluide et dans la paroi ($Pe=5$), alors que dans le cas où cette dernière est importante uniquement dans la paroi ($Pe=500$), l'évolution transitoire de cette redistribution est inversée.

Pour les deux cas du couple (Gr, Re) étudiés, le temps nécessaire pour que le système atteigne le régime stationnaire augmente avec la décroissance de K , contrairement au cas de la convection forcée [61].

Finalement, nous avons remarqué qu'avec l'augmentation du nombre de Grashof, la redistribution du flux de chaleur appliqué est de plus en plus localisée loin de l'entrée de la section chauffée.

3.6.2 Perspectives de ce travail

Bien que les résultats présentés dans ce travail forment un ensemble cohérent, d'autres aspects pourraient être le sujet de recherches ultérieures, en particulier :

- Il est envisageable d'étendre ce travail aux cas des conditions aux limites thermiques variables dépendantes de l'espace et du temps ou périodiques [51, 52, 74].
- Il serait intéressant d'examiner l'Influence de la dissipation visqueuse. A ce sujet, Barletta [73] a étudié son Influence sur un écoulement stationnaire entièrement développé entre deux plaques parallèles verticales. Les résultats obtenus ont montré que l'effet de la dissipation visqueuse est important, en particulier dans le cas d'un écoulement ascendant. Par ailleurs, pour un chauffage symétrique, il a été montré que la dissipation visqueuse augmente l'effet du renversement dans le cas d'un écoulement descendant, alors que pour un écoulement ascendant elle le diminue.
- Aussi l'extension de ce travail au cas de deux conduites concentriques rencontrées dans de nombreux cas pratiques impliquant deux fluides en écoulement. Le premier fluide s'écoule dans le tube intérieur et le deuxième à l'intérieur du passage annulaire comme par exemple dans le cas des échangeurs de chaleur conçus pour les processus chimiques où les phénomènes de convection mixte doivent être pris en compte.
- Finalement, le code numérique peut, en y ajoutant les éléments requis, simuler les écoulements turbulents. En effet, les présents résultats ne sont valides que pour un domaine de valeurs de Re et de Gr correspondant à des écoulements en régime laminaire. Cette

extension au cas turbulent permettra l'élargissement du champ d'applications des résultats obtenus.

Liste des publications

1- Revues nationales et internationales

- 1- A. Omara et S. Abboudi, *Influence des conditions d'entrée variables sur le transfert de chaleur non-stationnaire dans une conduite cylindrique*. Revue des Energies Renouvelables, Vol 1, N°2, pp 109-123, 1997.
- 2- A. Omara, S. Abboudi. *Transient analysis of conjugated laminar mixed convection in vertical thick pipe*. Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 51: 225-247, 2007.
- 3- A. Omara, S. Abboudi. *Parametric analysis of the transient conjugated downward laminar mixed convection in vertical pipe*. Numerical Heat Transfer, Part A, 51: 753-780, 2007.

Conférences internationales avec publications d'actes

- 4- A. Omara, S. Abboudi. *Numerical approach of laminar heat transfer in cylindrical duct to dice variable thermal conditions*. Tenth International Conference on mathematical and Computer Modelling and Scientific Computing, paper TA50, 5-8 July 1995, Boston, USA.
- 5- S. Abboudi, A. Omara. *Transient conjugated heat transfer in fully developed laminar flow in thickness duct: numerical approach*. ICHMT, International Symposium On Transient Convective Heat Transfer, pp. 487-500, 19-23 August 1996, Cesme, Turkey.
- 6- A. Omara, S. Abboudi. *Influence des propriétés physiques et géométriques sur le comportement dynamique d'un échangeur de chaleur de géométrie cylindrique soumis à différentes conditions de flux*. 4ème Journées Maghrébines sur la Mécanique, pp. 234-240, 25-24 Octobre 1998, Alger.
- 7- A. Omara, S. Abboudi. *Etude du transfert de chaleur bidimensionnel instationnaire dans une conduite de géométrie cylindrique soumise à une condition de flux de chaleur variable*. 3^{ème} Séminaire International sur la Physique Energétique, 10-12 novembre 1998, Béchar, Algérie.
- 8- A. Omara, S. Abboudi. *Influence des propriétés physiques et géométriques sur le comportement dynamique d'un échangeur de chaleur de géométrie cylindrique soumis à différentes conditions de flux, application au problème d'une ailette*. 9^{èmes} Journées Internationales de la Thermiques (JITH 99), Université de Liège, 19-22 septembre 1999, Belgique.
- 9- S. Abboudi, A. Omara. *Numerical study of laminar transient conjugated heat transfer in fully developed flow in duct with fins*. ITCC26, ITES14, 26th International Thermal Conductivity Conference, 14th International Thermal Expansion Symposium, 6-8 August 2001, pp 111-122, Cambridge, Massachusetts, Boston.
- 10- A. Omara, S. Abboudi. *Approximation monodimensionnelle du transfert de chaleur conjugué dans un conduit cylindrique*. JITH 2001, 16ème Journées Internationales de Thermique, 15-18 Septembre 2001, Tunis.
- 11- S. Abboudi, A. Omara. *Etude numérique du transfert de chaleur conjugué entre un fluide chaud, une paroi et un fluide froid*. VIème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois, Thermique des systèmes, CIFQ2003 /11-08, 26-28 Mai 2003, Québec, Canada.
- 12- A. Omara, S. Abboudi, M. Boumaza. *Influence de la conduction axiale sur le transfert de chaleur par convection mixte dans un tube vertical soumis à une condition de flux variable dans l'espace*. JITH 2003, 11ème Journées Internationales de Thermique, 20-25 Juin 2003, Alger.

- 13- A. Omara, S. Abboudi. *Numerical approach of transient laminar conjugated mixed heat transfer in vertical cylindrical thick duct submitted to variable heat flux*. 4th International Conference on Computational Heat and Mass Transfer (May 17–20, 2005), in Pro. Progress in Computational Heat and Mass Transfer, pp 275-277, Paris-Cachan, France.
- 14- Abdeslam Omara, Said Abboudi. *Etude de la convection mixte transitoire descendante dans une conduite verticale épaisse*. JITH 2005, 12^{ème} Journées Internationales de Thermique, 15-17 Novembre 2005, pp 323-326, Tanger, Maroc.
- 15- A. Omara, S. Abboudi. *Numerical approach of transient laminar conjugated downward mixed convection*, Proceeding of ASME-ATI conference, Energy: production, distribution and conservation, May 14-17, 2006, Vol. 2, pp 823-832, Milan, Italy.
- 16- Abdeslam Omara, Said Abboudi. *Effet de la conduction axiale sur le transfert de chaleur conjugué par convection mixte défavorable*. 13^{ème} Journées Internationales de Thermique, Tome 1, pp 211-215, 28-30 Aout 2007, Albi, France.
- 17- A Omara, S. Abboudi. *Modelling of the transient conjugated downward laminar mixed convection in vertical thick pipe*. Proceedings of the International Conference on Modelling and Simulation (MS'07 Algeria) July 2 - 4, 2007, Alger.

Conférences nationales avec publication d'actes

- 18- A. Omara, S. Abboudi. *Etude numérique du transfert de chaleur dans une conduite cylindrique soumise à des conditions d'entrée variables*. 12^{ème} Congrès Français de Mécanique, Tome 2, pp. 437-440, 4-8 Septembre 1995, Strasbourg.
- 19- S. Abboudi, A. Omara. *Etude du refroidissement d'un multimatériau sous des conditions thermiques variables*. Congrès Français de Tribologie : Tribologie en environnement lubrifié et en ambiances non standard, pp. 231-242, 21-23 Mai 1996, Paris.
- 20- A. Omara, S. Abboudi. *Etude de la convection mixte favorable et conjuguée dans un tube vertical soumis à une condition de flux de chaleur variable dans l'espace*. Congrès Français de Thermique, pp. 267- 272, SFT'2003, 3-6 Juin 2003, Grenoble.
- 21- A. Omara, S. Abboudi. *Etude de la convection mixte bidimensionnelle transitoire dans une conduite verticale soumise à une condition de flux de chaleur sinusoïdale*. Congrès Français de Thermique, SFT'2004, pp, 25-28 Mai 2004, Presqu'île de Giens.
- 22- A Omara, S. Abboudi. *Etude du comportement dynamique d'un écoulement fluide en convection mixte transitoire dans une conduite verticale épaisse*. Congrès Français de Thermique, SFT'2005, pp 203-208, 30 mai-2 juin 2005, Reims.
- 23- A Omara, S. Abboudi. *Etude de la convection mixte transitoire contrariée ou aidée dans une conduite cylindrique verticale épaisse*. Les Journées d'Etudes Nationales en Mécanique, JENM'07, 19-20 novembre, 2007, Batna, Algérie.
- 24- A Omara, S. Abboudi. *Transient conjugated upward and downward mixed convection in a partially heated conduct*. 4th International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, Marrakech, Morocco 11-16 May, 2008.
- 25- Abdeslam Omara, Said Abboudi. *Numerical simulation of the effect of two discrete heated sections lengths on the unsteady conjugated opposing mixed convection in a vertical cylindrical duct*. Proceedings of the Fourth International Conference on Thermal Engineering: Theory and Applications January 12-14, 2009, Abu Dhabi, UAE

Références

1. Y. Zvirin, A review of natural circulation loops in pressurized water reactors and other systems. *Nuclear Engineering and Design*, 1981, 203-225.
2. H. Tabor, Some thoughts on water heaters for rural areas. *Sunworld*, 1984, 8(2), 44-46.
3. M. G. Parent, Th. H. Van Der Meer and K. G. T. Hollands, Natural convection heat exchangers in solar water heating systems: theory and experiment. *Solar Energy*, 1990, 45(1), 43-52.
4. M. Bernier and B. R. Baliga, A1-D/2-D model and experimental results for a closed-loops thermosyphon with vertical heat transfer sections. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 1992, 35(11), 2969-2982.
5. T. J. Hanratty, E. M. Rosen and R. L. Kabel, Effect of heat transfer on flow field at low Reynolds numbers in vertical tubes, *Industrial Engineering Chemistry*, 1958, 50(5), 815-820.
6. B. Zeldin and F. W. Schmidt, Developing flow with combined forced-free convection in an isothermal vertical tube, *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer*, 1972, 211-223.
7. Y. Mori and M. Ohbuchi, A fundamental study of flow and heat transfer performances of downward water flow at low Reynolds number in vertical heated straight tube. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 1989, 32(7), 1231-1238.
8. M. Bernier and B. R. Baliga, Visualisation of upward mixed convection flows in vertical pipes using a thin semitransparent gold-film heater and dye injection. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1992, 13(3), 241-249.
9. J. D. Jackson, M. A. Cotton and B. P. Axcell, Studies of mixed convection in vertical tubes. *Inter J of Heat and Fluid Flow*, 1989, 10(1), 2-15.

-
10. G. LaPlante, Etudes numériques sur la convection mixte dans des conduites verticales. M. Sc. A, Ecole Polytechnique de Montréal. 1995.
 11. F. Penot and A. M. Dalbert, Convection naturelle, mixte et forcée dans un thermosiphon vertical chauffé à flux constant. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 1983, 26(11), 1639-1647.
 12. L. S. Yaho, Free and forced convection in the entry region of a heated vertical channel, *Int. J. Heat Mass Transfer* 26, 65-72, 1983.
 13. J. Quintiere and W. K. Muller, An analysis of laminar free and forced convection between finite vertical parallel plates, *J. Heat Transfer* 95, 53-53, 1973.
 14. W. Aung and G. Worku, Developing flow and flow reversal in a vertical channel with asymmetric wall temperature, *J. Heat Transfer* 105, 299-304, 1986.
 15. W. Aung and G. Worku, Theory of fully developed combined convection including flow reversal, *J. Heat Transfer* 108, 485-488, 1986.
 16. W. Aung and G. Worku, Mixed convection in ducts with asymmetric wall heat fluxes, *J. of Heat Transfer* 109, 947-951, 1987.
 17. S. Habchi and S. Acharya, Laminar mixed convection in asymmetrically or symmetrically heated vertical channel, *Num. Heat Transfer* 9, 605-608, 1986.
 18. N. Cralos and S. D. Guidice, Finite element analysis of laminar mixed convection in the entrance region of a horizontal annular duct, *Numer. Heat Transfer Part A* 29, 313-330, 1996.
 18. T. Fusegi, Mixed convection in periodic open cavities with oscillatory through flow, *Num. Heat Transfer Part A* 29(1), 33-47, 1996.
 20. C. H. Cheng and C. J. Weng, Developing flow of mixed convection in a vertical

- rectangular duct with one heating wall, *Numer. Heat Transfer Part A* 24, 479-493, 1993.
21. B. R. Mortan, D. B. Ingham, D. J. Keen and P. J. Heggs, Recirculating combined convection in laminar pipe flow. *ASME J. of Heat Transfer*, 1989, 111, 106-113.
22. T. L. Chan and C. W. Leung, Mixed convection from upward flow of hot air to a cooled vertical pipe, *Heat and Mass Transfer*, 1999, 35, 171-176.
23. M. Wang, T. Tsuji and Y. Nagano, Mixed convection with flow reversal in the thermal entrance region of horizontal and vertical pipes. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 1994, 37(15), 2305-2319.
24. L. C. Chow, S. R. Husain and A. Campo, Effects of free convection and axial conduction on forced convection inside a vertical channel at low Péclet numbers, *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer*, 1984, 106, 297-303.
25. A. Barletta, S. Lazzari and E. Zanchini, Non-axisymmetric forced and free flow in vertical circular duct. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 2003, 46, 4499-4512.
26. D. D. Joye, Comparison of aiding and opposing mixed convection heat transfer in a vertical circular tube with Grashof number variation. *Int. J. of Fluid Flow*, 1996, 17, 96-101.
27. M. Zghal, N. Galanis and C. T. Nguyen, Developing mixed convection with aiding buoyancy in vertical tubes: a numerical investigation of different flow regime, *Inter. J. Therm Sci*, 2001, 40, 816-824.
28. A. Behzadmher, N. Galanis and A. Laneville, Low Reynolds number mixed convection in vertical tubes with uniform wall heat flux, 2003, 46(25), 4823-4833.
29. A. Hadjaj and M. El Kyal, Effect of two sinusoidal protuberances on natural

-
- convection in vertical concentric annulus. *Num Heat Transfer, Part A*, 1999, 36(3), 273-289.
30. M. A. I. El-Shaarawi and A. A. A. Negm, Conjugate natural convection heat transfer in an open-ended vertical concentric annulus. *Num Heat Transfer, Part A*, 1999, 36(3), 639-655.
31. A. A. Busedra and H. M. Soliman, Analysis of laminar mixed convection in inclined semicircular ducts under buoyancy-assisted and opposed conditions. *Num Heat Transfer, Part A*, 1999, 36, 527-544.
32. F. Shahraki, Modeling of buoyancy-driven flow and heat transfer for air in a horizontal annulus: Effects of vertical eccentricity and temperature-dependent properties. *Num Heat Transfer, Part A*, 2002, 42(6), 603-621.
33. S. Boudebous, Z. Nemouchi and A. H. Meniai, Numerical study of developing natural laminar convection in a vertical hyperbolic duct of a fixed length and with a constant wall temperature. *Num Heat Transfer, Part A*, 2001, 40(7), 783-800.
34. A. Bouhdjar, A. Benkhelifa and A. Hrahad, Numerical study of transient mixed convection in a cylindrical cavity. *Num Heat Transfer, Part A*, 1997, 31(3), 305-324.
35. H. Nasreddine, N. Galanis and C. T. Nguyen, Variable-property effects in laminar aiding and opposing mixed convection of air in vertical tubes. *Num Heat Transfer, Part A*, 1997, 31(1), 53-69.
36. F. Moukhalled, M. Darwish and S. Acharya, Influence of wall conduction on mixed convection heat transfer in externally finned pipes. *Num Heat Transfer, Part A*, 1995, 28(2), 157-173.
37. Z. F. Dong and M. A. Ebdian, Analysis of combined natural and forced convection in vertical semicircular ducts with radial internal fins. *Num Heat*

-
- Transfer, Part A, 1995, 27(3), 359-372.
38. E. Figueira da Silva and R. M. Cotta, Mixed convection within vertical parallel plates: hybrid solution by integral transforms. Num. Heat Transfer, Part A, 1998, 33, 85-106.
39. L. Elliott, D. B. Ingham and J. D. Wood, Mixed convection flow of Newtonian and non-newtonian fluids in a horizontal rectangular duct. Num. Heat Transfer, Part A, 1997, 32, 831-860.
40. M. A. Bernier and D. B. Baliga, Conjugate conduction and laminar mixed convection in vertical pipes for upward flow and uniform wall heat flux. Num Heat Transfer, Part A, 1992, 21, 313-332.
41. P. J. Heggs, D. B. Ingham and D. J. Keen, The effects of heat conduction in the wall on the development of recirculating combined convection flows in vertical tubes, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 1990, 33(3), 517-528.
42. G. LaPlante and M. Bernier. A, convection mixte défavorable et conjuguée dans un tube vertical. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 1997, 40(15), 3527-3536.
43. H. Nasredine, N. Galanis, C. T. Nguyen, Effect of axial diffusion on laminar heat transfer with low Peclet numbers in the entrance region of thin vertical tube. Num Heat Transfer, Part A, 1998, 33, 247-266.
44. M. Ouzzane et N. Galanis, Effets de la conduction pariétale et de la répartition des flux thermiques sur la convection mixte près de l'entrée d'une conduite inclinée. Int. J. Therm. Sci, 1999, 38, 622-633.
45. T. Burch, T. Rhodes and S. Acharya, Laminar Natural Convection between Finitely Conduction Plates, Int. J. Heat Mass Transfer 28, 1173-1186, (1985).
46. S. H. Kim, N. H. Anand and W. Aung, Effect of Wall Conduction on Free

-
- Convection between Asymmetrically Heated Vertical Plates: Uniform Wall Heat Flux, *Int. J. Heat Mass Transfer* 33, 1013-1023, 1990.
47. N. H. Anand, S. H. Kim and W. Aung, Effect of wall conduction on free convection between asymmetrically heated vertical plates: Uniform wall temperature, *Int. J. Heat Mass Transfer* 33, 1025-1028, 1990.
48. C. Abid, F. Papini, A. Ropke et D. Veyret, Etude de la convection mixte dans un conduit cylindrique. Approche analytique/numérique et détermination expérimentale de la température de paroi par thermographie infrarouge, *Int. J. Heat Mass Transfer* 37(1), 91-101, 1994.
49. T. H. Mai, N. El Wakil and J. Padet, Transient mixed convection in an upward vertical pipe flow: temporal evolution following an inlet temperature step. *Inter. Comm. Heat Mass Transfer*, 1994, 5, 755-764.
50. T. H. Mai., N. El Wakil and J. Padet, Transfert de chaleur dans un tube vertical avec écoulement de convection mixte à débit variable, *Inter. J. Therm. Sci*, 1999, 38, 277-283.
51. C. T. Nguyen, S. E. B. Maïga, M. Landry, N. Galanis and G. Roy, Numerical investigation of flow reversal and instability in mixed laminar vertical tube flow, *Inter. J. Therm. Sci*, 2004, 43, 797-808.
52. A. Barletta and E. Rossi di Schio, Mixed convection flow in a vertical duct with time-periodic boundary conditions: steady-periodic regime, *Inter. J. of Heat and Mass Transfer*, 2004, 47, 3187-3195.
53. T. F. Lin, C. P. Yin and W. M. Yan, Transient Laminar Mixed Convection Heat in Vertical Flat Ducts, *J. Heat Transfer* 113, 384-390, 1991.
54. W. M. Yan, Transient Laminar Mixed Convection Heat in Vertical Pipe Flows, *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 19, 89-101, 1992.

-
55. K. T. Lee and W. M. Yan, Transient Conjugated Mixed Convection Inside Ducts with Convection from Ambient, *Int. J. Heat Mass Transfer* 39, 1203-1211, 1996.
56. J. H. Bae, J. M. Hyun and H. S. Kwak, Mixed Convection from a Multiblock Heater in a Channel with Imposed Thermal Modulation, *Num. Heat Transfer Part A* 45, 329-345, 2004.
57. C. H. Cheng, H. S. Kou and H. Huang, Flow reversal and heat transfer of fully developed mixed convection in vertical channels. *Journal of Thermophysics*, 4(3), 375-383, 1990.
58. T. T. Hamadah and R. A. Wirtz, Analysis of laminar fully developed mixed convection in a vertical channel with opposing buoyancy. *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer*, 113, 507-510, 1991.
59. S. Abboudi et F. Papini, Approche Numérique et Expérimentale du Transfert Thermique Métal-Fluide dans un Conduit Rectangulaire en Régime Instationnaire Laminaire, *Int. J. Heat Mass Transfer* 33 N° 9, pp 1909-1919, 1990.
60. Ş. Bilir and A. Ateş, Transient Conjugated Heat Transfer in Thick Walled Pipes with Convection Boundary Conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer* 46, 2701, 2003.
61. M. Faghri, E. M. Sparrow, Simultaneous wall and fluid axial conduction in laminar pipe flow heat transfer, *ASME J. Heat Transfer*, 102, 58-63, 1980.
62. A. Omara and S. Abboudi, Etude de la convection mixte bidimensionnelle transitoire dans une conduite verticale soumise à une condition de flux de chaleur sinusoïdale. *Congrès Français de Thermique*, pp. 199- 204, 3-6 juin 2004, Giens, France.
63. A. Omara and S. Abboudi, Etude du comportement dynamique d'un écoulement fluide en convection mixte transitoire dans une conduite verticale épaisse. *Congrès Français de Thermique*, pp. 203- 208, 30 mai -2 juin 2005, Reims, France.

64. A. Omara and S. Abboudi. Numerical approach of transient laminar conjugated mixed heat transfer in vertical cylindrical thick duct submitted to variable heat flux. 4th International Conference on Computational Heat and Mass Transfer, pp. 275-277, may 17–20, 2005, Paris- Cachan, France.
65. S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere, New York, 1980.
66. M. Senécal, Etude expérimentale des écoulements de convection mixte en conduite circulaire soumis à un flux de chaleur uniforme. Mémoire de Maîtrise, Ecole Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada 1993.
67. R. Siegel and J. R. Howel, Thermal radiation heat transfer, Second edition, McGraw-Hill.
68. S. V. Patankar and D. B. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 5, 1787-1806, 1972.
69. T. Han, J. A. C. Humphery and B. E. Launder, A comparison of hybrid and quadratic-upstream differencing in high Reynolds number elliptic flows. Comput. Methods Appl. Mech. Energy, 29, 81-95, 1981.
70. P. G. Huang, B. E. Launder and M. A. Leschziner, Discretization of nonlinear convection processes: a board-range comparison of four schemes, Comput. Methods Appl. Mech. Energy, 48, 1-24, 1985.
71. M. K. Patel and N. C. Markatos, An evaluation of eight Discretization schemes for two dimensional convection-diffusion equations, Int. J. Numer. Methods Fluids, 6, 129-154, 1986.
72. H. Y. Zurigat and A. J. Ghajar, Comparative study of weighted upwind and second

- order upwind difference schemes, Num. Heat Transfer Part B, 18, 61-80, 1990.
73. A. Barletta, Laminar mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 41, 3501-3513, 1998.
74. B. V. Antohe and J. L. Lage, Amplitude effect on convection induced by time-periodic horizontal heating, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 39(6), 1121-1133, 1995.
75. A. Omara and S. Abboudi, Influence des conditions d'entrées variables sur le transfert de chaleur non-stationnaire dans une conduite cylindrique, Rev. Energ. Ren. Vol. 1, 109-123, 1998.

Titre

Etude de la convection mixte transitoire conjuguée dans une conduite verticale épaisse

Résumé

On présente les résultats d'une simulation numérique de la convection mixte conjuguée transitoire dans un tube vertical soumis à un flux de chaleur constant et uniforme. Le fluide pénètre le tube par le haut et se dirige vers le bas ; on est en présence d'un problème de convection mixte contrariée. Les équations de conservations dans le fluide et dans la paroi sont résolues numériquement en utilisant la méthode des volumes finis. Le couplage pression-vitesse est assuré en utilisant l'algorithme SIMPLE.

On analyse l'influence des propriétés physiques et géométriques sur l'évolution transitoire des grandeurs thermiques (flux de chaleur à l'interface paroi-fluide et distribution radiale de température) et sur les grandeurs dynamiques (coefficient de frottement et champs des vecteurs vitesses).

Mots clés

Convection mixte contrariée / régime instationnaire / régime laminaire / conduite cylindrique / problème conjugué / volumes finis.

Titre

Study of the transient conjugate mixed convection in a thick vertical conduct

Abstract

We present a numerical study of the conjugated laminar and transient mixed convection in a thick vertical conduct submitted to a constant and uniform heat flux. The fluid penetrates to the top of the conduct to head downwards, therefore one is in presence of opposed mixed convection flow. The governing transport equations were solved using the finite volume formulation and the SIMPLE algorithm is adopted.

We analyze the effect of physical and geometrical properties of the physical system on the transient evolution of the thermal magnitudes (interfacial heat flux and radial distribution of the temperature) and the hydrodynamic magnitudes (friction coefficient and vector velocities field)

Key-words

Mixed convection / transient / laminar flow / cylindrical duct / Conjugated problem / opposed-buoyancy / finite volume.