

THÈSE

présentée à

L'UFR DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

pour obtenir le

GRADE DE DOCTEUR
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ
spécialité **Sciences Pour l'Ingénieur**

MASER CRYOGENIQUE À MODES DE GALERIE

par

Karim BENMESSAI

Soutenue le 08 décembre 2008 devant la Commission d'Examen :

Président	B. DULMET	Professeur à l'ENSMM, Institut FEMTO-ST, Besançon
Rapporteurs	D. DANGOISSE P. JUNCAR	Professeur à l'Université de Lille 1 Professeur au CNAM, Paris
Examineurs	M. OXBORROW M. E. TOBAR P. LEMONDE	Principal Research Scientist, NPL, United Kingdom Professor, University of Western Australia, Australia Chargé de recherches CNRS, Observatoire de Paris
Directeur de thèse Codirecteur de thèse	V. GIORDANO Y. KERSALÉ	Directeur de Recherche 2 CNRS, Institut FEMTO-ST, Besançon Professeur à l'ENSMM, Institut FEMTO-ST, Besançon
Invités	V. MADRANGEAS D. ALBRECHT G. CIBIEL	Professeur, MINACOM, XLIM, Limoges Responsable Temps-Fréquence, DGA, Paris Ingénieur CNES, Toulouse

Remerciements

J'ai effectué cette thèse au sein de l'équipe Temps-Fréquence de l'Institut FEMTO-ST à Besançon, sous la direction de Messieurs Vincent Giordano, Directeur de Recherches CNRS 2, et Yann Kersalé, Professeur des Universités à l'ENSMM à Besançon. J'ai vécu au cours de trois années de travail une expérience enrichissante au quotidien et inoubliable avec de grand Messieurs. Je leur témoigne toute ma gratitude pour l'accueil, la confiance et la liberté qu'ils m'ont donné. Je les remercie également pour leur disponibilité pour toutes les corrections de mon mémoire.

Ce que j'ai à leur dire aujourd'hui :

*Les épis pleines se courbent humblement et les vides lèvent la tête orgueilleusement*¹. Je pense que la première partie de cette vieille citation, leur convient parfaitement.

Je tiens ensuite à remercier les membres du Jury qui ont bien voulu examiner ce travail :

Monsieur Bernard Dulmet, Professeur des Universités à l'ENSMM, pour avoir présider le Jury.

Messieurs Didier Dangoisse, Professeur des Universités à l'Université de Lille, et Patrick Juncar, Professeur des Universités au CNAM à Paris, qui m'ont fait l'honneur de juger mon travail en tant que rapporteurs.

Monsieur Mark Oxborrow, Principal Research Scientist au NPL au Royaume-Uni, pour son aide précieuse et les différentes discussions constructives que nous avons eu.

Monsieur Mike Tobar, Professor at the University of Western Australia, pour les différentes interactions et discussions enrichissantes. Je le remercie également pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire en Australie pendant 1 mois. Ce qui m'a permis de découvrir d'autres horizons de la recherche.

Monsieur Pierre Lemonde, Chargé de Recherche CNRS à l'Observatoire de Paris.

Madame Valérie Madrangeas, Professeur des Universités à XLIM à Limoges.

Didier Albrecht, Responsable Temps-Fréquence, DGA, Paris.

Gilles Cibiel, Ingénieur CNES, Toulouse.

Je remercie particulièrement l'excellent expérimentateur de l'équipe, Monsieur Pierre-Yves Bourgeois alias Monsieur Linux, Chargé de Recherches CNRS, pour m'avoir pris sous son aile dès le début de ma thèse. Je le remercie du fond du cœur de sa gentillesse qui m'a beaucoup touché.

¹Abou Tayeb Al Moutanabi (915-965 Bagdad)

Monsieur Nicolas Bazin alias Monsieur Cryogénie, Ingénieur d'études, je le remercie de son aide précieuse et de sa disponibilité.

A Monsieur Yannick Gruson, Ingénieur d'études, l'homme le plus gentil et le plus serviable du laboratoire, je le remercie.

Merci également à Messieurs Jean-Marie Vigoureux, Professeur des Universités, Rémo Jüst, Maître de conférences, et Enrico Rubiola, Professeur des Universités, pour les discussions intéressantes que nous avons eu.

A Hervé Tavernier DS et Olivier Gaiffe AZ, mes très chers amis et compagnons du savoir, je pense qu'il n'existe aucun mot digne de ce nom pour vous remercier comme il se doit. J'ai vécu avec vous deux une expérience humaine que je n'oublierai jamais de mon vivant. Vous êtes l'exemple même de la tolérance et du savoir être.

Je remercie également Emeline pour toute son aide lors de la rédaction de mon mémoire. Merci pour toutes les corrections que je n'aurais jamais pu réaliser tout seul.

A Hichem Benalia JVTD et Fu-Li Hsiao T, je n'ai qu'un mot à dire, choukrane pour tous les bons moments que nous avons vécu lors de cette courte période. Dès les premiers moments j'ai eu l'impression de vous avoir toujours connu. Je me suis fait des amis pour la vie.

Un grand merci à Mademoiselle Sarah Benchabane Miss Labiba, Chargée de Recherches CNRS, et Monsieur Damien Tessieux alias Mister Matlab, Maître de Conférences.

Je remercie particulièrement Rémi Brindel, Professeur, Frédéric Chérioux, Directeur de recherches, David Vernier, Jean-Claude Baudouy et Valérie Pétrini, Assistants ingénieur, Jean-Yves Rauch et Rabah Zeggari, Ingénieurs de recherche, Mahmoud Addouche, Reda Yahyaoui et Sébastien Euphrasie, Maîtres de conférences, et Tomas Baron, Post-Doc, de leur altruisme.

Merci au fagot de thésards pour leur bonne humeur et pour l'excellente ambiance qu'ils font régner au laboratoire. Adel LB, Julian Raz, Michael, Sofiane SOS, Faten Pro, Lamia, Youness Mister Billiard, Gêrôme le petit frangin que j'aurai aimé avoir, Dorian, Pierre, Julien, Serge et Cerdic (l'habille ne fait pas le moine, merci pour le ski), Lianqun et Lifeng chichi, Mohamad et Yaacoub vive le Liban, je vous

souhaite à tous de réussir et de mener à bien votre travail.

A Madame Joël Berthelot, je dis un grand merci pour sa gentillesse et sa disponibilité.

Je remercie également Sarah Djaouti et Fatiha Doudoud pour toutes les tâches administratives. Mes sentiments vont également à Miriam pour son accueil et sa disponibilité.

Un grand merci à tout l'ensemble du personnel du laboratoire pour leur accueil et leur altruisme.

Kader, merci pour tous les Keftas qui m'ont sauvé la vie plus d'une fois (viva PR).

Enfin, je remercie tous les membres de ma famille. Notamment mes parents qui m'ont soutenue tout au long de ces années. Je ne saurais dire si j'aurai pu finir un jour mes études sans leur aide précieuse et leur soutien moral. Merci pour toutes vos leçons de la vie qui me servent aujourd'hui de repères.

*"Marche avec des sandales
jusqu'à ce que la sagesse
te procure des souliers"*
Avicenne

A Djémila, partie trop tôt RA,

A mes parents,

A mes deux cœurs,

A mes frères et sœurs

Table des matières

Introduction générale	1
1 Etat de l'art	3
1.1 Les sources de fréquence ultra-stables	4
1.1.1 L'Oscillateur Saphir Cryogénique, la meilleure référence secondaire	6
1.2 Le maser	14
1.2.1 Historique	14
1.2.2 L'oscillateur maser à modes de galerie	17
1.2.2.1 Comportement non conventionnel du mode $WGH_{17,0,0}$	17
1.2.2.2 Résonance paramagnétique des ions Fe^{3+} et effet maser	18
1.2.2.3 Avantages	20
1.2.2.4 Inconvénients	21
2 Comportement des ions Fe^{3+} dans la matrice saphir	23
Introduction	23
2.1 Système à deux niveaux	24
2.1.1 Absorption et émission stimulée	27
2.1.2 Puissance d'absorption et comportement bistable	31
2.2 Système à trois niveaux	34
2.2.1 Probabilité d'absorption	35
3 Modélisation du comportement bistable du résonateur	39
Introduction	39
3.1 Modèle pour le résonateur	40
3.1.1 Modèle ligne de transmission pour un résonateur sans impuretés	40

3.1.1.1	Couplages et coefficient de surtension	41
3.1.1.2	Coefficient de transmission S_{21}	42
3.1.1.3	Champ magnétique interne H	43
3.1.2	Modèle ligne de transmission en présence d'impuretés	44
3.1.2.1	Susceptibilité magnétique ac	45
3.2	Modélisation de la bistabilité	47
3.2.1	Déphasage le long d'un tour	47
3.2.2	Equation fondamentale	47
3.2.3	Cas particulier	49
3.2.4	Première confrontation des calculs avec la mesure	53
3.3	Détermination des paramètres manquants	54
3.3.1	Temps de relaxation <i>spin – spin</i> et concentration ionique	54
3.3.2	Temps de relaxation <i>spin – réseau</i> τ_1	60
3.3.3	Nouvelle confrontation des calculs avec la mesure	63
3.3.4	Effets des paramètres du résonateur	64
3.3.4.1	S_{21} en fonction de la concentration d'ions N	64
3.3.4.2	S_{21} en fonction du temps de relaxation <i>spin – spin</i> τ_2	66
3.3.4.3	S_{21} en fonction du coefficient de surtension Q_L^{WG}	67
3.3.4.4	S_{21} en fonction du temps de relaxation τ_1	67
3.3.4.5	S_{21} en fonction du coefficient de couplage en entrée β_1	69
3.4	Concentration des ions dans le saphir <i>HEMEX</i>	71
3.4.1	Proportion Fe^{3+}/Fe^{2+}	71
3.4.2	Elargissement inhomogène	73
3.4.3	le <i>hole burning</i> spatial	75
4	Le MASER	77
	Introduction	77
4.1	L'effet maser	78
4.1.1	Puissance pompe seuil	82
4.1.2	Puissance émise maximale	82
4.1.3	Le taux d'inversion	83
4.1.4	Evolution de la puissance émise en fonction de la puissance pompe	83
4.1.5	Le maser à la sortie du résonateur	86

5	Procédures expérimentales pour la réalisation du Whigmo	93
	Introduction	93
5.1	Dispositifs expérimentaux	94
5.1.1	Systèmes de refroidissement	94
5.1.2	Les Cavités métalliques et les résonateurs saphir	99
5.2	Dimensionnement des cristaux	101
5.2.1	Structure à étudier et validation du modèle	101
5.2.1.1	Etude du maillage	102
5.2.2	Dimensionnement du résonateur	103
5.2.2.1	Sensibilité de la fréquence selon le rayon	105
5.2.2.2	Sensibilité de la fréquence selon la hauteur	105
5.2.3	Usinage	107
5.3	Identification expérimentale des modes de galerie et de la résonance ionique	109
5.3.1	Le mode $WGH_{17,0,0}$	109
5.3.2	Résonance paramagnétique à 12 GHz	109
5.3.3	Modes de galerie pompe	110
6	Comportement du signal maser en fonction des paramètres expérimentaux	113
	Introduction	113
6.1	Caractéristiques du signal maser	114
6.1.1	Fréquence maser en fonction de la fréquence pompe	115
6.1.2	Puissance maser en fonction de la fréquence pompe	117
6.1.3	Fréquence maser en fonction de la puissance pompe	119
6.1.4	Puissance maser en fonction de la puissance pompe	121
6.1.5	Effets de la température	127
6.1.5.1	Mesure de la température d'inversion	130
6.1.5.2	Limite de l'effet maser	130
6.1.6	Influence d'un champ magnétique statique	132
6.1.6.1	limite du signal maser	135
6.1.6.2	Comportement des modes de galerie en fonction d'un champ dc	138
7	Caractérisation de l'instabilité de fréquence de Whigmo	143
	Introduction	143

7.1	Le Whigmo comme référence	144
7.2	Contribution de la ligne de transmission	145
7.2.1	Bruit dû à la ligne de transmission	145
7.2.2	La contribution de l'amplificateur	146
7.2.3	Contribution Ligne+Amplificateur	147
7.2.4	Introduction d'un amplificateur cryogénique	148
7.2.5	Le bruit flicker de l'amplificateur	149
7.3	Mesure de la stabilité de fréquence	150
7.3.1	Evaluations préliminaires de la stabilité de fréquence	153
7.3.2	Le maser bimode	155
	Conclusion générale	159
	A Données des modes de galerie $WGH_{m,0,0}$ autour de 12 GHz	161
	B Mesures des modes de galerie pompes	163
	C Mesures du comportement du mode $WGH_{m,0,0}$ en fonction d'un champ magnétique DC	169
	D Caractéristiques du Maser Bimode	173
	E Plans de la cavité métallique	175
	F Publications	185
	Bibliographie	198
	Liste des figures	205
	Liste des tableaux	209

Introduction générale

Depuis les travaux d'Albert Einstein en 1917 et sa prédiction sur l'émission stimulée, nombreux sont les scientifiques qui ont tenté de prouver son existence. Mais la première preuve expérimentale de l'émission stimulée fut obtenue en 1954 à l'Université de Columbia, aux USA, par Townes et son équipe [1, 2]. Cette découverte prit le nom de "**M**icrowave **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation", plus connue sous le nom de MASER. Ce principe allait par la suite s'élargir et fut à l'origine de nombreuses inventions telles que l'étalon primaire de fréquence (l'horloge atomique). Le maser injustement moins célèbre que le laser est aussi à l'origine de ce dernier. L'aspect visuel du laser allait mettre l'invention du maser en marge pour des années.

Depuis l'invention du maser à ammoniaque de Townes, de nombreux domaines ont pu bénéficier de l'extraordinaire stabilité du maser et gagner ainsi en précision. En astronomie, en télécommunication, pour les radars, en physique fondamentale ... Aujourd'hui, nombreuses sont les sources de fréquences développées à travers le monde (l'oscillateur à quartz, l'oscillateur opto-électronique,...). La plus utilisée dans les laboratoires de recherche est sans doute le maser à hydrogène qui est un outil indispensable de la métrologie du temps et des fréquences. Cette source est caractérisée par une stabilité relative de fréquence de 10^{-15} sur un jour.

Sur des temps d'intégration plus court (de l'ordre de la seconde), l'Oscillateur Saphir Cryogénique est la seule source, à l'heure actuelle, présentant un niveau d'instabilité inférieur à 10^{-15} . Cependant, ses caractéristiques vont de pair avec une complexité extrême.

D'autres voies, à la recherche de solutions plus simples, sont en cours de développement et c'est dans ce cadre que s'inscrit cette thèse.

Le présent travail propose le développement d'une nouvelle source tout à fait originale fondée sur l'effet maser. Un dispositif beaucoup plus simple que les oscillateurs actuels est susceptible de présenter des stabilités qui pourraient rivaliser avec les meilleurs références de fréquences actuelles.

*L'Oscillateur Maser à modes de Galerie : Whigmo, acronyme de **W**hispering **G**allery modes **M**aser*

Oscillator.

Le développement de cette source est supporté par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), la Délégation générale pour l'Armement (DGA), et du Centre National des Etudes Spatiales (CNES). Le travail de cette thèse bénéficie également d'une étroite collaboration avec le National Physics Laboratory (NPL), l'University of Western Australia (UWA), et XLIM de l'Université de Limoges.

Ce mémoire est composé de sept chapitres.

Le premier chapitre consiste en une introduction générale sur le domaine du temps fréquence. Les besoins actuels et les solutions en terme de sources de fréquences ultra-stables seront présentés. Nous exposerons également l'expérience qui a permis la découverte de Whigmo.

Nous introduirons, dans le second chapitre, des notions générales sur les interactions des ions paramagnétiques dans le réseau cristallin de l'alumine. Ce chapitre est essentiel à la compréhension du fonctionnement maser dans nos résonateurs.

Ensuite, le troisième chapitre présentera le modèle du comportement bistable des résonateurs. Nous nous emploierons à étudier le cas du résonateur avec lequel les effets des ions fer ont été observés pour la première fois.

Dans le quatrième chapitre, nous exposerons le principe général de fonctionnement d'un maser à trois niveaux. Puis nous calculerons les différentes puissances du signal maser en fonction des paramètres des ions et des modes de galerie.

Le cinquième chapitre décrira d'abord les différents dispositifs de refroidissement de l'Institut FEMTO-ST. Ensuite, des comparaisons entre des calculs et des mesures sur les dimensions des résonateurs seront exposées. Enfin, les caractéristiques des modes de galerie employés dans la création de Whigmo seront présentées.

Le sixième chapitre est une synthèse sur la caractérisation du signal maser en fonction des paramètres expérimentaux, tels que le signal pompe appliqué au résonateur, la température du résonateur et un champ magnétique continu.

Enfin, le septième chapitre nous montrera toutes les potentialités de Whigmo en terme de stabilité relative de fréquence. Une expérience originale utilisant un maser bimode sera présentée ainsi que la comparaison de Whigmo à un Oscillateur Saphir Cryogénique à l'état de l'art.

Chapitre 1

Etat de l'art

Ce premier chapitre est consacré à quelques généralités sur le domaine du Temps-Fréquence. Il décrit brièvement les applications du domaine et les solutions actuelles qui répondent aux besoins en terme de sources de fréquences ultra-stables.

Nous utiliserons les outils mathématiques de la métrologie Temps-Fréquence sans les détailler car ils sont largement connus dans le domaine. Nous utiliserons la déviation d'Allan dans le domaine temporel $\sigma_y(\tau)$ [3], qui est une image des variations relatives de fréquence. Son équivalent dans le domaine fréquentiel est la densité spectrale de puissance (DSP) des fluctuations relatives de fréquence $S_y(f)$ [4, 5], ou encore la DSP des fluctuations de phase $S_\phi(f)$.

Nous décrirons ensuite les travaux les plus importants sur les masers. Puis nous exposerons la découverte du maser cryogénique à modes de galerie à l'Institut FEMTO-ST.

Enfin, nous présenterons les principaux avantages de ce nouvel oscillateur qui motivent cette étude.

1.1 Les sources de fréquence ultra-stables

De nos jours, les oscillateurs ultra-stables les plus répandus dans la majorité des applications sont les oscillateurs à quartz. Ces sources semblent être aujourd'hui des fossiles. Pourtant elles restent indispensables et efficaces. Elles allient stabilité, simplicité et compacité et fonctionnent à des fréquences de 5 MHz et 10 MHz. Leur stabilité en terme de variations relatives de fréquence se situent à quelques 1×10^{-13} pour des durées de comptage inférieures à 1000 s. A long terme, elle est de l'ordre de quelques 10^{-12} /jour. Cependant, les limites de ce type d'oscillateur semblent être atteintes depuis plusieurs années et ne peuvent plus répondre aux besoins actuels qui ne cessent d'augmenter dans des domaines variés, tels que la métrologie, la physique fondamentale et appliquée, le militaire : RADAR, le spatial ...

Nous citons ici les exemples les plus importants qui motivent les travaux proposés dans cette étude.

Horloges à atomes froids : Les fontaines atomiques nécessitent un oscillateur local dont la stabilité de fréquence est de l'ordre de 1×10^{-14} sur des durées de moyennage comprises entre quelques dixièmes de secondes et 100 s [6]. A l'heure actuelle, seuls les oscillateurs saphir cryogéniques (OSC) atteignent de telles performances au prix d'une grande complexité. On peut rappeler qu'une trentaine de fontaines atomiques sont en cours de développement dans le monde.

Tests de l'invariance de la vitesse de la lumière : La théorie de la relativité restreinte repose sur un postulat fondamental stipulant que les lois de la physique sont indépendantes du repère de référence. Ainsi, la vitesse de la lumière doit être indépendante de la vitesse et de l'orientation du laboratoire (invariance de Lorentz). Les expériences de type Michelson-Morley ou Kennedy-Thorndike ont pour objectif de tester cette invariance [7, 8]. Ces tests peuvent être réalisés en comparant la fréquence de deux oscillateurs à résonateurs macroscopiques orientés dans des directions différentes et animés d'un mouvement de rotation [9]. Si l'invariance de Lorentz est violée, on doit enregistrer des variations périodiques de la fréquence de battement entre les deux oscillateurs. Bien évidemment, la sensibilité du test est conditionnée par la stabilité intrinsèque des oscillateurs.

Caractérisation d'Oscillateurs Ultra-Stables : Dans le domaine spatial, les contraintes d'encombrement et de consommation imposent l'utilisation d'oscillateurs à quartz comme références de fréquence. La qualification de ces instruments est actuellement un problème technologique qui ne peut être résolu qu'en disposant d'une référence beaucoup plus stable que le meilleur des oscillateurs à quartz.

Systèmes RADAR : La sensibilité d'un RADAR est principalement limitée par le bruit de phase de l'oscillateur local pour les fréquences de Fourier f comprises entre 1 kHz et 10 kHz. Les besoins actuels pour des sources RADAR en bande-X sont : $S_{\phi}(f) = -140 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2/\text{Hz}$ pour $1 \text{ kHz} < f < 10 \text{ kHz}$.

Métrie et génération de fréquences millimétriques et sub-millimétriques : Les domaines millimétrique et sub-millimétrique (THz) sont en plein développement. Il est donc important de mettre en œuvre les différents outils qui permettront de réaliser la métrologie de demain dans ces gammes de fréquences. Parmi ces outils, les étalons de fréquence secondaires pourront être obtenus en multipliant la fréquence de sources micro-ondes de haute pureté spectrale ou directement par des dispositifs maser utilisant des résonances paramagnétiques à haute fréquence.

L'une des principales activités de l'Institut FEMTO-ST est le développement de sources de fréquence ultra-stables. Celles-ci se divisent en deux catégories. La première est l'étalon primaire, qui est stable à long terme et assure l'exactitude de la mesure du temps. Il est basé sur la génération d'un signal ultra-stable à une fréquence correspondant à un couple de niveaux d'énergie d'une espèce atomique. Les horloges atomiques, les horloges optiques ou encore la fontaine atomique sont des exemples de ce type de source. Citons l'horloge utilisant le ^{133}Cs qui dérive d'une seconde tous les 3 millions d'années [10], ou mieux la fontaine à Cesium qui dérive de 1 seconde tous les 7,5 millions d'années. Cependant, la grande stabilité de cette référence ne peut être atteinte sans l'utilisation de l'autre type de source appelée référence secondaire. Celle-ci, contrairement à l'étalon primaire, est très stable à court terme. Par exemple, les horloges atomiques telles que l'horloge à Césium nécessitent un signal d'interrogation ultra-stable à 9,192631770 GHz. La figure suivante montre les instabilités de quelques références primaires et secondaires.

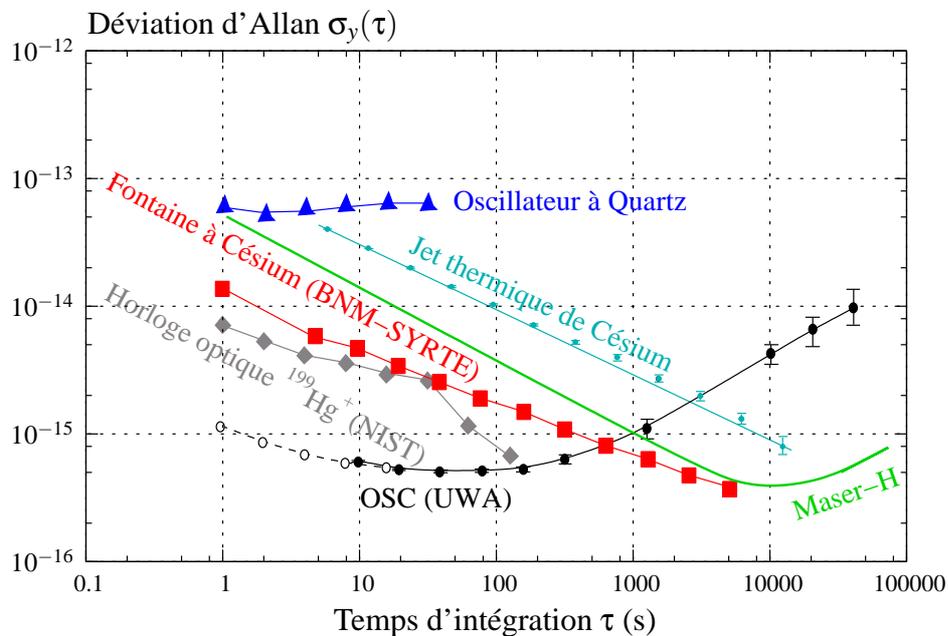


FIG. 1.1 – Déviation d'Allan pour quelques sources de fréquences.

Actuellement, les recherches menées dans des laboratoires à travers le monde montrent que les horloges de demain seront les horloges optiques. En effet, les limites des horloges et fontaines atomiques classiques, utilisant un signal micro-onde, semblent être bientôt atteintes. Les horloges optiques utilisant une transition atomique extrêmement étroite dans le domaine visible, telles que le Strontium, semblent pouvoir présenter des instabilités jamais atteintes [11]. Une horloge à ^{87}Sr dérivera alors d'une seconde tous les 200 millions d'années [12]. Cette stabilité serait accessible en utilisant des lasers de nouvelle génération pour le refroidissement des atomes [13]. Cependant, ces horloges appartiennent au domaine de la recherche et leur utilisation reste un privilège des applications de physique fondamentale de pointe.

1.1.1 L'Oscillateur Saphir Cryogénique, la meilleure référence secondaire

La solution qui a retenu toute l'attention des laboratoires de recherche est l'Oscillateur Saphir Cryogénique (OSC). C'est le meilleur candidat actuel pour répondre aux besoins dans le domaine des hyperfréquences. Le cœur de l'oscillateur, du saphir ultra-pur, est largement exploité dans le domaine et les variantes de l'OSC ne manquent pas. Le résonateur est de forme cylindrique et est placé au centre d'une cavité métallique de même forme à basse température. La fréquence d'oscillation est fixée par le résonateur et dépend de ses dimensions. Les faibles pertes du matériau diminuent quand la température chute et permettent l'obtention de facteurs de qualité très élevés : de l'ordre du milliard à la température de l'hélium liquide.

Quelques généralités sur les modes de galerie

Le résonateur est monté en transmission et est couplé selon des modes d'ordres élevés dits modes de galerie. Les champs de ces modes sont des solutions des équations de Maxwell dans le système de coordonnées cylindriques [14]. On distingue deux grandes familles :

- les modes de galerie magnétiques quasi-transverses (\equiv modes TM). Le champ électrique est distribué selon l'axe de géométrie du résonateur cylindrique et le champ magnétique est quasiment dans le plan transversal. Ils sont notés $\text{WGH}_{m,n,l}$. Les indices m , l et n représentent respectivement la variation des champs électromagnétiques dans les résonateurs suivant les directions φ , ρ , et z . Ainsi, un mode du type $\text{WGH}_{6,3,1}$ aura :
 - 2×6 zéros de champ magnétique H le long de la direction azimutale
 - 3 nœuds du champ H dans la direction radiale
 - 1 zéro du champ H dans la direction axiale
- les modes de galerie électriques quasi-transverses (\equiv modes TE). Le champ magnétique est orienté

selon l'axe de géométrie et le champ électrique est quasiment dans le plan transversal. Ils sont notés $WGE_{m,n,l}$.

Pour les OSC, on n'utilise généralement que les modes $WGH_{m,0,0}$ et $WGE_{m,0,0}$. Les champs magnétique et électrique présentent ainsi $2 \times m$ nœuds selon la direction azimutale. L'énergie est couplée au résonateur par l'intermédiaire de sondes coaxiales. L'obtention des modes WGH nécessite l'utilisation de boucles magnétiques orientées selon l'axe méridien, ou d'antennes orientées selon l'axe z (voir figure 1.2 gauche).

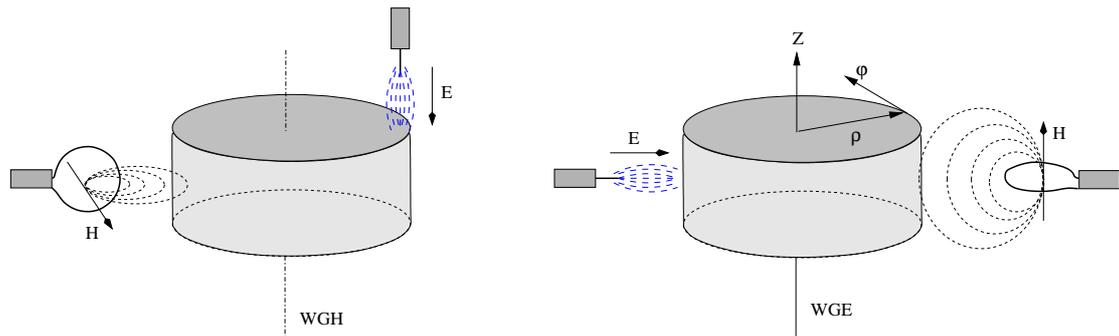


FIG. 1.2 – Couplage des modes de galerie.

L'autre famille est couplée via des boucles magnétiques, orientées cette fois selon le plan radial, ou via des antennes orientées perpendiculairement à l'axe z (voir figure 1.2 droite).

L'énergie transmise va être confinée dans une zone particulière du résonateur. Celle-ci est délimitée par l'interface air-saphir et par une caustique caractérisée par un rayon R_c (voir figure 1.3).

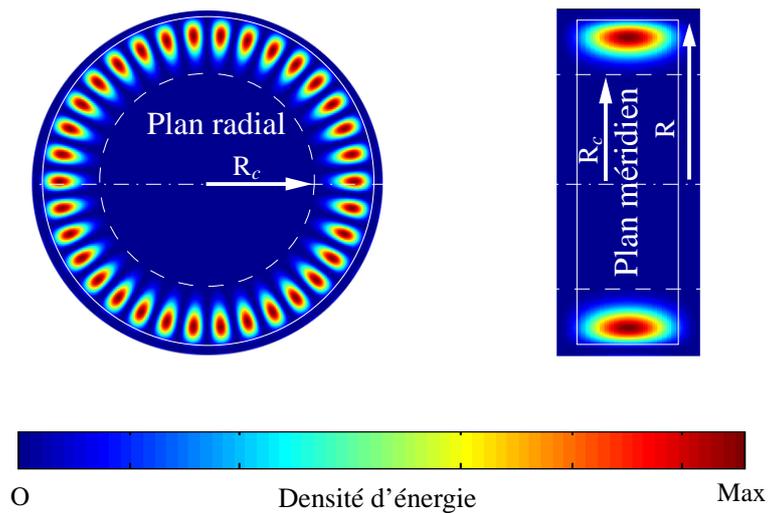


FIG. 1.3 – Distribution de l'énergie dans le résonateur selon le mode $WGH_{17,0,0}$ à 12,04 GHz.

Comme dans toute structure cylindrique, un mode du résonateur est dégénéré. En effet, la résolution des équations de Maxwell pour un mode $WGH_{m,0,0}$ de ce résonateur conduit à deux solutions pour le champ H_φ .

$$\begin{cases} H_\varphi \propto \sin(m\varphi) \\ H_\varphi \propto \cos(m\varphi) \end{cases} \quad (1.1)$$

L'origine des angles φ étant arbitraire, on choisit généralement le plan de sonde magnétique. Dans un cristal parfait, ces deux modes jumeaux résonnent à la même fréquence. Dans un résonateur réel, les imperfections du cristal (défaut géométrique, inhomogénéité, ...) vont lever cette dégénérescence et à basse température, deux modes distincts apparaissent [15]. La figure 1.4 représente le coefficient de transmission d'un mode de galerie dégénéré.

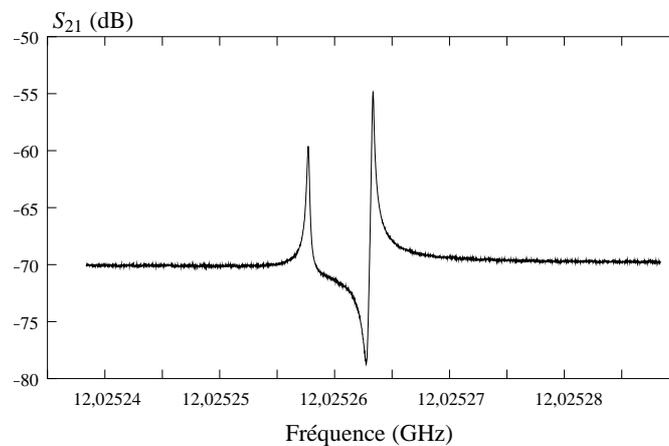


FIG. 1.4 – Levée de la dégénérescence du mode de galerie à 4,2 K.

Pour un cristal de bonne qualité, l'écart entre les deux modes jumeaux est de l'ordre de 1 à 10 kHz.

Expérimentalement, on caractérise ces modes en mesurant les paramètres S aux deux accès. Cette mesure est réalisée par l'intermédiaire d'un analyseur de réseaux à basse puissance (~ -10 dBm).

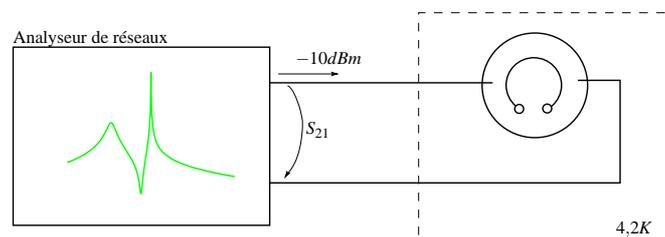


FIG. 1.5 – Relevé des caractéristiques des modes de galerie d'un résonateur cryogénique.

On en déduit ensuite les facteurs de couplage du résonateur. Ces couplages dépendent de la position des antennes et du cristal, et nécessitent en général de multiples réglages avant d'être optimisés. Pour

que le transfert d'énergie vers le résonateur soit optimal, le couplage d'entrée doit être optimal ($\beta_1 \approx 1$) et le couplage en sortie doit être faible ($\beta_2 \approx 0,001$ (pour prélever de l'énergie sans perturbation).

L'oscillateur est constitué de deux étages [16]. Le premier, le résonateur, est placé à température cryogénique. L'autre étage constitue le dispositif de maintien de l'oscillation (amplificateurs) et est placé à température ambiante (voir figure 1.6).

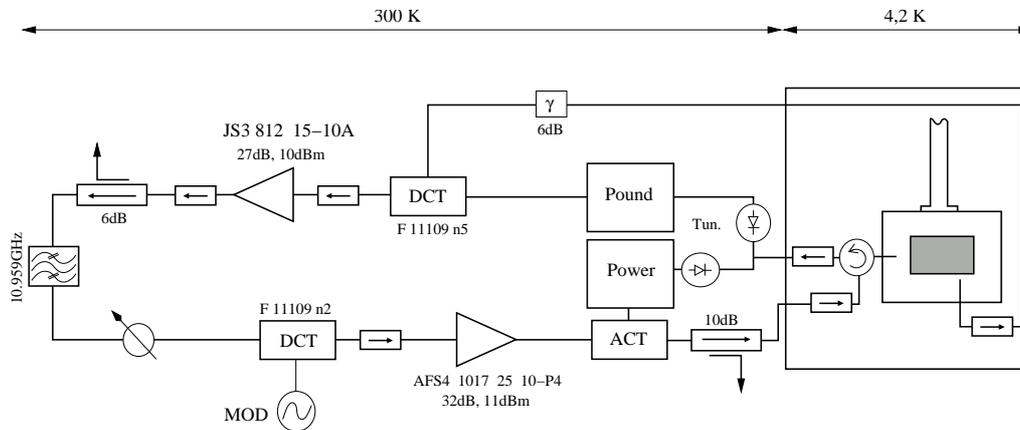


FIG. 1.6 – Architecture de l'OSC monté à l'Institut FEMTO-ST.

L'obtention de grandes stabilités nécessite l'emploi d'une électronique complexe difficile à ajuster : des modules de correction de la fréquence d'oscillation et de la puissance injectée dans la cavité sont ajoutés au circuit d'entretien. De plus, la fréquence du résonateur présente l'inconvénient de dépendre fortement de la température. En effet, la sensibilité de cette fréquence à la température est importante (quelques 70 ppm/K à 300 K et 10 ppm/K à 77 K) [17]. Pour atteindre de bonnes stabilités, il est donc primordial de contrôler la température. Cependant, il est possible d'éliminer ses variations au premier ordre en utilisant des ions paramagnétiques présents de façon naturelle dans le réseau cristallin [18]. Ces ions, tels que Cr^{3+} , Fe^{3+} , Mo^{3+} et Ti^{3+} , sont des résidus de fabrication et sont présents dans l'alumine en très faibles proportions. La fréquence de résonance présente ainsi un point d'inversion à des températures proches de celle de l'hélium liquide (inférieures à 10 K) [19]. C'est la susceptibilité magnétique induite par ces ions qui permet de compenser l'effet de la variation de permittivité du saphir. Les concentrations nécessaires pour obtenir une température d'inversion de 6 K sont très faibles, de l'ordre ou inférieures à 1 ppm. Elles ne peuvent pas être spécifiées lors de la commande du cristal.

On trouve dans le monde plusieurs laboratoires qui se distinguent. Notamment l'University of Western Australia (UWA), qui possède le meilleur oscillateur saphir cryogénique [20]. Le Jet Propulsion Laboratory (JPL) aux USA, le National Physical Laboratory (NPL) au Royaume Uni [21], le National Metrology Institute of Japan (NMIJ) [22], et enfin l'Institut FEMTO-ST [23, 24] qui occupe une place

importante dans le domaine. La figure suivante montre les performances des meilleurs OSC à travers le monde.

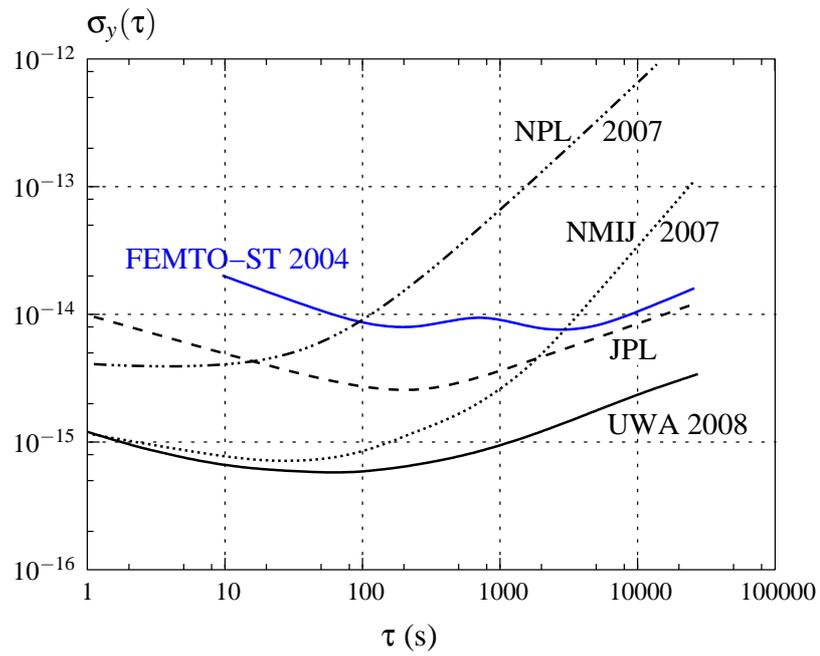


FIG. 1.7 – Les OSC à travers le monde.

Autres solutions

Les meilleures performances des OSC sont obtenues grâce au refroidissement par hélium liquide. Le fonctionnement à très basse température impose alors des contraintes comme le ravitaillement quasi-continu en hélium. En effet, ce type d'oscillateur consomme des quantités relativement importantes, de l'ordre de 100 l par semaine. Une autre solution a alors été développée à partir du principe de la compensation thermique, introduit précédemment. Plusieurs types d'oscillateurs fonctionnant à des températures plus élevées, [30 K ; 80 K], existent aujourd'hui à travers le monde. L'emploi de cryogénérateurs permet alors un fonctionnement en autonomie sur de longues durées. Cependant, les résultats en terme de stabilité restent moins bons que ceux de la configuration classique d'un OSC à l'hélium liquide.

L'Oscillateur Saphir-Rubis [25]

Une expérience tout à fait originale mettant le point sur la compensation thermique a été montée au JPL. Deux résonateurs, l'un en saphir et l'autre en rubis, de mêmes dimensions et séparés de quelques mm sont montés l'un sur l'autre mécaniquement (voir figure 1.8).

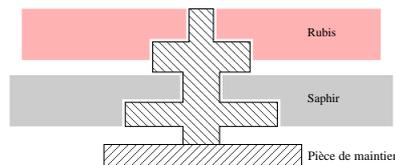


FIG. 1.8 – Le résonateur Saphir-Rubis du JPL.

Les ions chrome contenus dans le rubis (300 ppm) ont pour effet de diminuer notablement la sensibilité thermique du résonateur saphir. La difficulté de mise en œuvre de ce dispositif est de trouver la bonne distance entre les deux cristaux. En effet, cette proximité agit directement sur le facteur de qualité du résonateur en saphir et sur le point d'inversion. Cependant, le point d'inversion reste très bas aux alentours de 8 K. L'avantage de cette structure est de rendre la température d'inversion indépendante de la concentration en impuretés du résonateur saphir. En effet, dans la configuration classique, si le cristal est trop pur et ne contient qu'une concentration négligeable en ions actifs, la température d'inversion sera inexistante ou trop basse.

L'oscillateur Saphir compensé mécaniquement [26, 27]

Il s'agit là aussi d'un résonateur en saphir cylindrique mais il est composé de deux pièces fixées par l'intermédiaire d'un doigt en cuivre (voir figure 1.9).

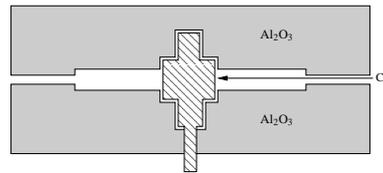


FIG. 1.9 – *Le résonateur Saphir compensé mécaniquement.*

La contraction du cuivre plus élevée que celle du saphir permet de compenser la variation de la permittivité ϵ du saphir. La fréquence d'oscillation peut présenter ainsi une température d'inversion aussi élevée que 87 K. Le meilleur résultat a été obtenu pour une température de 40 K.

L'Oscillateur Saphir-Ti³⁺ [28, 29]

Une autre solution consiste à utiliser des résonateurs saphir dopés intentionnellement en ions Ti³⁺. Ceci permet d'obtenir des températures d'inversion allant de 20 K à 77 K.

L'oscillateur Saphir-Rutile [30]

A l'inverse de celle du saphir, la permittivité du Rutile (TiO₂) diminue lorsque la température augmente. En combinant des résonateurs saphir avec du rutile, cette caractéristique permet l'obtention de températures d'inversion élevées. Il en existe plusieurs sortes (voir figure 1.10). La première configuration consiste à déposer une fine couche de TiO₂, de quelques microns, sur le résonateur (voir figure 1.10 gauche). Ce dispositif permet de travailler à une température de 40 K avec de bonnes stabilités [31]. Une autre variante de cet oscillateur consiste à fixer un disque de rutile sur un disque de saphir (voir figure 1.10 centre). Ceci permet de faire varier le point d'inversion entre 30 K et 90 K. Un troisième type consiste à fixer deux anneaux de rutile sur les deux faces planes d'un disque en saphir [32] (voir figure 1.10 droite), ce qui permet d'avoir une température d'inversion allant de 50 K à 77 K.

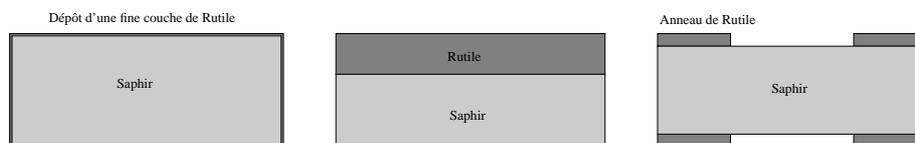


FIG. 1.10 – *Le résonateur Saphir-Rutile.*

Le dual Mode [33]

Dans ce type d'oscillateur, deux modes WGH et WGE sont mis à contribution dans un résonateur unique. Le battement réalisé entre les deux signaux, de l'ordre de 3,4 GHz, présente l'avantage de ne pas

dépendre de la température aux alentours de 304 K. Toutefois, l'instabilité mesurée est médiocre à cette température.

La figure suivante représente les caractéristiques de quelques oscillateurs présentés.

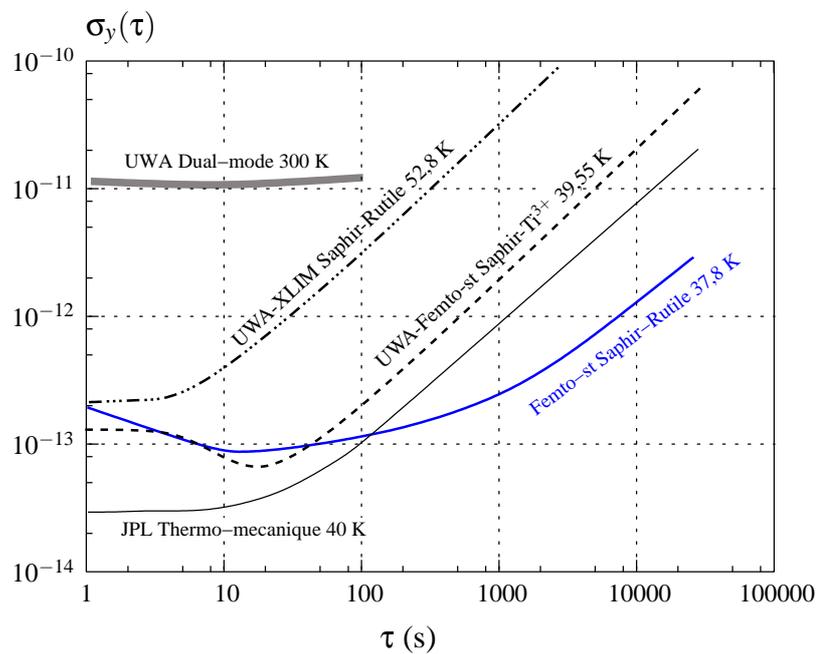


FIG. 1.11 – Performances de quelques oscillateurs fonctionnant à plus haute température.

1.2 Le maser

1.2.1 Historique

Le tout premier MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) fut inventé en 1954 par Gordon, Zeiger et Townes à l'Université de Columbia [1, 2]. Il s'agissait du maser à ammoniac qui apportait la première preuve expérimentale de l'émission stimulée prédite par Albert Einstein en 1917. La molécule NH_3 présente deux niveaux d'énergie fondamentaux $|+\rangle$ et $|-\rangle$. Ces niveaux sont séparés en fréquence de 24 GHz. Un jet d'ammoniac est créé sous vide et l'on sépare les deux niveaux par l'action d'un fort champ électrique. Seules les molécules dans l'état $|+\rangle$ pénètrent dans une cavité résonante à 24 GHz. Le système est hors d'équilibre : la différence de populations $n_+ - n_-$ étant négative (voir figure 1.12), si les pertes de la cavité sont faibles, le système devient auto-oscillant. On obtient ainsi un signal à 24 GHz dont la fréquence est fixée par l'écart énergétique entre deux niveaux quantiques. On fabrique ainsi une horloge atomique.

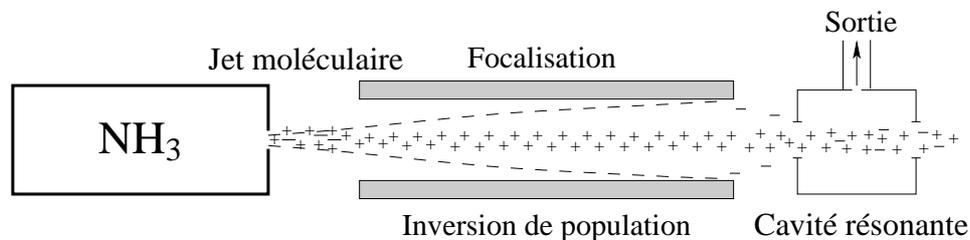


FIG. 1.12 – Le principe du maser ammoniac de Townes.

Ce type de maser peut également être utilisé comme amplificateur très faible bruit à 24 GHz. On remplace la cavité par un guide d'onde dans lequel on injecte un signal de faible puissance. Celui-ci est amplifié par l'effet de l'émission stimulée.

Les premiers masers à ammoniac avaient une bande de fréquence très étroite. Cependant, les besoins en amplification faible bruit de l'époque ont poussé les chercheurs à développer un maser présentant un meilleur produit gain-bande pour des applications de type Radar. C'est ainsi que les recherches se sont focalisées sur le maser à état solide exploitant des résonances paramagnétiques dans des cristaux. En 1956, Combrisson, Honig et Townes [34] réalisèrent une expérience en plaçant un cristal de silicium contenant des impuretés de phosphore dans un état émissif par impulsion : l'effet maser se manifestait entre les impulsions. Blombergen proposa ensuite une nouvelle méthode qu'il appela le maser à trois niveaux à émission continue [35]. Il suggéra l'utilisation de l'éthyle sulfate de lanthane dopé au gadolinium. Cette idée permit à Scovil, Feher et Seidel [36] du Bell Telephone Laboratories, d'observer la toute première oscillation type maser à état solide. Ces travaux ont permis en 1957 la réalisation du premier

maser solide $K_3Co(CN)_6$ dopé au Cr^{3+} par M. McWhorter et Meyer de Bell Telephone Laboratories [37].

Le spectre magnétique de l'alumine (Al_2O_3) présenté par Kornienko et Prokhorov en 1957 [38], fut d'une grande utilité. Leurs études sur la résonance paramagnétique des impuretés présentes dans l'alumine telles que le Cr^{3+} et le Fe^{3+} ont permis plusieurs réalisations. En 1959, Bogle et Symmons [39] discutèrent en détail l'étude de la résonance du Fe^{3+} dans l'alumine et présentèrent des mesures précises des fréquences de transition. Au cours de la même année, King et Terhune [40] réalisèrent un maser à champ magnétique faible, de l'ordre de 180 Gauss. Ce n'est qu'en 1961, que Bogle et Symmons réalisèrent le premier maser saphir- Fe^{3+} sans champ magnétique statique [41]. Il est à noter que les cristaux utilisés à l'époque étaient fortement dopés pour obtenir l'effet maser (de 30 à 300 ppm en ions actifs).

Il serait injuste de ne pas citer le maser le plus célèbre et le plus utilisé, le maser H, inventé en 1960 par Kleppner, Goldenberg et Ramsey à l'Université de Harvard [42]. Le maser H utilise l'hydrogène gazeux pour générer un signal ultra-stable à 1,4 GHz. Les masers H sont des horloges atomiques de très haute stabilité.

Peu de temps après, en 1961, T. H. Maiman inventa le premier laser [43]. En 1964, Townes partagea le prix Nobel de physique avec les deux Russes Basov et Prokhorov. L'invention du laser allait mettre en marge celle du maser pendant longtemps.

Les masers NH_3 ou H qui utilisent des molécules (ou atomes) à l'état gazeux permettent de réaliser des étalons de fréquences. Les masers à état solide, de part leur largeur en fréquence naturelle importante des transitions paramagnétiques, sont plus adaptés à la construction d'amplificateurs faible bruit.

En 1984, le JPL proposa un nouveau concept, permettant d'utiliser le très faible facteur de bruit du maser à rubis pour générer un signal ultra-stable [44]. Son principe est fondé sur un résonateur en rubis couplé à un autre résonateur saphir cylindrique via un guide d'onde. Le résonateur saphir est entouré par un film de plomb (par évaporation). Cet ensemble saphir-supraconducteur réalise un résonateur à fort coefficient de surtension sur lequel sera stabilisée la fréquence du maser. Le tout est maintenu à une température de 1,6 K. Le cristal de rubis est ensuite soumis à un champ magnétique statique intense via des bobines supraconductrices. En pompant les ions paramagnétiques Cr^{3+} à une fréquence de 13 GHz, on obtient un signal maser à 2,7 GHz. Ce dernier oscille selon le mode $TE_{0,1,1}$ du résonateur saphir, présentant un coefficient de surtension de 10^9 . La distance qui sépare les deux résonateurs (guide d'onde) permet de ne pas dégrader le facteur de qualité du mode $TE_{0,1,1}$. La fréquence du signal présente une température d'inversion de 1,57 K et ne nécessite apparemment aucun autre contrôle. En 1991, les deux

chercheurs Wang et Dick, démontrèrent que cet oscillateur est meilleur que 5×10^{-15} à court terme. Ne pouvant améliorer la puissance du signal délivré, de l'ordre de 500 nW, ils ont estimé que l'oscillateur était proche de son ultime limite, c'est-à-dire la limite quantique, et ils ont abandonné le développement de cette source. Notons toutefois que le niveau de puissance maser est obtenu en appliquant un signal pompe de 100 mW à l'entrée du dispositif.

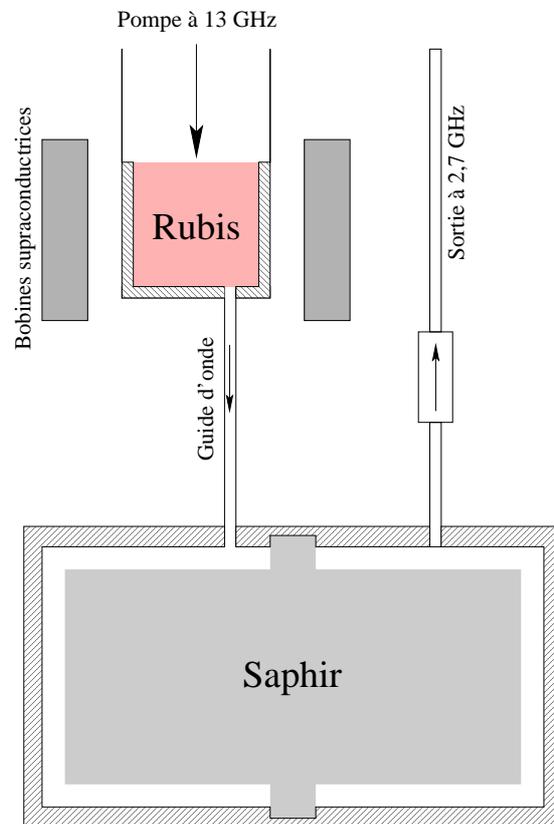


FIG. 1.13 – Le principe du maser rubis du NPL.

Le maser a été utilisé dès son invention et l'est aujourd'hui encore dans des domaines variés [45] :

En astronomie et en télécommunication : le simple fait de placer un maser comme amplificateur dans des récepteurs destinés à la radio-astronomie ou aux radars astronomiques [46] a considérablement amélioré les résultats d'observations dans les années cinquante. Il a ainsi été largement utilisé par les militaires et les observatoires, notamment aux USA.

Son faible niveau de bruit en a fait un candidat idéal pour servir dans les communications spatiales [47, 48]. Il a aussi été utilisé dans les radars conventionnels et le rapport signal sur bruit a considérablement augmenté par rapport aux amplificateurs de l'époque. Son incroyable stabilité en a fait un étalon de fréquence incontournable dans les laboratoires de recherche et a servi dans bien des expériences de physique fondamentale.

1.2.2 L'oscillateur maser à modes de galerie

C'est en 2004, lors de la thèse de Pierre-Yves Bourgeois, qu'un nouveau concept, ressemblant à celui que nous venons de citer, a été démontré à l'Institut FEMTO-ST, au département Temps-Fréquence. Un effet maser fondé sur des échanges d'énergie avec des ions paramagnétiques, les ions Fe^{3+} , dans un résonateur saphir via les modes de galerie a été validé : le **Whispering Gallery modes Maser Oscillator** (Whigmo), ou l'Oscillateur maser à modes de galerie. La découverte du Whigmo fait suite à l'observation d'un comportement non conventionnel d'un mode de galerie particulier, le mode $\text{WGH}_{17,0,0}$ à 12,038 GHz. Les différentes observations réalisées sur ce mode particulier sont résumées dans la partie suivante.

1.2.2.1 Comportement non conventionnel du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$

Les caractéristiques des différents modes WGH du résonateur ont tout d'abord été relevés, en utilisant le montage classique décrit sur la figure 1.5. On notera que ces relevés sont effectués avec une puissance injectée de -10 dBm.

Le résultat de cette analyse a permis de relever un mode intéressant : $\text{WGH}_{17,0,0}$ à une fréquence de 12,038 GHz. Ce mode présente en effet, dans les conditions de la mesure, un coefficient de surtension en charge de 480 millions et des coefficients de couplage compatibles avec un fonctionnement en oscillateur ($\beta_1 = 0,41$, $\beta_2 = 0,01$). Un montage oscillateur a donc été réalisé autour de ce résonateur mais il a été malgré tout impossible d'obtenir une oscillation. A la suite de très nombreux tests, la puissance fournie par l'analyseur de réseaux a été diminuée. Il a été alors observé que le spectre du mode se déformait à partir d'un certain niveau de puissance pour disparaître complètement à basse puissance. La figure 1.14 représente le spectre du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$ pour une puissance injectée de -20 dBm.

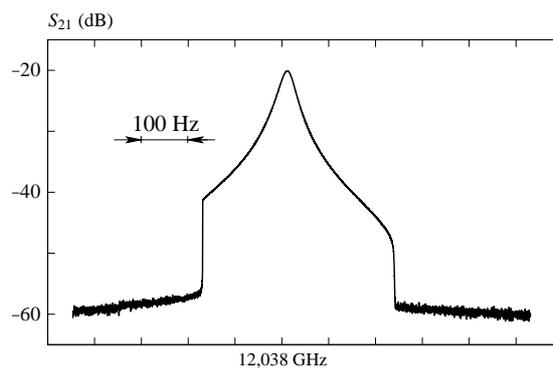


FIG. 1.14 – S_{21} du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$ à 4,2 K en fonction de la fréquence ; la puissance injectée est de -20 dBm.

Le coefficient de transmission S_{21} observé pour une puissance injectée de -20 dBm s'écarte notable-

ment de la lorentzienne que l'on s'attend à trouver pour un résonateur linéaire : lorsqu'on s'écarte de la résonance, la transmission du résonateur s'annule brusquement. Si l'on fixe la fréquence du signal de l'analyseur à la fréquence de résonance et que l'on balaye la puissance injectée, on observe une courbe d'hystérésis. La figure 1.15 représente les pertes d'insertion à résonance en fonction de la puissance injectée.

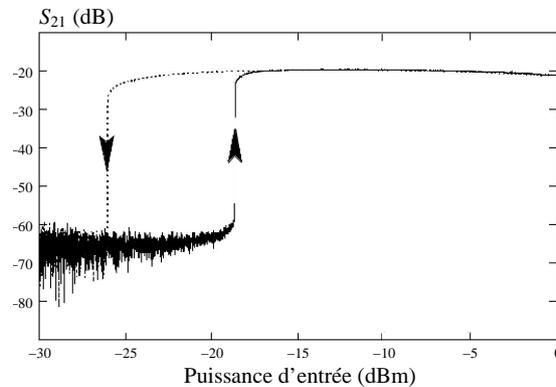


FIG. 1.15 – Coefficient de transmission à résonance en fonction de la puissance injectée en dBm. Il s'agit de la puissance injectée au niveau de la flasque supérieure du cryostat. Les pertes des câbles reliant le résonateur au circuit extérieur ne sont donc pas prises en compte. Ces pertes sont de l'ordre de 5 à 6 dB

En partant d'une puissance faible, le mode $WGH_{17,0,0}$ reste invisible jusqu'à une puissance seuil de l'ordre de -18 dBm. A partir de ce seuil, le mode apparaît avec un coefficient de surtension élevé, de l'ordre de 480×10^6 et des pertes d'insertion de 20 dB. Si l'on diminue la puissance injectée, le même mode reste observable jusqu'à une autre puissance seuil de l'ordre de -26 dBm, bien inférieure à la précédente. Nous avons vérifié pour les autres modes de la même famille que les pertes d'insertion sont indépendantes de la puissance injectée.

Ce comportement bistable est bien connu dans le domaine optique et est attribué à la présence d'ions paramagnétiques dans le cristal utilisé [49, 50, 51], Dans notre cas les ions Fe^{3+} .

1.2.2.2 Résonance paramagnétique des ions Fe^{3+} et effet maser

Le résonateur saphir que nous utilisons contient en faible proportion des ions paramagnétiques Fe^{3+} qui résultent de la technique de croissance du monocristal (voir section 3.3.3). Ces ions présentent dans la matrice saphir trois niveaux d'énergie à champ magnétique nul [52, 39, 41]. Il se trouve que l'écart entre les deux premiers niveaux d'énergie correspond à une fréquence de 12,037 GHz, la même que celle du mode $WGH_{17,0,0}$, à 1 MHz près.

A basse température, les ions occupent en majorité l'état énergétique le plus bas, noté E_1 . Une onde

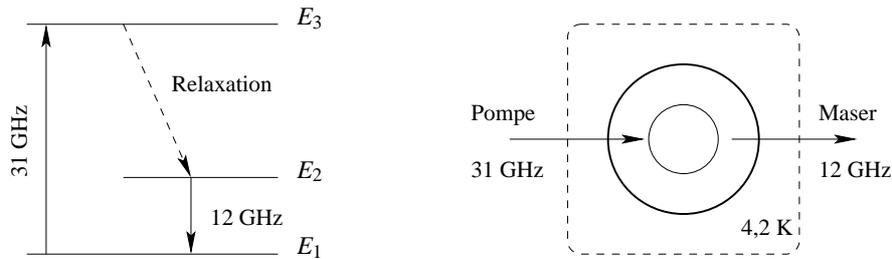


FIG. 1.16 – Niveaux d'énergie de l'ion Fe^{3+} et principe du maser.

à 12,04 GHz se propageant dans le résonateur va donc être absorbée par les ions. A faible puissance, ce phénomène d'absorption détruit complètement le mode $\text{WGH}_{17,0,0}$. Si l'on augmente progressivement la puissance injectée dans le résonateur, la transition $E_1 \rightarrow E_2$ des ions va commencer à saturer. La différence de populations va chuter et l'absorption de l'onde diminue. A partir d'une puissance seuil, les pertes ne sont plus suffisantes pour empêcher le recyclage de l'onde dans le résonateur. La résonance se construit et l'énergie emmagasinée augmente, ce qui renforce encore la saturation de la transition. Ce phénomène, comparable à une avalanche, va brusquement rendre négligeables les pertes induites par les ions et le mode va apparaître. Celui-ci étant établi, si l'on diminue la puissance, il est nécessaire de dépasser une puissance seuil relativement basse pour diminuer la saturation. Cette diminution étant initiée, les pertes augmentent, le coefficient de surtension chute et l'énergie emmagasinée diminue fortement : on atteint le deuxième seuil. Ce phénomène est complètement similaire à celui rencontré dans les cavités laser comportant un absorbant saturable [51]. Dans ces dispositifs optiques utilisés généralement pour obtenir un fonctionnement pulsé du type Q-switching, l'effet de bistabilité est bien connu.

Le maser à mode de galerie exploite le principe du maser à trois niveaux décrit par Bloembergen. Il est en effet possible d'obtenir une différence de populations négative, entre E_1 et E_2 , en pompant les ions Fe^{3+} avec une onde à 31 GHz. Les ions présents initialement sur le niveau E_1 vont absorber l'énergie du signal de pompe et transiter vers l'état E_3 . Ils se relaxent ensuite vers le niveau E_2 et le peuplent au détriment du niveau E_1 . Pour une onde résonante à 12,04 GHz, le système devient alors amplificateur. Si la puissance de la pompe est suffisante pour compenser les pertes du résonateur (qui sont très faibles, rappelons-le), le système peut entrer en oscillation.

1.2.2.3 Avantages

Ce concept pourrait à terme remplacer les OSC classiques et s'imposer comme la meilleure référence secondaire. En effet, cet oscillateur présente des avantages non négligeables.

- son extrême simplicité comparée à un OSC classique : tous les dispositifs de maintien de l'oscillation, de correction de la phase et de la puissance sont supprimés.
- l'ensemble de l'oscillateur est à la même température de fonctionnement, contrairement à un OSC qui est divisé en deux étages : un à température ambiante (électronique de contrôle) et un autre à basse température (le résonateur).
- il ne nécessite aucun champ magnétique continu pour fonctionner. Par exemple, le maser du JPL à base d'ions de chrome nécessite un champ statique, de l'ordre de 500 Gauss. De plus, il opère à des températures plus basses que le Whigmo.
- la concentration des ions utilisés est extrêmement faible par rapport à d'autres types de maser. Les premiers masers et ceux qui leur ont succédé nécessitaient des cristaux fortement dopés [53].
- il présente des niveaux de puissance très élevés, comparés à d'autres type de masers : nous avons pu mesurer un niveau puissance maximal à -54 dBm à la sortie du résonateur, soit une puissance 10 000 fois supérieure à celle d'un maser H.
- il pourrait présenter des niveaux d'instabilité jamais atteints. Un tel oscillateur n'est limité que par le bruit thermique [54]. Théoriquement, le bruit de phase de ce maser est donné par la relation suivante :

$$S_{\phi}(f) = \frac{k_B T}{P} \quad (1.2)$$

soit un niveau de bruit de l'ordre de $-137 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ pour une puissance de 3 nW à une température $T=4,2 \text{ K}$. Son équivalent dans le domaine temporel (la déviation d'Allan) est défini par la relation suivante :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{Q_L^{17,0,0}} \sqrt{\frac{k_B T}{2P\tau}} \quad (1.3)$$

Pour un facteur de qualité en charge du résonateur de 500 millions, cette déviation serait de l'ordre de $1 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$.

- à cause de sa simplicité, cet oscillateur pourrait être facilement employé hors d'un laboratoire de recherche.
- pour finir, nous pourrions étendre ce concept à plus haute fréquence et développer ainsi de nouvelles sources extrêmement simples dans le domaine millimétrique en utilisant d'autres types d'impuretés paramagnétiques.

1.2.2.4 Inconvénients

Cette source a cependant hérité de quelques inconvénients caractéristiques des OSC.

L'inconvénient majeur de cette source n'est autre que la température. Un fonctionnement autour de 4,2 K est le prix à payer actuellement pour atteindre des niveaux de stabilités records. Toutefois, il n'est pas exclu que cette source puisse fonctionner à des températures proches de celle de l'azote liquide, à 77K (voir section 6.1.5.2).

Le maser nécessite deux modes, un à 12 GHz et un autre à 31 GHz. Optimiser les couplages des deux modes peut s'avérer fastidieux.

Le maser nécessite un signal de pompe (31 GHz). Les fluctuations (phase et amplitude) de ce signal auront une influence sur la stabilité du maser. Nous étudierons dans le chapitre 6.1.5.2, la sensibilité du signal maser aux variations de fréquence et d'amplitude de la pompe. Nous avons cependant montré qu'il était possible de trouver dans certains cas des points de fonctionnement où ces sensibilités sont minimales. L'obtention de stabilité extrême nécessitera certainement des asservissements sur ces points de fonctionnement.

Chapitre 2

Comportement des ions Fe^{3+} dans la matrice saphir

Introduction

Le comportement bistable du résonateur introduit dans le chapitre précédent est fondé sur l'effet d'absorption des ions fer dans le saphir. Nous avons également décrit la possibilité d'amplification par émission stimulée des ions.

Afin de mieux comprendre les effets de ces ions, il est important d'étudier leur comportement dans la matrice de l'alumine. Ce chapitre introduit tout d'abord le comportement d'un système simple à deux niveaux d'énergie. Ceci permettra de mieux comprendre l'effet bistable observé. Puis, il décrit le système complet à trois niveaux des ions Fe^{3+} .

Par la suite, il résume les calculs des probabilités des transitions entre les couples de niveaux. Ces probabilités sont importantes, surtout pour évaluer les niveaux des puissances absorbée et émise.

Ces différents éléments permettront, alors, de modéliser le comportement bistable et de décrire en détail le fonctionnement du maser à modes de galerie.

2.1 Système à deux niveaux

Considérons un système possédant deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 avec $E_1 < E_2$ (voir fig 2.1). Il pourrait s'agir des deux premiers niveaux de l'ion Fe^{3+} dans la matrice de saphir. Ces deux niveaux sont reliés par la relation de Planck :

$$E_2 - E_1 = h\nu_{12} \quad (2.1)$$

où h est la constante de Planck : $h = 6,62 \times 10^{-34}$ Joule/s. Une onde électromagnétique dont la fréquence est proche de ν_{12} peut provoquer des transitions entre E_1 et E_2 . Ces transitions obéissent à des règles de sélection que nous verrons plus en détail dans la suite de ce manuscrit (voir page 37). On considère ici

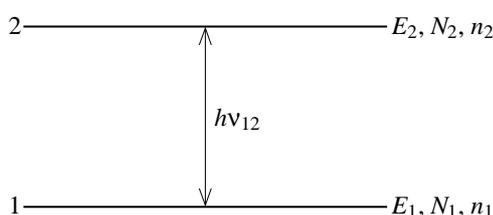


FIG. 2.1 – Système énergétique à deux niveaux.

qu'ils ne sont pas dégénérés. Dans le cas contraire, chaque niveau est composé de sous niveaux et les règles qui régissent les interactions avec un rayonnement sont plus complexes [51].

En l'absence d'interaction avec le monde extérieur, le système est à l'équilibre. Les populations qui occupent les deux niveaux E_1 et E_2 , notées respectivement N_1 et N_2 , sont constantes. Le rapport entre ces deux populations est donné par la loi de répartition statistique de Boltzmann :

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(\frac{-h\nu_{12}}{k_B T}\right) = e^{-\Delta} \quad (2.2)$$

où k_B est la constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ Joule/K et T la température absolue. Pour une fréquence de 12 GHz et à la température de l'hélium liquide, on a $\Delta \approx 0,13$, que nous allons considérer petit devant l'unité. En posant $N_{12} = N_1 + N_2$, N_{12} étant le nombre total des ions qui occupent les deux niveaux d'énergie, il vient que

$$N_1 = \frac{N}{1 + e^{-\Delta}} \approx \frac{1}{2}N \left(1 + \frac{1}{2}\Delta\right) \quad (2.3)$$

$$N_2 = \frac{N}{1 + e^{+\Delta}} \approx \frac{1}{2}N \left(1 - \frac{1}{2}\Delta\right)$$

La différence de populations ΔN_{12} est finalement égale à :

$$\Delta N_{12} = N_1 - N_2 = N \tanh\left(\frac{1}{2}\Delta\right) \approx \frac{1}{2}N\Delta \quad (2.4)$$

A l'équilibre thermodynamique $\Delta N_{12} > 0$ (ou $N_1 > N_2$), le système sera d'autant plus absorbant que la fréquence est élevée et la température basse. En réalité, le système d'ions n'est pas absolument isolé du monde externe. Par exemple, les fluctuations thermiques dans le cristal sont une source de perturbations non négligeables. Elles engendrent, via le transfert d'énergie par les phonons, des transitions $E_1 \leftrightarrow E_2$. Les populations ne sont plus constantes mais fluctuent. Elles seront notées $n_1(t) = n_1$ et $n_2(t) = n_2$. Les échanges d'énergie entre les phonons du réseau et le système ionique vont dans les deux sens. L'énergie supplémentaire emmagasinée dans le système sera dissipée sous forme d'agitation thermique. C'est la relaxation dite spin-réseau. Ce mécanisme est relié à des probabilités de transitions dites "naturelles" [45]. Elles sont notées Γ_{ij} : transition du niveau E_i vers le niveau E_j , exprimée en unité de spin par unité de temps (voir figure 2.2).

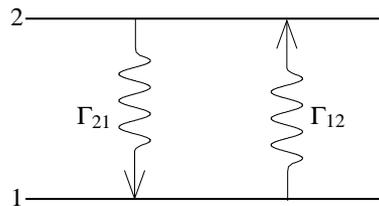


FIG. 2.2 – Probabilité de relaxation Γ_{ij} .

Lorsque la perturbation cesse, le système doit retrouver son équilibre. L'évolution temporelle de la population du niveau E_1 correspond à la différence entre les ions qui transitent vers celui-ci et les ions qui transitent vers le niveau haut. Il en est de même pour la population du niveau E_2 . Il en résulte les équations de taux de relaxation suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -\Gamma_{12}n_1 + \Gamma_{21}n_2 \\ \frac{dn_2}{dt} &= \Gamma_{12}n_1 - \Gamma_{21}n_2 \\ \frac{dN}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Le nombre total N_{12} est conservé. Pour $t \rightarrow \infty$, on suppose que l'équilibre thermique est atteint et que les populations de chaque niveau ne varient plus. C'est-à-dire : $dn_1/dt = dn_2/dt = 0$ ou encore : $n_1 = N_1$ et

$n_2 = N_2$. Les équations de relaxation nous mènent alors à la condition suivante :

$$\frac{\Gamma_{12}}{\Gamma_{21}} = \frac{N_2}{N_1} = e^{-\Delta} \quad (2.6)$$

Cette première relation nous indique que, pour un système réel, les taux de transition doivent toujours vérifier la condition suivante :

$$\Gamma_{12} > \Gamma_{21} \quad (2.7)$$

Retour à l'équilibre

Suite à une perturbation, le système va se retrouver hors équilibre avec une nouvelle différence de population Δn_0 . Une fois cette perturbation disparue, le système va tendre à retrouver son équilibre. La résolution du système d'équations (2.5) nous permet d'écrire :

$$\Delta n_{12} = n_1 - n_2 = \Delta N_{12} + (\Delta n_0 - \Delta N_{12}) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) \quad (2.8)$$

La figure 2.3 montre comment évolue Δn_{12} vers l'équilibre en fonction du temps.

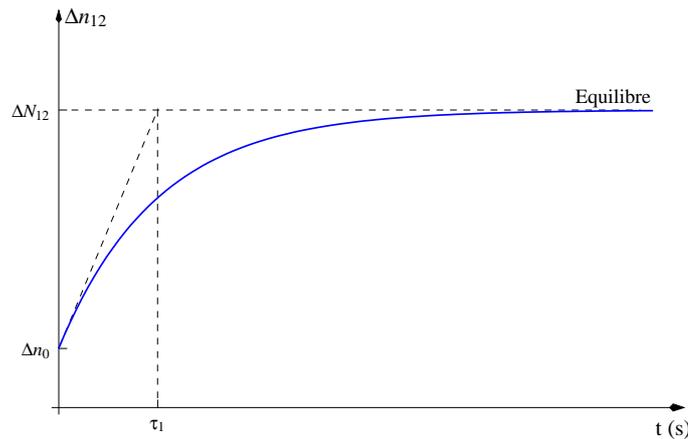


FIG. 2.3 – *Processus de relaxation suite à une perturbation.*

Le temps de relaxation spin-réseau τ_1 caractérise le temps nécessaire aux ions pour qu'ils retrouvent leur équilibre. Il est exprimé en fonction des probabilités de relaxation comme suit :

$$\tau_1 = \frac{1}{\Gamma_{12} + \Gamma_{21}} \quad (2.9)$$

Pour certains matériaux, τ_1 peut être long, de l'ordre de la seconde, et pour d'autres, très court, quelques micro-secondes [55, 56]. Selon Kronig et Van Vleck [55, 57], ce temps est inversement proportionnel à la

température T au voisinage de l'hélium liquide. Pour des températures plus hautes, τ_1 évolue en fonction de T^{-7} . Bogle et Symmons [39] ont donné une valeur de 7 ms pour la transition à 12 GHz du fer à 4,2 K. De plus, cette grandeur est une fonction inverse de la concentration ionique N (voir les mesures de Kornienko et Prokhorov [52]).

2.1.1 Absorption et émission stimulée

Intéressons-nous maintenant au comportement du système lorsqu'il est soumis à un rayonnement électromagnétique externe à la fréquence ν_{12} (voir figure 2.4). Les ions du niveau bas vont absorber

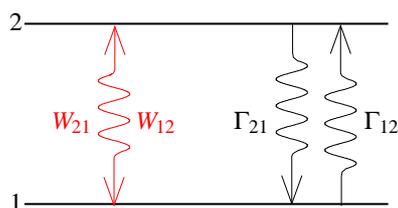


FIG. 2.4 – Système à deux niveaux soumis à un rayonnement électromagnétique.

l'énergie avec la probabilité W_{12} . Ceux du niveau haut vont être stimulés par le rayonnement et émettre avec la probabilité W_{21} . Si les deux niveaux ne sont pas dégénérés, alors : $W_{12} = W_{21}$ ¹. Ces probabilités sont proportionnelles au coefficient d'émission stimulée d'Einstein B_{21} et à la densité d'énergie de l'onde incidente $\rho(\nu)$.

$$W_{21} = B_{21}\rho(\nu) \quad (2.10)$$

En hyperfréquences, l'émission stimulée est prédominante par rapport à l'émission spontanée. Cette dernière est déterminée par le coefficient d'émission spontanée d'Einstein A_{21} .

$$A_{21} = \frac{8\pi h\nu_{12}^3}{c^3} B_{21} \quad (2.11)$$

A une fréquence de 12 GHz, le rapport entre les deux coefficients est de l'ordre de 10^{-27} . L'émission spontanée est donc quasiment innopérante. C'est ce qui est à l'origine des faibles facteurs de bruit des masers.

En réalité, les ions n'interagissent pas seulement avec un rayonnement à une fréquence bien déterminée ν_{12} , mais ils réagissent sur une gamme de fréquences plus ou moins large qui dépend des interactions entre les ions. L'absorption est généralement décrite par un profil lorentzien ou gaussien noté $g(\nu)$. C'est

¹Dans le cas contraire, il existe autant de transitions que de niveaux. Les probabilités de transition sont alors différentes [51] : $g_1 W_{12} = g_2 W_{21}$ avec g_1 et g_2 les nombres de sous niveaux associés à la transition.

une fonction normalisée et centrée autour de ν_{12} .

$$\int_0^{\infty} g(\nu) d\nu = 1 \quad (2.12)$$

La forme la plus simple de cette fonction est une lorentzienne dite homogène [45] (voir figure 2.5) :

$$g(\nu) = \frac{2\tau_2}{1 + (2\pi\tau_2)^2 (\nu - \nu_{12})^2} \quad (2.13)$$

Le comportement des ions est donc décrit par un élargissement en fréquence dit homogène². La largeur fréquentielle du profil de résonance va dépendre de plusieurs facteurs et notamment de la distribution des ions dans le réseau cristallin [58, 59]. Lorsque le cristal est parfait les ions "voient" le même environnement et se comportent comme s'ils avaient une seule fréquence d'absorption ν_{12} . Bien entendu, le maximum d'absorption a lieu lorsque la fréquence de l'onde est égale à ν_{12} .

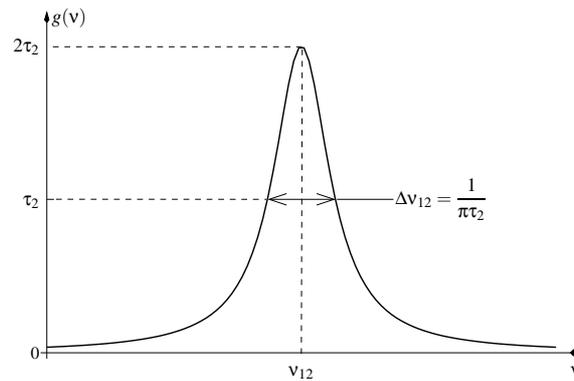


FIG. 2.5 – Profil d'absorption homogène. La largeur à mi-hauteur $\Delta\nu_{12} = 1/\pi\tau_2$.

τ_2 est le temps de relaxation spin-spin. Il définit la largeur du profil d'absorption à mi-hauteur. C'est une image des interactions magnétiques entre spins voisins. Leur proximité fait naître un champ magnétique local qui dépend de la distance qui les sépare. Imaginons donc deux spins qui commencent leur précession en phase à l'instant t_0 . Si l'un des deux absorbe un photon à l'instant t , ils vont tourner à des vitesses différentes. τ_2 est le temps nécessaire pour que le transfert d'énergie à l'autre spin ait lieu et que les deux spins tournent à nouveau en phase (voir figure 2.6). Ce temps, contrairement à τ_1 , est insensible à la température, au voisinage de celle de l'hélium liquide [56].

La probabilité d'absorption ou d'émission stimulée dépend aussi du couplage entre les niveaux. Nous

²Dans la section 3.4, on discute plus en détail le comportement des ions dans la matrice saphir

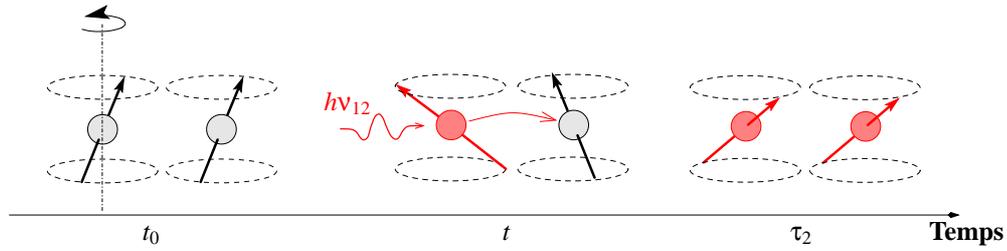


FIG. 2.6 – Interaction entre deux spins voisins

donnons ici son expression générale en fonction du vecteur spin du système ionique pour un couple de niveaux (E_i, E_j) (nous verrons plus loin comment les calculer en détail) :

$$W_{ij} = \frac{1}{4} \gamma^2 g(\nu) H_{ac}^2 \sigma_{ij}^2 \quad (2.14)$$

où la quantité σ_{ij}^2 est un nombre associé à la transition $i \leftrightarrow j$. Cette quantité est calculée à partir des paramètres de l'Hamiltonien du système. Notons que plus le champ magnétique appliqué ou émis est intense, plus la probabilité sera importante. Pour décrire l'évolution des populations, nous devons alors résoudre les équations de taux suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -\Gamma_{12}n_1 + \Gamma_{21}n_2 - W_{12}n_1 + W_{21}n_2 \\ \frac{dn_2}{dt} &= \Gamma_{12}n_1 - \Gamma_{21}n_2 + W_{12}n_1 - W_{21}n_2 \\ N_{12} &= N_1 + N_2 = n_1 + n_2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Après quelques opérations, nous aboutissons à cette unique équation différentielle :

$$\frac{d\Delta n_{12}}{dt} = - (1/\tau_1 + 2W_{12}) \left(\Delta n_{12} - (1 + 2W_{12}\tau_1)^{-1} \Delta N_{12} \right) \quad (2.16)$$

La résolution de cette équation, en posant $\Delta n_{12} = \Delta N_{12}$ comme condition initiale, nous mène à :

$$\Delta n_{12} = \frac{\Delta N_{12}}{1 + 2W_{12}\tau_1} \left(1 + 2W_{12}\tau_1 \exp \left(-\frac{1 + 2W_{12}\tau_1}{\tau_1} t \right) \right) \quad (2.17)$$

L'écart de population diminue plus au moins rapidement selon la valeur de W_{12} . En effet, le nouveau temps de réponse τ du système dépend de W_{12} selon la relation suivante :

$$\tau = \frac{\tau_1}{1 + 2W_{12}\tau_1} \quad (2.18)$$

C'est-à-dire que plus la puissance de l'onde appliquée est élevée, plus cette chute va se produire rapidement. Lorsque l'onde est assez puissante, l'écart a tendance à s'annuler. Une fois les populations égalisées, l'écart restera nul même si la puissance appliquée augmente. Il s'agit de la saturation. Les asymptotes des courbes représentées sur la figure 2.7 sont définies par :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta n_{12} = \frac{\Delta N_{12}}{1 + 2W_{12}\tau_1} \approx \begin{cases} \Delta N_{12}, & W_{12} \ll \tau_1 \\ 0, & W_{12} \gg \tau_1 \end{cases} \quad (2.19)$$

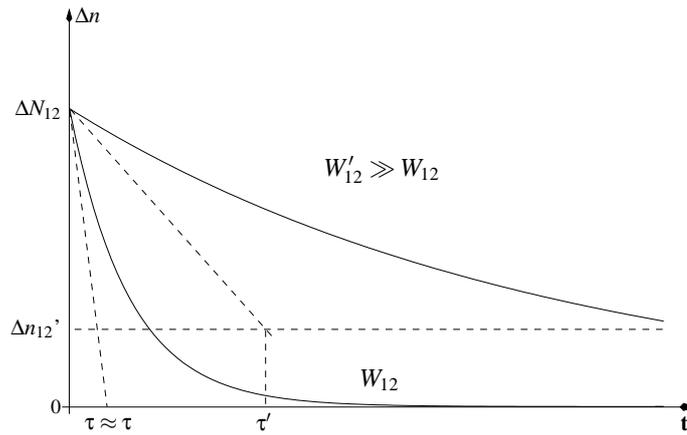


FIG. 2.7 – Evolution de l'écart de populations instantané. Lorsque W_{12} est élevée, la saturation est atteinte, d'où $\Delta n \rightarrow 0$ et le temps de réponse $\tau \approx \tau_1$. Lorsque W_{12} est faible, alors $\Delta n'_{12} = \frac{\Delta N_{12}}{1 + 2W_{12}\tau_1}$ et le temps de réponse est $\tau' = \frac{\tau_1}{1 + 2W_{12}\tau_1}$.

La figure 2.8 illustre l'évolution de Δn_{12} en fonction de W_{12} . Cette fois nous voyons clairement qu'une fois la saturation atteinte, Δn_{12} restera nul même si W_{12} augmente. Le facteur de saturation $(1 + 2W_{12}\tau_1)^{-1}$ nous indique aussi que si le temps τ_1 est long, la saturation peut être atteinte avec des champs faibles.

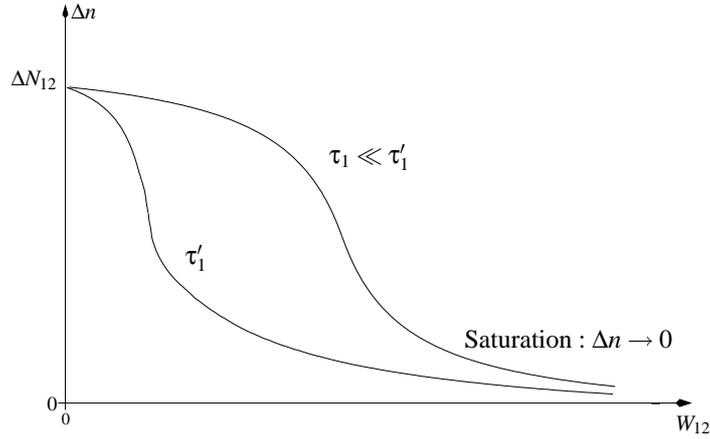


FIG. 2.8 – Evolution de l'écart de population en fonction de W_{12} . Lorsque le temps de relaxation τ_1 est faible, le système peut atteindre la saturation avec des champs faibles

2.1.2 Puissance d'absorption et comportement bistable

Les ions qui transitent vers le niveau supérieur absorbent une quantité d'énergie $h\nu_{12} n_1$ avec la probabilité W_{12} . Ceux qui se désexcitent par émission stimulée émettent une énergie $h\nu_{12} n_2$ avec la même probabilité W_{12} . La puissance totale absorbée par les ions par unité de volume s'exprime comme suit :

$$dP_{12} = (W_{12}n_1 - W_{21}n_2)h\nu_{12}dV = W_{12}\Delta n_{12}h\nu_{12}dV \quad (2.20)$$

Ici le volume est celui qu'occupe l'onde dans le résonateur. C'est-à-dire celui du mode de galerie. Pour calculer ce volume il est nécessaire de connaître le rayon de la caustique R_c [14]. Ce dernier est fonction de paramètres calculés à partir des solutions des équations de Maxwell. Plus l'ordre du mode considéré est élevé plus ce rayon caractéristique va se rapprocher du rayon du résonateur R . Le volume correspondant au mode $WGH_{17,0,0}$ représente approximativement le 1/4 du volume total du résonateur [60] :

$$V = \frac{\pi}{4}hR^2 \quad (2.21)$$

C'est une approximation qui donne l'ordre de grandeur et qui est dans notre cas suffisante.

En appliquant un rayonnement au système, l'écart Δn_{12} va évoluer comme nous l'avons montré précédemment. Une fois l'équilibre atteint (il ne s'agit pas de l'équilibre thermique mais de l'état stationnaire du système $d\Delta n_{12}/dt = 0$), les équations (2.4), (2.19) et (2.20) nous permettent d'écrire la puissance absorbée comme suit :

$$dP_{12} = h\nu_{12} \frac{W_{12}\Delta n_{12}}{1 + 2W_{12}\tau_1} dV \approx h\nu_{12} \frac{W_{12}}{1 + 2W_{12}\tau_1} \frac{h\nu_{12}}{2k_B T} N_{12} dV \quad (2.22)$$

Si le champ incident est faible, l'écart de population sera proche de celui de l'équilibre thermique $\Delta n_{12} \approx \Delta N_{12}$ (voir équation (2.19)). La puissance absorbée va croître proportionnellement à la probabilité W_{12} :

$$dP_{12} = h\nu_{12}W_{12}\frac{N_{12}}{2k_B T}dV \quad (2.23)$$

Lorsque la puissance est importante (système saturé), Δn_{12} va tendre vers la limite donnée par l'équation (2.19) et la puissance vers la limite suivante :

$$\lim_{W_{12} \rightarrow \infty} dP_{12} = \frac{(h\nu)^2 N_{12}}{4k_B T \tau_1} dV \quad (2.24)$$

En conclusion, ceci explique bien le comportement de S_{21} du mode de galerie $\text{WGH}_{17,0,0}$. Lorsque la puissance de l'onde circulant dans le résonateur est faible, toute l'énergie est absorbée par les ions. Le mode de galerie n'apparaît pas. Si la puissance augmente jusqu'au premier seuil P_{in1} , le système ionique va commencer à se saturer et le mode de galerie apparaîtra distordu. Quand la saturation est atteinte, les ions ne peuvent plus absorber d'énergie supplémentaire et le mode de galerie apparaîtra complètement.

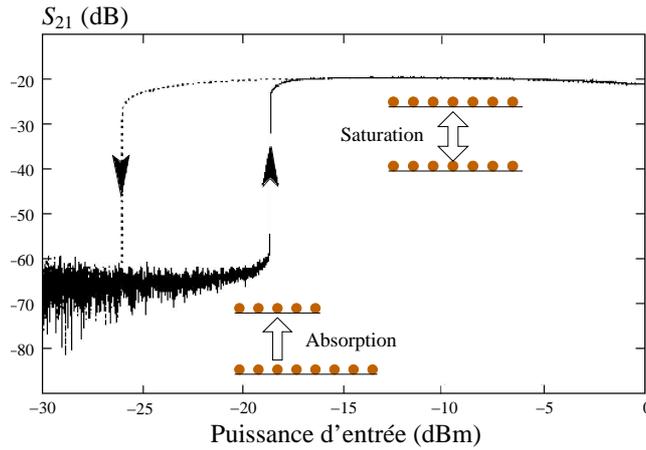


FIG. 2.9 – Explication du comportement bistable du résonateur.

Si maintenant on fait décroître la puissance, le fort coefficient de surtension du mode de galerie a pour effet de confiner efficacement l'énergie d'une façon telle que le deuxième seuil va être inférieur au premier. Les ions vont chercher à se relaxer et vont émettre de l'énergie. Celle-ci sera recyclée dans le résonateur via le mode de galerie et sera à nouveau absorbée par les ions. Nous verrons dans le chapitre suivant que l'effet de la bistabilité du coefficient de transmission dépend de Q_0 . Nous verrons aussi que plus sa valeur est élevée, plus l'écart entre les deux seuils va être important.

Dans cette partie, nous avons étudié le cas d'un système ionique simple à deux niveaux d'énergie. Ceci nous a permis de mieux comprendre le comportement bistable du résonateur. Cette étude générale va également nous permettre de mieux cerner le cas du système à trois niveaux d'énergie. Nous présenterons donc dans la partie suivante des généralités sur l'ion fer dans le saphir sans considérer les modes de galerie. Nous disposerons ainsi des éléments nécessaires pour modéliser le comportement bistable de ce résonateur.

2.2 Système à trois niveaux

Considérons le système à trois niveaux représenté par la figure 2.10. A l'équilibre thermique, les populations sont réparties selon la loi de Boltzmann.

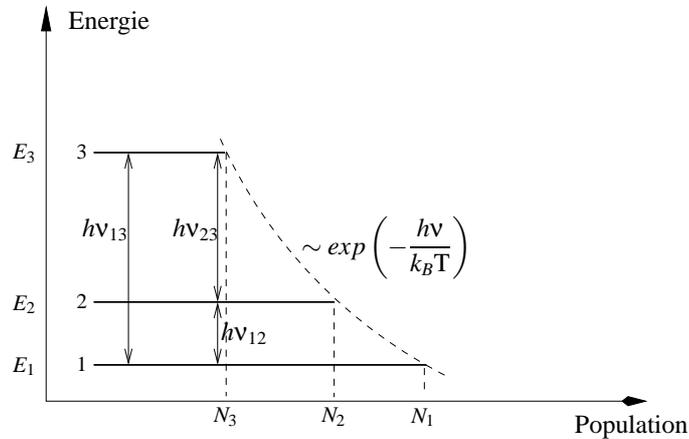


FIG. 2.10 – Système énergétique à trois niveaux.

Les écarts de populations peuvent être calculés à partir du système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
 \frac{N_2}{N_1} &= \exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{k_B T}\right) = e^{-\Delta_{12}} \\
 \frac{N_3}{N_2} &= \exp\left(-\frac{h\nu_{23}}{k_B T}\right) = e^{-\Delta_{23}} \\
 \frac{N_3}{N_1} &= \exp\left(-\frac{h\nu_{13}}{k_B T}\right) = e^{-\Delta_{13}} \\
 N &= N_1 + N_2 + N_3
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Après quelques calculs simples, nous aboutissons aux équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \Delta N_{12} &= N_1 - N_2 = \frac{1 - e^{-\Delta_{12}}}{1 + e^{-\Delta_{12}} + e^{-\Delta_{13}}} \times N \\
 \Delta N_{23} &= N_2 - N_3 = \frac{1 - e^{-\Delta_{23}}}{1 + e^{+\Delta_{12}} + e^{-\Delta_{23}}} \times N \\
 \Delta N_{13} &= N_1 - N_3 = \frac{e^{+\Delta_{13}} - 1}{1 + e^{+\Delta_{13}} + e^{+\Delta_{23}}} \times N
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Le tableau 2.1 résume les caractéristiques des résonances et des différences de populations à 4,2 K. Notons que l'écart de populations entre les niveaux E_1 et E_3 est le plus important. Les ions sont donc susceptibles d'absorber de l'énergie à 31,318 GHz.

Les largeurs fréquentielles présentées dans ce tableau, ont été mesurées pour un échantillon fortement

Transition	Fréquences (GHz)	$\Delta\nu_L$ (MHz)	Ecart de population
1 \longleftrightarrow 2	12,037	27	$\Delta N_{12} = 0,050N$
2 \longleftrightarrow 3	19,281	40	$\Delta N_{23} = 0,067N$
1 \longleftrightarrow 3	31,318	$\Delta\nu_{totale} \approx 100$	$\Delta N_{13} = 0,117N$

TAB. 2.1 – *Tableau résumant les fréquences de transition et leurs largeurs [61] ainsi que les écarts de population à l'équilibre et à 4,2 K. Malheureusement, nous ne disposons pas de la largeur à mi-hauteur de la transition à 31 GHz. En effet, dans la littérature, on ne trouve que les données des autres transitions. Cependant nous avons pu estimer sa largeur totale à 100 MHz (voir section 5.3.3).*

dopé en ions Fe^{3+} . D'autres exemples dans la littérature montrent que ces valeurs varient d'un cristal à un autre (voir tableau 3.10) et dépendent de plusieurs facteurs, tels que les imperfections du réseau cristallin, de la concentration ionique ...

2.2.1 Probabilité d'absorption

Comme nous l'avons indiqué précédemment (voir l'équation (2.10)), la probabilité d'absorption est proportionnelle à la puissance de l'onde appliquée. Elle est proportionnelle au carré du champ magnétique ac : $\frac{1}{2}\mu_0 H_{ac}^2 = \rho(\nu)d\nu$. Cette probabilité est donnée par la relation suivante [45] :

$$W_{12} = \frac{1}{4}\gamma^2 g(\nu) H_{ac}^2 \sigma_{12}^2 = \frac{1}{2} \frac{\gamma^2}{\mu_0} g(\nu) \rho(\nu) d\nu \sigma_{12}^2 \quad (2.27)$$

γ est le rapport gyromagnétique défini par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{g\mu_B\mu_0}{\hbar} \quad (2.28)$$

où g est le facteur de Landé égal à 2 pour l'électron. $\mu_B = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J.T}^{-1}$ est le magnéton de Bohr électronique. Donc $\gamma \approx 220,9 \times 10^3 \text{ m.A.s}$. Ce paramètre définit la sensibilité avec laquelle évolue la fréquence d'absorption en fonction d'un champ magnétique statique (effet Zeeman) :

$$\nu_{12} = \frac{\gamma}{2\pi} H_{dc} = \frac{\gamma}{2\pi\mu_0} B_{dc} \quad (2.29)$$

Cette sensibilité est de l'ordre de 2,8 MHz/Gauss. Il est important aussi de souligner le fait que ce terme permet d'obtenir une estimation de l'intensité du champ magnétique à l'échelle locale des ions. En effet, le profil d'absorption des ions est dû aux interactions entre spins voisins. Ces interactions peuvent être

représentées par un champ local H_{local} défini par :

$$H_{local} = \frac{2\pi\Delta\nu_{12}}{\gamma} = \frac{2}{\gamma\tau_2} \quad (2.30)$$

Ce champ est de l'ordre de 3,5 T pour les ions Fe^{3+} dans le saphir. Ceci implique que les couplages entre spins soient très forts.

σ_{12} est un vecteur dans l'espace (x, y, z) déterminé par le vecteur de spin \mathbf{S} . Il est défini pour une transition $i \leftrightarrow j$ par le bracket suivant :

$$\sigma_{ij} \equiv \langle i | \mathbf{S} | j \rangle = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \quad (2.31)$$

où $\langle i |$ et $| j \rangle$ sont les états propres du vecteur spin du système considéré. Ainsi la détermination de la probabilité de transition passe obligatoirement par la connaissance de l'Hamiltonien du système. Celui-ci a été largement étudié dans les années cinquante et soixante, notamment par Kornienko et Prokhorov [52], Bogle et Symmons [39, 61].

L'ion Fe^{3+} a comme configuration électronique $[\text{Ar}]3d^5$. Le nombre de spin total est $S = 5/2$, le nombre orbital total est $L = 0$ et le terme spectroscopique de l'état fondamental est 6S . L'ion Fe^{3+} remplace le cation Al^{3+} dans le réseau et subit l'action du champ cristallin dû à la proximité des ions O^{2-} et Al^{3+} . Ces interactions à champ dc nul sont décrites par l'Hamiltonien suivant [52] :

$$\mathbf{H} = D \left(S_z^2 - \frac{1}{3}S(S+1) \right) + \frac{1}{6}a \left(S_\xi^4 + S_\eta^4 + S_\zeta^4 - \frac{707}{16} \right) + \frac{7}{36}F \left(S_z^4 - \frac{95}{14}S_z^2 + \frac{81}{16} \right) \quad (2.32)$$

Cet Hamiltonien a été calculé en considérant le champ cristallin cubique avec une distorsion trigonale et l'axe (z) comme axe de symétrie, ce qui est le cas de nos résonateurs. En effet, le corindon $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ se cristallise dans le système rhomboédrique. (ξ, η, ζ) sont les axes du champ cristallin trigonal. L'axe de symétrie cristallin $(C3) \equiv (z)$ est défini selon la direction (1,1,1) de ce système. Pour plus de détails sur la structure du corindon, voir [62, 63].

Les niveaux énergétiques sont calculés en fonction des paramètres D , F et a de l'équation précédente. Les deux premiers termes de celle-ci sont les paramètres du champ axial respectivement des deuxième et quatrième ordres. L'écartement entre niveaux est surtout dû à D . a est le paramètre de champ trigonal (mélange entre les niveaux E_1 et E_3 du système). Ils sont exprimés en unité de 10^{-4}cm^{-1} . Le tableau 2.2 donne des valeurs de ces paramètres mesurés à différentes températures par Kornienko et Prokhorov [52].

T (K)	290	77	4,2
D	$+1796,4 \pm 0,4$	$+1836,2 \pm 0,6$	$+1838,5 \pm 0,6$
$ a $	$248,7 \pm 1,0$	$254,1 \pm 1,3$	$253,5 \pm 1,3$
$a - F$	$+353,2 \pm 2$	$+362,6 \pm 2$	$+362,7 \pm 2$

TAB. 2.2 – Paramètres de l'Hamiltonien des ion Fe^{3+} dans le saphir à différentes températures. Ils sont exprimés en unité de 10^{-4} cm^{-1}

Les formules générales des états propres de l'Hamiltonien de l'équation (2.32) ont été calculées par Bleaney en 1953 [64] :

$$\begin{aligned}
 E_1 &\equiv \frac{1}{3}D - \frac{1}{2}(a - F) - \frac{1}{6}\sqrt{(18D + a - F)^2 + 80a^2} \\
 E_2 &\equiv -\frac{2}{3}D + (a - F) \\
 E_3 &\equiv \frac{1}{3}D - \frac{1}{2}(a - F) + \frac{1}{6}\sqrt{(18D + a - F)^2 + 80a^2}
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

En utilisant les données du tableau 2.2, nous trouvons les différentes fréquences de transition de l'échantillon de Kornienko et Prokhorov

T (K)	290	77	4,2
ν_{12} (GHz)	11,740	12,010	12,021
ν_{23} (GHz)	18,831	19,243	19,268
ν_{13} (GHz)	30,571	31,253	31,289

TAB. 2.3 – Fréquences de l'échantillon de Kornienko, calculées à partir des paramètres de l'Hamiltonien, à champ magnétique dc nul. La fréquence ν_{13} est obtenue en sommant les deux autres.

Les transitions entre niveaux énergétiques obéissent à des règles de sélection bien précises (voir page 109 de [45]). Pour cela, on définit un nombre quantique M associé à chaque niveau : $M = 1/2, 3/2 \dots S - 1, S$ (voir la figure 2.11).

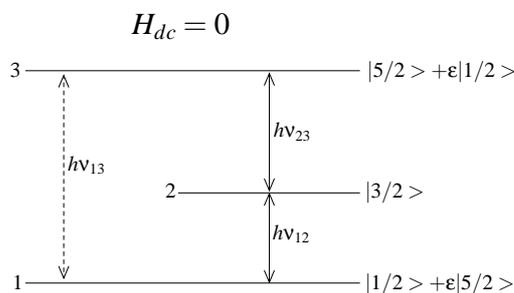


FIG. 2.11 – La règle de sélection des transitions impose $\Delta M = 1$. Normalement la transition $1 \leftrightarrow 3$ n'est pas autorisée car $\Delta M = 2$. Cependant, le champ cristallin mélange les deux niveaux avec des taux très faibles (ϵ), ce qui rend la transition possible.

Lorsque l'écart entre deux niveaux est égal à l'unité ($\Delta M = (M + 1) - M$), alors la transition est permise. Dans le cas contraire, la transition est interdite. Cependant le champ cristallin influe sur les interactions entre spins et les deux niveaux E_1 et E_3 vont se mélanger [36]. Les transitions se produisent avec une probabilité très faible comparée à celles qui sont permises, mais suffisante pour qu'il y ait de l'absorption.

Nous disposons finalement de tous les éléments nécessaires au calcul des vecteurs σ_{ij} [65].

$$\begin{aligned}\sigma_{12}^2 &= \frac{1}{2g^2}(5 + 3\cos(\alpha_c))(h_x^2 + h_y^2) \\ \sigma_{23}^2 &= \frac{1}{2g^2}(5 + 3\sin(\alpha_c))(h_x^2 + h_y^2) \\ \sigma_{13}^2 &= \frac{9}{g^2}\sin^2(2\alpha_c)\left(\frac{1}{4}(h_x^2 + h_y^2) + h_z^2\right)\end{aligned}\quad (2.34)$$

où (h_x, h_y, h_z) sont les cosinus directeurs du champ magnétique ac. Le champ correspondant au processus d'absorption ou d'émission stimulée entre les deux premiers niveaux, possède les mêmes caractéristiques que celles du mode de galerie $WGH_{17,0,0}$. Ce champ est dans le plan azimutal du résonateur. Il s'ensuit que : $h_x^2 + h_y^2 \approx 1$ et $h_z \approx 0$. α_c est une fonction des paramètres du champ cristallin et est donnée par l'équation suivante :

$$\tan(\alpha_c) = \frac{\sqrt{80a}}{18D + a - F} \quad (2.35)$$

Il est à noter que les probabilités de transition ne vont pas être les mêmes d'un cristal à un autre. En effet, la fréquence d'absorption pompe et celle du maser seront fixées par les modes de galerie, à 31 GHz et 12 GHz respectivement (voir page 127). Pour déterminer leurs valeurs exactes, il faudrait mesurer les spectres RPE³ de chaque cristal et calculer les paramètres de l'Hamiltonien à chaque fois. De plus, les spectres sont mesurés en utilisant des poudres et non pas des cristaux comme les nôtres. Nous supposons donc que l'ordre de grandeur des paramètres est le même pour tous nos cristaux.

σ_{ij}^2	σ_{12}^2	σ_{23}^2	σ_{13}^2
Calcul	≈ 2	$\approx 1,5$	$\approx 0,0026$

TAB. 2.4 – Résumé du calcul des paramètres σ_{ij}^2 .

³Résonance Paramagnétique Electronique

Chapitre 3

Modélisation du comportement bistable du résonateur

Introduction

Ce troisième chapitre décrit le modèle du comportement bistable du résonateur. Celui-ci est fondé sur les échanges d'énergie avec les ions via un mode de galerie.

Pour cela, le modèle ligne de transmission, établi lors de la thèse de P.-Y. Bourgeois, sera utilisé. L'effet des ions intervient dans la phase totale du coefficient de transmission du résonateur. L'effet absorbant, quant à lui, est décrit par l'introduction de la susceptibilité magnétique ac des ions fer.

Le modèle réalisé manque de données caractéristiques des ions, tels que la concentration ionique ou les temps de relaxation. Des expériences permettant leur détermination seront présentées.

Enfin, le résultat du calcul et la mesure de la bistabilité du résonateur seront confrontés. On décrira également l'influence des paramètres importants pour un résonateur particulier, tels que le facteur de qualité, la concentration des ions, les différents temps de relaxation ...

Ce modèle théorique a été initié par Mark Oxborrow, du NPL, et n'aurait pu être mené à terme sans son aide.

Le but de cette partie est de modéliser le comportement bistable introduit dans le premier chapitre. Pour cela, nous verrons un cas particulier du modèle du résonateur présenté dans la thèse de Pierre-Yves Bourgeois [16]. Ce modèle permet de calculer le coefficient de transmission du résonateur sans prendre en compte la présence des ions. Ensuite, nous introduirons l'effet des ions Fe^{3+} , ce qui permettra la modélisation du comportement bistable.

3.1 Modèle pour le résonateur

3.1.1 Modèle ligne de transmission pour un résonateur sans impuretés

Le résonateur à mode de galerie utilisé dans le maser est constitué d'un cylindre taillé dans un monocristal d' Al_2O_3 dont les dimensions sont un rayon R de 25 mm et une hauteur h de 30 mm. L'axe C3 du cristal est aligné avec l'axe géométrique du cylindre. On utilise des modes quasi-transverses magnétiques $\text{WGH}_{m,0,0}$ excités par une structure de couplage (antenne ou boucle magnétique). Dans ce cas, l'énergie électromagnétique est confinée entre l'interface air-diélectrique de rayon R et la caustique de rayon R_c . Le résonateur à mode de galerie peut alors être assimilé à un guide d'onde diélectrique en anneau (voir figure 3.1 gauche).

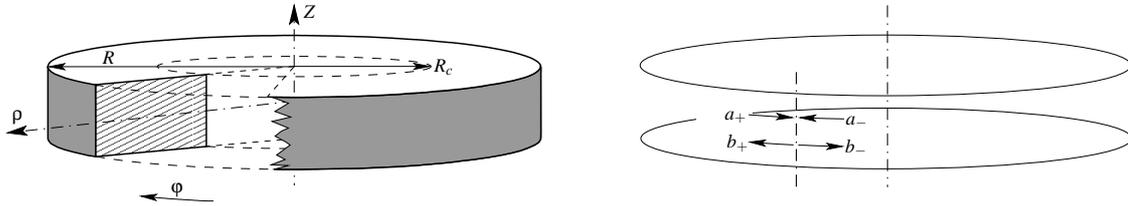


FIG. 3.1 – Modélisation d'un résonateur à mode de galerie.

Ce guide diélectrique constitue une ligne de transmission refermée sur elle-même (voir figure 3.1, droite) dont l'impédance Z_c peut être calculée à partir des propriétés géométriques et physiques du résonateur. Dans cette ligne, deux ondes a_+ et a_- peuvent se propager dans des sens opposés. Dans le cas d'un résonateur parfait, ces deux ondes sont découplées. Pour chacune d'entre elles, la condition de résonance impose que le déphasage Φ , accumulé lors d'un tour dans l'anneau, soit égal à $2m\pi$.

$$\begin{cases} a_-(\varphi) = a_-(\varphi)e^{-j\Phi} \\ a_+(\varphi) = a_+(\varphi)e^{-j\Phi} \end{cases} \implies \Phi = 2m\pi \quad (3.1)$$

L'indice m correspond au nombre azimutal du mode de galerie. La tension le long de l'anneau est :

$$V(\varphi) = \frac{(a_-(\varphi) + a_+(\varphi))}{\sqrt{Z_c}} = V(0) \cos m\Phi \quad (3.2)$$

Les deux ondes b_+ et b_- correspondent respectivement aux réflexions des ondes a_+ et a_- à un endroit donné du résonateur.

Estimation de l'impédance Z_c :

Par définition, l'impédance Z_c est le rapport du champ électrique et du champ magnétique [66]. Pour un mode WGH, on l'exprime comme suit :

$$Z_c \approx \frac{|E_z|}{|H_{\rho,\varphi}|} \quad (3.3)$$

En toute rigueur, les champs sont les solutions des équations de Maxwell pour l'ordre " m ". Cependant, il est possible de faire une approximation de sa valeur sans faire de calculs complexes. En effet, si l'ordre du mode considéré est élevé, alors l'impédance peut être approchée par :

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.4)$$

où μ et ϵ sont respectivement la perméabilité magnétique et la permittivité du saphir. De même, μ_0 , ϵ_0 et Z_0 sont respectivement la perméabilité, la permittivité et l'impédance de l'espace libre. La permittivité relative du saphir ϵ_r est égale à ϵ_z pour les modes WGH $_{m,0,0}$.

3.1.1.1 Couplages et coefficient de surtension

Les couplages avec le circuit extérieur sont modélisés grâce à des coupleurs hybrides, comme indiqué sur la figure 3.2.

En l'absence d'impureté (ou si la transition paramagnétique est saturée), on peut montrer que le coefficient de surtension à vide du résonateur selon un mode WG s'écrit :

$$Q_0^{WG} = \omega_0 \frac{\text{Energie accumulée dans le résonateur}}{\text{Puissance dissipée}} = \omega_0 \frac{W_T}{P_d} = \frac{m\pi}{\alpha} \quad (3.5)$$

où ω_0 est la pulsation et α est le coefficient d'atténuation de l'onde qui a parcouru un tour dans le résonateur. Ce dernier terme reflète les pertes diélectriques du matériau :

$$\alpha = m\pi \tan\delta \quad (3.6)$$

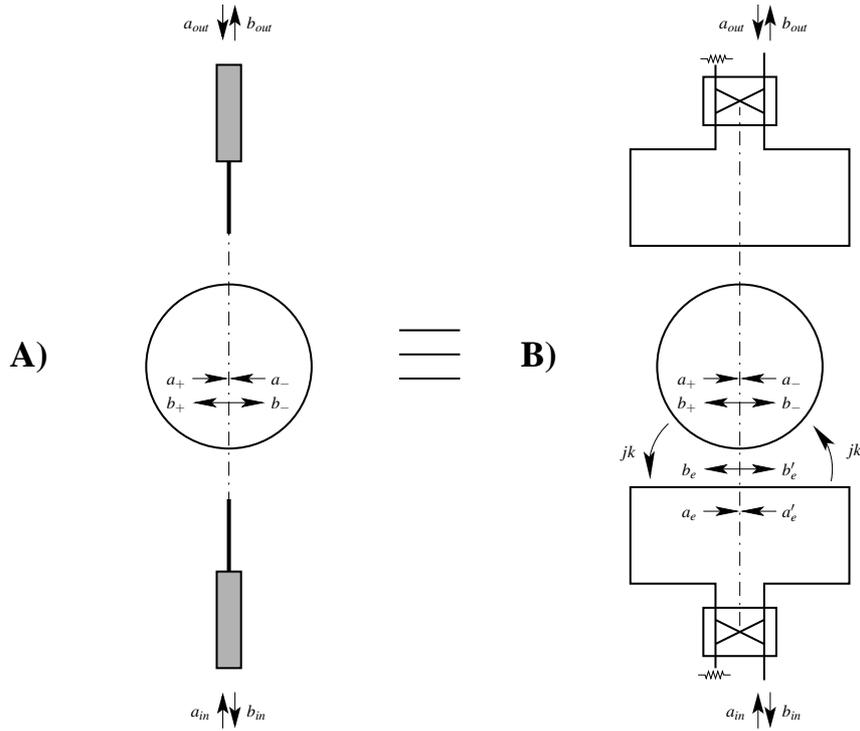


FIG. 3.2 – Modélisation des couplages : A) résonateur réel couplé par des sondes. B) Modèle fondé sur des coupleurs hybrides.

A titre d'exemple, le facteur de qualité à vide du mode $WGH_{17,0,0}$ est $Q_0^{WG} \approx 10^9$ à 4,2 K. Ce qui donne un coefficient d'atténuation $\alpha \approx 17\pi \cdot 10^{-9}$ et une tangente de pertes $\tan\delta \approx 10^{-9}$.

On doit également définir les coefficients de couplage β_1 et β_2 :

$$\beta_1 = \frac{k_1^2}{2\alpha} \quad \text{et} \quad \beta_2 = \frac{k_2^2}{2\alpha} \quad (3.7)$$

où k_1 , k_2 dépendent de la géométrie du dispositif de couplage. Pour des couplages $\beta_1 \approx 1$ et $\beta_2 \approx 0,001$ on trouve $k_1 \approx 30 \times 10^{-5}$ et $k_2 \approx 10^{-5}$.

3.1.1.2 Coefficient de transmission S_{21}

S_{21} , le coefficient de transmission du résonateur, est calculé à partir du modèle précédent. Pour un angle de 180° entre les deux sondes et sans aucune perturbation, on trouve :

$$S_{21} = \frac{b_{out}}{a_{in}} = - \frac{k_1 k_2 e^{-\frac{\alpha + j\Phi}{2}}}{1 - \sqrt{1 - k_1^2} \sqrt{1 - k_2^2} e^{-(\alpha + j\Phi)}} \quad (3.8)$$

Φ étant toujours le déphasage accumulé par l'onde le long d'un tour dans le résonateur. En l'absence

d'impureté et à une fréquence ν , ce déphasage est égal à :

$$\Phi = k2\pi R_e = \frac{2\pi\nu}{v} \times 2\pi R_e = \frac{4\pi^2 R_e \nu}{c} \sqrt{\epsilon_z} = 2m\pi \quad (3.9)$$

R_e est le rayon équivalent de la ligne de transmission, k le nombre d'onde et v la vitesse de l'onde dans le résonateur. ϵ_z est la permittivité relative du saphir.

En présence d'une perturbation la phase totale va subir une variation, notée $\delta\Phi$, telle que :

$$\Phi = 2m\pi + \delta\Phi \quad (3.10)$$

Ce terme traduit dans le cas des ions paramagnétiques les pertes et la dispersion qui leur sont dues. Dans le cas d'un résonateur à mode de galerie, il est justifié de considérer k_1 , k_2 , α et $\delta(\Phi) \ll 1$. De même, proche de la résonance : $\Phi \approx 2m\pi$. Avec ces hypothèses, S_{21} devient :

$$S_{21} = \frac{k_1 k_2}{\frac{k_1^2}{2} + \frac{k_2^2}{2} + \alpha + j(\Phi - 2m\pi)} \quad (3.11)$$

3.1.1.3 Champ magnétique interne \mathbf{H}

Pour introduire plus loin la saturation de la résonance des ions, il est nécessaire d'exprimer sur la base du modèle de la ligne de transmission, le champ magnétique dans le résonateur. A un facteur de phase près, une onde a dans un plan quelconque du résonateur, est reliée à l'onde sortante b_{out} . Nous avons :

$$|b_{out}| = \sqrt{2} j k_2 |a| \quad (3.12)$$

La puissance moyenne circulant dans le résonateur est égale à :

$$Puissance = \frac{1}{2} \frac{a^2}{Z_C} \quad (3.13)$$

Or, en terme de champ magnétique, cette même puissance peut être exprimée en fonction du vecteur de Poynting :

$$Puissance = \nabla \bullet \Re \left[\int_{surface} \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H} dS \right] \equiv \frac{1}{2} Z_C |H|^2 \times S_{eff} \quad (3.14)$$

où S_{eff} est une surface effective qui dépend de la répartition des champs dans une section méridienne du résonateur. Elle correspond en première approximation à l'étendue du mode dans le plan (ρ, z) . On

peut en donner une valeur approximative :

$$S_{eff} \approx h_S \frac{R}{\sqrt{m}} \quad (3.15)$$

Finalement :

$$|a| = Z_C \sqrt{S_{eff}} |H| \quad (3.16)$$

Le champ magnétique total résulte de l'établissement d'une onde stationnaire dans le résonateur :

$$H(\varphi) = \frac{2|a_+|}{Z_C \sqrt{S_{eff}}} \cos(m\varphi) \quad (3.17)$$

Par la suite, nous aurons besoin d'évaluer des intégrales contenant le module au carré du champ. Pour résoudre le problème analytiquement, nous utiliserons *l'approximation du champ moyen*. Cette approximation revient à remplacer la valeur locale du champ par sa valeur moyenne. On gomme ainsi les variations spatiales du champ magnétique :

$$H^2(\theta) \rightarrow \left\langle \left(\frac{2|a_+|}{Z_C \sqrt{S_{eff}}} \cos(m\theta) \right)^2 \right\rangle = \frac{2|a_+|^2}{Z_C^2 S_{eff}} \quad (3.18)$$

3.1.2 Modèle ligne de transmission en présence d'impuretés

Revenons maintenant à l'étude du comportement du résonateur en présence des ions. Nous avons vu comment calculer le coefficient de transmission sans ions dans le réseau cristallin. Le paramètre qui va refléter la présence des ions est le déphasage Φ accumulé lors d'un tour complet autour du résonateur. Ceci se traduit par l'introduction de la susceptibilité magnétique des ions dans l'expression de la phase comme suit :

$$\Phi = \frac{4\pi^2 R v}{c} \sqrt{\epsilon_z} \left(1 + \frac{\chi_{eff}}{2} \right) \quad (3.19)$$

χ_{eff} est la susceptibilité effective tenant compte de la répartition du champ magnétique dans la cavité :

$$\chi_{eff}(v) = \frac{\iiint H^*(r) \chi(v, r) H(r) dV}{\iiint H^* H dV} \equiv \eta \chi(v) \quad (3.20)$$

où η est le facteur de remplissage magnétique et $\chi(v)$ est la susceptibilité magnétique en présence d'un champ magnétique homogène d'intensité égale à la valeur crête du champ dans le résonateur.

3.1.2.1 Susceptibilité magnétique ac

A l'échelle macroscopique, la présence des ions Fe^{3+} dans le saphir peut être décrite par l'apparition d'une susceptibilité magnétique ac : $\chi(\nu) = \chi'(\nu) + j\chi''(\nu)$. La partie imaginaire χ'' est reliée aux pertes magnétiques dans le résonateur. La puissance absorbée peut être exprimée comme suit :

$$P = -\pi\nu_{12}\mu_0 \int_{WG} H^* \chi'' H dV \quad (3.21)$$

En comparant avec l'équation (2.20) et en tenant compte de l'équation (2.27), nous exprimons χ'' pour un couple de niveaux (i, j) comme suit¹ :

$$\chi''(\nu) = \frac{\sigma_{ij}^2 (g\mu_B)\mu_0 \Delta n_{ij}}{2\hbar} g(\nu) \quad (3.22)$$

L'écart de populations Δn_{ij} est défini par la relation (2.19). En remplaçant $g(\nu)$ par l'expression (2.13) dans l'équation précédente, nous obtenons la relation suivante :

$$\chi''(\nu) = -\frac{2\pi\nu_{ij}\tau_2\chi_0}{1 + (2\pi\tau_2)^2(\nu - \nu_{ij})^2 + \frac{1}{4}\tau_1^{(ij)}\tau_2(\gamma H)^2\sigma_{ij}^2} \quad (3.23)$$

où le terme $(1/4\tau_1^{(ij)}\tau_2(\gamma H)^2\sigma_{ij}^2)$ prend en compte la saturation des ions (nous verrons un peu plus loin ce que signifie ce terme). χ_0 est la susceptibilité continue du milieu et s'exprime comme suit :

$$\chi_0 = \frac{(g\mu_B)^2\mu_0}{2h\nu_{ij}} \Delta N_{ij}\sigma_{ij}^2 \quad (3.24)$$

Les deux parties de la susceptibilité ac sont reliées par la relation de Kramer-Krönig :

$$\chi(\nu) = \chi'(\nu) + j\chi''(\nu) = 2\pi\nu_{ij}\tau_2\chi_0 \left(\frac{2\pi\tau_2(\nu - \nu_{ij}) - j}{1 + (2\pi\tau_2)^2(\nu - \nu_{ij})^2 + \frac{1}{4}\tau_1^{(ij)}\tau_2(\gamma H)^2\sigma_{ij}^2} \right) \quad (3.25)$$

La figure 3.3 présente l'évolution de la susceptibilité magnétique en fonction de la fréquence.

Lorsque l'intensité du champ circulant dans le résonateur est faible ($\frac{1}{4}\tau_1^{(ij)}\tau_2(\gamma H)^2\sigma_{ij}^2 \ll 1$), la susceptibilité induit des pertes importantes dans le résonateur (partie imaginaire χ''). Les modes de galerie, situés de part et d'autre de la résonance des ions Fe^{3+} , vont subir un déplacement de fréquence non négligeable vers ν_{ij} (partie réelle χ').

¹Les populations N_i sont exprimées en concentration et non pas en nombre d'ions comme dans le chapitre précédent.

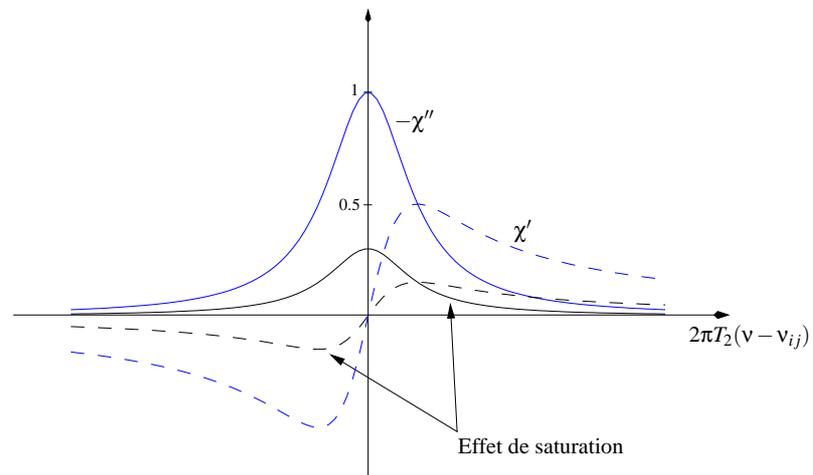


FIG. 3.3 – *Partie réelle et imaginaire de la susceptibilité magnétique normalisée.*

Cette propriété va nous être utile pour la détermination des paramètres manquants tels que la concentration ionique N et le temps τ_2 . C'est le sujet de la partie suivante.

3.2 Modélisation de la bistabilité

Nous disposons maintenant de tous les paramètres nécessaires à la modélisation du comportement bistable du résonateur. Reprenons maintenant le déphasage de l'onde dans le résonateur.

3.2.1 Déphasage le long d'un tour

En introduisant l'écart fréquentiel $\Delta v_{WG} = v - v_{WG}$, écart entre la fréquence du signal appliqué au résonateur et la fréquence du mode considéré, dans l'expression de la phase (3.19) il s'ensuit :

$$\Phi = \frac{4\pi^2 R_e v_{WG}}{c} \sqrt{\epsilon_z} \left(1 + \frac{\Delta v_{WG}}{v_{WG}} \right) \left(1 + \frac{\chi_{eff}}{2} \right) \quad (3.26)$$

C'est-à-dire :

$$\Phi - 2m\pi = m\pi \left(2 \frac{\Delta v_{WG}}{v_{WG}} + \chi'_{eff} + j\chi''_{eff} \right) \quad (3.27)$$

Selon l'équation 3.9 la fréquence du mode de galerie d'ordre m sans ions est :

$$v_{WG} = 2m\pi \frac{c}{\sqrt{\epsilon_z} 2\pi R_e} \quad (3.28)$$

3.2.2 Equation fondamentale

Selon le modèle du résonateur, la puissance injectée et celle qui circule dans le résonateur sont reliées par la relation suivante :

$$b_{out} = \sqrt{2} j k_2 a = S_{21} a_{in} \quad (3.29)$$

D'après les relations (3.11), (3.27) et (3.7) il s'ensuit que :

$$2|a|^2 \left[(1 + \beta_1 + \beta_2)\alpha - m\pi\chi''_{eff} + jm\pi \left(2 \frac{\Delta v_{WG}}{v_{WG}} + \chi'_{eff} \right) \right]^2 = k_1^2 |a_{in}|^2 \quad (3.30)$$

En considérant la relation (3.5) et que les facteurs de qualité à vide Q_0^{WG} et en charge Q_L^{WG} d'un mode de galerie sont reliés par :

$$Q_0^{WG} = (1 + \beta_1 + \beta_2) Q_L^{WG} \quad (3.31)$$

On trouve :

$$2|a|^2 \left[\left(\frac{1}{Q_L^{WG}} - \chi''_{eff} \right)^2 + \left(2 \frac{\Delta v_{WG}}{v_{WG}} + \chi'_{eff} \right)^2 \right] = \left(\frac{k_1}{m\pi} \right)^2 |a_{in}|^2 \quad (3.32)$$

Il suffit maintenant de substituer la susceptibilité magnétique par son expression (3.25) :

$$2 \frac{|a|^2}{|a_{sat}|^2} \left[\left(1 + \frac{\eta Q_L^{WG} 2\pi\tau_2 v_{ij} \chi_0}{1 + \Delta^2 + X^2} \right)^2 + \left(2 \frac{\Delta v_{WG}}{v_{WG}} Q_L^{WG} - \frac{\eta Q_L^{WG} 2\pi\tau_2 v_{ij} \chi_0 \Delta}{1 + \Delta^2 + X^2} \right)^2 \right] = \left(\frac{k_1}{m\pi} \right)^2 Q_L^{WG} \frac{|a_{in}|^2}{|a_{sat}|^2} \quad (3.33)$$

le coefficient $\Delta = 2\pi\tau_2(v - v_{ij})$ représente l'écart entre la fréquence du signal appliqué et celle de la résonance paramagnétique du couple de niveaux (i,j).

Le terme $1/4\tau_1\tau_2\gamma H^2\sigma_{ij}^2$ se trouve aussi dans l'expression (2.19). Il est défini comme étant le terme de saturation, auquel correspond l'amplitude $|a_{sat}|$. D'après l'équation (3.16), l'amplitude de saturation correspondante à ce terme de saturation est :

$$|a_{sat}| = \frac{2Z_c \sqrt{S_{eff}}}{\gamma \sqrt{\tau_1 \tau_2 \sigma_{ij}^2}} \quad (3.34)$$

A ce terme est associée une puissance dite de saturation. D'après les relations (3.13) et (3.34), la puissance de saturation correspond à :

$$P_{sat} = \frac{|a_{sat}|^2}{2Z_c} = \frac{2Z_c S_{eff}}{\tau_1 \tau_2 \gamma^2 \sigma_{ij}^2} \quad (3.35)$$

Pour simplifier l'équation (3.33), on procède à un chagement de variables au niveaux des amplitudes des ondes par les termes suivants :

$$X^2 \equiv \frac{|a|^2}{|a_{sat}|^2} = \frac{1}{4} \tau_1 \tau_2 (\gamma H)^2 \sigma_{ij}^2 \quad (3.36)$$

Ce coefficient dépend aussi des paramètres expérimentaux comme suit :

$$X^2 \equiv \frac{|a|^2}{|a_{sat}|^2} \equiv \frac{1}{k_2^2} \frac{|b_{out}|^2}{|a_{sat}|^2} \equiv \frac{Q_0^{WG}}{2m\pi\beta_2} \frac{Z_0}{Z_c} \frac{P_{out}}{P_{sat}} \quad (3.37)$$

où $Z_0 = 50 \Omega$ est l'impédance du câble. Notons que X^2 est proportionnel à la puissance en sortie.

Y^2 qui est proportionnel à la puissance d'entrée :

$$Y^2 \equiv \left(\frac{k_1}{m\pi} \right)^2 Q_L^{WG} \frac{|a_{in}|^2}{|a_{sat}|^2} \equiv \frac{2\beta_1}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2} \frac{Q_0^{WG}}{m\pi} \frac{Z_0}{Z_c} \frac{P_{in}}{P_{sat}} \quad (3.38)$$

On introduit de plus la cooperativité C comme un paramètre indiquant le degré de non-linéarité du système. Plus C est grand, plus la largeur de la bistabilité va être grande :

$$C \equiv \eta Q_L^{WG} Q_L^{ij} \chi_0 \quad (3.39)$$

où Q_L^{ij} est le facteur de qualité de la résonance paramagnétique : $Q_L^{ij} = \pi\tau_2\nu_{ij}$. En remplaçant χ_0 par son expression (3.24), on a :

$$C \equiv \eta \frac{Q_0^{WG}}{1 + \beta_1 + \beta_2} \frac{(g\mu_B)^2 \mu_0}{2k_B T} \pi\tau_2\nu_{12} \Delta N_{ij} \sigma_{ij}^2 \quad (3.40)$$

La cooperativité C est directement proportionnelle à la concentration en ions actifs N .

Enfin, on définit ξ comme le rapport entre l'écart de fréquence $\nu - \nu_{WG}$ et la demi-largeur à mi-hauteur du mode pour le résonateur chargé.

$$\xi = 2 \frac{\Delta\nu_{WG}}{\nu_{WG}} Q_L^{WG} \quad (3.41)$$

Tout ceci nous permet d'écrire l'équation générale d'état qui décrit le comportement bistable du résonateur :

$$2X^2 \left[\left(1 + \frac{2C}{1 + \Delta^2 + X^2} \right)^2 + \left(\xi - \frac{2C\Delta}{1 + \Delta^2 + X^2} \right)^2 \right] = Y^2 \quad (3.42)$$

3.2.3 Cas particulier

Rappelons que nous nous intéressons à la modélisation du comportement bitable du résonateur selon le mode $WGH_{17,0,0}$. Dans le cas où la fréquence du mode de galerie et celle du signal appliqué sont toutes deux centrées sur la fréquence ν_{12} , alors : $\Delta = \xi = 0$. L'équation précédente se résume alors à :

$$2X^2 \left(1 + \frac{2C}{1 + X^2} \right)^2 = Y^2 \quad (3.43)$$

Pour un résonateur *linéaire*, le rapport entre les puissances d'entrée et de sortie est constant quel que soit le niveau du signal injecté. Ceci se traduit par $C = 0$. La présence des ions paramagnétiques va induire l'apparition d'extremum dans la représentation de P_{out} en fonction de P_{in} . On cherche donc les conditions pour que :

$$\frac{d(Y^2)}{d(X^2)} = 0 \quad (3.44)$$

Un calcul simple permet de montrer que cette égalité n'est vérifiée que si :

$$(X^2 + 1 - C)^2 = C(C - 4) \quad (3.45)$$

La bistabilité va donc apparaître si $C > 4$. Il est ensuite possible de calculer les valeurs de X^2 et Y^2

correspondant aux extrema. La fonction admet deux extrema pour :

$$X_{haut}^2 = C - 1 + \sqrt{C(C-4)} \quad (3.46)$$

$$X_{bas}^2 = C - 1 - \sqrt{C(C-4)}$$

A ces deux grandeurs correspondent les deux termes en Y suivants :

$$Y_{haut}^2(X_{bas}^2) = 2(C - 1 - \sqrt{C(C-4)}) \left[1 + \frac{2C}{1 + (C - 1 - \sqrt{C(C-4)})} \right]^2 \quad (3.47)$$

$$Y_{bas}^2(X_{haut}^2) = 2(C - 1 + \sqrt{C(C-4)}) \left[1 + \frac{2C}{1 + (C - 1 + \sqrt{C(C-4)})} \right]^2$$

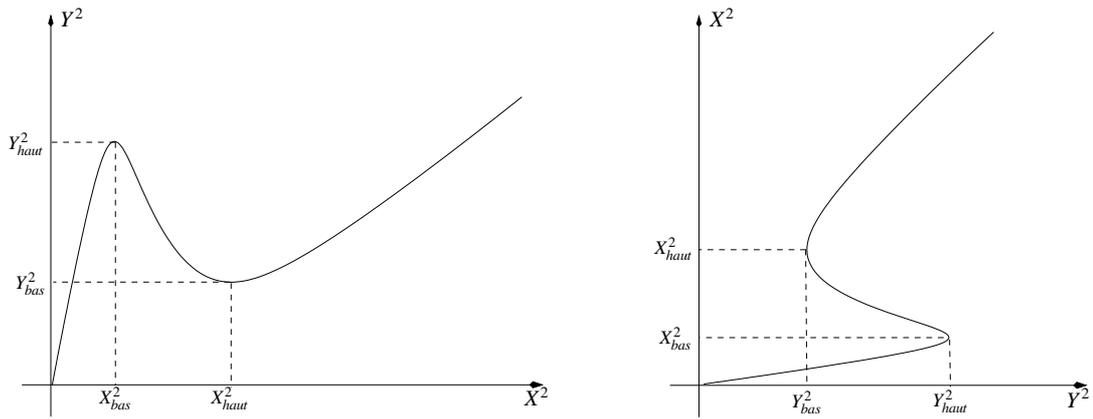


FIG. 3.4 – Evolution de X^2 (image de la puissance de sortie) en fonction de Y^2 (image de la puissance d'entrée).

Les écarts seuils correspondent aux termes suivants :

$$\text{Entrée } \Delta Y^2|_{\text{dB}} = 10 \text{Log}_{10} \left(\frac{Y_{haut}^2}{Y_{bas}^2} \right) \quad (3.48)$$

$$\text{Sortie } \Delta X^2|_{\text{dB}} = 10 \text{Log}_{10} \left(\frac{X_{haut}^2}{X_{bas}^2} \right)$$

Pour simplifier, il est possible de faire des approximations de ces grandeurs en supposant que $C \gg 1$.

Dans ce cas :

$$X_{haut}^2 \approx 2C \Rightarrow Y_{bas}^2(X_{haut}^2) \approx 16C \quad (3.49)$$

$$X_{bas}^2 \approx 1 \Rightarrow Y_{haut}^2(X_{bas}^2) \approx 2C^2$$

Menant à :

$$\text{Entrée } \Delta Y^2|_{\text{dB}} = 10\text{Log}_{10} \left(\frac{Y_{haut}^2}{Y_{bas}^2} \right) \approx 10\text{Log}_{10} \left(\frac{C}{8} \right) \quad (3.50)$$

$$\text{Sortie } \Delta X^2|_{\text{dB}} = 10\text{Log}_{10} \left(\frac{X_{max}^2}{X_{min}^2} \right) \approx 10\text{Log}_{10}(2C)$$

L'équation d'état (3.42) peut également être exprimée en fonction des différentes puissances du système :

$$P_{in} = \Lambda P_{out} \left(\left(\frac{\xi - 2C\Delta}{1 + \Delta^2 + \frac{Q_0^{WG}}{4m\pi\beta_2} \frac{Z_0\gamma^2\tau_1\tau_2}{Z_C^2 S_{eff}} \sigma_{ij}^2 P_{out}} \right)^2 + \left(1 + \frac{2C}{1 + \Delta^2 + \frac{Q_0^{WG}}{4m\pi\beta_2} \frac{Z_0\gamma^2\tau_1\tau_2}{Z_C^2 S_{eff}} \sigma_{ij}^2 P_{out}} \right)^2 \right) \quad (3.51)$$

avec $\Lambda = \frac{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2}{2\beta_1\beta_2}$. Cette équation montre le rôle que peut avoir le couplage. On reconnaît effectivement le facteur Λ qui n'est autre que l'inverse du carré du coefficient de transmission maximum (lorsque la transition est saturée). Notons que l'écart ΔY^2 est le même que celui des puissances seuils.

En effet :

$$\Delta P_{in}|_{\text{dB}} = 10\text{Log}_{10} \left(\frac{P_{in}^{haut}}{P_{in}^{bas}} \right) = \Delta Y^2 \approx 10\text{Log}_{10} \left(\frac{C}{8} \right) \quad \text{si } C \gg 1 \quad (3.52)$$

De même, l'écart entre les puissances de sortie correspondant à ΔX^2 est le suivant :

$$\Delta P_{out}|_{\text{dB}} = 10\text{Log}_{10} \left(\frac{P_{out}^{haut}}{P_{out}^{bas}} \right) = \Delta X^2 \approx 10\text{Log}_{10}(2C) \quad \text{toujours si } C \gg 1 \quad (3.53)$$

Rappelons l'expression du coefficient de transmission en fonction des puissances d'entrée et de sortie. Il est défini par :

$$S_{21} = \sqrt{\frac{P_{out}}{P_{in}}} \quad (3.54)$$

Il s'ensuit que :

$$\Delta S_{21}|_{\text{dB}} = 20 \text{Log}_{10} \left(\frac{S_{21}^{\text{haut}}}{S_{21}^{\text{bas}}} \right) \quad (3.55)$$

3.2.4 Première confrontation des calculs avec la mesure

Afin de confronter notre modèle et la mesure, nous avons affecté aux paramètres des ions des valeurs que l'on peut trouver dans la littérature. Ainsi, nous avons pris des valeurs typiques : $\tau_2 = 11,8$ ns et $\tau_1 = 7$ ms [39] et une concentration de 0,5 ppm (ordre de grandeur pour les cristaux de type *HEMEX*²). Cependant, ces paramètres pris tel quel ne permettent pas de faire coïncider la courbe calculée avec la mesure (voir la figure 3.5 gauche). Si on suppose que les deux premiers paramètres sont constants alors, la concentration qui permet de confondre le calcul avec la mesure est de 1 ppb, comme le montre la figure suivante :

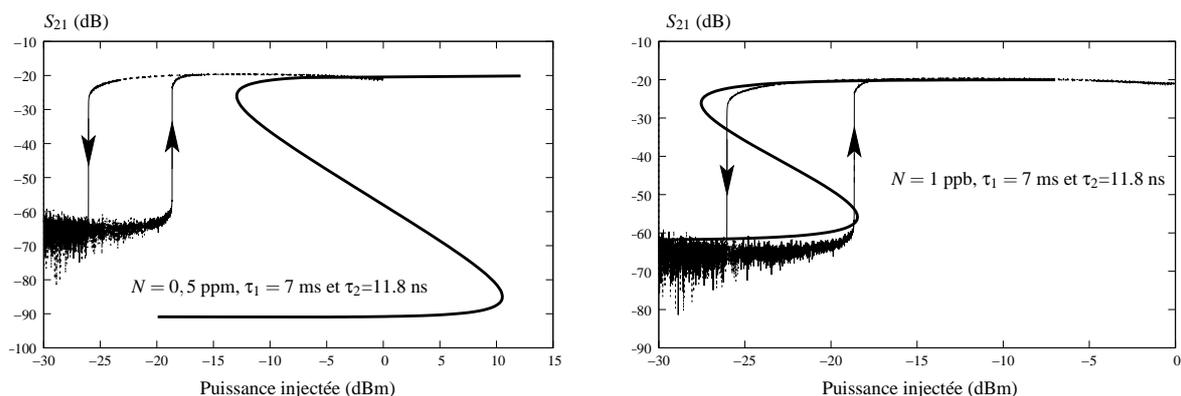


FIG. 3.5 – Evolution du coefficient de transmission de Pinocchio en fonction de la puissance à l'entrée du résonateur.

Rappelons que les paramètres du mode de galerie correspondant à cette mesure sont :

ν_{WG} (GHz)	S_{21} (dB)	$Q_L^{WG} \times 10^6$	β_1	β_2
12,0381353	-20	460	0,400	0,010

TAB. 3.1 – Paramètres du mode $WGH_{17,0,0}$ du résonateur Pinocchio.

Malheureusement, l'hypothèse citée ci-dessus est fautive, car le temps de relaxation *spin-réseau* τ_1 est une fonction inverse de la concentration. C'est-à-dire que τ_1 doit être supérieur à 7 ms pour $N=1$ ppb. De plus, le temps de relaxation *spin-spin* dépend de la distribution des ions dans le réseau cristallin et de la nature de leurs interactions (profil de résonance homogène ou inhomogène).

Il existe donc un nombre infini de triplets (τ_1 , τ_2 , N) qui pourraient correspondre à la bistabilité observée. La connaissance de ces paramètres est primordiale non seulement pour le modèle de la bistabilité mais également pour la modélisation du signal maser. Nous avons alors mené une campagne de mesures dans le but de les déterminer.

²Heat Exchange Method

3.3 Détermination des paramètres manquants

Les effets magnétiques dans le cristal sont conditionnées par les valeurs de χ' et χ'' qui dépendent des paramètres physiques de l'ions Fe^{3+} dans la matrice saphir (τ_1 , τ_2 et N). La détermination de ces paramètres est maintenant essentielle pour décrire le comportement bistable.

3.3.1 Temps de relaxation *spin – spin* et concentration ionique

Ces deux paramètres peuvent être déduits de la mesure de la partie réelle de la susceptibilité magnétique [67, 68, 69]. En effet, la partie réelle de la relation (3.25) permet le calcul de τ_2 et de χ_0 . La détermination de la susceptibilité continue χ_0 va permettre à son tour le calcul de la concentration N selon la relation (3.24). L'expérience schématisée sur la figure 3.6, nous a permis de mesurer χ' .

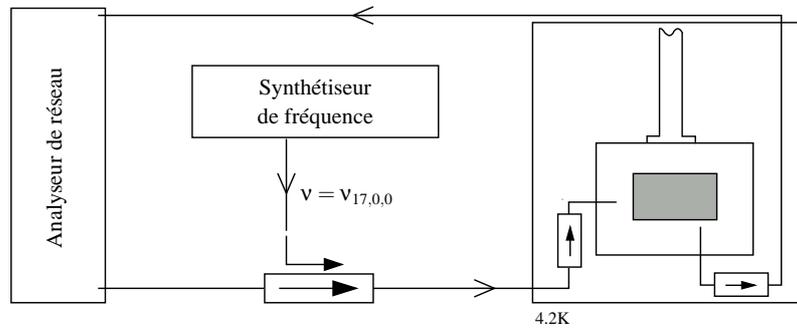


FIG. 3.6 – Dispositif expérimental permettant la mesure de la susceptibilité.

Dans un premier temps, nous avons identifié les fréquences des modes de galerie $\text{WGH}_{m,0,0}$. Ensuite, nous avons appliqué au résonateur une onde relativement puissante à la fréquence de transition $\nu_{12} \approx \nu_{17,0,0} = 12,04$ GHz. Cette onde a pour effet de saturer la transition entre les deux premiers niveaux d'énergie. Enfin, nous avons mesuré les décalages de fréquence des modes de galerie sous l'effet de l'onde appliquée. Un mode présentant une fréquence de résonance $\nu_{m,0,0}$ en l'absence d'ions paramagnétiques va subir un décalage de fréquence $\delta\nu_{m,0,0}$, tel que :

$$\chi' = -2 \frac{\delta\nu_{m,0,0}}{\nu_{m,0,0}} \quad (3.56)$$

Pour déterminer les paramètres manquants, on effectue une interpolation des données avec l'algo-

rithme de Marquardt-Levenberg [70]. L'équation théorique donnant χ' est de la forme :

$$\chi' = \frac{ab\Delta\nu}{1 + b\Delta\nu^2} \quad (3.57)$$

où a et b sont les paramètres à déterminer. Ils sont définis par :

$$a = \frac{0,025(g\mu_B)^2\mu_0\sigma_{12}^2 N}{h} \text{ et } b = (2\pi\tau_2)^2 \quad (3.58)$$

Nous avons réitérés ces mesures pour plusieurs résonateurs et avons obtenus les résultats suivants :

Résonateur Jeanne

Le tableau 3.4 contient les fréquences des modes de galerie (autour de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$) et leurs décalages fréquentiels après avoir appliqué la pompe. Pour les modes ne faisant pas partie de la famille $WGH_{m,0,0}$, nous ne relevons que ceux présentant de forts facteurs de qualité.

m	ν (GHz)	$\delta\nu$ (Hz)	m	ν (GHz)	$\delta\nu$ (Hz)
11	8,351 647 231	-34	x	12,062 081 991	12,7
12	8,970 339 447	-33	18	12,650 601 633	46,3
13	9,587 394 263	-60,4	19	13,259 420 902	13
15	10,816 844 580	-63,2	x	13,655 068 606	1,3
16	11,429 394 891	-104,4	21	14,473 788 082	-10,1
17	12,0406	pompe	22	15,079 477 475	-19,4

TAB. 3.2 – Fréquences des modes de galerie du résonateur Jeanne autour de $\nu_{17,0,0}$ avec et sans pompe. (x) mode d'ordre non identifié.

Lorsque l'ordre m des modes de galerie est élevé, leurs décalages fréquentiels devraient être faibles mais rester positifs. Les valeurs négatives obtenues pour $m = 21$ et 22 montrent que le système est plus complexe. L'application d'un signal à 12 GHz de forte puissance entraîne inévitablement une élévation de la température du résonateur modifiant ainsi sa fréquence. la figure 3.7 montre comment ce processus se produit.

L'obtention d'une bonne estimation des paramètres a et b impose alors un troisième paramètre c à rajouter dans l'équation (3.57). Ce paramètre a été introduit phénoménologiquement pour modéliser l'effet de l'élévation de la température. On évalue donc ces paramètres en utilisant l'équation suivante :

$$\chi' = \frac{ab\Delta\nu}{1 + b\Delta\nu^2} + c \quad (3.59)$$

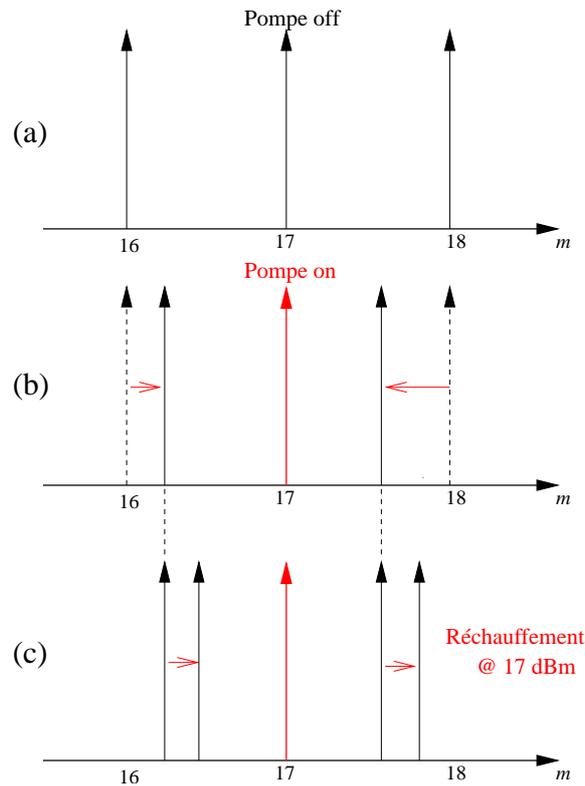


FIG. 3.7 – Comportement des modes de galerie en présence d'une onde à 12 GHz. (a) disposition des modes sans pompe. (b) en présence d'une pompe à 12 GHz, les modes se rapprochent du mode $WGH_{17,0,0}$. (c) L'augmentation des fréquences des modes est liée à celle de la température du résonateur.

La figure 3.8 montre la courbe estimée en fonction des points de mesure.

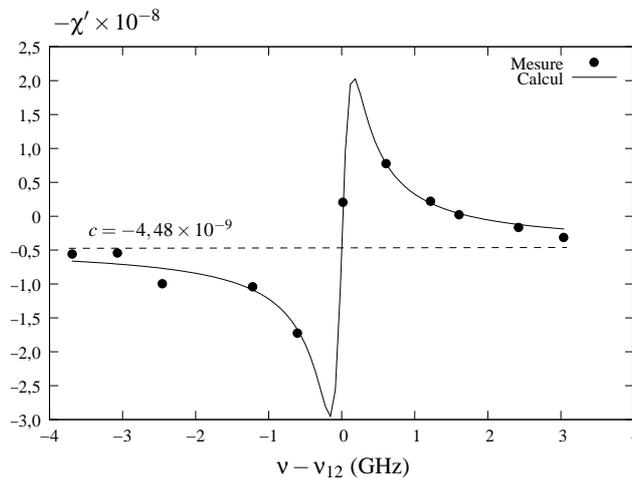


FIG. 3.8 – Partie réelle de la susceptibilité magnétique.

Cet effet existe également pour les résonateurs *Marie* et *Pinocchio* (voir figure 3.11), mais l'effet est

moins visible. L'élévation de la température est en effet fonction du couplage thermique entre le résonateur et la source froide. Ce couplage n'est pas identique pour tous nos résonateurs.

Il existe également d'autres facteurs qui pourraient induire cet effet. Par exemple, la transition des ions à la fréquence ν_{23} pourrait jouer un rôle. Nous avons pu relever des effets d'absorption dans le résonateur selon un mode de galerie à la fréquence de 19,32 GHz. Lorsqu'on applique une onde à 12 GHz, la configuration des ions change. Les populations qui occupent les niveaux E_1 et E_2 changent et influent certainement sur la fréquence du mode à 19 GHz. Ceci implique à son tour un déplacement des fréquences des modes de galerie voisins et peut être les modes $WGH_{21,0,0}$ et $WGH_{22,0,0}$.

D'autres phénomènes dont on ne maîtrise pas encore le comportement pourraient modifier la susceptibilité des ions. Nous avons observé des effets d'absorption à des fréquences proches de 12 GHz. La figure 3.9 suivante montre le comportement du coefficient de transmission des deux modes $WGH_{21,0,0}$ et $WGH_{22,0,0}$ en fonction de la puissance injectée (de l'analyseur de réseaux et non pas de la pompe à 12 GHz).

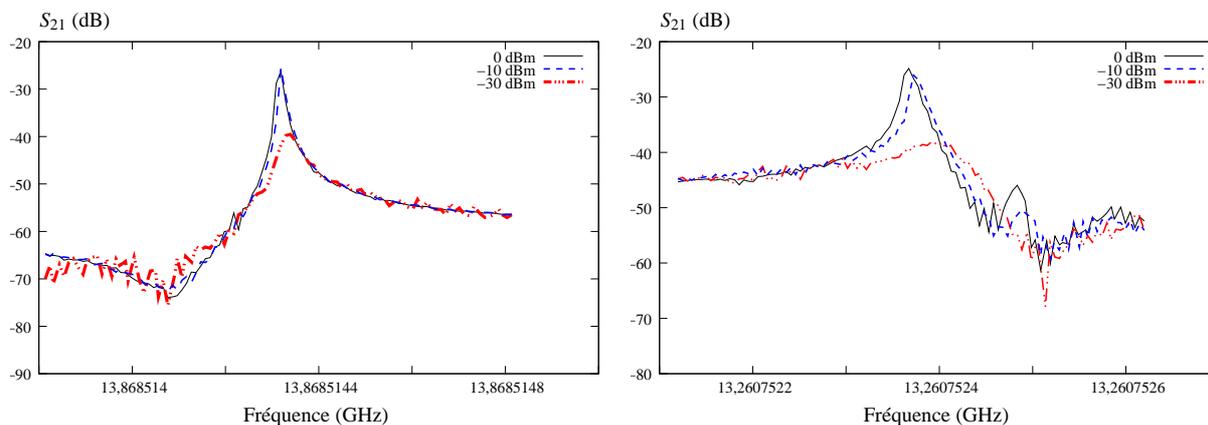


FIG. 3.9 – Coefficient de transmission en fonction de la fréquence et la puissance injectée dans le résonateur Marie. A gauche le mode $WGH_{21,0,0}$. A droite le mode $WGH_{20,0,0}$.

Nous pouvons noter qu'il existe des effets d'absorption liés à d'autres ions que le Fe^{3+} . Notons également que les fréquences des modes évoluent en fonction de la puissance injectée dans le résonateur. En plus de ces deux modes, le mode $WGH_{16,0,0}$ résonne à une fréquence de 11,429 GHz, très proche de celle du Cr^{3+} . Nous avons également noté qu'il existe des effets d'absorption liés au Chrome mais ceux-ci sont moins importants.

Tout ceci pourrait donc expliquer l'apparition de certaines irrégularités dans le comportement fréquentiel des modes en présence d'une onde à 12 GHz.

Le tableau suivant résume les mesures et les calculs réalisés pour *Jeanne*. Les pourcentages d'erreur de a et b sont d'abord calculés par interpolation, puis reportés sur N et τ_2 .

a	b	N (ion/m ³)	τ_2 (ns)
7,9 (6%)	$b=4,0 \times 10^{-17}$ (21%).	$2,42 \times 10^{20}$ (6%)	1,0 (11%)

TAB. 3.3 – Paramètres estimés de Jeanne.

Résonateur Marie

Ce résonateur est taillé dans le même cristal que celui de Jeanne. Ses paramètres devraient être du même ordre de grandeur. Le tableau suivant résume les mesures effectuées.

m	ν (GHz)	$\delta\nu$ (Hz)	m	ν (GHz)	$\delta\nu$ (Hz)
12	8,971 306 895	-50	17	12,041 861 715	pompe
13	9,588 419 842	-59	x	12,063 910 036	23
14	10,203 941 241	-76	19	13,260 755 894	56
15	10,817 970 757	-93	20	13,868 514 240	34
16	11,430 579 888	-123	21	14,475 261 202	2

TAB. 3.4 – Fréquences des modes de galerie du résonateur Marie autour de $\nu_{17,0,0}$ avec et sans pompe.

La figure 3.10 montre la mesure de la partie réelle de la susceptibilité magnétique et de la courbe théorique.

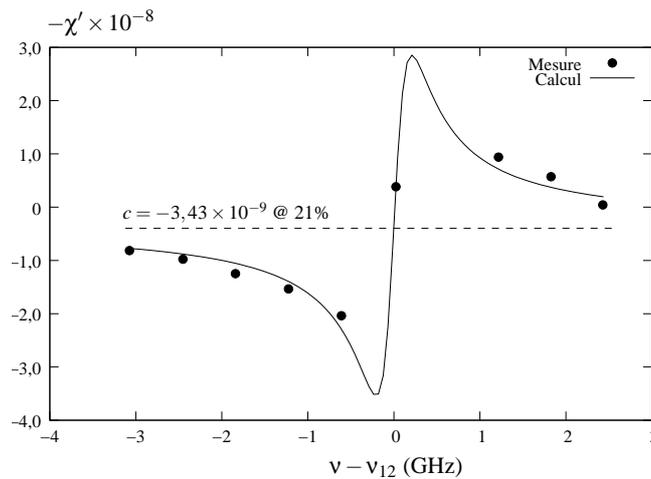


FIG. 3.10 – Partie réelle de la susceptibilité magnétique.

Le résultat des calculs est présenté dans le tableau 3.5. Notons là aussi que le temps de relaxation *spin-spin* τ_2 est de l'ordre de 1 ns. Cependant ce résonateur présente plus d'impuretés que Jeanne.

a	b	N (ion/m ³)	τ_2 (ns)
13,2 (8,5%)	$2,3 \times 10^{-17}$ (35,4%)	$4,1 \times 10^{20}$ (8,5%)	0,8 (17,7%)

TAB. 3.5 – Paramètres estimés de Marie.

Résonateur Pinocchio

Lors des mesures des fréquences des modes de ce résonateur, nous n'avons pas pu identifier de mode à une fréquence proche de celle du $WGH_{17,0,0}$. Les mesures sont résumées dans le tableau suivant :

m	ν (GHz)	$\delta\nu$ (Hz)	m	ν (GHz)	$\delta\nu$ (Hz)
10	7,706 365 505	-5	17	12,038 135 3	pompe
11	8,337 408 406	-14	18	12,649 635 020	120
x	8,525 134 422	-18	19	13,247 033 012	112
13	9,577 732 529	-21	20	13,825 213 229	29
14	10,195 202 167	-33	x	15,018 904 519	19
15	10,811 013 047	-53	x	15,623 838 403	3
16	11,425 292 694	-106			

TAB. 3.6 – Fréquences des modes de galerie du résonateur Pinocchio autour de $\nu_{17,0,0}$ avec et sans pompe.

On obtient ainsi la courbe suivante :

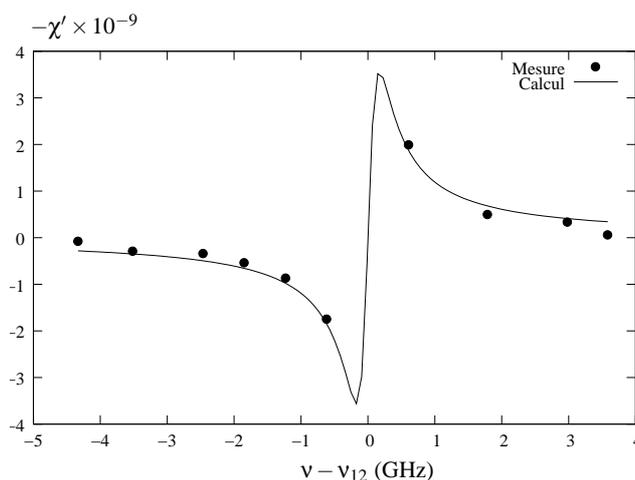


FIG. 3.11 – Partie réelle de la susceptibilité magnétique.

L'absence de mode à une fréquence proche de 12,037 GHz, fausse l'estimation du temps τ_2 . En effet le calcul effectué montre que la tolérance sur ce paramètre est très importante. Toutefois la valeur estimée de ce paramètre reste du même ordre de grandeur que celui de Marie ou Jeanne, à 1 ns.

a	b	N (ion/m ³)	τ_2 (ns)
12,3 (12,8%)	$b=3,4 \times 10^{-17}$ (200%).	$3,8 \times 10^{20}$ (12,8%)	0,9 (100%)

TAB. 3.7 – Paramètres estimés de Pinocchio.

Résumé

En conclusion de cette partie, nous résumons les résultats pour tous nos résonateurs dans le tableau 3.8.

Résonateur	Marie	Jeanne	Pinocchio
τ_2 (ns)	0,8 (17,7%)	1,0 (11%)	0,9 (100%)
$N \times 10^{20}$ (ion/m ³)	4,1 (8,5%)	2,4 (6%)	3,8 (12,8%)

TAB. 3.8 – Concentrations de l’ion Fe³⁺ et τ_2 estimés pour plusieurs résonateurs.

3.3.2 Temps de relaxation spin – réseau τ_1

Dans le but de mesurer ce temps caractéristique des ions Fe³⁺ nous avons réalisé une autre expérience fondée sur un oscillateur à la fréquence du mode WGH_{18,0,0} du résonateur Pinocchio [71]. Le choix de ce mode est dû au fait que la susceptibilité mesurée précédemment est maximum pour la fréquence du mode $\nu_{18,0,0} = 12,65$ GHz. Ensuite, nous avons converti la fréquence d’oscillation mesurée en tension selon le principe d’une PLL comme montré sur la figure (3.12).

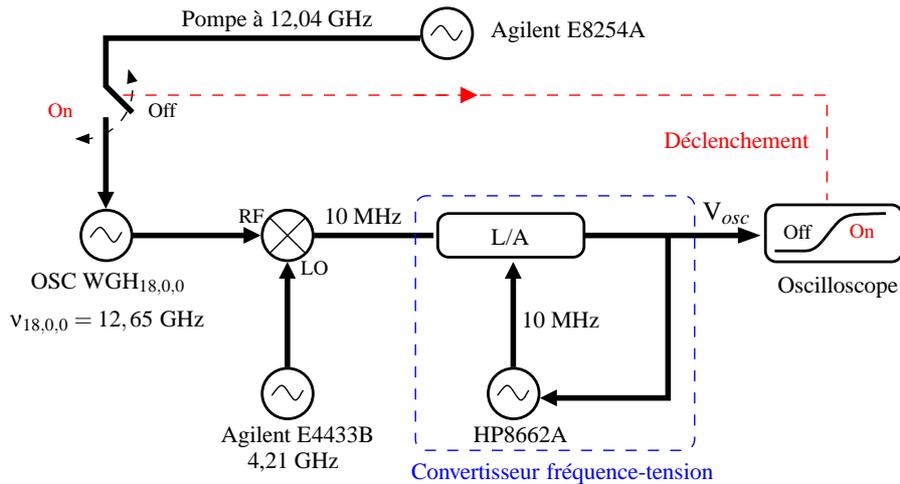
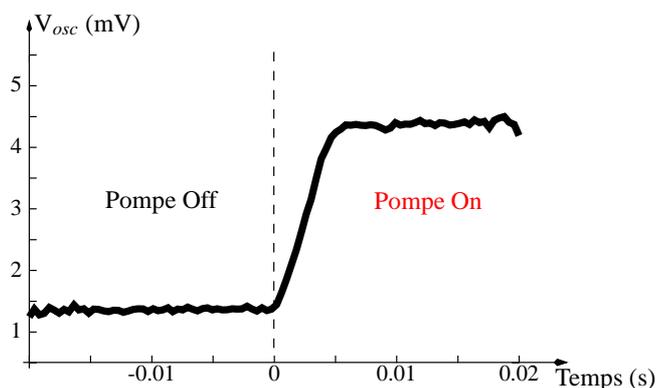


FIG. 3.12 – Dispositif expérimental permettant la mesure du temps de relaxation τ_1 .

Pour mesurer τ_1 , il suffit d’injecter une onde assez puissante à la fréquence de transition des ions Fe³⁺ (12,037 GHz) dans l’oscillateur. La fréquence d’oscillation va donc varier, ainsi que la tension mesurée. L’oscilloscope se déclenchant au moment où on applique cette onde, il suffit de mesurer le temps de variation de V_{osc} . La figure suivante représente la mesure du temps de réponse en montée à 8 K.


 FIG. 3.13 – τ_1 pour une température de 8 K.

Nous avons réglé les couplages de ce mode de sorte que son coefficient de surtension en charge soit de l'ordre de $30 \times 10^{+6}$. Ce surcouplage permet au temps intrinsèque du résonateur d'être inférieur à τ_1 .

$$T_{\text{intrinsèque du résonateur}} = \frac{Q_L}{\pi \nu_{18,0,0}} \approx 1 \text{ ms}, \quad (3.60)$$

Ceci assure une mesure correcte de τ_1 . Nous avons également mesuré le temps de descente de la tension V_{osc} .

Nous avons mesuré τ_1 selon que V_{osc} est en montée ou en descente. Nous avons constaté que le temps de descente est nettement supérieur à celui de la montée. La mesure de la relaxation consiste à mesurer le temps nécessaire aux ions pour qu'ils retrouvent à leur équilibre. Cependant, lorsque la pompe appliquée aux ions est coupée, le système est toujours saturé. Les ions commencent à émettre par émission spontanée mais le mode de galerie recycle l'énergie évacuée. Les ions occupant le niveau d'énergie bas vont alors à nouveau l'absorber. Le mode de galerie empêche les ions de se relaxer jusqu'à ce que l'émission des ions l'emporte. Ce qui explique la lenteur de la descente par rapport à la montée. Ceci explique également les deux seuils de puissance observés sur l'effet bistable du résonateur. Le seuil bas est dû au maintien de la saturation par le mode de galerie. Nous prendrons donc le temps de montée comme temps de relaxation. En effet, lors de la montée, nous mesurons la réponse directe des ions.

Nous avons aussi mesuré les variations de τ_1 en fonction de la température et nous avons obtenu la courbe représentée par la figure suivante.

L'équation qui régit cette courbe est la suivante :

$$\tau_1 \approx 2,9(68\%) + \frac{60,5(18\%)}{T^{-1}} \quad (3.61)$$

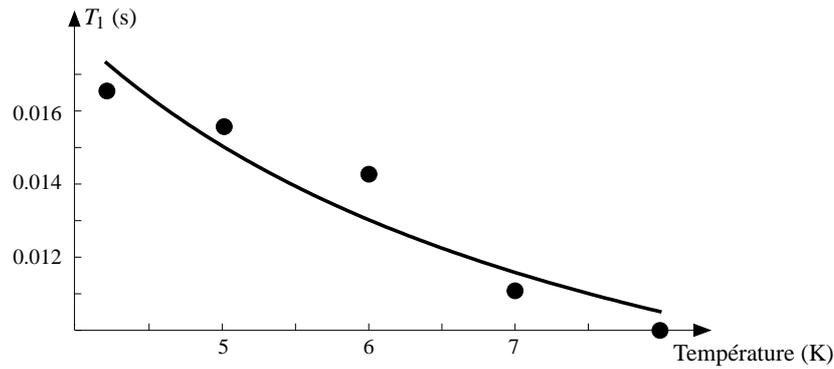


FIG. 3.14 – Evolution du temps de relaxation τ_1 en fonction de la température.

Nous avons ainsi pu vérifier que le temps de relaxation spin-réseau est inversement proportionnel à T au voisinage de 4,2 K (voir section 2.1, page 26).

Nous avons mentionné précédemment que Bogle et Symmons avaient mesuré un temps de 7 ms à 4,2 K. Or, nous avons mesuré un temps de 17 ms. On pourrait penser que l'origine de cette différence provient du temps intrinsèque du mode $WGH_{17,0,0}$. Celui-ci se situe à 12 ms pour un facteur de qualité $Q_L = 480 \times 10^6$. Cependant, l'évolution du temps de relaxation en fonction de la température nous permet de certifier qu'il s'agit bien du temps des ions. En effet, le facteur de qualité du mode de galerie reste quasiment constant en fonction de la température (il varie de quelques dizaines de million pour $T < 8K$). La différence entre notre mesure et celle de la littérature réside dans la concentration ionique. Nous l'avons déjà introduit précédemment, page 26), où τ_1 est une fonction inverse de la concentration N . Les échantillons de saphir utilisés par Bogle et Symmons sont moins purs que les nôtres. En effet, leurs cristaux présentent des concentrations N de l'ordre de 0,01%, soit $N=10$ ppm. Comme les nôtres présentent des concentrations beaucoup plus faibles, il est clair que le temps de relaxation τ_1 est plus important.

3.3.3 Nouvelle confrontation des calculs avec la mesure

Cette fois nous disposons de tous les paramètres nécessaires au calcul du coefficient de transmission en fonction de la puissance injectée dans le résonateur. Le tableau 3.9 résume les paramètres principaux pour le résonateur *Pinocchio*.

Paramètre	Valeur	Paramètre	valeur
T (K)	4,2	ν_{WG} (GHz)	12,0381353
S_{21} max (dB)	-20	$Q_L^{WG} \times 10^6$	460
β_1	0,400	β_2	0,010
$S_{eff} \mu\text{m}^2$	181,9	τ_1 (ms)	17
τ_2 (ns)	1	N (ion/m ³)	$3,8 \times 10^{20}$
Δ	0,005	ξ	0
C	42		

TAB. 3.9 – Données du mode $WGH_{17,0,0}$ et des ions Fe^{3+} du résonateur *Pinocchio* à 4,2 K.

La figure 3.15 représente la simulation effectuée et la mesure. Le calcul prend en compte les pertes dues à la ligne de transmission à l'entrée du résonateur, de l'ordre de 3 dB.

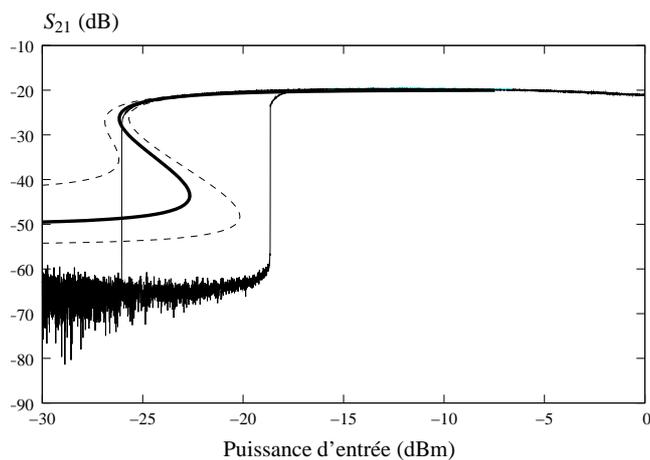


FIG. 3.15 – Evolution du coefficient de transmission de *Pinocchio* en fonction de la puissance à l'entrée du résonateur. Les courbes en pointillés correspondent aux pourcentages d'erreur commis lors de l'estimation des paramètres N et τ_2 .

En connaissant la concentration avec une bonne précision, il est possible d'ajuster le temps de relaxation τ_2 à 2 ns. On obtient ainsi le résultat présenté sur la figure 3.16 :

Finalement, nous pouvons conclure pour ce résonateur que le temps de relaxation *spin-spin* des ions est $\tau_2 \approx 2$ ns, que la concentration ionique est $N = 3,8 \times 10^{20}$ ions/m³ et que le temps de relaxation *spin-réseau* est $\tau_1 = 17$ ms.

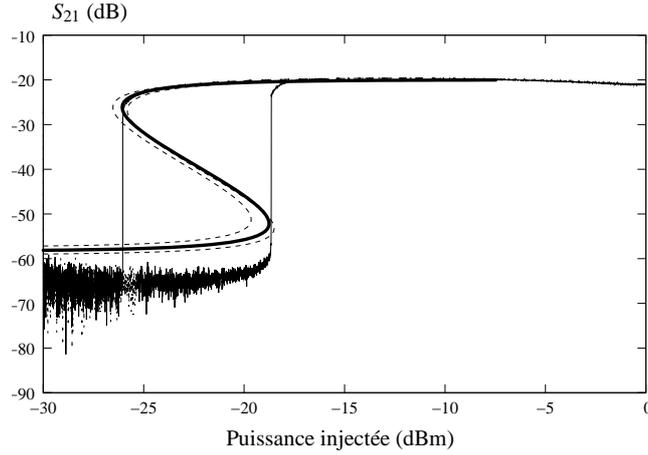


FIG. 3.16 – Evolution du coefficient de transmission de Pinocchio en fonction de la puissance à l'entrée du résonateur. Les courbes en pointillés correspondent aux pourcentages d'erreur commis lors de l'estimation de la concentration ionique N .

3.3.4 Effets des paramètres du résonateur

Les simulations qui vont suivre ont été réalisées en ne faisant varier qu'un seul des paramètres du résonateur à la fois, les autres étant fixés aux valeurs typiques. Le but de ces simulations est tout simplement de comprendre l'effet de ces paramètres, pris séparément, sur la bistabilité. Le tableau 3.9 nous donne des valeurs typiques des différents paramètres que nous utiliserons dans notre modèle.

3.3.4.1 S_{21} en fonction de la concentration d'ions N

Comme nous l'avons vu précédemment, la concentration ionique N intervient au niveau de la Coopérativité C . Donc elle agit également sur les niveaux des puissances seuils à l'entrée du résonateur. Plus N est élevée, plus les valeurs de P_{in}^{haut} et P_{in}^{bas} vont l'être. La largeur de la bistabilité ΔP est proportionnelle à N . C'est-à-dire que plus il y a d'ions dans le résonateur, plus il faut de puissance pour atteindre le seuil de saturation. Le calcul permet de montrer que l'effet bistable existe pour $N > 1ppb$.

Pour exprimer les concentrations estimées en ppm, on calcule le rapport entre la concentration d'ions Fe^{3+} et de la concentration de molécules Al_2O_3 dans le résonateur.

$$N_{ppm} = \frac{N_{Fe^{3+}}}{N_{Al_2O_3}} \quad (3.62)$$

On trouve donc les relations suivantes donnant les concentrations en ppm en fonction du nombre

d'ions ou de la concentration.

$$1\text{ppm} \iff 2,35 \times 10^{18} \text{ions fer dans le volume du mode } \text{WGH}_{17,0,0}$$

ou encore

$$1\text{ppm} \iff 2,35 \times 10^{22} \text{ions/m}^3$$
(3.63)

La figure 3.17 représente l'évolution des puissances seuils et les valeurs du coefficient de transmission correspondantes.

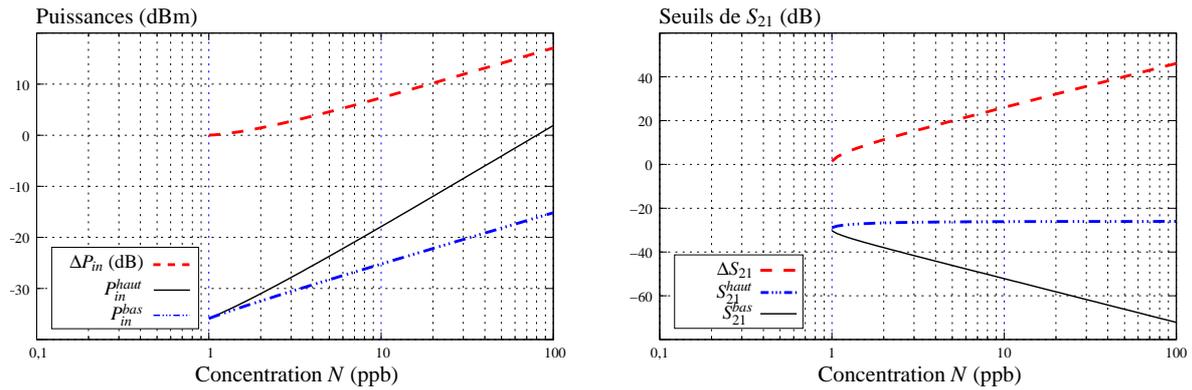


FIG. 3.17 – Evolution des puissances d'entrée seuils en fonction de la concentration d'ions

La figure 3.18 représente l'évolution du coefficient de transmission en fonction de la puissance injectée pour plusieurs valeurs de la concentration N :

On observe que plus la concentration est élevée, plus l'effet bistable est marqué. Il ne faut cependant pas oublier qu'à forte concentration, les autres paramètres vont varier : par exemple τ_1 et Q_L .

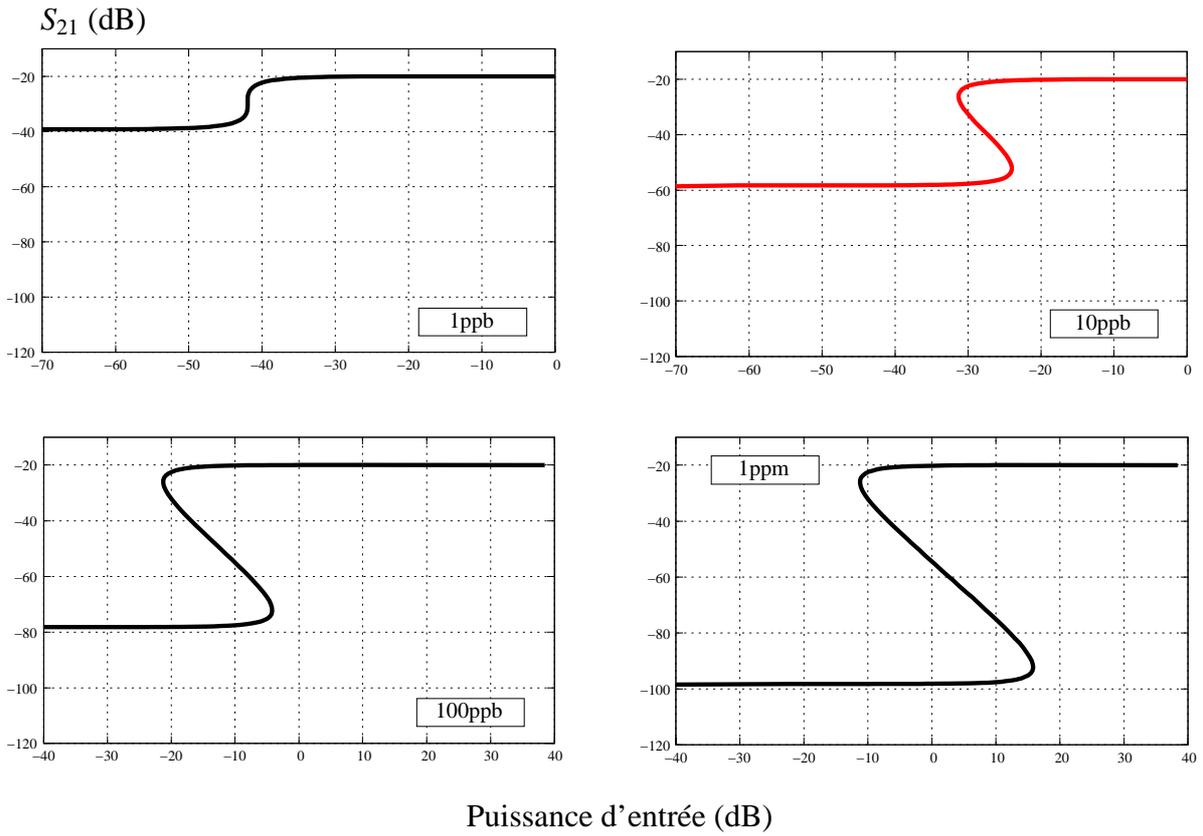


FIG. 3.18 – Evolution du comportement bistable de S_{21} en fonction de la concentration d'ions.

3.3.4.2 S_{21} en fonction du temps de relaxation spin – spin τ_2

Ce temps caractérise la largeur fréquentielle de la résonance paramagnétique. Les figures ci-dessous montrent que plus τ_2 est long, plus la bistabilité est prononcée. De plus, le seuil de puissance bas semble être indépendant de τ_2 .

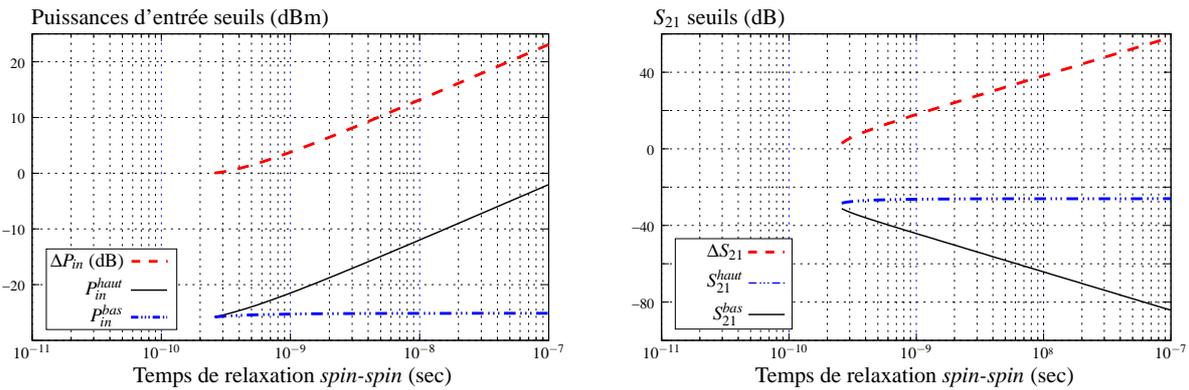
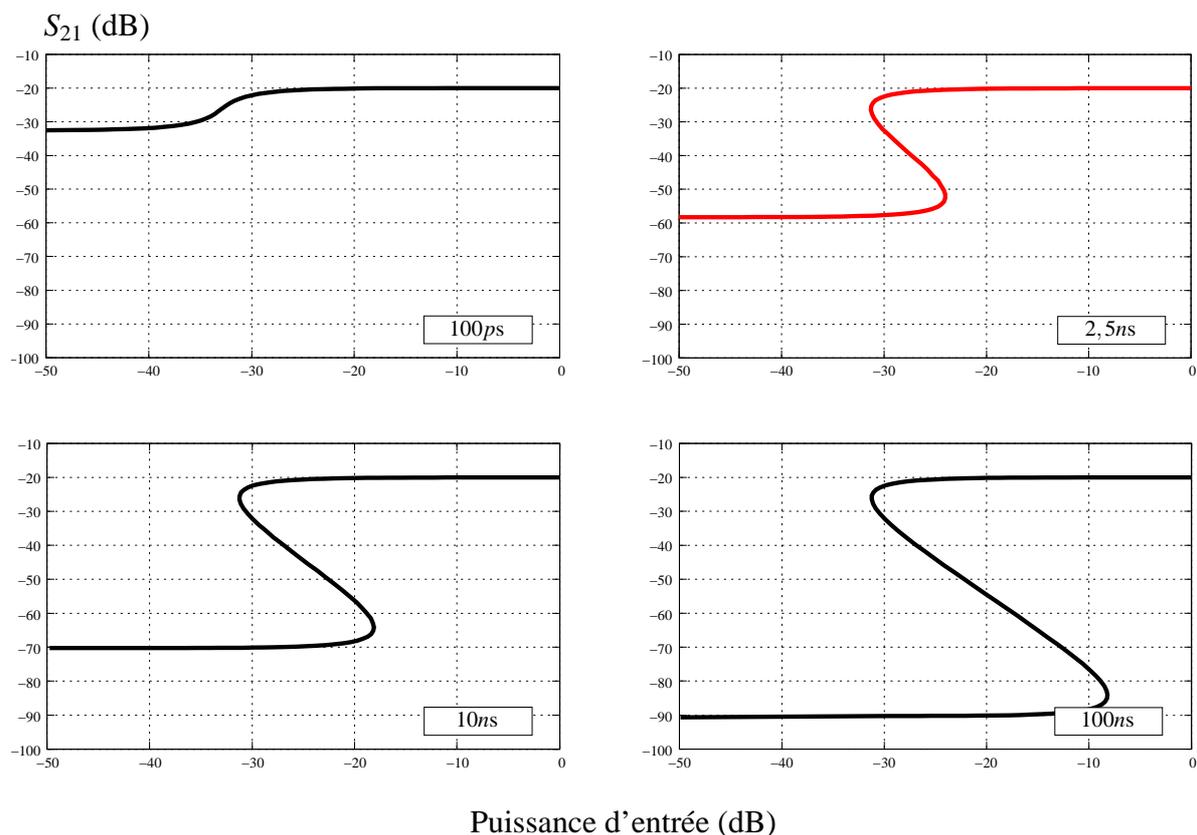


FIG. 3.19 – Evolution des puissances d'entrée seuils en fonction de τ_2 . Simulation de S_{21} en fonction de la puissance appliquée.


 FIG. 3.20 – S_{21} en fonction de la puissance appliquée pour différentes valeurs de τ_2 .

La condition sur la bistabilité est dans ce cas :

$$\tau_2 > 0,3 \text{ ns} \quad (3.64)$$

3.3.4.3 S_{21} en fonction du coefficient de surtension Q_L^{WG}

Le coefficient de surtension en charge du résonateur fixe la valeur de C (voir l'équation (3.40)). Son effet sur le comportement bistable est similaire à celui de N . En pratique, il varie de la centaine de millions au milliard à 4,2 K.

Condition de la bistabilité :

$$Q_L > 50 \times 10^6 \quad (3.65)$$

3.3.4.4 S_{21} en fonction du temps de relaxation τ_1

τ_1 agit uniquement sur les puissances d'entrée seuils. Le coefficient de transmission ainsi que la largeur de la bistabilité restent constants. La figure 5.3.3 montre que plus τ_1 est long, plus les puissances

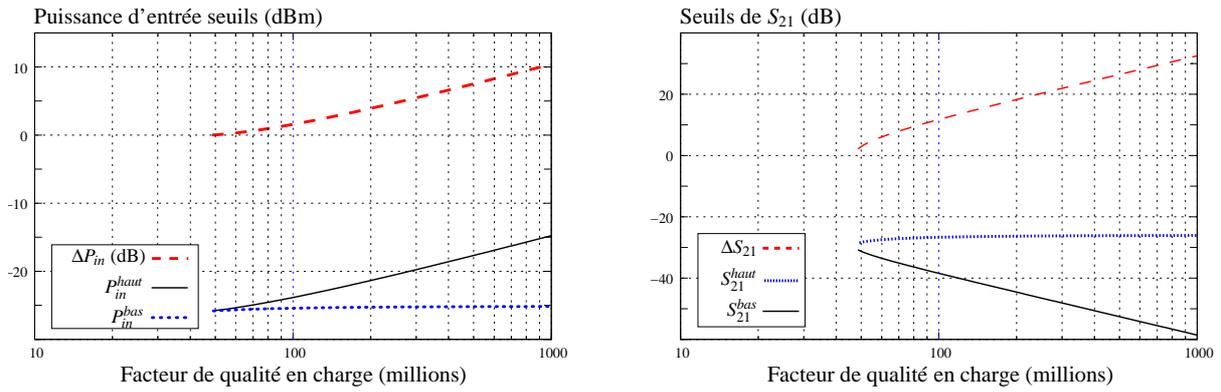


FIG. 3.21 – Evolution des puissances d'entrée seuils en fonction de Q_L

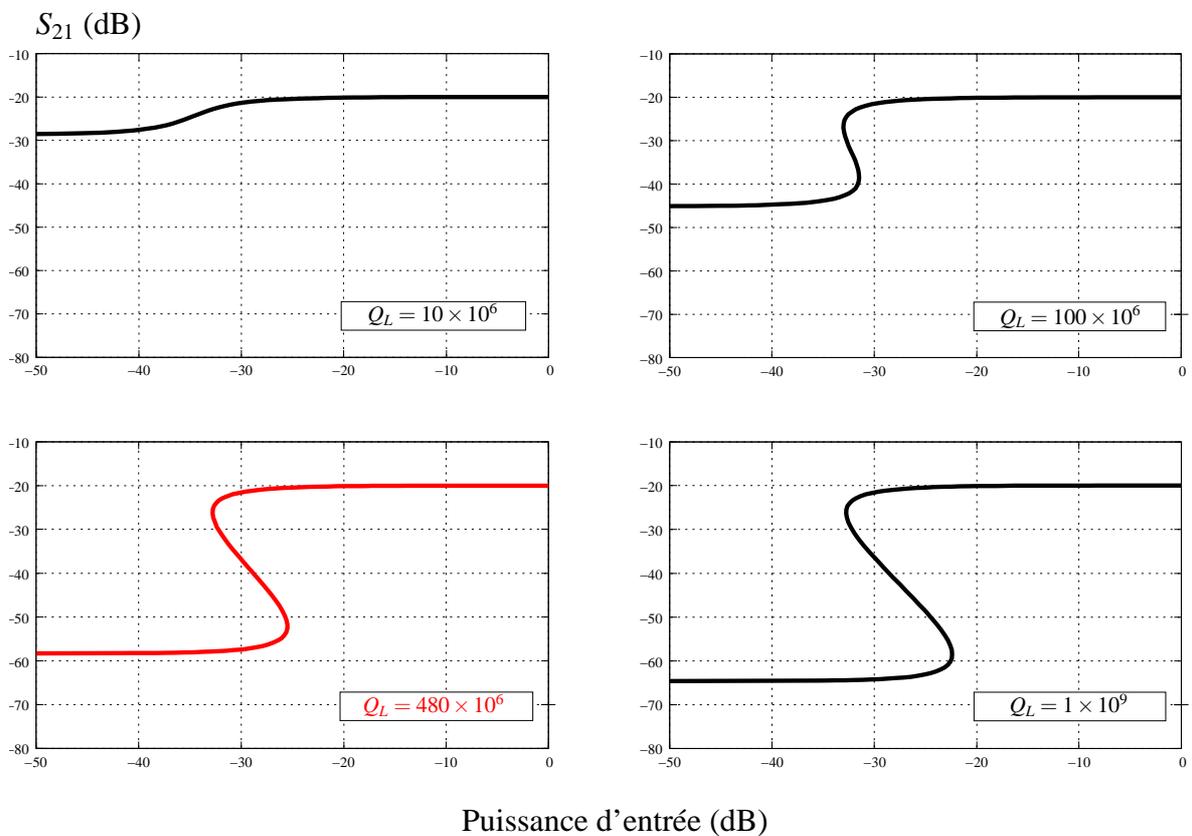


FIG. 3.22 – S_{21} en fonction de la puissance appliquée pour différentes valeurs de Q_L

seuils vont être faibles. Ceci est en accord avec l'équation (2.24) où la puissance lui est inversement proportionnelle. Dans ce genre de cristal, la valeur de τ_1 varie de quelques millisecondes à quelques dizaines de millisecondes.

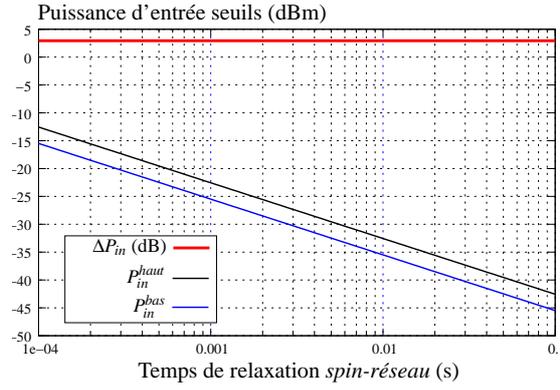


FIG. 3.23 – Evolution des puissances d'entrée seuils en fonction de τ_1

3.3.4.5 S_{21} en fonction du coefficient de couplage en entrée β_1

Le couplage à l'entrée du résonateur va fixer la quantité de l'énergie confinée. Plus la valeur de β_1 est grande, plus la puissance disponible dans le résonateur va être élevée. Pour que les seuils de saturation soient les plus bas possibles il faudrait que β_1 soit proche de l'unité. Notons que pour cette configuration (où Q_0 et β_2 sont supposés constants), la bistabilité existe quel que soit β_1 .

En conclusion de ces simulations, la bistabilité n'existe que si :

$$Q_L > 50 \times 10^6 \quad [\text{Fe}]^{3+} > 1 \text{ ppb} \quad (3.66)$$

$$\tau_2 > 0,3\text{ns} \quad \forall \beta_1 \text{ et } \beta_2$$

Discussion :

Jusqu'ici, nous n'avons traité que le cas du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$. Le signal maser sera certainement conditionné par ce mode. Cependant, ce signal ne peut exister sans l'intervention d'une pompe à 31 GHz. Il est clair que les ions vont alors absorber l'énergie selon un mode de galerie comme nous l'avons montré précédemment à 12 GHz. Nous avons donc réalisé des mesures sur les taux d'absorption de quelques modes à 31 GHz et à chaque fois, nous n'avons pas pu relever un comportement bistable aussi important que celui du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$. Ceci s'explique par le fait que les taux d'absorption entre les niveaux E_1 et E_3 des ions Fe^{3+} sont en effet très faibles ($\sigma_{13}^2 = 0,0029 \ll \sigma_{12}^2$). Les ions sont donc difficilement pompés et nécessitent sûrement un mode bien couplé. Il s'agit là d'une contrainte supplémentaire, celle de bien coupler le mode $\text{WGH}_{17,0,0}$ et un mode à 31 GHz en même temps.

Un autre phénomène qui a été observé et qui a été négligé jusqu'ici, est l'absorption des ions entre

les niveaux E_2 et E_3 . Lorsque le système d'ions fonctionne en régime maser, cette transition ne rentre pas en compte car les ions se relaxent entre ces deux niveaux sans aucune radiation. Cependant, nous avons pu observer un comportement d'absorption selon un mode de galerie à 19,37 GHz. Nous avons alors pu constater que cet effet ne peut être négligé. En effet, la présence d'un mode de galerie à cette fréquence pourrait être une source de perturbation pour le signal maser. Ce point mérite donc d'être éclairci dans le futur.

Les paramètres de l'ion Fe^{3+} que nous avons mesurés dans nos résonateurs permettent une bonne concordance entre le calcul et la mesure de l'effet bistable. Cependant, leurs valeurs sont différentes de celles connues et publiées dans les années 50-60.

Pour N , nous avons trouvé ~ 10 ppb d'ions actifs, soit une valeur beaucoup plus faible que la concentration totale mesurée sur des échantillons *HEMEX* de l'ordre du ppm.

Pour τ_1 , nous trouvons 17 ms. Il est rapporté généralement un temps de relaxation *spin-réseau* de 7-10 ms mais pour des cristaux fortement dopés, les expériences des deux russes Kornienko et Prokhorov, montrent que τ_1 est une fonction inverse de la concentration N . Notre estimation va donc dans le bon sens.

La valeur de τ_2 que nous estimons à 2 ns est également beaucoup plus faible que les données connues de l'ordre de 12 ns. Il est à noter que notre estimation s'appuie sur le "fit" des décalages fréquentiels des modes de galerie par une fonction théorique. Or, τ_2 est lié à la largeur de la résonance RPE. De plus, peu de modes sont présents au centre de la résonance. La valeur estimée nous donne donc une valeur minimale de τ_2 .

3.4 Concentration des ions dans le saphir *HEMEX*

L'accord entre le modèle et les expériences conforte les valeurs des paramètres physiques mesurés. Cependant, la concentration en ions que nous avons déterminé $N \sim 10\text{-}20$ ppb est bien différente des concentrations en fer mesurées par plusieurs méthodes d'analyse.

Plusieurs études ont été menées pour la détermination des concentrations des différents ions contenus dans les saphirs de type *HEMEX*. Ces ions sont des résidus de la méthode de fabrication des résonateurs saphir [72]. Le tableau suivant résume quelques concentrations mesurées en utilisant plusieurs méthodes :

Cr (ppm)	Fe (ppm)	Ti (ppm)	Mo (ppm)	Méthode
$\sim 1,0$	$\sim 1,0$	$\sim 0,3$	-	[73]
$\sim 0,009$	$< 1,0$	-	-	[74]
$\sim 0,001$ (Cr^{3+})	$\sim 0,1$ (Fe^{3+} et F^+)	$\sim 0,1$ (Ti^{3+})	-	[75]
0,006	2,3	-	0,6	[76]
0,2	0,6	$< 0,3$	$< 0,4$	[72]
< 1	5	< 1	< 4	[72]

TAB. 3.10 – Concentrations de quelques ions dans la matrice saphir.

Le tableau 3.11 rappelle les concentrations en ions actifs que nous avons mesurées dans nos résonateurs.

Résonateur	Marie	Jeanne	Pinocchio
N (ppb)	18	10	16

TAB. 3.11 – Concentrations mesurées dans nos résonateurs.

Les concentrations estimées dans nos résonateurs sont donc 100 fois inférieures à celles que l'on peut trouver dans la littérature.

3.4.1 Proportion $\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$

L'une des méthodes les plus précises employée pour la mesure est appelée Fluorescence par Réflexion Totale de Rayon-X (TXRF). Elle est fondée sur la détection de la fluorescence de petits échantillons soumis à un rayonnement X. Cependant, cette technique ne permet pas la distinction entre plusieurs types d'ions d'une même espèce. Par exemple, on ne peut distinguer les ions Fe^{2+} des ions Fe^{3+} . Or, seul l'ion Fe^{3+} est paramagnétique.

Il est raisonnable de penser qu'une faible proportion de fer se trouve sous forme d'ions Fe^{3+} . Ceci est confirmé par une série d'expériences réalisées sur un autre résonateur *Geppetto*, qui initialement ne

présentait pas une bistabilité claire. Le coefficient de transmission présente à peine un effet d'absorption (voir figure 3.24). Nous avons également tenté de mesurer la susceptibilité magnétique, comme dans la partie précédente, mais les décalages fréquentiels des modes de galerie, situés de part et d'autre de la fréquence de 12,038 GHz, étaient inférieurs au Hz.

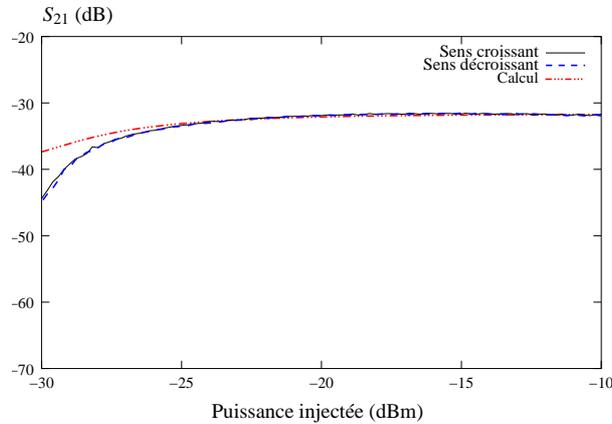


FIG. 3.24 – Coefficient de transmission du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la puissance injectée dans le résonateur Gepetto.

Soit le cristal est trop pur, soit la majorité des ions fer sont sous forme Fe^{2+} . Or, il est possible de transformer les ions Fe^{2+} en ions Fe^{3+} en faisant subir au cristal un recuit à haute température. Nous avons alors soumis le cristal à une série de recuits à 1600 °C : 4h/jour pendant 5 jours. Il nous était impossible pour des raisons techniques et de sécurité de recuire le cristal de façon continue. L'efficacité du recuit est donc certainement loin d'être optimale. Nous avons cependant observé des modifications significatives du comportement du résonateur.

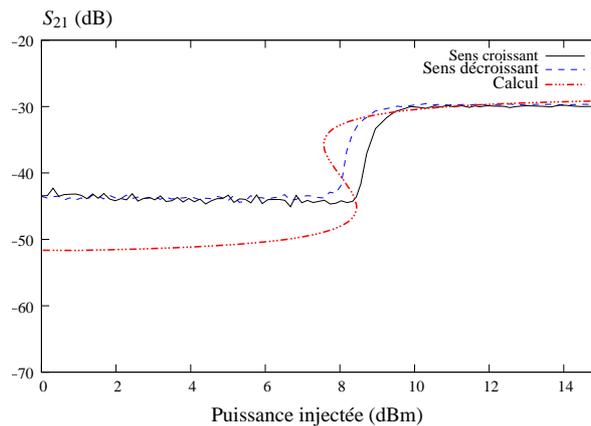


FIG. 3.25 – Coefficient de transmission du mode $WGH_{17,0,0}$ après recuit en fonction de la puissance injectée dans le résonateur.

Une faible bistabilité est apparue pour une puissance injectée de 8 dBm et un signal maser a pu être

observé³.

Le modèle du comportement bistable nous permet, dans chacun des cas précédents, d'estimer la concentration Fe^{3+} . Les paramètres utilisés pour le modèle sont :

	Fréquence (GHz)	S_{21} (dB)	β_1	β_2	$Q_0 \times 10^9$
Avant recuit	$\nu^+ = 12,037489$	-32,6	0,061	0,010	1,53
Après recuit	$\nu^+ = 12,037489$	-29,2	0,275	0,003	2,30

TAB. 3.12 – *Caractéristiques du mode $\text{WGH}_{17,0,0}^+$ avant et après le recuit. Les différences dans les couplages ne sont pas dues au recuit mais à la configuration du résonateur dans la cavité qui a changé.*

Nous avons trouvé :

$$\text{Avant recuit } N = 4 \times 10^{17} \text{ ions/m}^3 \implies 0,017 \text{ ppb}$$

$$\text{Après recuit } N = 4 \times 10^{19} \text{ ions/m}^3 \implies 1,7 \text{ ppb}$$

Ceci démontre qu'il est possible d'augmenter l'efficacité du maser par un recuit approprié du cristal.

3.4.2 Elargissement inhomogène

Jusqu'à présent, nous avons considéré que tous les ions contenus dans le cristal ont un comportement identique. En particulier tous les ions résonnent à la même fréquence. L'élargissement de la raie RPE correspondant au temps τ_2 provient de l'interaction entre spins voisins. Si le cristal est parfaitement homogène : pas de défaut localisé, répartition homogène des ions ... Tous les ions "voient" le même environnement. On parle ici d'élargissement homogène. Lorsqu'on applique une onde proche de la fréquence de la RPE, la totalité des ions participe à l'absorption. Les populations des niveaux d'énergie N_1 et N_2 varient en fonction de la fréquence de l'onde incidente, comme montré sur la figure 3.26.

Supposons maintenant que les ions ne soient pas tous dans le même environnement. Ils vont présenter des fréquences de résonance différentes. Dans un cas extrême, l'élargissement observé de la raie RPE correspondra à la juxtaposition de résonances distinctes. A chaque paquet d'ions, correspond une raie homogène et l'élargissement total est qualifié d'inhomogène. La fréquence est cette fois couplée à l'environnement des ions. L'évolution des populations en fonction de la fréquence RPE des paquets de spins pour une onde à la fréquence ν est représentée sur la figure 3.27.

Ce phénomène appelé "hole-burning" spectral correspond au "trou que brûle" l'onde dans la population du niveau E_1 . Pour chaque paquet de spins, nous avons une largeur homogène $1/\pi\tau_2^*$ qui correspond

³Les mesures du signal maser sont présentées en annexe B

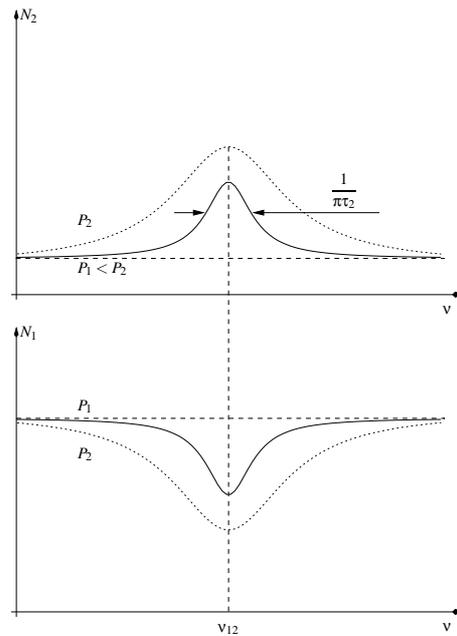


FIG. 3.26 – Evolution des populations des deux premiers niveaux d'énergie en fonction de la fréquence de l'onde appliquée. La courbe en pointillés est pour une puissance forte P_2 , et la continue pour une puissance faible P_1 .

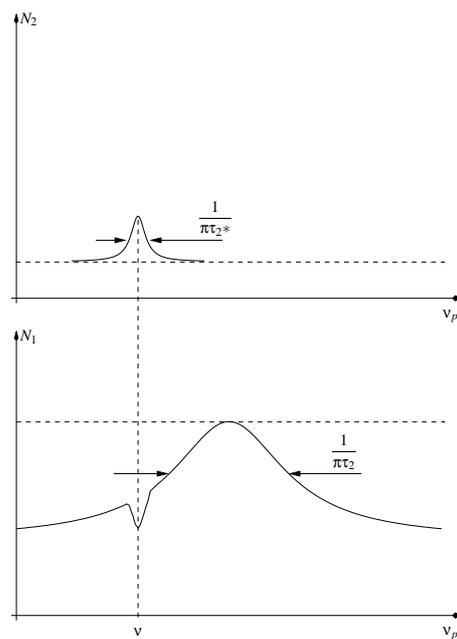


FIG. 3.27 – Evolution des populations des deux premiers niveaux d'énergie en fonction de la fréquence de résonance des paquets de spins.

à des processus identiques. Expérimentalement, nous n'avons pas accès à ce temps. Pour le déterminer, il faudrait réaliser des expériences similaires à l'absorption saturée que l'on réalise en optique [51].

Dans le cas de l'élargissement inhomogène, seule une faible proportion d'ions participe au processus

d'absorption. La largeur totale donne une image de l'inhomogénéité du cristal. Nous avons déterminé τ_2 précédemment à 2 ns. Si l'on suppose que la proportion d'ions effectifs (N_{eff}) est limitée seulement par l'effet d'élargissement inhomogène, alors on peut écrire :

$$\frac{N_{eff}}{N} \approx \frac{\tau_2}{\tau_2^*} \quad (3.67)$$

En considérant $N \approx 1$ ppm, $N_{eff} = 10$ ppb et $\tau_2 \approx 2$ ns, on trouve une valeur approximative $\tau_2^* \approx 200$, ns soit une largeur fréquentielle d'un paquet de spins de 1,6 MHz.

Le caractère inhomogène de la raie RPE est confirmé par le fait que dans certains cas nous avons observé un fonctionnement maser multimode (voir chapitre 5) : 2 modes d'oscillations séparés de 21 MHz. Dans le cas d'un élargissement homogène, lorsque l'oscillation démarre sur un mode particulier, la totalité des ions est concernée. A la saturation, le système s'ajuste pour limiter le gain à la fréquence d'oscillation. Aux autres fréquences, le gain est inférieur à 1 et aucune autre oscillation ne peut démarrer. Dans le cas de l'élargissement inhomogène, seul un paquet d'ions est concerné. D'autres oscillations peuvent alors démarrer à d'autres fréquences.

3.4.3 le *hole burning spatial*

Nous verrons dans la suite du manuscrit qu'il est également possible d'obtenir un fonctionnement bimode sur les deux modes jumeaux du doublet $WGH_{17,0,0}$. La séparation en fréquence de ces deux modes est de l'ordre de 10 kHz. Ce qui est bien inférieur à la largeur correspondant à un paquet de spins. Nous sommes donc, vis-à-vis de ces deux modes, à l'intérieur du même paquet de spins qui est sujet à un élargissement homogène. Pourtant, l'oscillation bimode est possible car les deux modes jumeaux interagissent avec des ions différents de par leur position dans le volume du saphir. En effet, à un ventre de l'un des deux modes correspond un nœud pour l'autre mode.

Ce phénomène est comparable à celui du "hole burning spatial" connu dans les cavités laser à onde stationnaire [51].

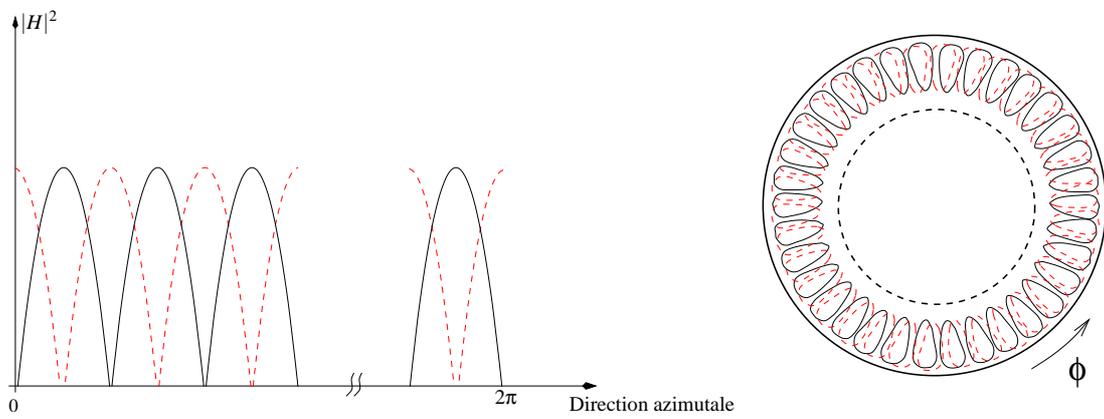


FIG. 3.28 – Distribution du champ magnétique du mode de galerie selon la direction azimutale.

Chapitre 4

Le MASER

Introduction

La stabilité du maser à mode de galerie est principalement limitée par la puissance disponible à la sortie du résonateur. Celle-ci dépend de la puissance émise par les ions et du couplage de l'accès de sortie. Maximiser la puissance maser revient à optimiser les différents paramètres.

Ce chapitre introduit les solutions stationnaires des équations de taux. L'évolution des populations occupant les niveaux d'énergie des ions permettra alors d'estimer la puissance émise par les ions. Celle-ci dépend principalement de la quantité d'ions émetteurs.

Il décrit ensuite l'évolution de la puissance pompe seuil, à 31 GHz, nécessaire à la création de l'inversion de populations. Puis, il décrit les calculs de la puissance maser en fonction de la puissance émise et du couplage de sortie.

Enfin, il résume les différents paramètres limites permettant l'obtention d'un signal maser .

4.1 L'effet maser

Dans cette section, nous allons nous intéresser à l'effet maser produit par un système ionique à trois niveaux d'énergie. Dans un premier temps, nous ne prendrons pas en compte les effets liés aux modes de galerie. Nous supposerons donc tous les champs magnétiques uniformes et opérant aux fréquences d'absorption des ions. Nous introduirons ensuite les modes de galerie pour le calcul de la puissance du signal maser.

Le premier scientifique à avoir proposé la réalisation d'un maser à trois niveaux à état solide fut Bloembergen en 1954 [35]. Cette méthode consiste à pomper les ions du niveau E_1 vers le niveau E_3 jusqu'à saturation, de façon à obtenir une inversion entre l'un ou l'autre de ces niveaux et le niveau intermédiaire E_2 . La figure 4.1 illustre ces processus :

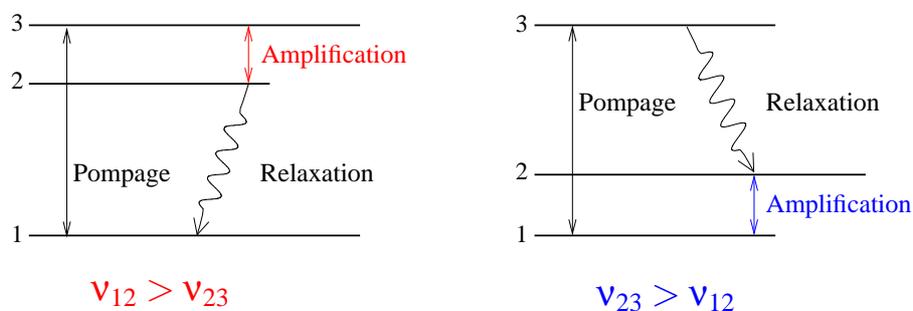


FIG. 4.1 – Condition d'inversion de Bloembergen.

En d'autres termes, lorsque le système est soumis à une pompe à la fréquence ν_{13} , il ne pourra pas évacuer toute l'énergie stockée et les ions vont s'accumuler dans le couple de niveaux qui présente la plus faible énergie. Dans notre cas, l'énergie des deux premiers niveaux est la plus faible du système. L'inversion aura forcément lieu entre ces deux niveaux.

Il est à noter aussi que les processus de relaxation que nous avons décrits précédemment existent entre tous les couples de niveaux et sont beaucoup plus complexes. Pour simplifier le problème, nous considérerons que les différents couples de probabilités de relaxation Γ_{ij} sont indépendants les uns des autres.

Pour la pompe, le taux d'absorption et la fréquence seront respectivement notés W_p et ν_p . De même, celui de l'émission stimulée et celui de la fréquence au niveau de l'amplification (signal) seront notés W_s et ν_s . La figure 4.2 montre la disposition des différentes probabilités du système.

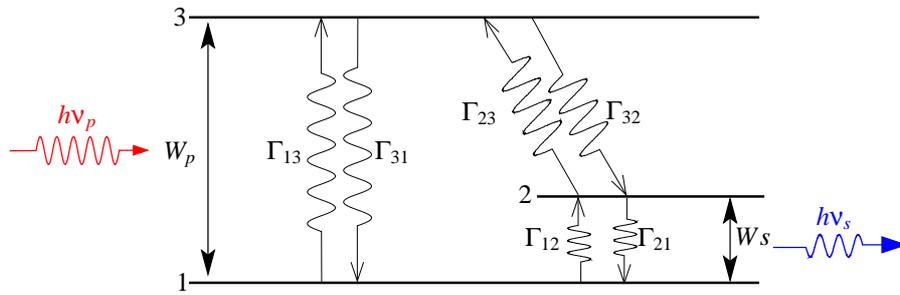


FIG. 4.2 – Probabilités de relaxation et d'émission stimulée.

Les équations de taux de ce système s'expriment comme suit :

$$\begin{aligned}
 \frac{dn_1}{dt} &= -\frac{\Delta n_{12} - \Delta N_{12}}{2\tau_1^{(12)}} - \frac{\Delta n_{13} - \Delta N_{13}}{2\tau_1^{(13)}} - W_p \Delta n_{13} - W_s \Delta n_{12} \\
 \frac{dn_2}{dt} &= \frac{\Delta n_{12} - \Delta N_{12}}{2\tau_1^{(12)}} - \frac{\Delta n_{23} - \Delta N_{23}}{2\tau_1^{(23)}} + W_s \Delta n_{12} \\
 \frac{dn_3}{dt} &= \frac{\Delta n_{13} - \Delta N_{13}}{2\tau_1^{(13)}} + \frac{\Delta n_{23} - \Delta N_{23}}{2\tau_1^{(23)}} + W_p \Delta n_{13}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

où le facteur $\tau_1^{(ij)}$ correspond au temps de relaxation du couple de niveaux (i, j) :

$$\tau_1^{(ij)} = \frac{1}{\Gamma_{ij} + \Gamma_{ji}} \tag{4.2}$$

La résolution du système d'équations précédent est complexe. C'est pourquoi nous ne nous intéresserons qu'à l'état stationnaire du système : $dn_i/dt = 0$. De plus, les équations ne sont pas indépendantes les unes des autres. La troisième équation, par exemple, est une combinaison linéaire des deux autres. Une quatrième équation est nécessaire. Celle-ci correspond à la somme des différences de populations telle que :

$$\Delta n_{12} + \Delta n_{23} + \Delta n_{31} = 0 \tag{4.3}$$

Les solutions stationnaires du système sont les suivantes :

$$\Delta n_{12} = \frac{2 \left(\frac{\Delta N_{12}}{\tau_1^{(12)}} - \frac{\Delta N_{23}}{\tau_1^{(23)}} \right) W_P + \left(\frac{1}{\tau_1^{(*)}} \right)^2 \Delta N_{12}}{2 \left(\frac{1}{\tau_1^{(12)}} + \frac{1}{\tau_1^{(23)}} + W_S \right) W_P + 2 \left(\frac{1}{\tau_1^{(13)}} + \frac{1}{\tau_1^{(23)}} \right) W_S + \left(\frac{1}{\tau_1^{(*)}} \right)^2}$$

$$\Delta n_{23} = \frac{2 \left(\frac{\Delta N_{23}}{\tau_1^{(23)}} - \frac{\Delta N_{12}}{\tau_1^{(12)}} \right) W_P + 2 \left(\frac{\Delta N_{23}}{\tau_1^{(23)}} - \frac{\Delta N_{31}}{\tau_1^{(31)}} \right) W_S + \left(\frac{1}{T_1^{(*)}} \right)^2 \Delta N_{23}}{2 \left(\frac{1}{\tau_1^{(12)}} + \frac{1}{\tau_1^{(23)}} + W_S \right) W_P + 2 \left(\frac{1}{\tau_1^{(13)}} + \frac{1}{T_1^{(23)}} \right) W_S + \left(\frac{1}{\tau_1^{(*)}} \right)^2} \quad (4.4)$$

$$\Delta n_{13} = \frac{2 \left(\frac{\Delta N_{13}}{\tau_1^{(13)}} - \frac{\Delta N_{23}}{\tau_1^{(23)}} \right) W_S + \left(\frac{1}{\tau_1^{(*)}} \right)^2 \Delta N_{13}}{2 \left(\frac{1}{\tau_1^{(12)}} + \frac{1}{\tau_1^{(23)}} + W_S \right) W_P + 2 \left(\frac{1}{\tau_1^{(13)}} + \frac{1}{\tau_1^{(23)}} \right) W_S + \left(\frac{1}{\tau_1^{(*)}} \right)^2}$$

$$\text{avec } \left(\frac{1}{\tau_1^{(*)}} \right)^2 = \frac{1}{\tau_1^{(12)} \tau_1^{(23)}} + \frac{1}{\tau_1^{(12)} \tau_1^{(13)}} + \frac{1}{\tau_1^{(23)} \tau_1^{(13)}}$$

Selon différentes mesures effectuées par Bogle et Symmons [39] ou Kornienko et Prokhorov [52], ces temps sont de l'ordre de la dizaine de millisecondes à 4,2 K. J. H. Pace [77] a présenté des mesures montrant que les différents temps de relaxation sont du même ordre de grandeur. Nous supposons donc que $\tau_1^{(12)} = \tau_1^{(23)} = \tau_1^{(13)} = \tau_1$.

Nous pouvons donc simplifier le système d'équations précédent comme suit :

$$\Delta n_{12} = \frac{2\tau_1 (\Delta N_{12} - \Delta N_{23}) W_P + 3\Delta N_{12}}{2\tau_1 (2 + \tau_1 W_S) W_P + 4\tau_1 W_S + 3}$$

$$\Delta n_{23} = \frac{2\tau_1 (\Delta N_{23} - \Delta N_{12}) W_P + 2\tau_1 (\Delta N_{23} - \Delta N_{31}) W_S + 3\Delta N_{23}}{2\tau_1 (2 + \tau_1 W_S) W_P + 4\tau_1 W_S + 3} \quad (4.5)$$

$$\Delta n_{13} = \frac{2\tau_1 (\Delta N_{13} - \Delta N_{23}) W_S + 3\Delta N_{13}}{2\tau_1 (2 + \tau_1 W_S) W_P + 4\tau_1 W_S + 3}$$

La première équation nous montre qu'il existe deux conditions pour lesquelles l'inversion de populations

a lieu. En effet, pour obtenir du gain il faut $\Delta n_{12} < 0$.

Première condition :

$$\Delta N_{12} < \Delta N_{23} \quad (4.6)$$

Ceci est réalisé pour l'ion Fe^{3+} dans la gamme des basses températures accessibles.

Deuxième condition :

La deuxième condition qui découle de l'expression de Δn_{12} est la suivante :

$$W_p \geq \frac{\frac{3\Delta N_{12}}{2\tau_1}}{(\Delta N_{23} - \Delta N_{12})} \quad (4.7)$$

Lorsque cette inégalité n'est pas vérifiée, le système n'est pas amplificateur : $W_s = 0$, car la pompe appliquée au système est faible $W_p \ll 1/\tau_1$. Lorsque la puissance augmente, les deux parties de la relation précédente s'égalisent, l'inversion commence : $\Delta n_{12} = 0$. C'est à ce moment que le système devient amplificateur : $W_s \neq 0$. En annulant W_s dans le système d'équations (4.5), nous trouvons :

$$\Delta n_{12} = \frac{2(\Delta N_{12} - \Delta N_{23})W_p + 3\Delta N_{12}/\tau_1}{4W_p + 3/\tau_1} \quad (4.8)$$

$$\Delta n_{13} = \frac{3\Delta N_{13}/\tau_1}{4W_p + 3/\tau_1}$$

Nous pouvons donc voir l'évolution des écarts de populations en fonction de W_p comme le montre la figure 4.3.

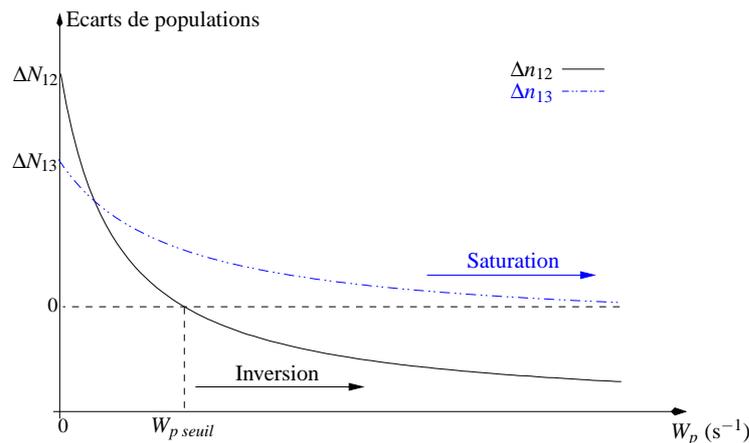


FIG. 4.3 – Evolution des populations en fonction de W_p .

4.1.1 Puissance pompe seuil

La puissance pompe seuil correspond au moment où l'inversion de populations a lieu, c'est-à-dire quand $\Delta n_{12} = 0$ et les deux parties de la relation (4.7) s'égalisent. Pour simplifier le calcul, nous supposons les temps de relaxation *spin – réseau* égaux. La probabilité d'absorption se résume alors à :

$$W_{p \text{ seuil}} = \frac{3}{2\tau_1} \frac{\Delta N_{12}}{\Delta N_{23} - \Delta N_{12}} \quad (4.9)$$

En remplaçant cette dernière dans l'expression donnant Δn_{13} , (l'équation (4.8)) dans l'équation (2.20), la puissance pompe absorbée seuil s'exprime comme suit :

$$P_{13 \text{ seuil}} = h\nu_{13} W_{p \text{ seuil}} \frac{\Delta N_{13}}{1 + \frac{4}{3}\tau_1 W_{p \text{ seuil}}} V_{eff} \quad (4.10)$$

Cette puissance est donc directement proportionnelle au nombre d'ions actifs ($V_{eff}\Delta N_{13} = 0,117V_{eff}N$).

4.1.2 Puissance émise maximale

Si la puissance pompe appliquée aux ions continue à augmenter, le système finira par se saturer ($W_p \rightarrow \infty$ et on suppose que $W_p \gg W_s$). Les populations qui occupent les premier et troisième niveaux s'égalisent et l'inversion de populations est à son maximum ($\Delta n_{21} = \Delta n_{23}$). Dans ces conditions :

$$\Delta n_{13} = 0 \Rightarrow W_{s \text{ max}} = \frac{3\Delta N_{13}}{2\tau_1 (\Delta N_{23} - \Delta N_{12})} \quad (4.11)$$

$$\lim_{W_p \rightarrow \infty} \Delta n_{21} = \Delta n_{21 \text{ max}} = \Delta n_{23 \text{ max}} = \frac{\Delta N_{23} - \Delta N_{12}}{2 + \tau_1 W_{s \text{ max}}} \quad (4.12)$$

La puissance maximale que peuvent émettre les ions est alors :

$$P_{21 \text{ max}} = \lim_{W_p \rightarrow \infty} P_{21} = h\nu_{12} W_{s \text{ max}} \Delta n_{21 \text{ max}} V_{eff} \quad (4.13)$$

En remplaçant $W_{s \text{ max}}$ et $\Delta n_{21 \text{ max}}$ par leurs expressions, on obtient :

$$P_{21 \text{ max}} = h\nu_{12 \text{ op}} W_{s \text{ max}} \frac{0,017}{2 + \tau_1 W_{s \text{ max}}} V_{eff} N \quad (4.14)$$

Pour avoir un ordre de grandeur de ces puissances, on peut les calculer pour le résonateur Pinocchio avec : $N = 0,673 \times 10^{21}$ ion/m³, $V_{eff} = 14,725 \times 10^{-6}$ m³, $\nu_{13} = 31,339$ GHz, $\nu_{12} = 12,038$ GHz et

$$\tau_1 = 10 \text{ ms à } 4,2 \text{ K}$$

$$W_{p \text{ seuil}} = 441,2 \text{ s}^{-1} \Rightarrow P_{13 \text{ seuil}} = -28,1 \text{ dBm} \quad (4.15)$$

$$W_{s \text{ max}} = 351 \text{ s}^{-1} \Rightarrow P_{21 \text{ max}} = -40,7 \text{ dBm} \quad (4.16)$$

4.1.3 Le taux d'inversion

Lorsque le système d'ions est saturé, l'inversion de populations est à son maximum. Il est donc intéressant de calculer le nombre d'ions émetteurs occupant le deuxième niveau E_2 . Pour cela, on calcule l'écart maximal en remplaçant l'équation (4.11) dans l'expression (4.12). On trouve ainsi :

$$\Delta n_{21 \text{ max}} = \frac{(\Delta N_{23} - \Delta N_{12})^2}{4\Delta N_{23} - 4\Delta N_{12} + 3\Delta N_{13}} \quad (4.17)$$

En remplaçant les écarts par les données du tableau 2.1, on obtient :

$$\frac{\Delta n_{21 \text{ max}}}{\Delta N_{12}} = 0,0138 \quad (4.18)$$

ou encore :

$$\Delta n_{21 \text{ max}} = 0,000689 \times N \quad (4.19)$$

Si le résonateur présente une concentration $N = 0,673 \times 10^{21}$ ions/m³, soit $9,9 \times 10^{15}$ ions dans le volume du mode WGH_{17,0,0}, alors seulement $6,8 \times 10^{12}$ ions participeront dans l'effet maser.

4.1.4 Evolution de la puissance émise en fonction de la puissance pompe

Les premiers masers à trois niveaux consistaient à réaliser une inversion de populations entre deux niveaux d'énergie. Le système devenait alors amplificateur pour une onde appliquée aux ions à la fréquence correspondante. On obtient ainsi un signal amplifié et ultrastable. Dans notre cas, le Whigmo ne nécessite aucun signal à 12 GHz. Il oscille à partir du bruit. En effet, les ondes émises par émission spontanée vont être recyclées dans le résonateur via le mode WGH_{17,0,0}. On crée ainsi une onde par émission stimulée. Cette onde va dépendre en grande partie du signal pompe et notamment de sa puissance. Nous allons donc modéliser cette dépendance à partir de l'évolution des populations des niveaux d'énergie (solutions des équations de taux). Nous ne nous intéresserons qu'aux effets des ions dans le résonateur sans prendre en compte l'environnement extérieur. Ainsi, tous les paramètres des ions, tels que le champ magnétique, le volume ou le nombre d'ions, seront-ils conditionnés par les modes de galerie. Nous supposerons également les pertes dans le résonateur inexistante. C'est à dire que les ions commenceront à

émettre dès que l'inversion de population se produit.

Voyons maintenant comment évolue la puissance émise en fonction de la puissance absorbée en général. En considérant le champ magnétique uniforme, alors l'équation (2.20) nous permet d'écrire :

$$P_{21} = h\nu_{17,0,0}W_{21}\Delta n_{21}V_{17,0,0} \quad (4.20)$$

où $V_{17,0,0}$ est le volume qu'occupent les ions mis à contribution dans le processus d'émission. La probabilité W_{12} est définie par la relation (2.27). Nous supposons le carré du champ magnétique directement proportionnel à la puissance. Ceci est justifié par le fait que le champ considéré dans le saphir est le même que celui du mode de galerie associé (voir équation (3.14)). Il s'ensuit :

$$W_{21} = \frac{1}{4}\gamma^2 g_{signal}(\nu)H_{ac\ signal}^2\sigma_{12}^2 = w_{s0}\frac{\gamma^2}{\pi\Delta\nu_{12}}\frac{\sigma_{12}^2}{Z_c S_{eff12}}P_{21} \quad (4.21)$$

Le champ moyen est relié à la puissance par l'équation (3.14). Pour des raisons pratiques, posons :

$$w_{s0} = \frac{\gamma^2}{\pi\Delta\nu_{12}}\frac{\sigma_{12}^2}{Z_c S_{eff12}} \quad (4.22)$$

de même, la probabilité d'absorption à 31 GHz est :

$$W_{13} = \frac{1}{4}\gamma^2 g_{pompe}(\nu)H_{ac\ pompe}^2\sigma_{13}^2 = w_{p0}P_{13} \quad (4.23)$$

avec :

$$w_{p0} = \frac{\gamma^2}{\pi\Delta\nu_{13}}\frac{\sigma_{13}^2}{Z_c S_{eff13}} \quad (4.24)$$

où S_{eff12} et S_{eff13} sont les sections efficaces correspondant respectivement aux modes de galerie signal et pompe. Elles sont définies pour un mode $WGH_{m,0,0}$ par la relation (3.15). Rappelons que les profils des résonances sont donnés par la relation (2.13) :

$$g_{signal}(\nu = \nu_{17,0,0}) \approx 2\tau_2^{(12)} = \frac{2}{\pi\Delta\nu_{12}} \quad \text{et} \quad g_{pompe}(\nu = \nu_{pompe}) \approx 2\tau_2^{(13)} = \frac{2}{\pi\Delta\nu_{13}} \quad (4.25)$$

Il nous faut maintenant remplacer l'écart de populations et la probabilité d'émission par les relations (4.5) et (4.21) dans la relation (4.20) :

$$P_{21} = h\nu_{12}w_{s0}V_{12}P_{21}\frac{2\tau_1(\Delta N_{21} - \Delta N_{32})w_{p0}P_{13} + \Delta N_{21}}{(2 + \tau_1w_{s0}P_{21})\tau_1w_{p0}P_{13} + 4\tau_1w_{s0}P_{21} + 1} \quad (4.26)$$

Après quelques opérations, nous aboutissons à l'équation suivante :

$$P_{21} = \frac{w_{p0}}{w_{s0}} \frac{(1 - hv_{12}w_{s0}V_{12}(\Delta N_{12} - \Delta N_{23}))P_{13} + \frac{3}{4\tau_1 w_{p0}}(1 - hv_{12}w_{s0}V_{12}\Delta N_{12})}{\frac{1}{2}\tau_1 w_{p0}P_{13} + 1} \quad (4.27)$$

Cette formule permet de relier la puissance fournie à 12 GHz à la puissance absorbée à 31 GHz. La figure suivante montre comment évolue la puissance maser.

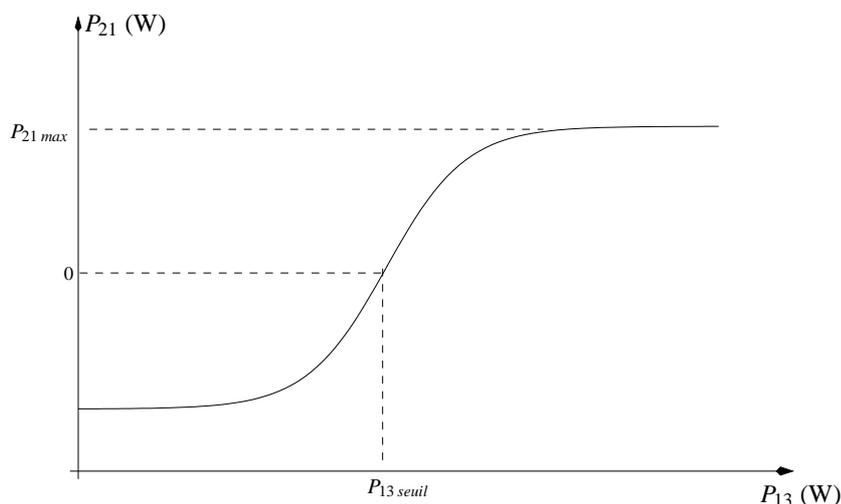


FIG. 4.4 – Evolution de la puissance fournie en fonction de la puissance absorbée.

Lorsque la puissance absorbée est inférieure à $P_{13 \text{ seuil}}$, l'écart entre les deux premiers niveaux est toujours positif ($\Delta n_{12} > 0$). Le système est toujours dans un état absorbant. La courbe nous montre comment évolue la puissance que peuvent absorber les ions. Plus la puissance absorbée à 31 GHz augmente, plus l'écart de populations Δn_{12} diminue. A partir de la puissance seuil, l'inversion de populations se produit et les ions commencent à émettre. Toute onde émise va être recyclée dans le résonateur via le mode $WGH_{17,0,0}$ et un signal naît à 12 GHz par émission stimulée. La puissance de ce signal va augmenter au fur et à mesure que la puissance absorbée augmente. Une fois que les populations des premier et troisième niveaux s'égalisent, le système ionique se sature. C'est à ce moment que les ions émettent le maximum de puissance $P_{21 \max}$.

Discussion

D'un point de vue expérimental, nous n'avons malheureusement pas accès à la mesure directe de la puissance émise au niveau électronique. Cependant, nous pouvons la déterminer à partir de la puissance mesurée à la sortie (à 12 GHz) et de celle injectée à l'entrée du résonateur (à 31 GHz). En effet, ces puissances sont reliées entre elles par l'intermédiaire des coefficients de couplage. Nous allons donc

introduire par la suite quelques outils qui seront nécessaires à l'expression de la puissance maser à la sortie du résonateur en fonction de la puissance injectée dans celui-ci.

4.1.5 Le maser à la sortie du résonateur

Nous ne nous sommes intéressés jusqu'ici qu'aux puissances au niveau électronique. Expérimentalement, nous n'avons pas accès à la mesure de ces puissances. Par contre, nous connaissons parfaitement les niveaux des puissances à l'entrée comme à la sortie du résonateur. Nous disposons également de tous les couplages. A l'entrée du résonateur, la puissance appliquée s'exprime comme suit :

$$P_{pompe} = P_{transmise} + P_{réfléchie} \quad (4.28)$$

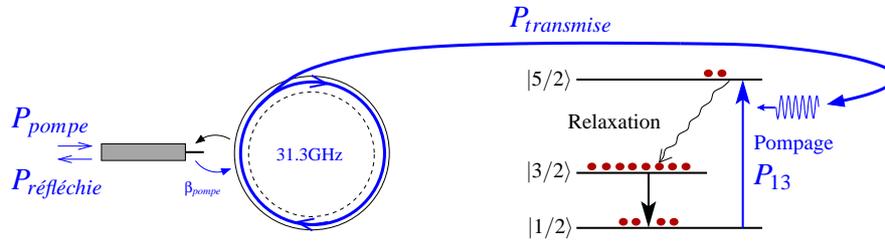


FIG. 4.5 – Processus de l'absorption à 31 GHz.

Le carré du coefficient de réflexion est le rapport entre la puissance à l'entrée du résonateur et celle qui est réfléchie. Nous pouvons donc exprimer ce rapport en fonction du coefficient de couplage β_{pompe} :

$$P_{réfléchie} = |S_{11}|^2 P_{pompe} = \left(\frac{1 - \beta_{pompe}}{1 + \beta_{pompe}} \right)^2 P_{pompe} \quad (4.29)$$

Il en résulte que la puissance transmise à l'intérieur de la cavité s'exprime comme suit :

$$P_{transmise} = \left[1 - \left(\frac{1 - \beta_{pompe}}{1 + \beta_{pompe}} \right)^2 \right] P_{pompe} \quad (4.30)$$

Nous supposons que la puissance transmise est la même que celle qui circule à l'intérieur du résonateur (les pertes sont dues uniquement au résonateur). Pour mieux comprendre les phénomènes qui régissent l'évolution de cette puissance, nous schématisons le résonateur par des circuits électriques (voir figure 4.6). La résonance d'un mode de galerie est représentée classiquement par un circuit RLC parallèle [14]. La résonance des ions est schématisée par une simple résistance magnétique, notée R_{mp} (m pour

magnétique et p pour pompe), qui sera positive dans le cas de l'absorption et négative dans le cas de l'émission. On considère que la fréquence est fixée par les paramètres du mode de galerie (section 6.7 de [45]).

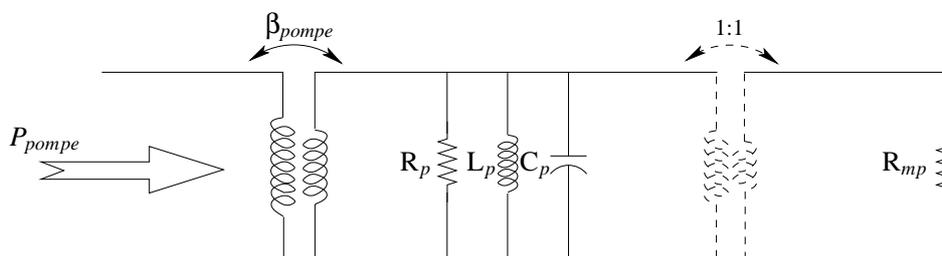


FIG. 4.6 – Schéma électrique équivalent du résonateur à 31 GHz. On suppose ici que l'onde véhiculée dans le résonateur est directement transmise aux ions.

A cette résistance, nous associons un facteur de qualité magnétique noté Q_{mp} . Il est défini comme étant le rapport entre l'énergie absorbée et l'énergie stockée dans la cavité :

$$\frac{1}{Q_{mp}} = \frac{P_{13}}{2\pi\nu_{13} \times E_{stockée}} \quad (4.31)$$

La puissance absorbée est donnée par la relation (2.20) et l'énergie stockée s'exprime comme suit :

$$E_{stockée} = \frac{1}{2} \mu_0 \int_{cavité} H \cdot H^* dV \quad (4.32)$$

Nous pouvons ainsi exprimer ce facteur en fonction des paramètres des ions Fe^{3+} :

$$\frac{1}{Q_{mp}} = \eta \frac{(g\mu_B)^2 \mu_0}{h} g(\nu) \sigma_{13}^2 \Delta n_{13} \quad (4.33)$$

η est le facteur de remplissage, proche de l'unité. La fréquence à laquelle l'absorption opère est celle du mode de galerie pompe. La largeur fréquentielle $\Delta\nu_{13} = 1/\pi\tau_2^{(13)} = 100$ MHz (voir tableau 2.1). A cette largeur, on associe un facteur de qualité $Q_L^{13} = \pi\tau_2\nu_{13}$ complètement différent de Q_{mp} . Le facteur de qualité magnétique se résume alors à :

$$\frac{1}{Q_{mp}} = \frac{2(g\mu_B)^2 \mu_0}{h\Delta\nu_{13}} \sigma_{13}^2 \Delta n_{13} \quad (4.34)$$

L'écart de populations Δn_{13} est la solution des équations de taux (voir la troisième équation du sys-

tème (4.5)). Dans ce cas, on exprime Q_{mp} en fonction de la puissance absorbée à 31 GHz comme suit :

$$\frac{1}{Q_{mp}} = \frac{2(g\mu_B)^2 \mu_0 \sigma_{13}^2}{h\Delta\nu_{13}} \frac{((2\tau_1 w_{s0} A + 3C)\Delta N_{13} - 2\tau_1 w_{s0} A \Delta N_{23}) P_{13} + (3 + 2\tau_1 w_{s0} B)\Delta N_{13} - 2\tau_1 w_{s0} B \Delta N_{23}}{2\tau_1 (\tau_1 w_{s0} A + 2C) w_{p0} P_{13}^2 + 2(\tau_1^2 w_{s0} w_{p0} B + w_{p0} + 2\tau_1 w_{s0} A) P_{13} + 4\tau_1 w_{s0} B} \quad (4.35)$$

où l'on a remplacé P_{12} par l'expression (4.27) et posé :

$$\begin{aligned} A &= \frac{w_{p0}}{w_{s0}} (1 - h\nu_{12} w_{s0} V_{12} (\Delta N_{12} - \Delta N_{23})) \\ B &= \frac{3}{4\tau_1 w_{s0}} (1 - h\nu_{12} w_{s0} V_{12} \Delta N_{12}) \\ C &= \frac{1}{2} \tau_1 w_{p0} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Lorsque la puissance pompe tend vers ∞ , alors la transition ionique est saturée et le coefficient $1/Q_{mp}$ s'annule.

Maintenant que nous avons introduit l'effet des ions dans la cavité, nous pouvons exprimer le coefficient en charge total :

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_0^{WG}} + \frac{1}{Q_{mp}} = \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_{0p}} \quad (4.37)$$

où Q_0^{WG} est le coefficient de surtension à vide du résonateur sans ions. Dans notre cas, on le mesure en saturant les ions (ions transparents) $Q_{mp} \rightarrow \infty$. Q_{0p} est le facteur de qualité à vide du résonateur en présence d'ions. Q_e est le coefficient de surtension externe et fixe le coefficient de couplage selon la relation suivante :

$$\beta_{pompe} = \frac{Q_e}{Q_{0p}} \quad (4.38)$$

Le coefficient de réflexion s'écrit alors comme suit :

$$|S_{11}| = \frac{Q_e^{-1} - Q_{mp}^{-1} - Q_0^{-1}}{Q_e^{-1} + Q_{mp}^{-1} + Q_0^{-1}} \quad (4.39)$$

Finalement, la relation entre la puissance appliquée à l'entrée du résonateur et celle absorbée est la suivante :

$$P_{13} = \left[1 - \left(\frac{Q_e^{-1} - Q_{mp}^{-1} - Q_0^{-1}}{Q_e^{-1} + Q_{mp}^{-1} + Q_0^{-1}} \right)^2 \right] P_{pompe} \quad (4.40)$$

Si nous remplaçons Q_{mp} par la relation (4.35) dans la relation précédente, nous aboutirons à une équation extrêmement complexe et lourde à manipuler. Ceci se répercutera également sur l'expression de la puissance maser à la sortie du résonateur en fonction de celle injectée.

Nous ne nous restreindrons donc qu'à deux cas simples. Le premier est celui de la puissance pompe

seuil nécessaire à la création du signal maser. L'autre cas est celui du calcul de la puissance maser maximale lorsque le système ionique est saturé.

Si on ne considère donc que le point seuil, alors on peut considérer Q_{mp} constant. Dans ce cas, nous pouvons étudier facilement l'équation (4.40). La figure 4.7 montre l'évolution de la puissance absorbée en fonction du couplage à l'entrée du résonateur.

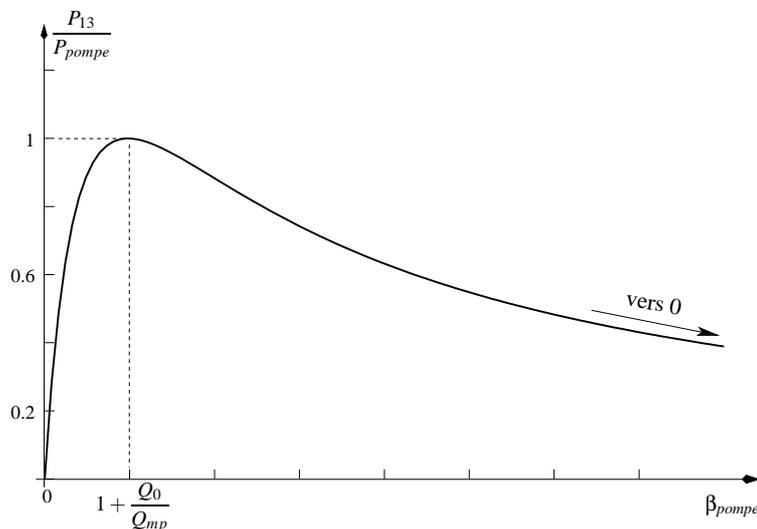


FIG. 4.7 – Evolution de la puissance absorbée par les ions en fonction du couplage à l'entrée du résonateur.

La puissance absorbée par les ions ne sera égale à la puissance injectée dans le résonateur que si :

$$\beta_{\text{entrée}} = 1 + \frac{Q_0}{Q_{mp}} \quad (4.41)$$

Des exemples sur la valeur du facteur de qualité magnétique sont présentés dans le chapitre 6, page 124. Il est de l'ordre de 10×10^9 pour nos résonateurs.

Considérons maintenant la puissance maser à la sortie du résonateur. L'énergie émise par les ions va être recyclée dans le résonateur selon le mode $WGH_{17,0,0}$. L'extraction du signal maser se fait par le biais d'une boucle magnétique avec un couplage β_{sortie} .

De même que dans la partie précédente, nous schématisons l'émission des ions par une résistance négative $-R_{ms}$, à laquelle on associe un facteur de qualité magnétique Q_{ms} (m pour magnétique et s pour signal).

$$\frac{1}{Q_{ms}} = \frac{2(g\mu_B)^2 \mu_0 \Delta n_{12} \sigma_{12}^2}{h \Delta \nu_{12}} \quad (4.42)$$

Lorsque le système ionique émet son maximum de puissance (système saturé), alors ce dernier fac-

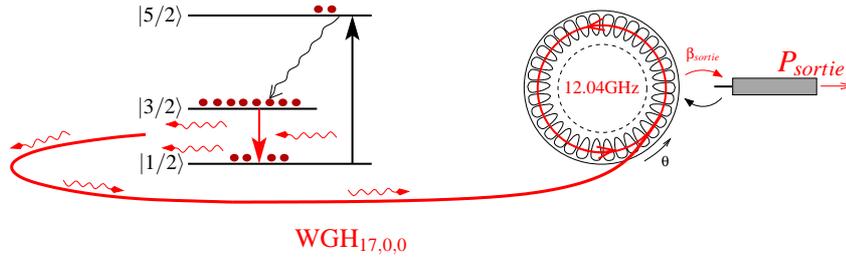


FIG. 4.8 – Processus de l'émission stimulée à 12 GHz.

teur s'exprime comme suit :

$$\frac{1}{Q_{ms\ sat}} = \frac{2(g\mu_B)^2\mu_0\sigma_{12}^2}{h\Delta\nu_{12}}\Delta n_{12\ max} = \frac{2(g\mu_B)^2\mu_0\sigma_{12}^2}{h\Delta\nu_{12}}\frac{(\Delta N_{12} - \Delta N_{23})}{(2 + \tau_1 W_{s\ max})} \quad (4.43)$$

La puissance à la sortie du résonateur est (section 6.7 de [45]) :

$$P_{sortie\ sat} = \left(\frac{Q_e^{-1}}{Q_e^{-1} + Q_0^{-1}} - \frac{Q_e^{-1}}{Q_{ms\ sat}^{-1}} \right) P_{21\ max} \quad (4.44)$$

Effet de la concentration N

La puissance de sortie peut être exprimée en fonction de la concentration d'ions N . Pour cela, on remplace respectivement dans l'équation (4.44) Q_{ms} et $P_{21\ max}$ par les relations (4.43) et (4.14).

$$P_{sortie\ sat} = \left(\frac{\beta_{sortie}}{\beta_{sortie} + 1} - \frac{\beta_{sortie}}{Q_0} \frac{h\Delta\nu_{12}(2 + \tau_1 W_{s\ max})}{2(g\mu_B)^2\mu_0\sigma_{12}^2(\Delta N_{23} - \Delta N_{12})} \right) h\nu_{12\ op} W_{s\ max} \frac{\Delta N_{23} - \Delta N_{12}}{1 + 2\tau_1 W_{s\ max}} V_{eff} \quad (4.45)$$

On remplace également les différents écarts de populations ΔN_{ij} par les données du tableau 2.1. La figure (4.9) montre l'évolution de la puissance de saturation en sortie du résonateur en fonction de β_{sortie} pour plusieurs valeurs de la concentration d'ions N .

Plus le nombre d'ions est important, plus la puissance émise va être importante. L'équation précédente impose la condition suivante pour qu'il y ait un signal maser à la sortie du résonateur :

$$Q_0 > Q_{ms\ sat} = \frac{h\Delta\nu_{12}}{2(g\mu_B)^2\mu_0\sigma_{12}^2} \frac{(2 + \tau_1 W_{s\ max})}{(\Delta N_{23} - \Delta N_{12})} \quad (4.46)$$

Par exemple, si Q_0 est égal à 500×10^6 , alors la concentration en ions minimale nécessaire à l'observation d'un signal maser à la sortie du résonateur est :

$$N_{min} > 79 \times 10^{18} \text{ion/m}^3 \quad (4.47)$$

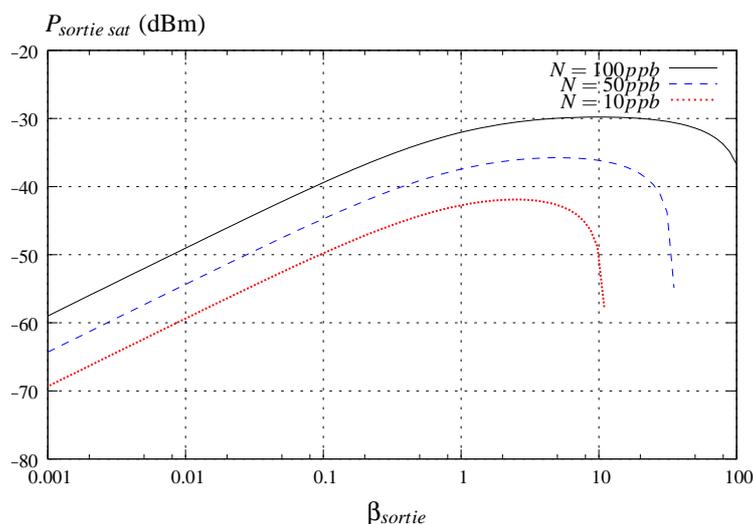


FIG. 4.9 – Evolution de la puissance maser à la sortie du résonateur en fonction du couplage pour plusieurs valeurs de N .

Cette valeur peut nous évoquer les concentrations utilisées dans les années 50-60 pour obtenir un effet maser. On utilisait alors des cristaux à 0.01%, soit une concentration de 10^{24} ions/m³. Ceci était dû au fait que les cavités utilisées représentaient des largeurs fréquentielles beaucoup plus étendues, contrairement aux modes de galerie. La figure suivante montre l'évolution de N_{min} en fonction du facteur de qualité du résonateur à vide.

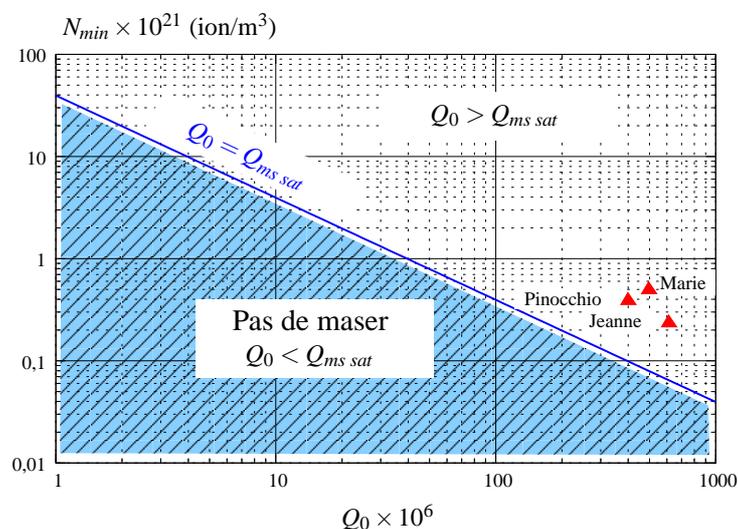


FIG. 4.10 – Evolution du couple (N, Q_L) nécessaire à l'obtention d'un signal maser.

Si maintenant on suppose que la concentration d'ions est connue, alors la même condition précédente permet de calculer le facteur de qualité à vide nécessaire à l'obtention d'un signal à la sortie du résonateur. Les concentrations mesurées précédemment nous permettent de calculer le facteur de qualité minimal

pour chaque résonateur. Le tableau suivant résume cette condition pour qu'ils puissent *maser*.

	Marie	Pinocchio	Jeanne
$N \times 10^{20}$ (ions/m ³)	4,1	3,8	2,4
$Q_0 \times 10^6$	68	84	150

TAB. 4.1 – Q_0 minimal nécessaire à l'obtention d'un signal maser pour nos résonateurs.

N. B. : la condition précédente donne uniquement la concentration minimale mais aucun en cas la concentration maximale. En effet, si on dope le cristal pour avoir plus d'ions, et donc plus de puissance maser, alors il existe une limite à partir de laquelle les propriétés des modes de galerie vont se dégrader (chute de Q_0 et augmentation des pertes). Dans ce cas, le couplage sera très faible à 31 GHz. Il y aura donc moins d'énergie à disposition des ions et la puissance maser va chuter.

Chapitre 5

Procédures expérimentales pour la réalisation du Whigmo

Introduction

La première partie de ce chapitre décrit les dispositifs de refroidissement dont nous disposons dans notre laboratoire.

Une autre partie présente les résultats de simulations réalisées au laboratoire XLIM à l'Université de Limoges pour le dimensionnement des résonateurs. Ceci permet de faire coïncider la fréquence du mode de galerie $WGH_{17,0,0}$ avec celle des ions à 12,04 GHz.

Enfin, la dernière partie décrit différentes mesures sur les modes de galerie à 12 GHz et à 31 GHz. Grâce à cela, des estimations sur les caractéristiques fréquentielles des ions dans chacun des résonateurs seront résumées.

5.1 Dispositifs expérimentaux

5.1.1 Systèmes de refroidissement

Nous disposons dans notre laboratoire de deux types de dispositifs de refroidissement. Le premier est un cryogénérateur fabriqué par la société *CRYOMECH*¹. Il peut fonctionner en autonomie sur une période de deux ans. Il permet d'atteindre des températures plus basses que celle de l'hélium liquide grâce à deux étages de refroidissement (voir figure 5.1).

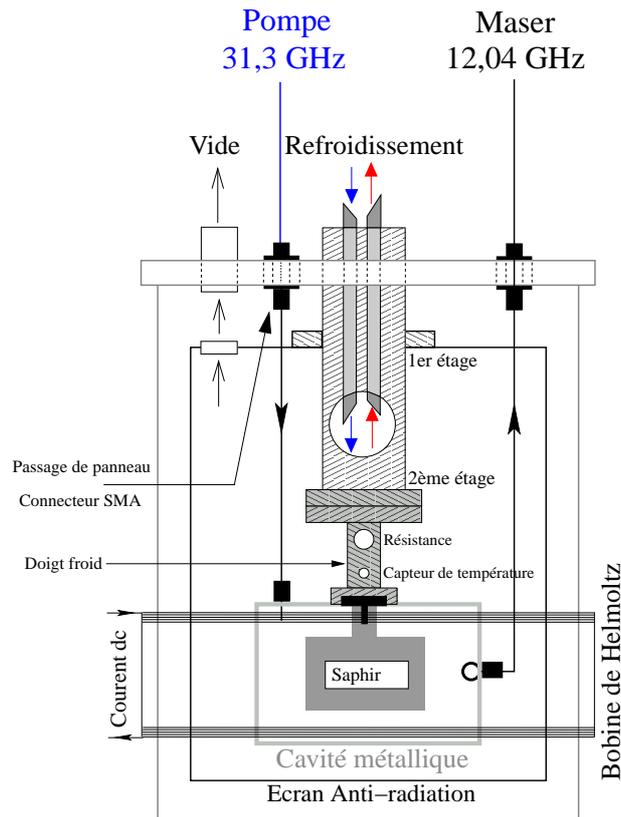


FIG. 5.1 – Architecture du cryogénérateur. La ligne en bleu est adaptée à 31,3 GHz.

L'ensemble de l'expérience est placé dans une enceinte où un vide secondaire ($10^{-6} - 10^{-7}$ Torr) est maintenu à l'aide d'une pompe turbomoléculaire. Dans cette expérience, on trouve :

- Un écran thermique thermalisé sur le premier étage à une température de 40 K.
- L'expérience proprement dite, fixée sur le second étage via une pièce intermédiaire en cuivre qui contient les composants nécessaires à la stabilisation de la température².

¹www.cryomech.com

²Une sonde en Germanium pour la mesure de la température ($\pm 600 \mu\text{K}$ de résolution) et une résistance chauffante (12Ω , 12 Watt max) pour son contrôle (voir section 3.5.1 de [16]).

5.1 Dispositifs expérimentaux

- Plusieurs traversées étanches SMA permettant le passage des signaux à 12 GHz et 31 GHz. Pour les signaux de pompe à 31 GHz, les câbles de liaison sont du type K.
- Des bobines d’Helmholtz situées à l’extérieur de l’enceinte à vide. Elles peuvent fournir un champ magnétique continu selon l’axe de symétrie géométrique (Z). L’intensité maximale de ce champ est de 5 Gauss à l’intérieur de la cavité métallique.

Le cryogénérateur est très facile d’emploi et permet un refroidissement rapide. Cependant, les cycles de détente des gaz dans la tête froide induisent des vibrations mécaniques importantes à 1 Hz [78]. Il est utilisé principalement pour les tests préliminaires et le réglage des couplages.

Les bilans des pertes des lignes à 31 GHz et à 12 GHz dans le cryogénérateur sont présentés sur la figure 5.2.

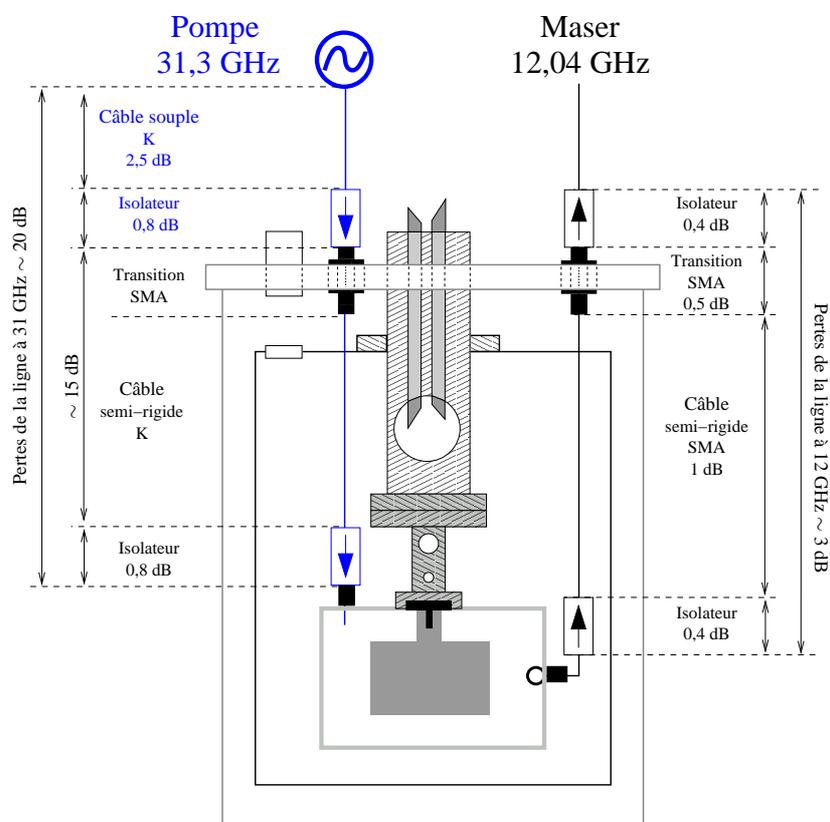


FIG. 5.2 – Pertes des lignes de transmission à 12 GHz et à 31 GHz dans le cryogénérateur, mesurées à température ambiante.

Pour des mesures de qualité métrologique, on préfère utiliser un cryostat à helium liquide qui est représenté sur la figure 5.3. Son architecture ainsi que la procédure de refroidissement sont largement expliquées dans la littérature (section 3.1 de [16]). Le résonateur est placé dans un insert cryogénique constitué d’une chambre sous vide. Le tout est ensuite introduit à l’intérieur d’un cryostat pouvant conte-

nir jusqu'à 100 l d'hélium liquide. Une isolation autour du cryostat permet de diminuer les pertes du liquide cryogénique.

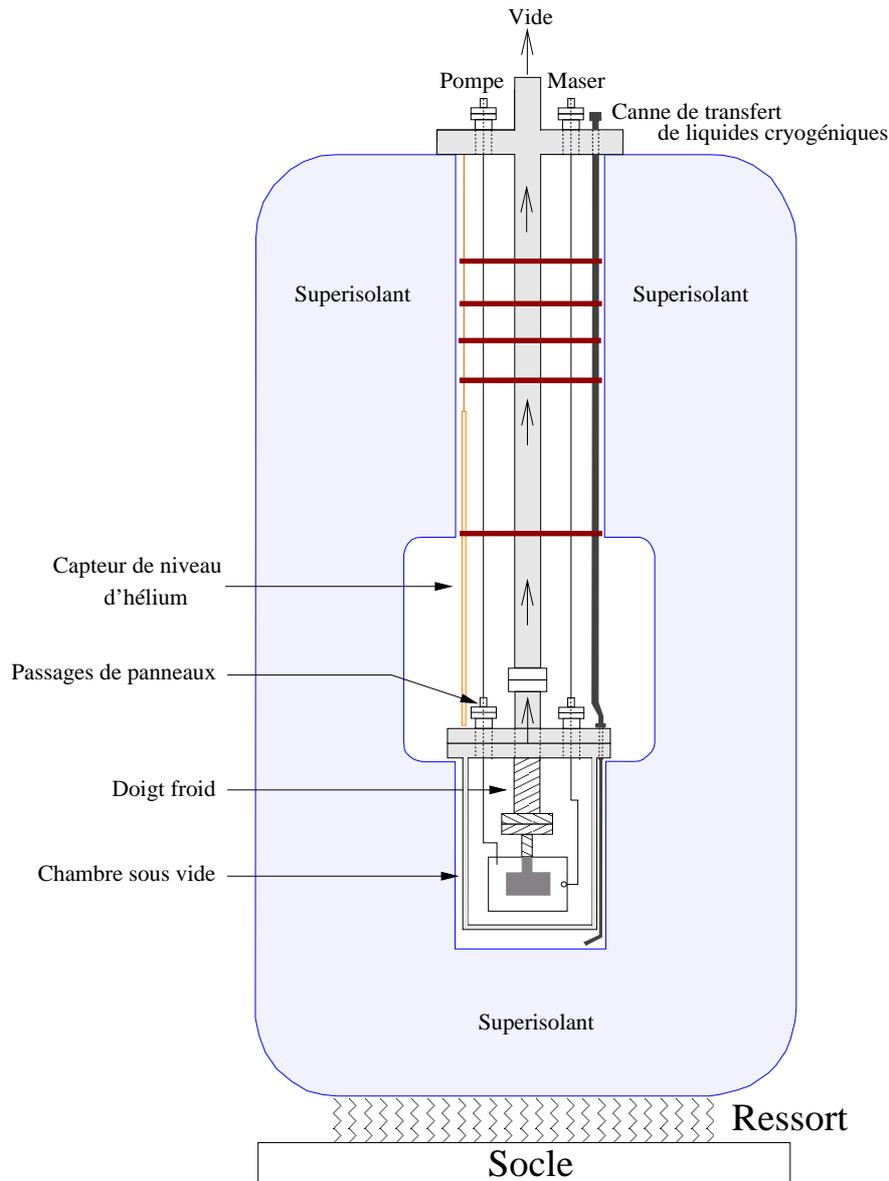


FIG. 5.3 – Architecture du cryostat et de l'insert cryogénique.

Des bobines d'Helmholtz sont également placées à l'extérieur et permettent d'atteindre un champ axial de 20 Gauss. La ligne de transmission à 31 GHz est constituée de deux passages de panneaux avec des connecteurs SMA (un au niveau de la flasque supérieure du cryostat et un autre à l'entrée de l'insert cryogénique) et de câbles faibles pertes connectés en K (ils présentent des pertes de 1,8 dB/m, soit des pertes de 3 dB). Il est à noter que ces passages ne sont pas adaptés au bon fonctionnement de la pompe. En effet, ils présentent des pertes relativement importantes, de l'ordre de 10 dB. Nous devrions

donc utiliser des passages de panneaux de type K. Cependant, la livraison du matériel a eu du retard, et nous n'avons pas pu monter ces connecteurs à temps. Les résultats que nous présenterons par la suite ont donc été réalisés en utilisant les passages SMA.

La figure 5.4 représente les pertes dans l'insert cryogénique.

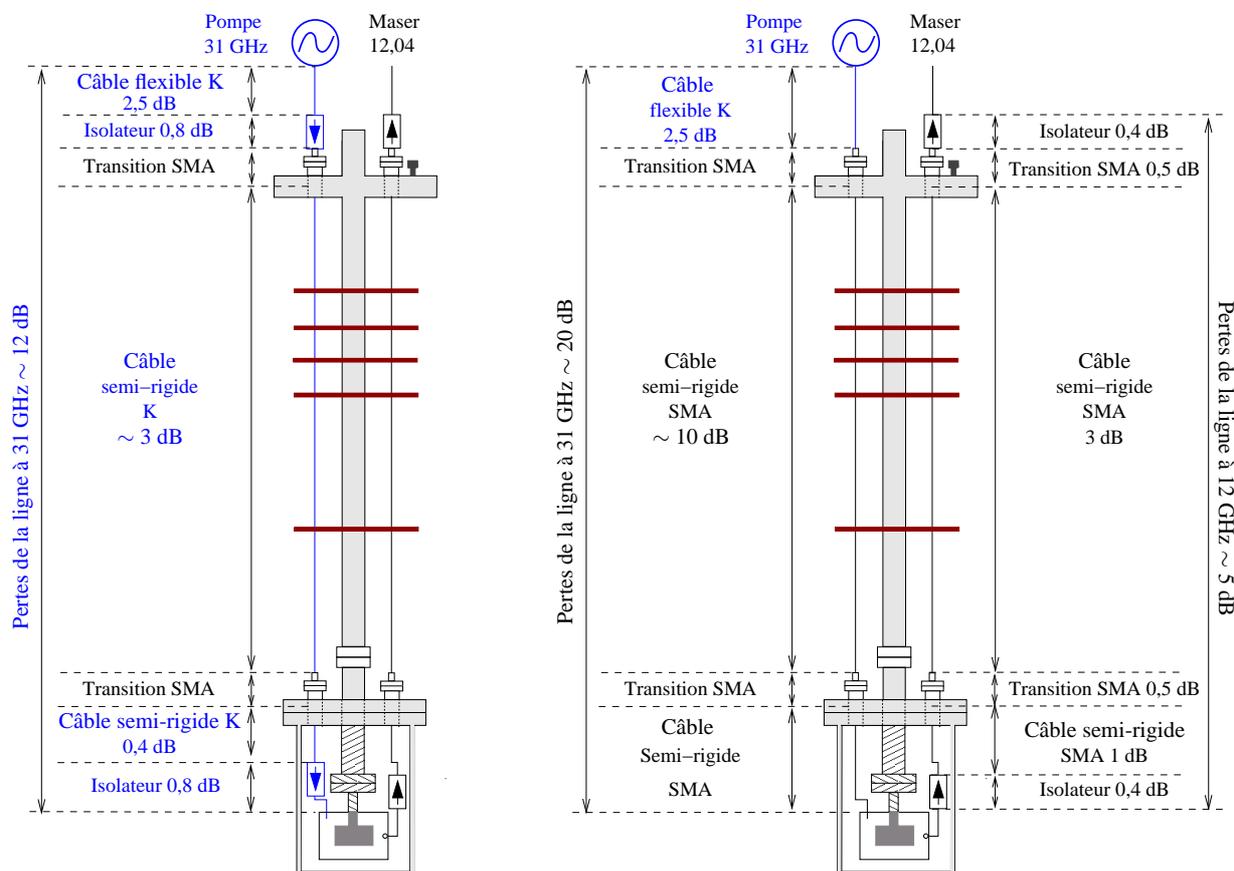


FIG. 5.4 – Pertes des lignes de transmission à 12 GHz et à 31 GHz dans l'insert cryogénique, mesurées à température ambiante. A droite, la première configuration où tous les composants sont du type SMA. A gauche, la deuxième configuration où l'on utilise certains composants adaptés à 31 GHz.

Nous plaçons également un isolateur fonctionnant à 31 GHz juste à l'entrée de la cavité métallique. La sortie du dispositif est constituée de passages de panneaux connectés SMA et de câbles faibles pertes. Dans certaines expériences nous avons fixé sur le plateau supérieur de la chambre sous vide un amplificateur cryogénique (AFS3-08001600-16-CR-4) avec deux isolateurs (voir figure 5.5).

Cet amplificateur présente un gain de 30 dB avec un niveau de puissance de 0 dBm en sortie. Il est alimenté à 8 V et consomme un courant de 6,5 mA. Il dissipe donc une puissance de 52 mW, un niveau tolérable quand on sait que les pertes thermiques globales (régulation thermique, conduction, défaut d'isolation ...) sont de l'ordre de 300-600 mW (voir la section 3.1.8 de [16]). Nous avons choisi ce type d'amplificateurs car le niveau de puissance maser est très faible (≈ 3 nW). Il nécessite donc une

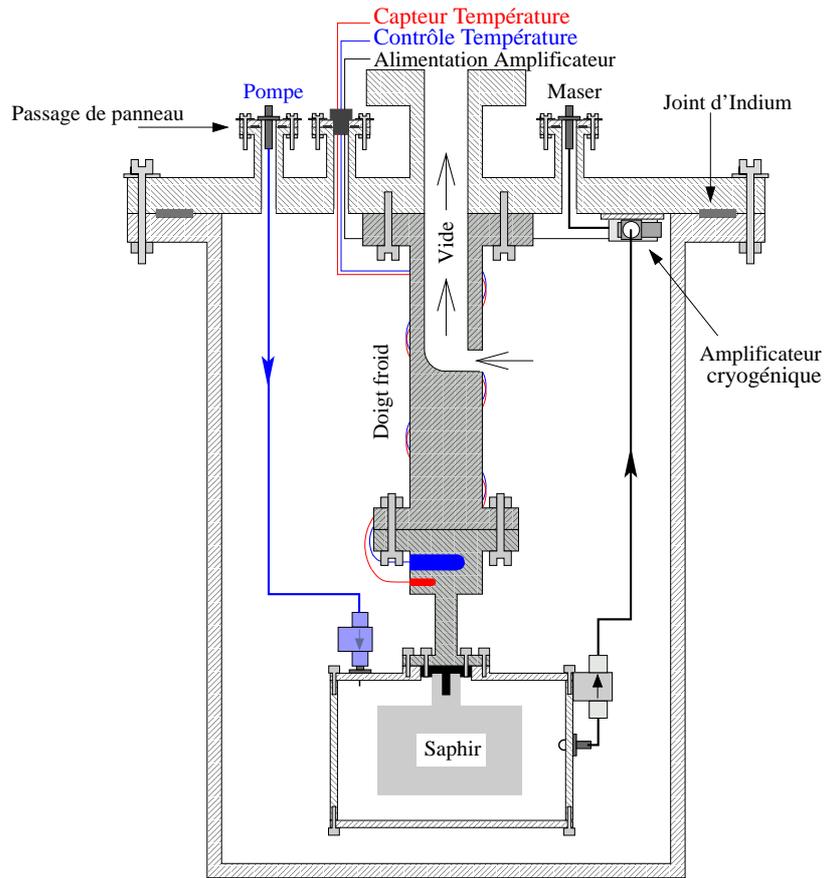


FIG. 5.5 – Architecture de la chambre contenant le résonateur.

préamplification (faible bruit) la plus proche possible du résonateur. De plus, du fait que l'amplificateur est développé pour des applications cryogéniques, il présente un facteur de bruit de 0,4 dB à 77 K et qui diminue à mesure que la température chute. A ce facteur est associée une température de bruit définie par la relation suivante [79] :

$$F = 1 + \frac{T_{\text{bruit}}}{290} \quad (5.1)$$

soit une température de bruit de l'ordre de 28 K. L'amplificateur présente un bruit blanc de phase défini comme suit :

$$S_{\phi} = \frac{F k_B T}{P} \quad (5.2)$$

où P est la puissance à l'entrée de l'amplificateur. Pour une puissance maser de l'ordre 2,5 nW, l'amplificateur présenterait un niveau de bruit $S_{\phi} = -123 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 77 K. S'il présente à 4,2 K un facteur de bruit de 0,4 dB, alors le niveau de bruit serait $S_{\phi} = -136 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. Un plancher suffisamment bas pour mesurer d'éventuels bruits dus au Whigmo.

5.1.2 Les Cavités métalliques et les résonateurs saphir

Nous avons utilisé pour nos manipulations quatre résonateurs de forme cylindrique de type HEMEX. Ils ont sensiblement les mêmes dimensions, une hauteur de 30 mm sur un diamètre de 50 mm. Ils sont usinés selon leur axe de symétrie cristallin (C3) (il est confondu avec l'axe de symétrie géométrique (Z)). Les deux premiers sont *Pinocchio* et *Gepetto* et sont taillés dans le même cristal. Ces deux résonateurs nous ont été prêtés par l'UWA (le premier Whigmo a été réalisé à l'Institut FEMTO-ST en utilisant *Pinocchio*). Les deux autres résonateurs sont *Marie* et *Jeanne* (taillés eux aussi dans le même cristal). La figure suivante montre les formes géométriques de nos résonateurs et le tableau 5.1 présente leurs dimensions.

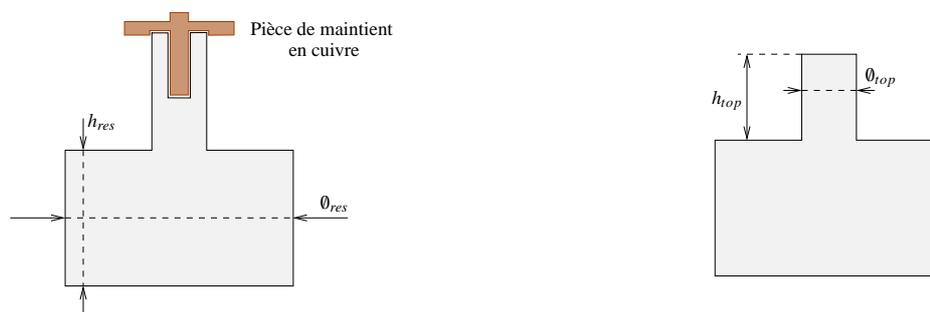


FIG. 5.6 – Forme des résonateurs, Marie et Jeanne à gauche, Gepetto et Pinocchio à droite.

	ϕ_{res} (mm)	h_{res} (mm)	Parallélisme $\times 10^{-3}$ (rad)	ϕ_{top} (mm)	h_{top} (mm)
Marie	50,029	30,013	0,88	15,035	15,580
Jeanne	50,030	30,031	0,80		
Gepetto	49,983	30,002	1,13	11,858	24,573

TAB. 5.1 – Dimensions de nos résonateurs. La précision de la mesure est de 2 μm .

Chaque résonateur est placé au centre d'une cavité métallique de forme cylindrique. Les cavités que nous utilisons sont fabriquées à base de cuivre OFHC (de haute conductivité exemptes d'oxydes) car il présente une bonne conductivité thermique et électrique [80]. En général, ces cavités sont argentées ou dorées. Ceci a pour effet de protéger les parois de l'oxydation lors des multiples cycles de refroidissement et de réchauffement. Le rôle d'une cavité est de confiner les champs électromagnétiques à l'intérieur et de limiter ainsi les pertes. En réalité, il existe des pertes dans la cavité, dites pertes par effet joule dans la paroi. Dans le cas des modes de galerie, ces pertes ne sont pas prises en compte car elles sont négligeables. Les plans de nos cavités sont présentés en annexe.

Lors des nombreux cycles de refroidissement, il se peut que le cristal utilisé se pollue (vapeur d'eau,

graisse, ...). Dans ce cas, les performances du saphir seront limitées et un nettoyage du résonateur s'impose. Pour cela, nous le nettoyons et le montons dans la salle blanche du laboratoire (classe 100). On commence par rincer le résonateur dans un bain d'acide sulfurique pendant une dizaine de minutes (pour supprimer toutes les traces organiques). Une fois le nettoyage à l'acide fini, on le rince à l'eau distillée pendant 2 minutes. Puis on le met dans un bain d'acétone à ultrasons pendant la même durée pour enlever d'éventuelles taches d'eau ou d'acide. Ensuite, il est plongé dans un bain d'isopropanol à ultrasons pendant 2 minutes pour enlever les traces de l'acétone. Finalement, on le sèche à l'azote sec. Si des traces subsistent encore, on renouvelle la procédure de nettoyage. La propreté des pièces mécaniques de nos dispositifs est également essentielle. En effet, si elles ne sont pas propres, alors un dégazage pourrait se produire lors de la phase de refroidissement, ce qui risquerait de perturber le vide dans le système et de polluer le cristal. Un nettoyage à l'acétone suivi de l'isopropanol avant de monter le résonateur s'impose.

5.2 Dimensionnement des cristaux

Un des problèmes qui se pose à la réalisation d'un Whigmo est de faire coïncider la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ celle de la résonance paramagnétique à ν_{12} . Si les deux fréquences sont égales, alors l'interaction avec les ions sera maximale. Nous disposons dans notre laboratoire de plusieurs cristaux susceptibles de *maser*. Cependant, le mode $WGH_{17,0,0}$ présente des fréquences éloignées de la fréquence centrale ν_{12} . Par exemple, le résonateur Marie a une fréquence $\nu_{17,0,0} = 12,025$ GHz, un écart de 12 MHz par rapport à ν_{12} .

La solution qui a retenu notre attention pour remédier à ce problème est d'usiner nos résonateurs. En effet, les fréquences des modes de galerie dépendent directement des dimensions du résonateur. Une série de calculs par éléments finis a alors été effectuée au laboratoire XLIM à l'Université de Limoges. Ceci nous a permis de redimensionner les résonateurs et de procéder à leur usinage.

Il doit également exister un mode de résonance à fort Q à la fréquence de pompe (~ 31 GHz). Cependant, comme la densité des modes augmente avec la fréquence, nous savons qu'il existe dans le spectre du résonateur une multitude de modes à fort Q aux environs de la fréquence pompe. Nous n'avons donc pas cherché à optimiser la géométrie par rapport à la fréquence pompe. Expérimentalement, on balaye les différents modes autour de 31 GHz et l'on choisit celui qui permet l'obtention de la puissance maser la plus élevée.

5.2.1 Structure à étudier et validation du modèle

Le logiciel développé à XLIM permet de simuler par éléments finis les solutions des équations de Maxwell dans un diélectrique. Il permet ainsi d'identifier les modes de galerie d'un résonateur en fonction de ses dimensions. Nous avons alors calculé les fréquences des modes WGH à 4,2 K du résonateur Marie. La figure suivante représente le schéma du résonateur dans la cavité, utilisé pour le maillage.

L'étude préliminaire a montré que les dimensions de la cavité, si elles restaient grandes devant celles du résonateur, n'avaient aucune influence sur les fréquences de résonance des modes WGH . Les dimensions du résonateur ont été calculées à partir des dimensions mesurées à température ambiante. Nous avons donc utilisé les dimensions suivantes pour l'étude :

R_{cav}	R_{res}	R_{sup}	h_{cav}	h_{res}	h_{sup}
40 mm	25,0009 mm	7,5 mm	50 mm	30,013 mm	15 mm

TAB. 5.2 – Dimensions du résonateur Marie et de sa cavité à 300 K.

La permittivité relative du résonateur saphir à une température de 4,2 K est donnée par le tenseur

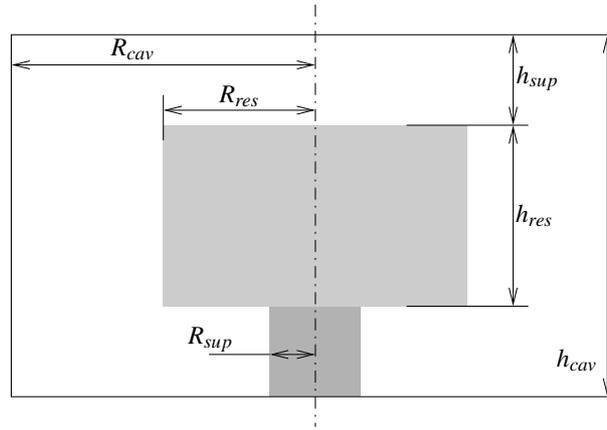


FIG. 5.7 – Premier dispositif de test de l'instabilité du Whigmo.

suisant :

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,2723 & 0 & 0 \\ 0 & 9,2723 & 0 \\ 0 & 0 & 11,3489 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

5.2.1.1 Etude du maillage

Dans un premier temps, nous avons procédé à l'étude de la convergence des solutions des fréquences de résonance en fonction du maillage de la structure. Pour cela, nous avons comparé les fréquences de résonance obtenues avec le logiciel selon le champ électrique (formulation E ou WGH) et le champ magnétique (formulation H ou WGE) (voir le tableau 5.3).

m	Maillage 1			Maillage 2			Maillage 3		
	Form. E	Form. H	Ecart	Form. E	Form. H	Ecart	Form. E	Form H	Ecart
9	7,079890	7,079647	0,24	7,079833	7,079713	0,12	7,079788	7,079778	0,01
10	7,704906	7,704541	0,37	7,704823	7,704636	0,19	7,704754	7,704732	0,02
11	8,237649	8,327125	0,52	8,327532	8,327259	0,27	8,327433	8,327391	0,04
12	8,948291	8,947570	0,72	8,948133	8,947751	0,38	8,947996	8,947931	0,06
13	9,567000	9,566034	0,97	9,566790	9,566273	0,52	9,566606	9,566513	0,09
14	10,183926	10,182664	1,26	10,183655	10,182973	0,68	10,183414	10,183284	0,13
15	10,799208	10,797593	1,62	10,798864	10,797986	0,88	10,798555	10,798381	0,17
16	11,412972	11,410940	2,03	11,412543	11,411430	1,11	11,412152	11,411926	0,23
17	12,025330	12,022813	2,52	12,024803	12,023415	1,39	12,024317	12,024028	0,29
18	12,636683	12,633310	3,07	12,635745	12,634039	1,71	12,635150	12,634786	0,36
19	13,246223	13,242516	3,71	13,245460	13,243389	2,07	13,244741	13,244290	0,45
20	13,854934	13,850512	4,42	13,854032	13,851545	2,49	13,853170	13,852619	0,55
21	14,462591	14,457367	5,22	14,461534	14,458579	2,96	14,460514	14,459847	0,67

TAB. 5.3 – Etude du maillage. Formulations E et H.

Sur la plage des nombres azimutaux étudiés, le maillage 3 donne une erreur absolue entre les deux formulations inférieure à 10^{-4} (voir la figure 5.8). Nous utiliserons donc ce maillage pour la suite.

Nous avons comparé les fréquences de résonance mesurées à 4,2 K avec celles obtenues par le logiciel avec les formulations E et H (voir tableau 5.3).

Les écarts observés entre le calcul et la mesure sont très faibles (de l'ordre du MHz) mais augmentent avec la valeur du nombre azimutal. Ces écarts peuvent être dus à plusieurs facteurs :

- Imprécision des calculs des dimensions du cristal à 4,2 K
- Incertitudes sur le tenseur de permittivité utilisé pour le calcul
- Imprécision du maillage

Nous pourrions augmenter le nombre de mailles pour diminuer cet écart mais le maillage 3 est un bon compromis entre la vitesse du calcul et la précision.

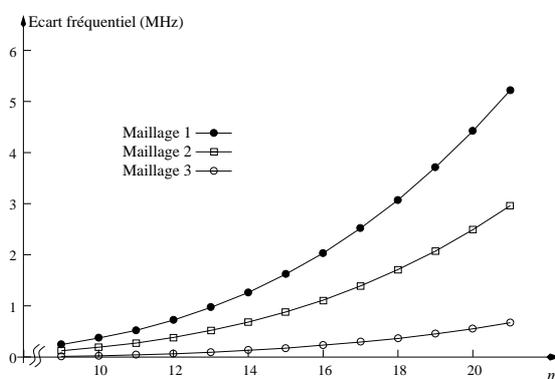


FIG. 5.8 – Etude du maillage. Ecart fréquentiel en fonction de m .

m	Formulation E	Formulation H	Mesure
13	9,5666	9,5665	9,567
14	10,1833	10,1832	10,184
15	10,7985	10,7983	10,799
16	11,4121	11,4119	11,413
17	12,0243	12,0240	12,025
18	12,6351	12,6347	12,636

TAB. 5.4 – Comparaison Calculs-Mesures.

5.2.2 Dimensionnement du résonateur

Le résonateur doit présenter un mode de galerie proche de 12,038 GHz. Pour le résonateur étudié ci-dessus (*Marie*), la fréquence de résonance la plus proche est celle du mode $WGH_{17,0,0}$. Nous allons donc calculer le couple de valeurs (Rayon, hauteur) du résonateur qui permet d'obtenir une fréquence de

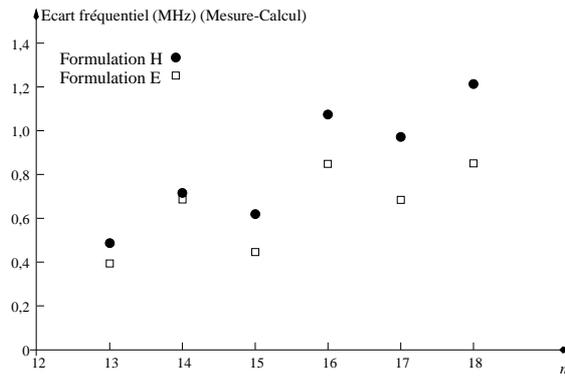


FIG. 5.9 – Comparaisons Calculs-Mesures.

résonance centrée sur la résonance paramagnétique électronique des ions. Pour cela nous calculons, pour 5 valeurs de rayon (24,9000 mm, 24,9500 mm, 25,0001 mm, 25,0500 mm et 25,1000 mm), les fréquences de résonance en fonction de la hauteur du résonateur. La première étape consiste à fixer deux hauteurs du résonateur permettant d’entourer la valeur de la fréquence désirée (12,038 GHz). On applique ensuite la méthode de Newton-Raphson afin de calculer la nouvelle hauteur du résonateur jusqu’à obtenir une fréquence très proche de celle souhaitée.

Les résultats de ces différentes étapes sont donnés dans le tableau suivant :

	$R_{res}=24,9000$ mm			$R_{res}=24,9500$ mm			$R_{res}=25,0001$ mm		
	h_{res} (mm)	ν (Ghz)	Ecart (GHz)	h_{res} (mm)	ν (Ghz)	Ecart (GHz)	h_{res} (mm)	ν (Ghz)	Ecart (GHz)
1ère étape	35,50000	12,03953	$1,53 \times 10^{-3}$	31,00000	12,04110	$3,10 \times 10^{-3}$	28,00000	12,04111	$3,11 \times 10^{-3}$
	36,00000	12,03729	$-7,15 \times 10^{-4}$	31,50000	12,03774	$-2,57 \times 10^{-4}$	28,50000	12,03657	$-1,43 \times 10^{-3}$
Newton-Raphson	35,83667	12,03800	$7,44 \times 10^{-8}$	31,46094	12,03800	$-2,10 \times 10^{-9}$	28,33981	12,03800	$2,40 \times 10^{-7}$
Solution	$(R_{res}=24,9500$ mm, $h_{res}=35,83867$ mm)			$(R_{res}=24,9000$ mm, $h_{res}=31,46094$ mm)			$(R_{res}=25,0001$ mm, $h_{res}=28,33983$ mm)		
	$R_{res}=25,0500$ mm			$R_{res}=25,1000$ mm					
	h_{res} (mm)	ν (Ghz)	Ecart (GHz)	h_{res} (mm)	ν (Ghz)	Ecart (GHz)			
1ère étape	26,00000	12,03890	$8,97 \times 10^{-4}$	24,00000	12,04179	$3,79 \times 10^{-4}$			
	26,50000	12,03324	$-4,76 \times 10^{-4}$	24,50000	12,03462	$-3,38 \times 10^{-3}$			
Newton-Raphson	26,07732	12,03800	$4,87 \times 10^{-7}$	24,26046	12,03800	$8,11 \times 10^{-7}$			
Solution	$(R_{res}=25,0500$ mm, $h_{res}=26,07737$ mm)			$(R_{res}=25,1000$ mm, $h_{res}=24,26051$ mm)					

TAB. 5.5 – Résultats du calcul (R_{res} , h_{res}) donnant la fréquence 12,038 GHz.

Nous pouvons ainsi tracer l’évolution du couple (R_{res} , h_{res}) donnant une fréquence de résonance égale à 12,038 GHz (voir figure 5.10).

Notons que l’évolution de ce couple de dimensions est loin d’être linéaire. Il est donc nécessaire de caractériser la sensibilité de la fréquence en fonction des dimensions du résonateur.

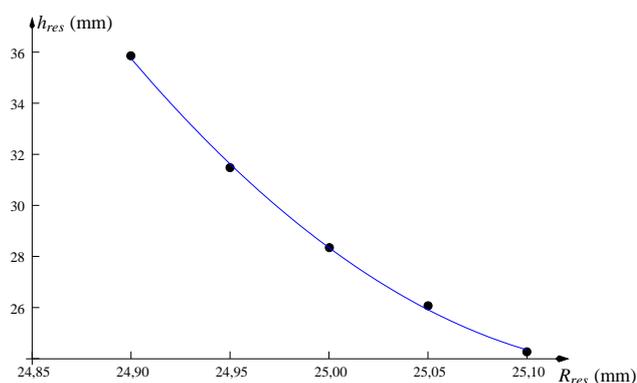


FIG. 5.10 – Evolution de la hauteur en fonction du rayon pour la même fréquence 12,038 GHz.

5.2.2.1 Sensibilité de la fréquence selon le rayon

Le figure 5.11 met en évidence l'effet du diamètre sur la valeur de la fréquence de résonance du résonateur.

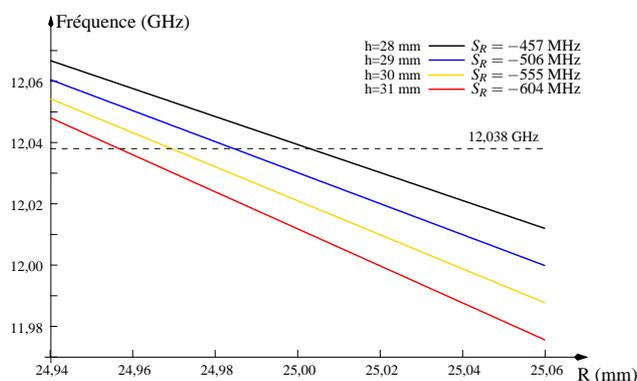


FIG. 5.11 – Evolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction du rayon pour plusieurs hauteurs.

Plus la hauteur du résonateur est grande, plus la sensibilité de la fréquence au rayon est importante. Si la hauteur est de 30,000 mm et le rayon de 25,000 mm alors la fréquence de résonance est de 12,021 GHz. La sensibilité $S_R(h_{res} = 30,000 \text{ mm}) = -555 \text{ MHz/mm}$ nous indique que le rayon nécessaire à l'obtention d'une fréquence de 12,038 GHz est de 24,969 mm. Il faudrait donc usiner le résonateur selon le rayon de 0,031 mm. De plus, si nous voulons que l'erreur sur la fréquence soit de 1 MHz, alors l'usinage nécessiterait une précision de $2 \times 10^{-6} \text{ mm}$, ce qui est irréalisable.

5.2.2.2 Sensibilité de la fréquence selon la hauteur

Voyons maintenant comment évolue la fréquence en fonction de la hauteur pour plusieurs valeurs du rayon. La figure 5.12 illustre cette évolution.

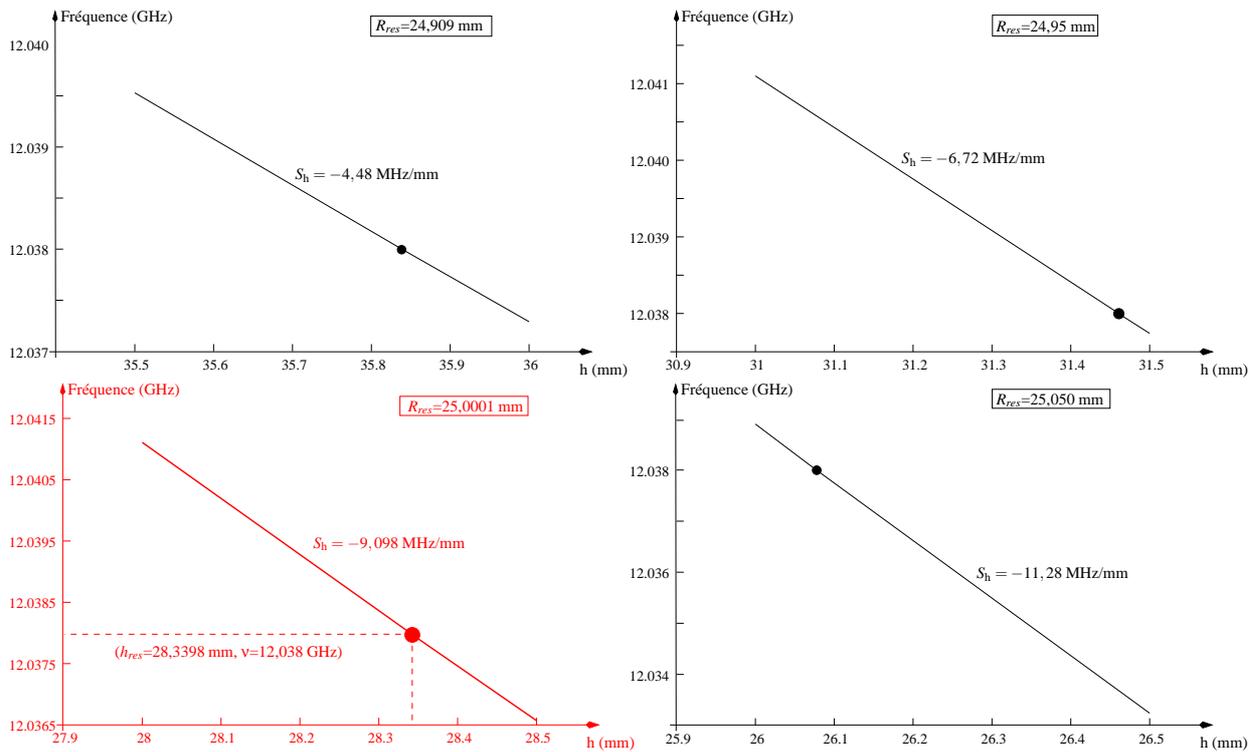


FIG. 5.12 – Evolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la hauteur pour plusieurs valeurs de R_{res} .

L'effet de la hauteur sur la fréquence est moins important que celui du rayon. Si on prend comme exemple un rayon de 25,0001 mm, alors la sensibilité de la fréquence par rapport à h est $S_h(R=25,0001 \text{ mm})=-9,10 \text{ MHz/mm}$, une sensibilité 60 fois inférieure à celle de la fréquence par rapport au rayon.

La figure 5.13 représente l'évolution de la sensibilité de la fréquence du mode de galerie selon la hauteur, en fonction du rayon du résonateur.

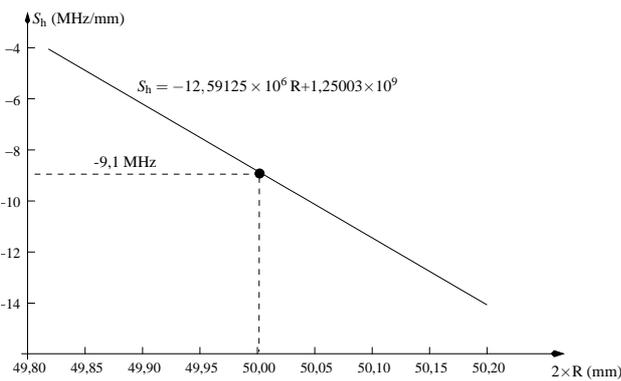


FIG. 5.13 – Evolution de S_h en fonction du rayon.

Cette courbe nous permet de déterminer directement la sensibilité S_h pour un rayon donné. Comme le diamètre de Marie est de 50,029 mm, alors la sensibilité $S_h=-9,58 \text{ MHz/mm}$.

Nous souhaitons également que la fréquence finale soit égale à 12,038 GHz, à 2 MHz près (soit une tolérance de 0,016%). Cette tolérance sur la fréquence impose alors un usinage contrôlé à 20 μm au plus. Un usinage selon la hauteur du cristal est donc tout à fait réalisable.

5.2.3 Usinage

Nous avons alors procédé à un premier usinage du résonateur Marie de 0,5 mm en hauteur. Ce premier usinage nous a permis de valider les calculs effectués. Les résultats sont résumés dans le tableau 5.6.

	Avant usinage	Calcul	Ecart (MHz)	usinage (1)	Calcul	Ecart (MHz)
h (mm)	30,013			29,513		
2×R(mm)	50,029			50,029		
v (GHz)	12,025244	12,024317	0,93	12,028965	12,029107	-0,142

TAB. 5.6 – Dimensions et fréquences du résonateur avant et après l'usinage de 0,5 mm selon la hauteur.

Après usinage, la fréquence obtenue est à moins de 1 MHz de la fréquence calculée. Ceci valide la procédure de simulation. Nous avons ensuite procédé à l'usinage final. Pour cela, nous voulions diminuer la hauteur de 1,1 mm (pour obtenir 12,038 GHz). Lors de la procédure d'usinage, effectuée par l'entreprise *FIBERCRYST*, un problème d'ordre technique est survenu. La face concernée par l'usinage n'était pas parfaitement plane. Par conséquent, nous avons décidé d'un usinage supplémentaire de 0,4 mm pour finir correctement l'usinage. Le tableau suivant résume les résultats :

	Avant usinage	Calcul	Ecart	usinage (2)	Calcul	Ecart
h (mm)	30,013			28,040		
2×R(mm)	50,029			50,029		
v (GHz)	12,025244	12,024317	0,000927	12,041862	12,043218	0,001356

TAB. 5.7 – Dimensions et fréquences avant et après l'usinage final.

Le résultat final montre un décalage de 1,356 MHz entre le calcul et la mesure, soit une erreur de 0,011%. La fréquence finale de 12,0416 GHz reste proche du centre de la résonance paramagnétique à 12,038 GHz (soit un écart de 3,6 MHz).

Nous disposons également d'un autre résonateur, *Jeanne*, taillé dans le même cristal que celui de *Marie*. Cette fois, le but final est d'obtenir une fréquence assez proche de celle de Marie pour avoir deux masers à des fréquences proches. En effet, pour mesurer facilement la stabilité de fréquence des masers, on les compare en mesurant la fréquence du battement. Une fréquence inférieure à 2 MHz simplifie grandement la procédure. Nous l'avons alors usiné en deux étapes, comme pour *Marie*. Le tableau suivant

résume les mesures réalisées :

Résonateur	Avant usinage	Usinage (1)	Usinage (2)
v Marie (GHz)	12,025244	12,028965	12,041862
v Jeanne (GHz)	12,023984	12,027490	12,040623

TAB. 5.8 – *Tableau résumant les données des deux résonateurs avant et après usinage.*

L'écart entre les deux résonances est de 1,2 MHz, un écart suffisamment bas pour réaliser un éventuel battement entre deux masers.

5.3 Identification expérimentale des modes de galerie et de la résonance ionique

5.3.1 Le mode $WGH_{17,0,0}$

Le tableau 5.9 présente ses mesures à 4,2 K pour quatre de nos résonateurs. A chaque fois, nous avons relevé les fréquences ν^- et ν^+ des modes du doublet $WGH_{17,0,0}$, leur coefficient de couplage et leur facteur de qualité Q .

TAB. 5.9 – *Couplages des résonateurs à 4,2 K.*

Marie			Jeanne		
Fréq (GHz)	β	$Q_0 \times 10^6$	Fréq (GHz)	β	$Q_0 \times 10^6$
$\nu^- = 12,041856$	0,10	400	$\nu^- = 12,040624$	0,020	680
$\nu^+ = 12,041862$	0,13	525	$\nu^+ = 12,040633$	0,070	550

Pinocchio			Gepetto		
Fréq (GHz)	β	$Q_0 \times 10^6$	Fréq (GHz)	β	$Q_0 \times 10^6$
$\nu^- = 12,038135$	0,41	685	$\nu^- = 12,037488$	0,012	6000 (en réflexion)
$\nu^+ = 12,038136$	0,01	–	$\nu^+ = 12,037489$	0,275	2300

Pour ces mesures, on utilise une puissance élevée (~ 13 dBm) via l'analyseur de réseaux. Ceci permet de saturer la transition à 12 GHz et ainsi, l'effet d'absorption par les ions est amoindri.

Les valeurs des paramètres présentées sur le tableau 5.9 sont les valeurs expérimentales correspondant à un montage particulier. Elles sont susceptibles d'évoluer suivant la configuration expérimentale (position du cristal, des sondes, niveau de vide, propreté du cristal) : $10^{-2} \leq \beta \leq 1$ et $10^8 \leq Q_0 \leq 10^9$.

L'oscillation maser a lieu en général sur le mode présentant le plus fort coefficient de surtension à vide. Il est cependant important de noter que des exceptions à cette règle ont été observées. De plus, il est même possible d'obtenir un signal maser sur chacun des modes jumeaux en même temps. Enfin, il est également possible d'obtenir un signal maser sur des modes à fort Q du type $WGH_{m,n,l}$, avec n et/ou l différents de 0. Ces différentes possibilités sont conditionnées par le mode pompe utilisé et la puissance de pompe injectée. Cependant, nous n'avons pas pu établir de règle claire quant à la sélection du mode qui *mase*.

5.3.2 Résonance paramagnétique à 12 GHz

Comme nous l'avons précédemment indiqué, le maser fonctionne en général sur le mode $WGH_{17,0,0}$. Cependant, en modifiant les paramètres de pompage, il est possible d'obtenir un signal maser sur d'autres

modes du résonateur. Pour obtenir un signal maser, il est nécessaire que le mode de résonance soit compris dans la bande de la résonance des ions. Des indications expérimentales permettent de donner une valeur minimale de la largeur de la résonance paramagnétique. Le tableau 5.10 présente quelques modes sur lesquels un signal maser a été obtenu.

Marie		Pinocchio	
Fréq (GHz)	Puissance pompe seuil (mW)	Fréq (GHz)	Puissance pompe seuil (mW)
12,042	0,18	12,019	3,00
12,064	4,00	12,038	1,50

Jeanne avant usinage		Jeanne après usinage	
Fréq (GHz)	Puissance pompe seuil (mW)	Fréq (GHz)	Puissance pompe seuil (mW)
12,024	1,00	12.041	0,15
		12.062	4,00

TAB. 5.10 – Oscillations maser selon plusieurs modes de galerie à 12 GHz. Les niveaux des puissances pompes correspondent à la puissance délivrée par le synthétiseur de fréquence et non pas à celles délivrée à l'entrée du résonateur.

Le premier résonateur, *Marie*, présente deux signaux séparés de 21 MHz. Pinocchio présente deux autres signaux éloignés l'un de l'autre de 21 MHz également. Nous avons aussi pu faire maser l'autre résonateur, *Jeanne*, avant de procéder à son usinage. Le signal oscillait à 12,024 GHz. Après l'usinage, deux signaux ont pu être mesurés, comme indiqué dans le tableau. Le plus éloigné est à 12,062 GHz, soit un écart de 38 MHz. Les ions peuvent émettre un signal sur la largeur totale qui est certainement supérieure à 40 MHz.

Maintenant si on considère que les ions sont distribués de la même façon dans les résonateurs, les signaux les plus éloignés sont à 12,019 GHz pour *Pinocchio* et 12,064 GHz pour *Marie*. Soit une largeur totale de 45 MHz. Nous verrons dans la section 6.1.6.2, que l'application d'un champ dc au résonateur nous montre une largeur totale de plus 100 MHz.

5.3.3 Modes de galerie pompe

Les données des modes de galerie identifiés à 31 GHz sont présentées en annexe. Ce sont des modes du type $WGH_{m,n,l}$. Cependant, nous n'avons pas identifié l'ordre de chaque mode car leur densité est considérable. Toutefois, nous pouvons estimer la fréquence du mode de pompe de la famille $WGH_{m,0,0}$ à 31 GHz. En effet, l'écart fréquentiel entre deux modes de galerie d'ordre m est de 600 MHz^3 . Le mode pompe serait donc le $WGH_{49,0,0}$, à un ordre près.

³Normalement plus la fréquence augmente plus cet écart diminue (voir annexe A).

Ces données vont nous permettre de réaliser une estimation de la largeur fréquentielle de la résonance des ions à cette fréquence.

Les deux résonateurs *Marie* et *Jeanne* présentent un nombre de modes de galerie pompe considérable. Connaissant les couplages de ces modes, on peut tracer le rapport entre la puissance maser à la sortie du résonateur et la puissance pompe dans le résonateur, en fonction des fréquences des modes de galerie à 31 GHz. La puissance disponible, dans le résonateur à 31 GHz est calculée à partir de la relation (4.30) en considérant $1/Q_{mp}$ nul (proche de la saturation) et les pertes de la ligne à 31 GHz de l'ordre de 20 dB (la puissance à la sortie du synthétiseur de fréquence est de 17 dBm à chaque fois). La figure 5.14 montre cette réponse pour le résonateur *Jeanne*⁴. Le signal maser n'oscille à chaque fois qu'à $\nu_{17,0,0}^+$.

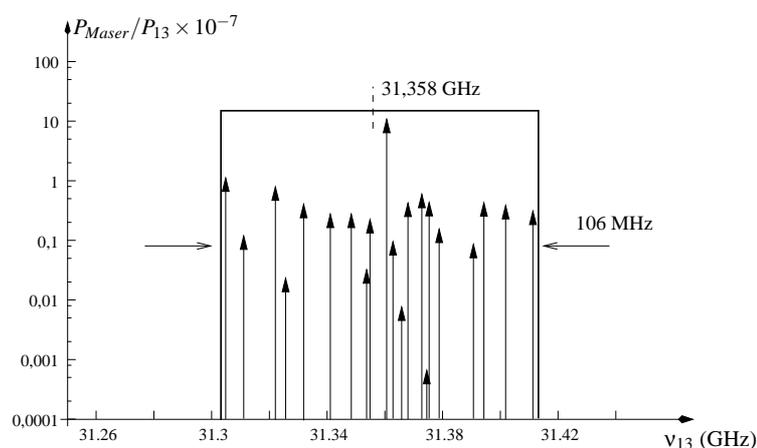


FIG. 5.14 – Evolution de la puissance maser, normalisée par la puissance pompe dans le résonateur, en fonction de la fréquence pompe, pour le résonateur *Jeanne*. Chaque flèche représente le signal maser oscillant à 12 GHz selon un mode de galerie pompe.

Si la saturation est atteinte quel que soit le mode pompe, alors le niveau de puissance du signal maser sera au maximum. Cependant, la figure précédente nous montre qu'il varie d'un mode pompe à l'autre. En effet, la puissance pompe à 31 GHz disponible dans le résonateur dépend du couplage de ces modes. De plus, la fréquence à laquelle la pompe est appliquée va elle aussi conditionner cette puissance. Plus elle sera proche de ν_{13} , plus l'absorption sera maximisée. La mesure nous montre également que la largeur fréquentielle totale de la résonance des ions est de 106 MHz autour de 31,358 GHz.

De la même façon, l'autre résonateur, *Marie*, présente des modes pompe distribués sur une bande de 84 MHz autour de 31,345 GHz.

Ces deux mesures nous montrent à quel point la puissance du signal maser dépend du couplage du mode pompe. Il est donc essentiel de tester tous les modes préalablement pour obtenir le maximum de puissance.

⁴Les données de la mesure sont résumées dans le tableau B.2 en annexe.

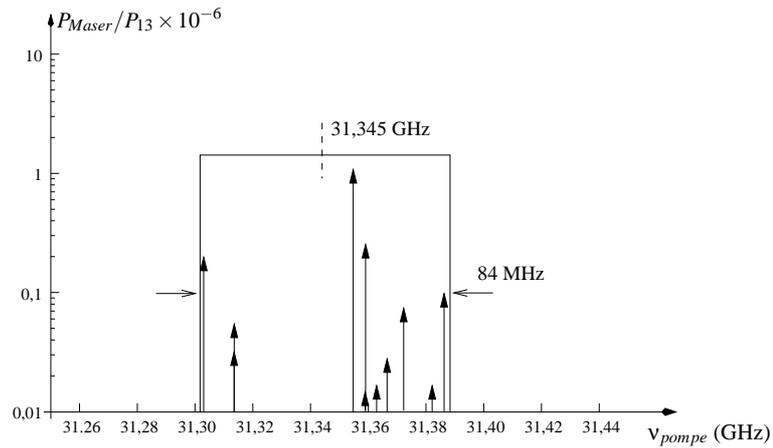


FIG. 5.15 – Evolution de la puissance maser, normalisée par la puissance pompe dans le résonateur, en fonction de la fréquence pompe. Données du résonateur Marie.

Les deux autres résonateurs, *Gepetto* et *Pinocchio*, présentent quant à eux, un nombre beaucoup plus restreint de modes de galerie pompe. Le premier résonateur présente quatre modes pompe et le second trois modes, distribués sur une plage de fréquence de 24 MHz. Ceci nous montre la complexité du contrôle de la distribution des ions dans la matrice saphir et comment elle varie d'un cristal à l'autre.

Chapitre 6

Comportement du signal maser en fonction des paramètres expérimentaux

Introduction

Ce sixième chapitre commence par la description du fonctionnement maser en fonction de la fréquence et de la puissance du signal pompe. Ceci permettra de situer le point de fonctionnement pour d'éventuels tests sur la stabilité du maser.

La fréquence du signal émis dans le résonateur dépend directement de la fréquence du mode de galerie. Celle-ci est fortement dépendante de la température du résonateur et peut présenter un point d'inversion au voisinage de l'hélium liquide. Des calculs permettant l'évaluation de ce point particulier en fonction de la concentration ionique seront décrits.

La troisième partie de ce chapitre est dédiée à la description du comportement des ions en fonction d'un champ magnétique dc. Une mesure sur la limite d'oscillation du maser donnera la sensibilité fréquentielle au champ magnétique et permettra l'estimation de la largeur fréquentielle totale des ions à 31 GHz.

Finalement des mesures sur le comportement du mode de galerie $WGH_{17,0,0}$ en fonction d'un champ magnétique dc seront présentées.

6.1 Caractéristiques du signal maser

Pour caractériser le signal maser en fonction des paramètres expérimentaux (fréquence et puissance pompe, champ magnétique et température) nous avons utilisé le montage générique suivant :

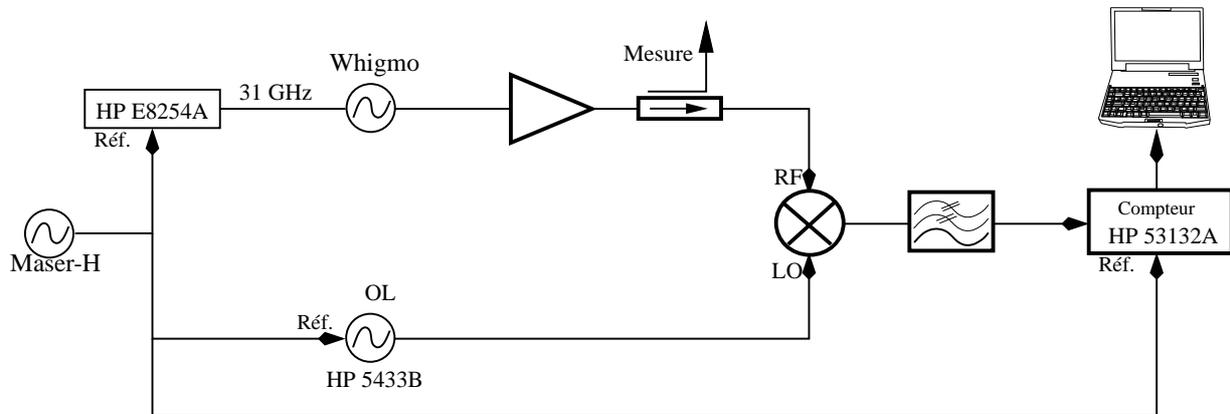


FIG. 6.1 – Dispositif expérimental permettant la mesure des caractéristiques de signal maser.

Pour mesurer la fréquence du signal maser, on réalise une comparaison entre le whigmo et un oscillateur local (OL) au moyen d'un mélangeur.

Le battement issu du mélangeur est envoyé sur un compteur de fréquence réciproque à haute résolution (HP 53132A). Les performances de ce compteur sont optimales pour une fréquence de battement de l'ordre de 200 kHz (voir section 3.6.2 de [16]).

Nous disposons au laboratoire de deux synthétiseurs micro-ondes de qualité métrologique (HP 8254 A et HP 5433B). Le premier est utilisé pour générer la pompe à 31 GHz. Le second, limité à 4 GHz, est alors utilisé comme OL sur la cinquième harmonique de 2,5 GHz.

Les synthétiseurs ainsi que le compteur sont référencés sur un maser à hydrogène (Maser-H) disponible sur un site distant et dont le signal est transféré via un lien optique.

Notons enfin que le signal maser à 12 GHz obtenu en sortie du cryostat présente un niveau de puissance généralement compris entre -70 dBm et -50 dBm. Un étage d'amplification à gain ajustable (~ 60 dB) est alors utilisé afin d'être compatible avec les caractéristiques du mélangeur.

Nous allons par la suite présenter les caractéristiques du signal maser en fonction du signal pompe pour deux de nos résonateurs, *Pinocchio* et *Marie*. Le tableau suivant résume les couplages du mode $WGH_{17,0,0}$ et du mode de galerie pompe pour chacun d'entre eux.

Lorsque la mesure de *Pinocchio* a été réalisée, nous ne disposions pas encore d'un analyseur de réseaux fonctionnant à 31 GHz. Nous avons par la suite caractériser le mode mode P_{p2} à l'UWA, et avons mesuré un couplage de 0,01 et un facteur de qualité de 100 millions. Ce mode de galerie présente

<i>Marie</i>				
Mode	Fréq (GHz)	β	$Q_0 \times 10^6$	Pertes de la ligne (dB)
WGH $_{17,0,0}^-$ @ 10 dBm	12,041856	0,136	570	5
P $_{m8}$ @ 0dBm	31,355029	0,044	420	~ 12

<i>Pinocchio</i>				
Mode	Fréq (GHz)	β	$Q_0 \times 10^6$	Pertes de la ligne (dB)
WGH $_{17,0,0}^-$ @ 10 dBm	12,038	0,01	685	5
P $_{p2}$	31,33973	-	-	-

TAB. 6.1 – Caractéristiques des modes WGH $_{17,0,0}^-$ et P $_{p2}$, pour *Pinocchio*, et WGH $_{17,0,0}^-$ et P $_{m8}$ pour *Marie*. Les résonateurs sont refroidis à 4,2 K à l'hélium liquide.

également deux résonances séparées l'une de l'autre de 280 Hz et qui sont entremêlées. De plus, les pertes de la ligne à 31 GHz sont estimées à 20 dB. Comme nous ne les connaissons pas parfaitement, nous n'utiliserons que les puissances pompes à l'entrée du dispositif expérimental. Ceci nous permettra de comparer les puissances des deux masers. La ligne de l'autre résonateur, *Marie*, est constituée de câbles connectés K. Nous nous attendons donc à ce que ses résultats en terme de puissance maser soient meilleurs que ceux de *Pinocchio*.

6.1.1 Fréquence maser en fonction de la fréquence pompe

La fréquence du signal maser dépend de la fréquence du mode de galerie à 12 GHz et de la susceptibilité magnétique du cristal. Cette dernière est conditionnée par la répartition des populations des ions sur les niveaux d'énergie de l'ion Fe $^{3+}$. Lorsqu'on applique un signal pompe, cette répartition va évoluer. Si on arrive à maximiser le transfert d'énergie du signal pompe vers les ions, les transitions sont saturées et les populations deviennent peu sensibles aux variations de la fréquence pompe. Si la puissance injectée à 31 GHz dans le résonateur est suffisamment élevée, on s'attend donc à obtenir une fréquence maser indépendante de la fréquence pompe.

Marie

Commençons cette caractérisation par la mesure de la fréquence maser en fonction de la fréquence pompe pour le résonateur *Marie*. La figure suivante montre cette réponse pour une puissance pompe injectée à l'entrée du cryostat de 14 dBm (le maximum de puissance délivrée par le synthétiseur de fréquence).

On observe une plage d'une largeur de 120 Hz où la fréquence maser est très peu sensible à la fréquence de la pompe (de quelques Hz sur la plage de 120 Hz). La figure 6.3 compare le profil du mode de pompe mesuré à l'analyseur de réseaux, avec une puissance de 0 dBm à l'entrée du cryostat, et la

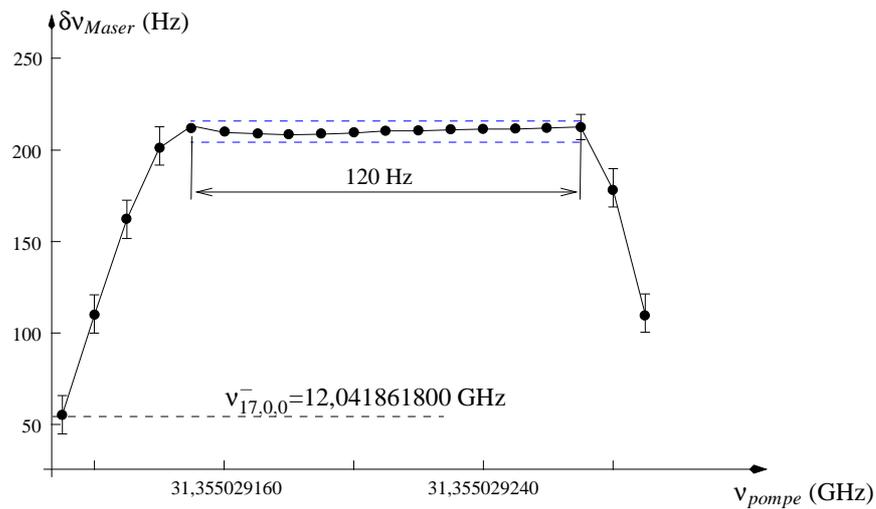


FIG. 6.2 – Evolution de la fréquence maser du résonateur Marie en fonction de la fréquence pompe.

courbe précédente mesurée à 14 dBm. Le décalage de 60 Hz s'explique par la différence de puissance du signal à 31 GHz. A 0 dBm, la transition $E_1 \rightarrow E_3$ n'est pas saturée et la susceptibilité associée modifie la fréquence du mode. On note tout de même une bonne concordance entre la largeur du mode pompe et la plage où ν_{maser} est insensible à ν_{pompe} .

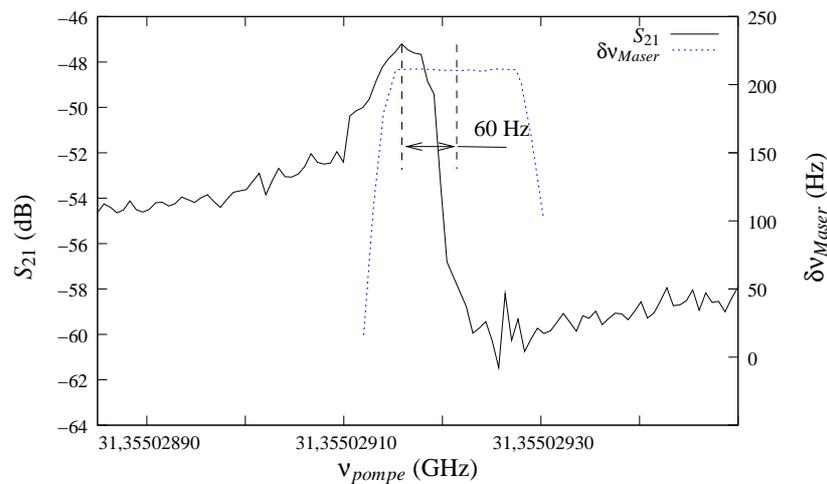


FIG. 6.3 – Disposition de la réponse fréquentielle du maser par rapport à S_{21} du mode pompe P_{m8} .

Pinocchio

Passons maintenant à un autre cas, où nous avons mesuré un comportement différent de celui présenté précédemment. La figure 6.4 montre l'évolution de la fréquence maser en fonction de celle du signal pompe du résonateur *Pinocchio*. La mesure a été réalisée en appliquant une pompe de 14 dBm à l'entrée du dispositif.

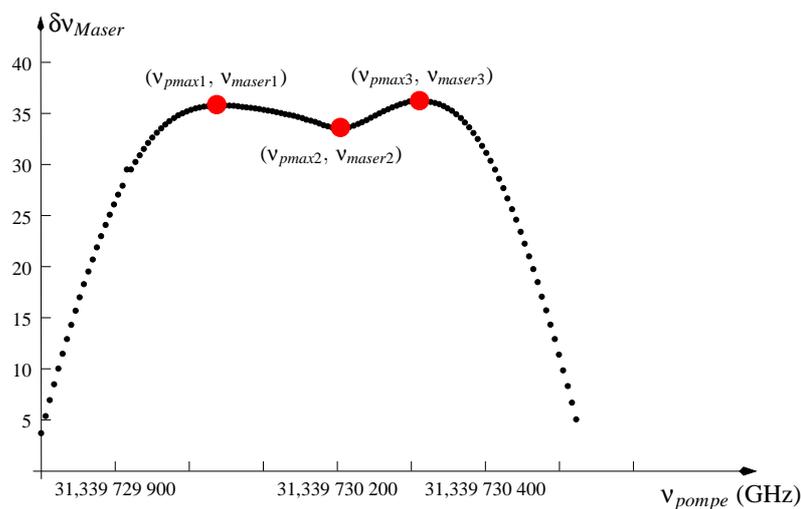


FIG. 6.4 – Evolution de la fréquence maser du résonateur Pinocchio en fonction de la fréquence pompe.

Le profile mesuré présente trois extrema à $\nu_{pmax1} = 31,339730039$ GHz, $\nu_{pmax2} = 31,339730210$ GHz et $\nu_{pmax3} = 31,339730320$ GHz. Ce comportement s'explique par la dégénérescence du mode P_{p2} à 31,339GHz. L'écart fréquentiel entre les modes du doublet est très faible (de l'ordre de $\nu_{pmax3} - \nu_{pmax1} = 300$ Hz), ces deux modes sont entremêlés. Lorsque la fréquence ν_p est inférieure à ν_{pmax1} , ou alors supérieure à ν_{pmax3} , peu d'ions émettent et donc la fréquence ν_{maser} est proche de $\nu_{17,0,0}$. Une fois ν_p proche de ν_{pmax1} ou de ν_{pmax3} , la fréquence maser atteint respectivement son maximum à ν_{maser1} ou ν_{maser3} . Le signal maser ne disparaît pas entre les deux fréquences car les résonances du mode de galerie sont entremêlés et contribuent donc en même temps au pompage des ions. La fréquence maser présente ainsi un minimum à ν_{maser2} lorsque la fréquence pompe est à ν_{pmax2} .

6.1.2 Puissance maser en fonction de la fréquence pompe

L'inversion de populations est maximisée lorsque la puissance de pompe "vue" par les ions est maximale, c'est-à-dire lorsque le signal de pompe est appliqué à la fréquence exacte du mode de galerie à 31 GHz. On s'attend donc à ce que la puissance maser en fonction de la fréquence pompe suive le profil du mode de pompe. C'est ce qui est globalement observé bien que les phénomènes couplés (bistabilité, dégénérescence, thermique) restent les choses plus complexes.

Marie

La figure suivante montre l'évolution de la puissance maser du résonateur Marie en fonction de la fréquence pompe. Celle-ci est appliquée au résonateur à une puissance de 14 dBm et toujours selon le mode P_{m8} .

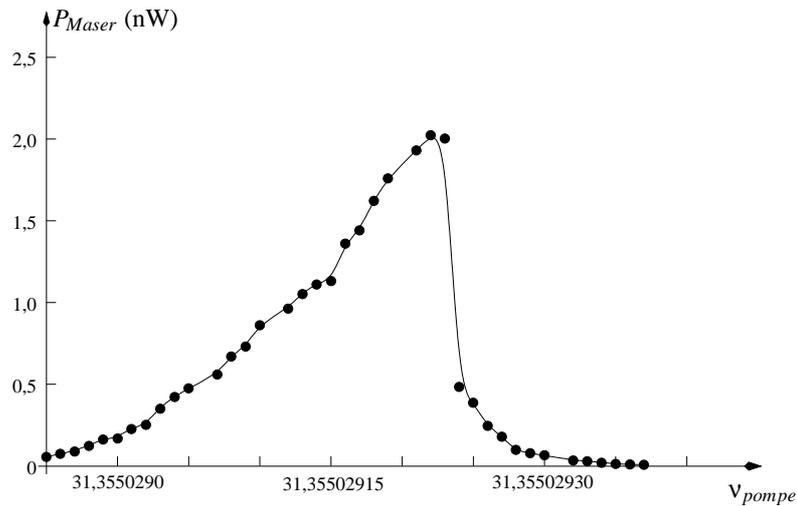


FIG. 6.5 – Evolution de la puissance maser du résonateur Marie en fonction de la fréquence pompe.

Il est clair que la puissance présente un profil résonant autour de la fréquence du mode P_{m8} . On remarque cependant une déformation vers les fréquences hautes qui peut s'expliquer par la dissymétrie du profil observé par le mode P_{m8} .

Comparons maintenant cette mesure au profil du mode de galerie pompe. La figure suivante montre la disposition de la réponse maser par rapport au mode de galerie.

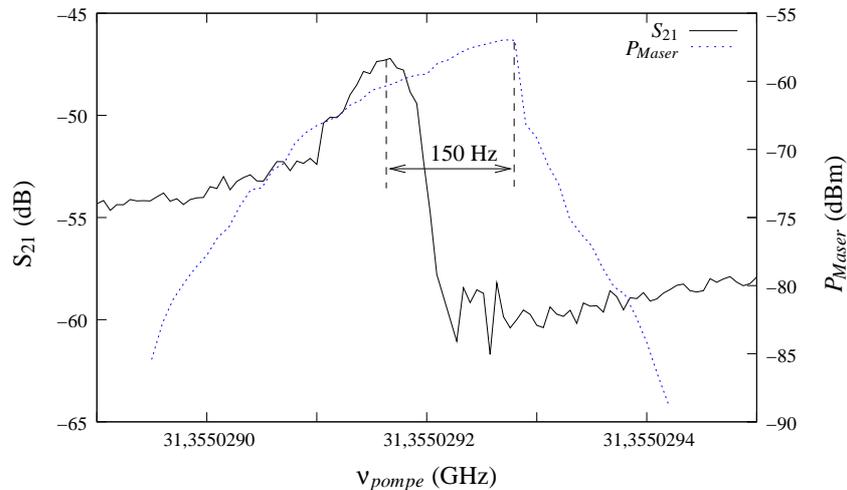


FIG. 6.6 – Evolution de la puissance maser du résonateur Marie et du coefficient de transmission du mode P_{m8} en fonction de la fréquence pompe.

Notons que le maximum de puissance est obtenu à une fréquence pompe supérieure à celle du mode pompe de 150 Hz. Cette différence est justifiée par le fait que la fréquence du mode est mesurée en appliquant, via l'analyseur de réseaux, une puissance de 0 dBm. La transition à 31 GHz n'est pas encore saturée. Par contre, le signal maser est mesuré pour une puissance de 14 dBm, la transition est donc

proche de la saturation. La figure 6.9 est un exemple de l'évolution de la fréquence d'un mode de galerie en fonction de la puissance injectée. Notons également que la largeur fréquentielle du profil de la puissance est du même ordre que celle du mode.

Pinocchio

De même, nous allons voir l'évolution de la puissance maser en fonction de la fréquence pompe pour le résonateur Pinocchio. Pour cela, nous avons appliqué au résonateur une pompe à 14 dBm et à la fréquence du mode P_{pmax2} .

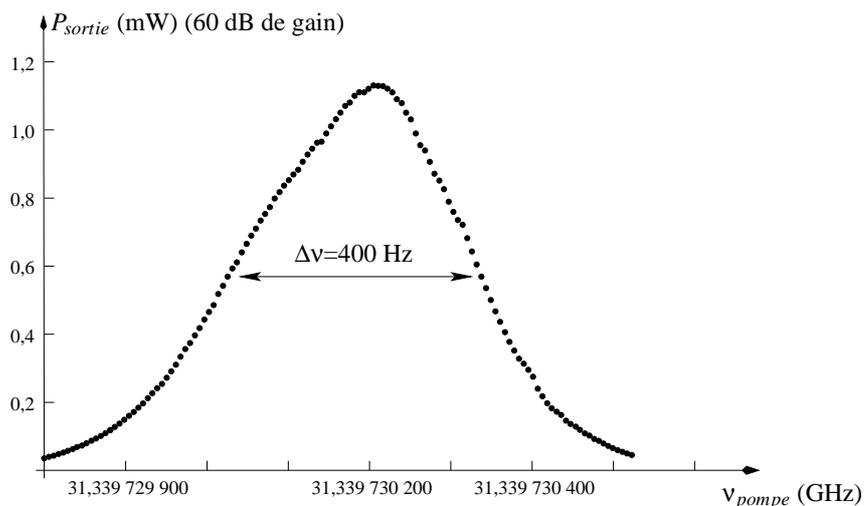


FIG. 6.7 – Evolution de la puissance maser du résonateur Pinocchio en fonction de la fréquence pompe.

Le maximum de puissance est obtenu lorsque la fréquence pompe est égale ν_{p2} . C'est là que les deux résonances du mode pompe agissent simultanément sur le processus de pompage. Plus d'ions sont pompés vers le troisième niveau E_3 et donc, la puissance maser est maximale. La contribution des deux résonances s'étend sur une largeur fréquentielle de 400 Hz. Nous pouvons donc en déduire que le facteur de qualité global du mode pompe est de l'ordre de la centaine de millions.

6.1.3 Fréquence maser en fonction de la puissance pompe

Marie

La figure suivante montre un exemple de l'évolution de cette fréquence en fonction de la puissance P_{pompe} pour le résonateur Marie à la fréquence $\nu_m = 31,355$ GHz. Elle correspond à la mesure présentée par la figure 6.2.

La fréquence maser évolue proportionnellement à la puissance appliquée jusqu'à la saturation des ions. En effet, lorsque le système ionique est saturé, la puissance absorbée devient constante, et ceci

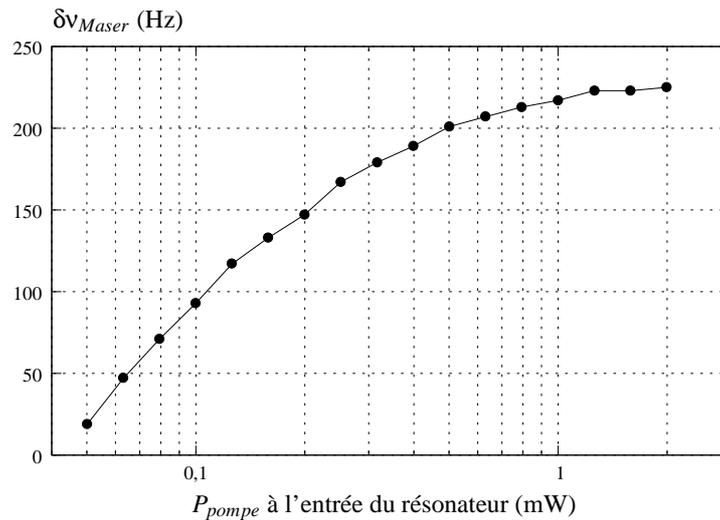


FIG. 6.8 – Evolution de la fréquence maser en fonction de la puissance pompe. Les pertes de la ligne à 31 GHz sont de l'ordre de 12 dB.

quelle que soit la puissance appliquée. La fréquence du signal émis reste alors constante. La saturation est atteinte à partir d'une puissance appliquée supérieure à 1 mW. En réalité, la puissance absorbée par les ions, à 31 GHz, va dépendre du couplage du mode de galerie pompe. Plus le couplage sera fort, plus il y aura de puissance à disposition des ions. La saturation pourra donc être atteinte plus facilement et nécessitera moins de puissance à l'entrée du résonateur.

Lorsque le signal pompe est au seuil (le moment où le maser apparaît), la fréquence maser est égale à celle du mode $WGH_{17,0,0}$. Nous sommes dans la même configuration de la mesure de la fréquence du mode. C'est-à-dire que les populations des deux premiers niveaux d'énergie sont égales. L'écart entre la fréquence du mode et celle du maser saturé est de 250 Hz.

A titre d'exemple, la figure suivante montre l'évolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la puissance injectée dans le résonateur.

Pinocchio

De la même façon, nous avons relevé la réponse fréquentielle du maser en fonction de la puissance appliquée à l'entrée du résonateur Pinocchio (voir figure 6.10). La fréquence du signal est appliquée cette fois à ν_{p_2} (voir figure 6.4).

La réponse est complètement différente de la précédente. En effet, le signal semble osciller à bas régime (puissance appliquée faible). Ensuite, il finit par se stabiliser à haut régime (puissance appliquée élevée). Nous n'avons pas à l'heure actuelle d'explication satisfaisante de ce comportement. Il démontre

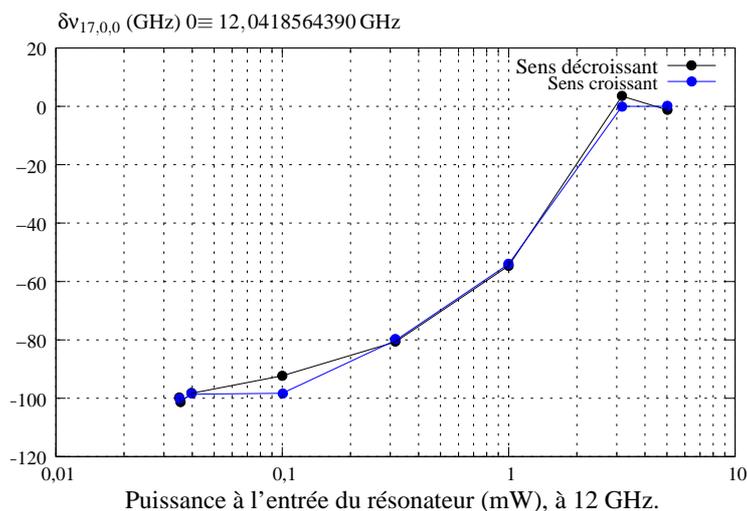


FIG. 6.9 – Evolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la puissance à l'entrée du résonateur. Les pertes de la ligne à 12 GHz sont de l'ordre de 5 dB (résonateur-analyseur de réseaux).

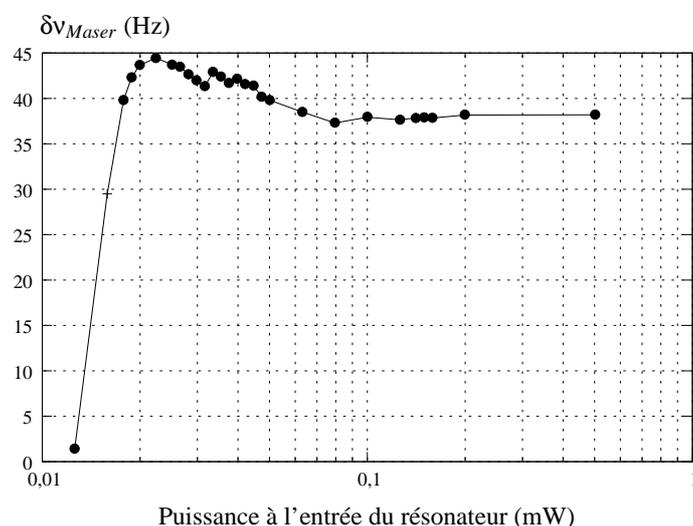


FIG. 6.10 – Evolution de la fréquence maser en fonction de la puissance pompe.

la complexité des phénomènes mis en jeu qui nécessiteront des analyses plus poussées par la suite.

6.1.4 Puissance maser en fonction de la puissance pompe

Nous étudions dans cette partie l'influence du signal pompe appliqué au résonateur sur l'évolution de la puissance maser. Nous ne nous intéresserons qu'à la partie expérimentale car les lois théoriques qui régissent cette évolution sont extrêmement complexes. Nous nous intéresserons ensuite à l'étude de deux cas simples. Le premier consiste à établir les équations donnant la puissance pompe seuil nécessaire à la création du signal maser. L'autre cas est la caractérisation du signal maser en fonction du signal pompe

et de la concentration des ions quand le système est saturé .

La figure suivante montre l'évolution de la puissance maser, de *Pinocchio*, à la sortie du résonateur en fonction de la puissance disponible à l'entrée du cryostat. La fréquence pompe est égale à ν_{pmax2} .

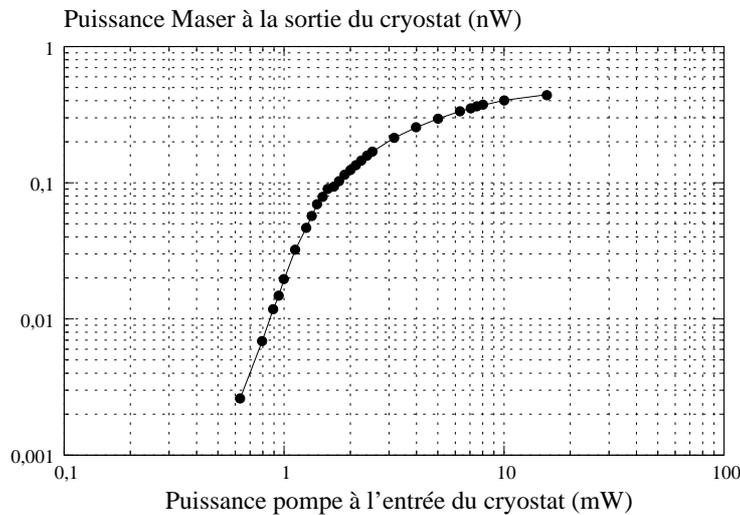


FIG. 6.11 – Evolution de la puissance maser de *Pinocchio* en fonction de la puissance pompe à l'entrée du cryostat.

Cette courbe a la même allure que celle introduite dans la section 4.1.4. Le signal maser apparaît à une puissance pompe seuil de l'ordre de $600 \mu\text{W}$. Ensuite, sa puissance augmente avec la puissance appliquée et atteint un maximum de $0,4 \text{ nW}$. Cependant, la saturation n'est pas tout à fait atteinte car le synthétiseur de fréquence utilisé pour le pompage à ν_{p2} ne délivre que 50 mW , soit 20 mW à l'entrée du cryostat. En augmentant cette puissance, le maser pourrait délivrer un niveau encore plus élevé. On pourrait également diminuer les pertes de la ligne à 31 GHz . Celle que nous avons utilisé pour le pompage était une ligne connectorisée SMA car nous ne disposons pas encore de matériel fonctionnant à 31 GHz . Nous allons voir que nous pouvons améliorer ceci en utilisant un câble connectorisé K.

Cette mesure fait suite à une autre réalisée lors de la mise en place du premier Whigmo, pour laquelle le couplage du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$ était $\beta_{\text{sortie}} = 0,41$. La puissance maser mesurée était de 3 nW pour une puissance à l'entrée du cryostat de $0,8 \mu\text{W}$ [81], soit un niveau maser 30 fois supérieur à celui pour le couplage de $0,01$. Cette mesure nous montre donc à quel point la puissance à la sortie du résonateur dépend de son couplage.

La figure suivante montre le même type de mesure pour un autre résonateur *Marie*.

La puissance maser évolue de la même façon que pour *Pinocchio*, sauf que sa valeur maximale est de l'ordre de 3 nW . Cette différence est expliquée par l'emploi du câble K. Ceci nous a également permis de gagner un ordre de grandeur au niveau de la pompe. La puissance pompe seuil est cette fois de l'ordre

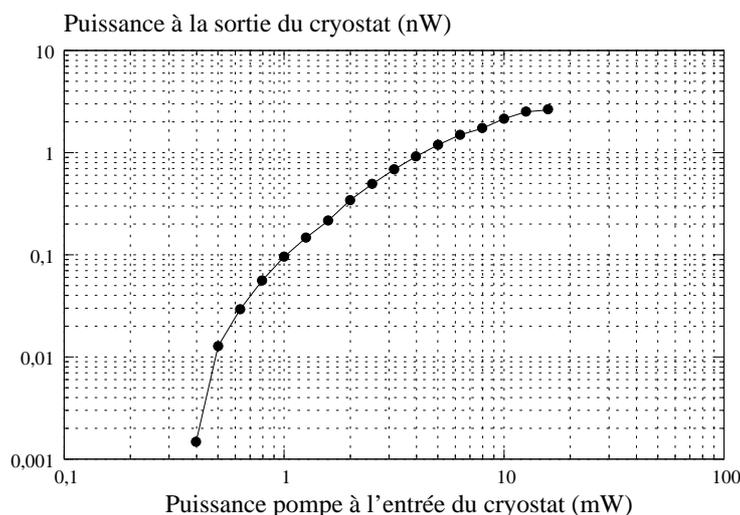


FIG. 6.12 – Evolution de la puissance maser en fonction de la puissance pompe à l'entrée du résonateur Marie.

de $300 \mu\text{W}$. Nous pouvons noter aussi que la saturation n'est pas, là encore, tout à fait atteinte, à cause du couplage du mode P_{m8} qui reste faible.

Par ailleurs, nous pensons que le couplage du mode pompe de *Pinocchio* doit être inférieur à celui de *Marie*.

Nous pourrions dès lors améliorer cette caractéristique soit en plaçant des passages de panneaux en K le long de la ligne de pompage, soit en améliorant le couplage de la pompe. Les pertes seront certainement moins importantes et la saturation atteinte à des niveaux de puissance pompe $< 1 \text{ mW}$.

Passons maintenant à la comparaison entre les niveaux des puissances calculés et mesurés.

Estimation de la puissance pompe seuil

Les formules nécessaires à la détermination de la puissance pompe seuil ont été calculées dans les sections 4.1.1 et 4.1.5. L'équation (4.10) donne la puissance absorbée seuil et l'équation (4.40) donne la puissance équivalente à l'entrée du résonateur. Nous utiliserons donc les équations suivantes dans les calculs :

$$P_{13 \text{ seuil}} = 40,65 \times 10^{-39} \times v_{\text{pompe}} \times N [W] \quad (6.1)$$

$$\frac{1}{Q_{mp \text{ seuil}}} = 3,4 \times 10^{-21} \frac{\Delta N_{23} - \Delta N_{12}}{\Delta v_{\text{pompe}}} \quad (6.2)$$

Le tableau 6.2 résume les données numériques que nous allons utiliser pour estimer la puissance

seuil.

	Pinocchio	Marie	Jeanne
Fréquence (GHz)	31,3397	31,3557	31,3732
$\beta_{entrée}$	-	0,044	0,500
$Q_0 \times 10^6$	100	420	150
$N \times 10^{21}$ (ion/m ³)	0,38	0,42	0,24
$V_{eff} \times 10^{-6}$ (m ³)		14,725	
τ_1 (ms)		18	
$\Delta\nu_{pompe}$ (MHz)	100 largeur totale		
$Q_{mp} \times 10^9$	4,5	4,1	7,2

TAB. 6.2 – Données permettant l'évaluation de la puissance pompe seuil.

Nous résumons dans le tableau suivant les puissances seuil mesurées et calculées à l'entrée du résonateur.

Résonateur	P_{13} calculée (dBm)	→	P_{pompe} déduite (dBm)	P_{pompe} appliquée (dBm)	Pertes de la ligne (dB)
Pinocchio	-33,1	→	?	-18	~ 20
Marie	-32,7	→	-24,8	-13,0	12
Jeanne	-35,1	→	-34,6	-26	20

TAB. 6.3 – Résultats des calculs des puissances seuil P_{pompe} à l'entrée du résonateur.

Notons que la différence entre les puissances calculées et appliquées est d'environ 10 dB pour les résonateurs *Marie* et *Jeanne*. Cette différence provient du fait que le calcul effectué correspond à la puissance nécessaire pour que l'écart de populations Δn_{12} soit nul. Dans ce cas, le système n'émet pas encore d'onde à 12 GHz. Lorsque le système commence à émettre le signal maser, présentant un niveau de puissance extrêmement faible, il peut ne pas être détecté par les instruments de mesure. Le seuil d'apparition du signal maser de *Jeanne* est inférieur à celui de *Marie* car le couplage du mode pompe est beaucoup plus important. Si on suppose que les pertes de la ligne à 31 GHz, de *Pinocchio*, sont de l'ordre de 20 dB alors le maser apparaît pour une puissance pompe à l'entrée du résonateur de -18 dB. De plus si on suppose que l'écart entre le calcul et la puissance d'apparition du maser est le même (de l'ordre de 10 dB), alors la puissance pompe seuil à l'entrée du résonateur serait de -28,7 dBm. Si le facteur de qualité de ce résonateur est de 100 millions, alors le facteur de couplage à l'entrée vaut 0,052.

Estimation de la puissance maser maximale

Là encore, nous avons mesuré la puissance maximale que peut délivrer le Whigmo pour les résonateurs précédents. En partant des calculs effectués dans les sections 4.1.2 et 4.1.5, nous allons estimer cette puissance pour chaque résonateur. Rappelons que la puissance disponible à la sortie du résonateur est

donnée par la relation (4.44). Celle qui est émise au niveau électronique est donnée par la relation (4.14), c'est-à-dire :

$$P_{21 \max} = 7,72 \times 10^{-39} \times v_{17,0,0} \times N \quad (6.3)$$

De même, le facteur de qualité magnétique à la saturation est calculé à partir de l'équation suivante :

$$\frac{1}{Q_{ms \text{ sat}}} = 1,129 \times 10^{-21} \frac{N}{\Delta v_{\text{signal}}} \quad (6.4)$$

Le tableau 6.4 résume les données à utiliser pour le calcul.

Résonateur	Pinocchio	Marie	Jeanne
Fréquence (GHz)	12,03813	12,04186	12,0406
β_{sortie}	0,01	0,13	0,02
$Q_0 \times 10^6$	686	550	680
$N \times 10^{21}$ (ion/m ³)	0,38	0,42	0,24
$V_{\text{eff}} \times 10^{-6}$ (m ³)	14,725		
τ_1 (ms)	18		
Δv_{signal} (MHz)	160		
$Q_{ms \text{ sat}} \times 10^6$	373	337	590

TAB. 6.4 – Données permettant l'évaluation de la puissance maximale. La largeur de 160 MHz est estimée à partir du temps $\tau \sim 2$ ns.

Le tableau 6.5 résume les puissances de saturation mesurées et calculées.

Résonateur	$P_{21 \max}$ (dBm)	P_{maser} (dBm)	P_{maser} (dBm)	Calcul - Mesure Pertes de la ligne 3 dB
	calculée	calculée à la sortie du résonateur	mesurée à la sortie du cryostat	
Pinocchio	-44,5	-68,0	-64,0	-1,0 dB
Marie	-44,0	-58,6	-55,0	-0,6 dB
Jeanne	-46,5	-73,0	-67,0	-3,0 dB

TAB. 6.5 – Résultats des calculs des puissances maser maximum. Les pertes de ligne sont de l'ordre de 3 dB.

Avec le couplage du tableau 6.4, le premier résonateur, *Pinocchio*, peut émettre un signal à la sortie du résonateur de -68 dBm. En prenant en compte les pertes de ligne, on note que le calcul est très proche de la mesure.

Le deuxième résonateur, *Marie*, peut, quant à lui, émettre un signal maximal de -44 dBm. La puissance que nous avons calculée à la sortie du résonateur est là aussi sensiblement proche de celle mesurée.

Le calcul, pour le troisième résonateur, montre un niveau de puissance à la sortie du résonateur de -70 dBm, soit 3 dB de moins que la puissance mesurée.

Discussion :

Les calculs effectués ne prennent pas en compte la configuration des modes pompe. Lorsque le système est saturé, seul le mode $WGH_{17,0,0}$ est influent. Le niveau de puissance reste normalement le même. La figure 6.13 montre un cas pour lequel la puissance émise varie en fonction des modes de galerie pompe.

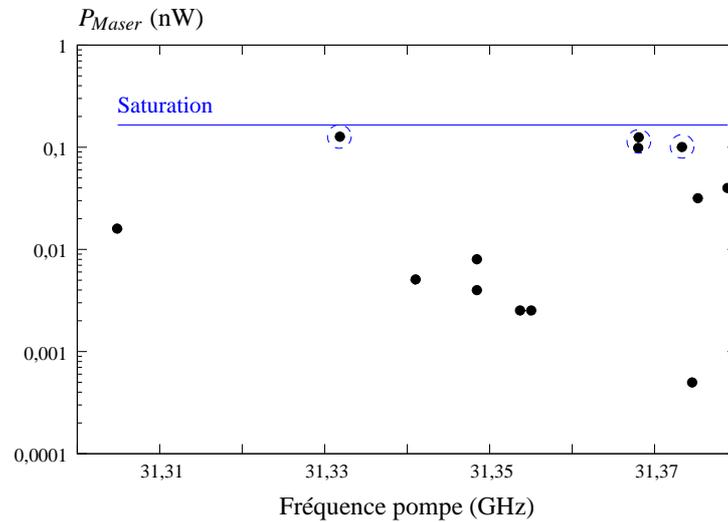


FIG. 6.13 – Evolution de la puissance maser maximale de Jeanne en fonction des modes de galerie pompes. Les points dans les cercles montrent que le signal maser est très proches de la saturation.

6.1.5 Effets de la température

Nous avons évoqué précédemment que la fréquence à laquelle l'absorption ou l'émission se produit dépend essentiellement du mode de galerie. Cette fréquence est donnée par l'équation suivante (voir section 6.7 de [45]) :

$$\nu_{op} = \frac{Q_{rpe}\nu_{rpe} + Q_{WG}\nu_{WG}}{Q_{rpe} + Q_{WG}} \approx \nu_{WG} \quad (6.5)$$

Cette relation nous montre que cette fréquence ν_{op} dépend essentiellement de la fréquence du mode de galerie ν_{WG} (dans la limite où la fréquence paramagnétique ν_{rpe} est suffisamment proche de ν_{WG}). Dans notre cas, cette relation est vérifiée car la largeur fréquentielle du mode de galerie est très faible, comparée à celle de la résonance paramagnétique.

$$\frac{Q_{WG}}{Q_{rpe}} \approx 10^6 \quad \text{à } 4,2 \text{ K} \quad (6.6)$$

La fréquence d'oscillation maser va donc dépendre de la fréquence du mode de galerie. Nous chercherons à minimiser ses variations en fréquence car notre but est de caractériser sa stabilité. Cependant, les fréquences des modes de galerie sont très sensibles à la température et nécessitent un contrôle ultra-précis. Fort heureusement, ce type de résonateurs présente des températures d'inversion à proximité de 4,2 K [18], où les variations de fréquence sont annulées au premier ordre. Ce phénomène est bien connu dans les résonateurs saphir à modes de galerie et est dû à la présence d'ions paramagnétiques dans la matrice Al_2O_3 (pour plus de détails on pourra se référer aux lectures suivantes [19, 17]). Les variations de fréquence d'un mode de galerie en fonction de la température obéissent à loi suivante :

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = AT^4 + C(T) \quad (6.7)$$

où ν_0 est la fréquence du mode à une température égale au zéro absolu sans présence d'ions paramagnétiques. Le premier terme (AT^4) représente la sensibilité thermique due à la dilatation du résonateur. Le coefficient A est de l'ordre de $2 \times 10^{-12} \text{ K}^{-4}$ pour un mode WGH. L'autre terme ($C(T)$) représente la sensibilité thermique due aux ions paramagnétiques. Ce paramètre est défini par la relation suivante :

$$C(T) = \frac{1}{2} \sum \eta_i(\nu) \chi_0 \frac{(2\pi\tau_2^{(i)})^2 \nu_i (\nu_i - \nu)}{1 + (2\pi\tau_2^{(i)})^2 (\nu_i - \nu)^2} \quad (6.8)$$

$\eta_i(\nu)$ est le facteur de remplissage magnétique du mode. Il décrit la distribution du champ magnétique du mode par rapport aux spins paramagnétiques (i) dans le réseau cristallin. χ_0 est la susceptibilité ma-

gnétique continue (c'est la même qui est décrite dans la section 3.1.2.1, page 45). $\tau_2^{(i)}$ est le temps de relaxation *spin – spin* à la fréquence de résonance ν_i . L'équation (6.8) est établie en assumant que les concentrations de chaque espèce d'ions (i) sont faibles et n'ont aucun effet les unes sur les autres. Dans le cas présent, nous ne nous intéresserons en premier lieu qu'aux ions Fe^{3+} car ce sont les seuls qui présentent une fréquence assez proche de celle du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$. Dans ce cas, le terme C se résume à :

$$C(T) = \eta \frac{1}{2} \chi_0 \frac{(2\pi\tau_2)^2 \nu_{12} (\nu_{12} - \nu)}{1 + (2\pi\tau_2)^2 (\nu_{12} - \nu)^2} \quad (6.9)$$

Il évolue donc comme la partie réelle de la susceptibilité magnétique χ . La compensation thermique correspondra à la valeur maximale du terme C , c'est-à-dire :

$$\nu = \nu_{12} - \frac{1}{2\pi\tau_2} \quad (6.10)$$

Le terme C se résume alors à :

$$C = \eta \frac{1}{2} \pi \nu_{12} \tau_2 \chi_0 \quad (6.11)$$

Il dépend directement de la concentration d'ions N . En effet, si on remplace χ_0 dans la relation précédente par l'équation (3.24), alors :

$$C = \frac{1}{4} \eta \frac{(g\mu_B)^2 \mu_0}{h} \pi \tau_2 \Delta N_{12} \sigma_{12}^2 \quad (6.12)$$

En considérant la température d'inversion assez élevée ($h\nu_{12}/k_B T \ll 1$), l'écart de populations peut être approché par la relation suivante :

$$\Delta N_{12} \approx \frac{h\nu_{12}}{3k_B T} N, \quad \text{dans la limite où } \exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{k_B T}\right) \approx 1 - \frac{h\nu_{12}}{k_B T} \quad (6.13)$$

En supposant de plus que le facteur de remplissage η est proche de l'unité, on exprime C par :

$$C(T) \approx \frac{1}{12} \frac{(g\mu_B)^2 \mu_0}{k_B T} \pi \tau_2 \nu_{12} N \sigma_{12}^2 \quad (6.14)$$

Cette dernière équation est d'une grande importance car elle nous permettra de déterminer la température d'inversion en fonction de la concentration N . En effet, cette température peut être calculée à partir de la relation (6.7). L'effet d'inversion se produit quand les variations de fréquence sont nulles au premier ordre. C'est-à-dire quand :

$$T = \left(\frac{C}{4A}\right)^{\frac{1}{5}} \quad (6.15)$$

En remplaçant C par son expression (l'équation (6.14)), on obtient la relation suivante de la température d'inversion :

$$T_{inversion} = \left(\frac{(g\mu_B)^2 \mu_0 \pi \tau_2 \nu_{12} N \sigma_{12}^2}{48k_B A} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (6.16)$$

Si de plus A est de l'ordre de $2 \times 10^{-12} \text{ K}^{-4}$, alors la température d'inversion évolue en fonction de la concentration ionique, comme l'illustre la figure suivante :

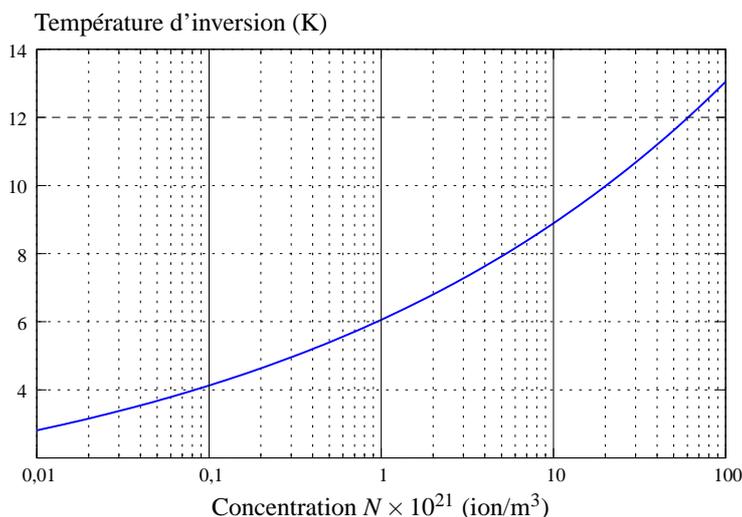


FIG. 6.14 – Evolution de la température d'inversion du mode $WG_{H_{17,0,0}}$ en fonction de la concentration des ions Fe^{3+} .

Discussion :

Dans les calculs précédents, nous n'avons pris en considération que l'effet des ions Fe^{3+} . Ceci nous a permis d'estimer la valeur de la température d'inversion en fonction de la concentration d'ions. Si nous désirions une plus grande précision, alors il faudrait prendre en compte les autres ions paramagnétiques tels que Cr^{3+} , Ti^{3+} ou encore Mo^{3+} . En effet, ces ions sont généralement présents dans la matrice saphir avec des concentrations inférieures au ppm. Il faudrait donc mener des mesures spécifiques à chaque résonateur pour déterminer les différentes concentrations et calculer les facteurs de probabilité d'absorption σ_{ij}^2 ainsi que le facteur de remplissage $\eta_i(\nu)$ pour chaque espèce. Les ions présentant une fréquence de transition inférieure à 12,04 GHz auront tendance à diminuer la température d'inversion, comme pour le chrome à 11,4 GHz. Les ions de titane et de molybdène auront, quant à eux, tendance à augmenter cette température car ils présentent des fréquences de transition respectivement de 1 THz et 100 GHz [19].

6.1.5.1 Mesure de la température d'inversion

Lorsque la température du résonateur est proche de $T_{inversion}$, alors la fréquence du mode peut être approchée par une loi polynomiale d'ordre 2. La figure suivante représente les variations de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ pour deux de nos résonateurs.

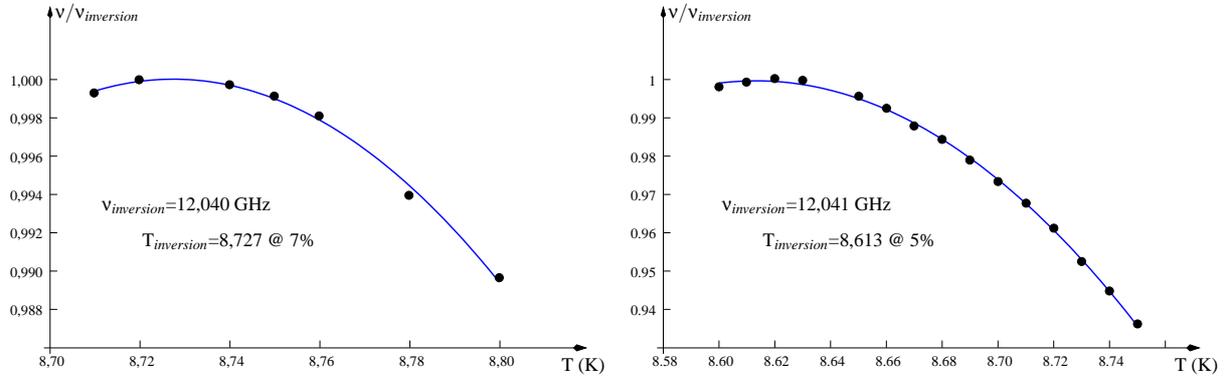


FIG. 6.15 – Evolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la température. A gauche la fréquence de Jeanne et à droite celle de Marie.

Les résonateurs présentent des températures d'inversion assez proches, 8,727 K pour *Jeanne* et 8,613 K pour *Marie*. Si on suppose que la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ ne subit que les effets liés aux ions Fe^{3+} , alors les concentrations équivalentes seraient : $N_{Jeanne} \equiv N_{Marie} \approx 6 \times 10^{21}$ ions / m^3 . Soit un ordre de grandeur de plus par rapport aux mesures de la susceptibilité magnétique (voir section 3.3). Cette différence provient essentiellement du fait que l'on ait négligé les effets liés aux autres ions.

6.1.5.2 Limite de l'effet maser

La température d'inversion est en général comprise dans l'intervalle [4,2-10K]. Cependant, la fréquence de résonance paramagnétique va elle aussi varier en fonction de la température. Ceci ne change pas le fait que la fréquence maser sera proche de celle du mode de galerie. Mais si les fréquences ν_{WG} et ν_{12} sont trop éloignées l'une de l'autre, il risque de ne plus y avoir d'interaction et donc, plus de signal maser (voir figure suivante). Le point de rupture pour nos masers se situe aux alentours de 25 K.

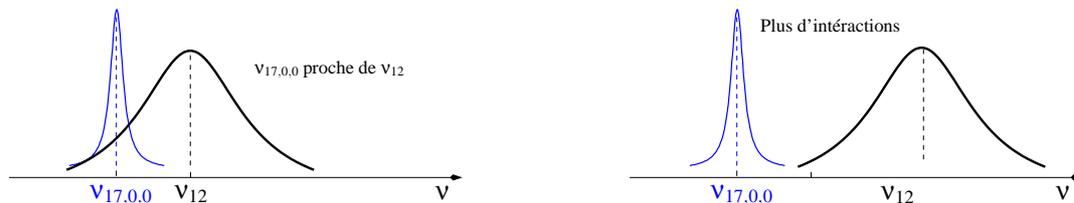


FIG. 6.16 – Interactions avec les ions. A gauche, la température est basse et les deux fréquences sont proches. A droite, la température est haute et les deux fréquences sont éloignées.

Un autre problème pourrait se poser en considérant le fait que la puissance du signal maser va diminuer quand le point d'inversion sera élevé. En effet, les écarts de populations à l'équilibre ΔN_{ij} dépendent de la distribution des ions selon la loi de Boltzmann (voir équation 4.17). Plus la température sera haute, plus l'écart sera bas et moins la puissance maser sera élevée.

Nous avons également effectué quelques observations à l'analyseur de réseaux aux alentours de 77 K. Nous avons alors noté qu'il existe toujours des interactions avec les ions à 12,021 GHz. Cependant, nous n'avons relevé aucun effet bistable et nous n'avons pas pu faire maser les ions. La figure suivante montre l'évolution des coefficients de transmission et de réflexion du mode $WGH_{17,0,0}$ pour plusieurs niveaux de puissance.

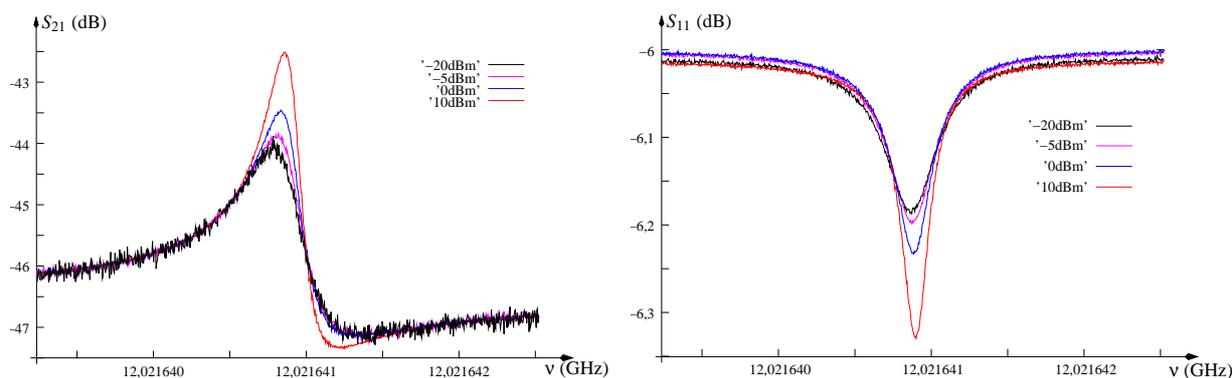


FIG. 6.17 – Evolution de S_{21} et de S_{11} du résonateur Jeanne, avant usinage, pour plusieurs puissances de mesure à 77 K.

Il est donc envisageable de créer un signal maser à cette température (77 K). Mais le coefficient de surtension du résonateur n'est pas assez élevé pour absorber ou émettre suffisamment d'ions. Pour ce mode, $Q_{17,0,0} = 30 \times 10^6$ est inférieur à la limite calculée précédemment, de l'ordre de 150×10^6 pour ce résonateur (voir tableau 4.1).

6.1.6 Influence d'un champ magnétique statique

Nous avons introduit dans la section 2.2.1, page 35, quelques éléments sur le comportement des ions en présence d'un champ magnétique statique. Nous avons alors introduit la sensibilité avec laquelle évolue la fréquence de résonance. En réalité, chaque niveau E_1 , E_2 et E_3 est un doublet qui, en l'absence de champ magnétique, est dégénéré. Chaque sous-niveau Zeeman s'écarte de son jumeau proportionnellement au champ magnétique. Les ions occupant chaque niveau d'énergie se divisent alors entre chaque sous-niveau Zeeman.

Cependant, cet effet pourrait perturber le signal maser. En effet, si l'intensité du champ est trop élevée, alors la résonance à 12 GHz risque de ne plus couvrir le mode $WGH_{17,0,0}$. Dans ce cas, le signal maser va disparaître (voir figure 6.18).

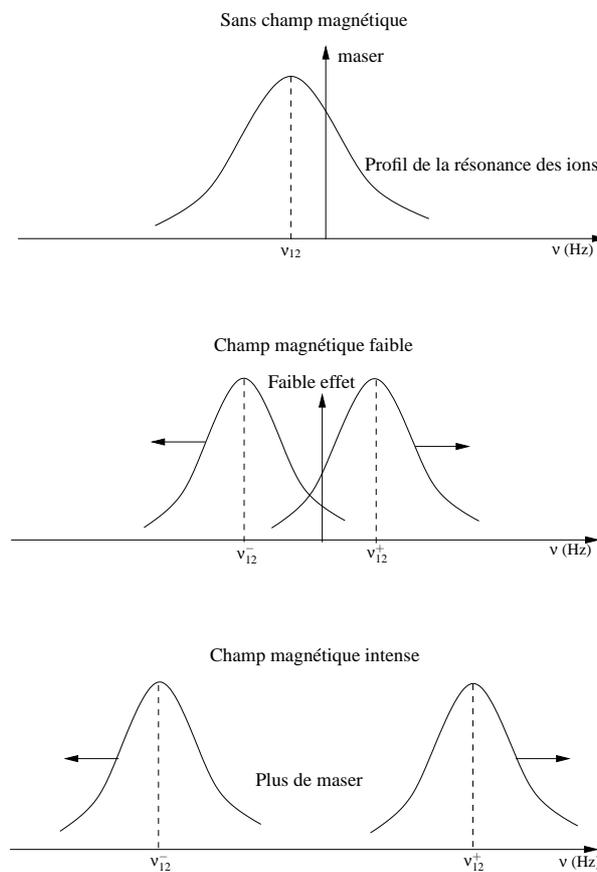


FIG. 6.18 – Disposition du signal maser par rapport au sous-niveau Zeeman. Sans champ, la résonance ionique couvre le mode de galerie et le signal maser opère. A faible champ magnétique, les niveaux d'énergie se divisent et leurs fréquences s'éloignent de celle du mode de galerie. La puissance du signal diminue. Enfin, quand le champ magnétique est intense, les sous-niveaux Zeeman présentent des fréquences de résonances trop éloignées du mode de galerie et le signal maser disparaît.

Il en est de même pour le signal pompe à 31 GHz. Si le champ appliqué est intense, la résonance

ionique à 31 GHz va finir par ne plus couvrir le mode de galerie pompe et le signal maser finira par disparaître.

Le comportement des ions dans la matrice saphir est complexe et dépend fortement de l'orientation du champ par rapport à l'axe de symétrie cristalline (C3). Dans notre cas, nous appliquerons un champ selon l'axe de géométrie (Z) (confondu avec (C3)). La fréquence de chaque paquet va alors subir un décalage avec une sensibilité fonction du rapport gyromagnétique γ (défini par l'équation (2.28)). Cette sensibilité a été mesurée par Kornienko et Prokhorov pour différents angles entre le champ et l'axe (C3). La figure suivante résume les calculs qu'ils ont effectués.

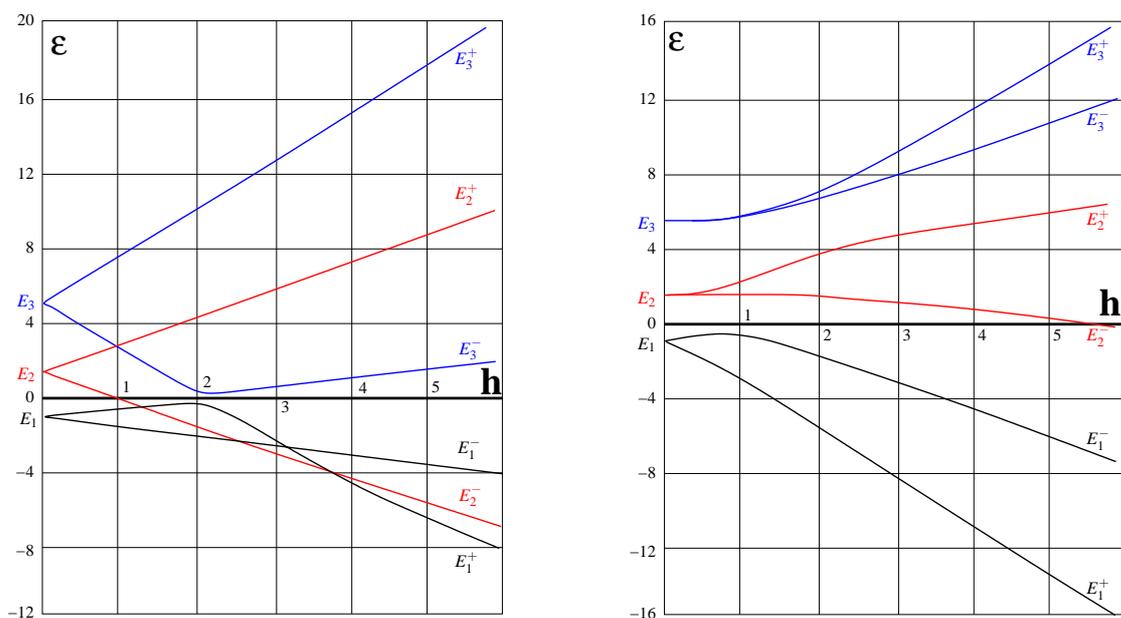


FIG. 6.19 – Variations des niveaux d'énergie de l'ion Fe^{3+} dans l'alumine en fonction d'un champ magnétique. A droite, le champ est selon l'axe (Z). A gauche, le champ forme un angle de 90° avec l'axe (Z). Données de Kornienko et Prokhorov [52].

où $\mathbf{h} = g\mu_B B/D$ et $\epsilon = E/D$, avec B l'intensité du champ magnétique, E l'énergie d'un niveau et D le paramètre de l'Hamiltonien vu dans la section 2.2.1, page 36. Lorsque le champ magnétique est faible ($\mathbf{h} < 1$) et pour un angle nul, les différents niveaux d'énergie évoluent avec les sensibilités suivantes :

$$\frac{E_1^- - E_1}{\mathbf{h}} = -1,25D \quad \frac{E_1^+ - E_1}{\mathbf{h}} = +1,25D \quad (6.17)$$

$$\frac{E_2^- - E_2}{\mathbf{h}} = -2,55D \quad \frac{E_2^+ - E_2}{\mathbf{h}} = +2,55D$$

$$\frac{E_3^- - E_3}{\mathbf{h}} = -5D \quad \frac{E_3^+ - E_3}{\mathbf{h}} = +5D \quad (6.18)$$

Les fréquences des différentes transitions sont calculées à partir de la relation de Planck (voir équation (2.1)). On trouve :

$$\nu_{12}^- = \nu_{12} - 1,30 \frac{g\mu_B}{h} B \quad \nu_{12}^+ = \nu_{12} + 1,30 \frac{g\mu_B}{h} B \quad (6.19)$$

$$\nu_{23}^- = \nu_{23} - 2,25 \frac{g\mu_B}{h} B \quad \nu_{23}^+ = \nu_{23} + 2,25 \frac{g\mu_B}{h} B$$

$$\nu_{13}^- = \nu_{13} - 3,75 \frac{g\mu_B}{h} B \quad \nu_{13}^+ = \nu_{13} + 3,75 \frac{g\mu_B}{h} B \quad (6.20)$$

L'application d'un champ magnétique de 20 Gauss va induire des déplacements fréquentiels résumés dans le tableau suivant :

Fréquence (GHz)	Sensibilité (MHz/Gauss)	Fréquence à 20 Gauss (GHz)
$\nu_{12}=12,046\pm 16$	-3,64	$\nu_{12}^- = 11,998$
	+3,64	$\nu_{12}^+ = 12,219$
$\nu_{23}=19,298\pm 9$	-6,30	$\nu_{23}^- = 19,178$
	+6,30	$\nu_{23}^+ = 19,298$
$\nu_{13}=31,344$	-10,51	$\nu_{13}^- = 31,135$
	+10,51	$\nu_{13}^+ = 31,554$

TAB. 6.6 – Données résumant les fréquences de l'échantillon de Prokhorov et Kornienko à 4,2 K.

Les fréquences de transition sont ici très différentes de celles de Bogle et Symmons (voir tableau 2.1).

6.1.6.1 limite du signal maser

Mode de pompe

En présence d'un champ magnétique, la fréquence des ions à 31,36 GHz va subir un décalage. A partir d'un certain seuil, il est possible que les fréquences des modes pompe ne soient plus comprises dans le profil de résonance des ions. D'un autre côté, d'autres modes de galerie à 31 GHz pourraient faire *maser* les ions alors qu'ils ne fonctionnaient pas avant (voir figure 6.20).

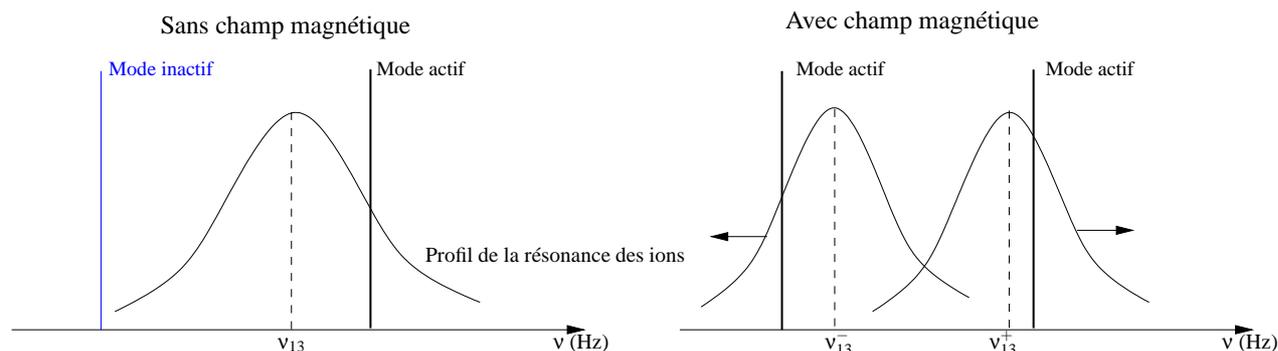


FIG. 6.20 – Evolution de la résonance des ions en présence et en l'absence d'un champ magnétique.

La figure 6.21 est un exemple de ce comportement pour le résonateur *Marie*. Plusieurs modes de galerie pompe (flèches en pointillés) permettent l'obtention d'un maser avec un champ magnétique alors qu'ils ne fonctionnaient pas avant. Comme prédit, la résonance ionique se divise en deux parties et couvre plus de modes pompe.

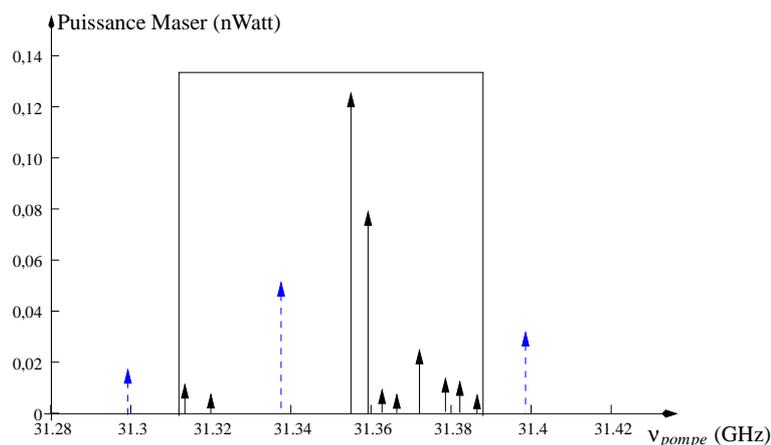


FIG. 6.21 – Puissance maser en fonction des fréquences des modes de galerie pompe. Les flèches en pointillés représentent l'apparition d'un signal maser en présence du champ magnétique dc.

Le maser

Nous allons exposer dans cette partie le fonctionnement du signal maser en fonction du champ magnétique pour le résonateur *Pinocchio*. Le niveau de puissance du signal, de -64 dBm, est assez élevé pour réaliser des mesures assez précises de sa fréquence. Celle-ci est à 12,038 GHz, une fréquence proche de ν_{12} de 1 MHz. Ceci nous permettra d'évaluer d'abord la sensibilité de la fréquence du signal maser. Ensuite, le champ appliqué à la limite d'oscillation nous permettra de déduire la sensibilité de la fréquence de résonance à 31 GHz.

La pompe utilisée pour la création du maser est P_{p2} à 31,339 GHz. Cette fréquence se situe à 19 MHz de la fréquence centrale ν_{13} estimée à 31,358 GHz (voir section 5.3.3, page 111). La fréquence de la pompe sera ajustée à chaque fois pour assurer le fonctionnement du maser.

La figure 6.22 représente l'évolution de la fréquence maser en fonction du champ dc. Celui-ci est appliqué selon l'axe de géométrie Z dans les deux directions.

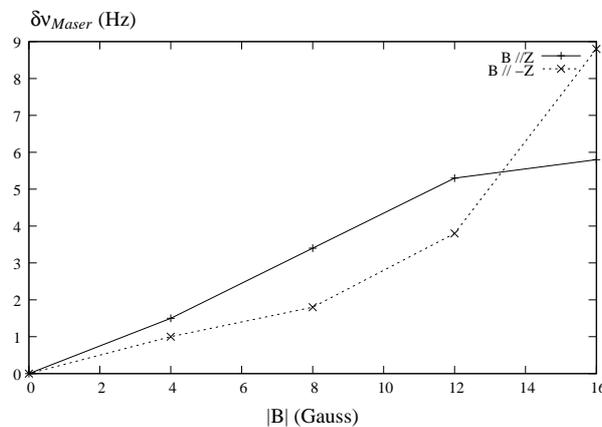


FIG. 6.22 – Variations de la fréquence du signal maser en fonction du champ magnétique pour le résonateur *Pinocchio*.

La fréquence du signal maser présente une sensibilité très faible, de l'ordre de 0,5 Hz/Gauss. La limite d'oscillation se situe à 18 Gauss. Comme la sensibilité de la résonance ionique à 31 GHz est supérieure à celle à 12 GHz, elle finit par ne plus couvrir le mode pompe et les interactions cessent (voir figure 6.23). Nous pouvons donc calculer le déplacement de la résonance par rapport à 31,339 GHz. En effet, la largeur fréquentielle totale des ions est estimée à 100 MHz autour de 31,358 GHz, l'une des deux résonances Zeeman (ν_{13}^-) subit alors un décalage total de 69 MHz, soit une sensibilité de 3,38 MHz/Gauss.

C'est-à-dire une sensibilité 3 fois moins importante que celle de l'échantillon des russes. Pour nos résonateurs la sensibilité est donc du même ordre de grandeur pour toutes les transitions (du moins pour des champs magnétiques faibles). Si l'on suppose que la sensibilité de la fréquence ionique à 12,037 GHz

6.1 Caractéristiques du signal maser

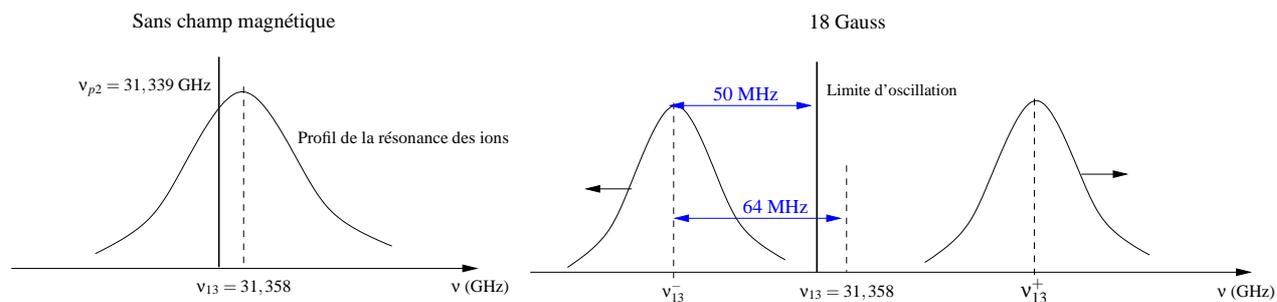


FIG. 6.23 – Disposition de la résonance des ions sans champ magnétique et à la limite d'oscillation maser.

est de 2,8 MHz/Gauss, alors la résonance aura subi un décalage de l'ordre de 49,4 MHz. C'est-à-dire que la largeur totale des ions à 12,037 GHz est supérieure à 100 MHz. Les ions seront donc susceptibles d'osciller selon tout mode (à fort Q) présentant une fréquence comprise dans l'intervalle [11,99 – 12,09 GHz].

6.1.6.2 Comportement des modes de galerie en fonction d'un champ dc

Nous nous intéressons dans cette partie au comportement du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction du champ magnétique dc. Nous exposons dans la suite les mesures effectuées sur deux de nos résonateurs. Il s'agit des résonateurs *Jeanne* avant usinage et *Marie* après usinage. Les caractéristiques du mode à 4,2 K sont résumés dans le tableau 6.7.

<i>Marie</i>				
Fréquence (GHz)	S_{21}	β_1	β_2	Q_L
$\nu^- = 12,041856$	-32,7	0,154	0,020	$Q_L^- = 500$
$\nu^+ = 12,041861$	-20,4	0,075	0,041	$Q_L^+ = 650$
<i>Jeanne</i> (avant usinage)				
$\nu^- = 12,023984$	-11,4	0,36	0,11	$Q_L^- = 510$
$\nu^+ = 12,023994$	-34,0	0,002	0,06	$Q_L^+ = 1300$

TAB. 6.7 – Caractéristiques du mode $WGH_{17,0,0}$ des résonateurs à 4,2 K.

Nous nous bornons dans cette partie à rapporter les variations de fréquence et de coefficient de sur-tension pour ces deux doublets. L'analyse théorique de ces effets n'étant à ce jour pas encore terminée.

Dans un modèle simpliste, l'application d'un champ magnétique DC parallèle à l'axe C du saphir a pour effet de lever la dégénérescence de chaque niveau d'énergie de l'ion Fe^{3+} . Deux résonances RPE vont alors apparaître de part et d'autre de la fréquence initiale de la résonance RPE en champ nul. Les fréquences ν_{12}^- et ν_{12}^+ de ces deux résonances varient linéairement avec le champ magnétique dc à raison de $\pm 3,8$ MHz/Gauss. Bien que des signes évidents de cette sensibilité sont rapportés ici, les variations de fréquence et de Q des modes de galerie restent inexplicables.

Les différents modes utiles de ces résonateurs couvrent donc une gamme de fréquence de 17 MHz. De plus, *Marie* présente une fréquence très proche de ν_{12} , un écart de 3 MHz. Ce résonateur est monté dans le cryogénérateur et les bobines d'Helmholtz utilisées fournissent un champ dc d'intensité maximale de 4 Gauss. L'autre résonateur *Jeanne* est monté dans le cryostat à hélium liquide. Les bobines utilisées dans ce dispositif peuvent délivrer un champ maximal de 20 Gauss.

Fréquences des modes en fonction du champ

Marie

Les figures 6.24 et 6.25 montrent l'évolution de la fréquence et du facteur de qualité du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction du champ appliqué pour Marie.

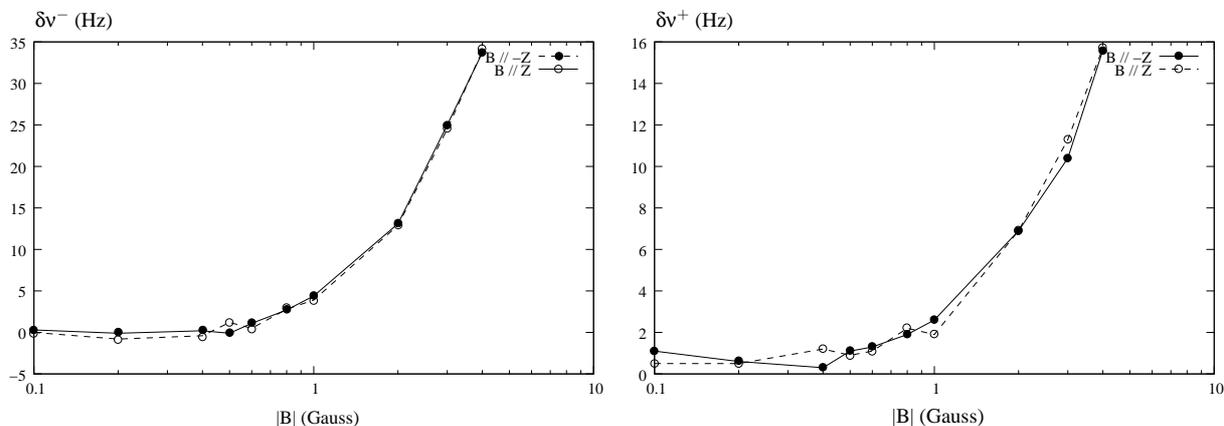


FIG. 6.24 – Evolution des fréquences du doublet de Marie en fonction du champ. L'écart fréquentiel initial entre les deux résonances du doublet, sans champ, est de 5 kHz.

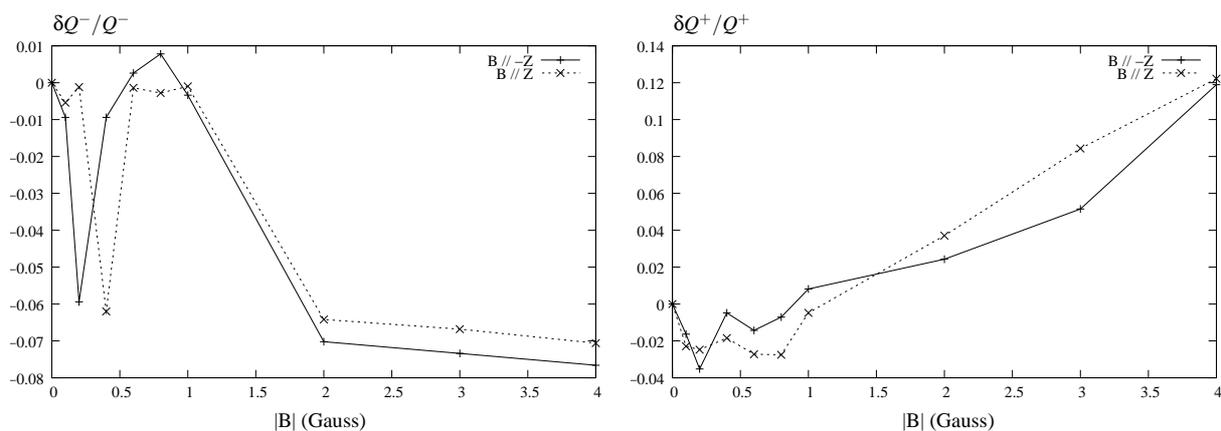


FIG. 6.25 – Variations relatives des facteurs de qualité de Marie. $Q_L^- = 500 \times 10^6$ et $Q_L^+ = 650 \times 10^6$ sans champ.

Notons que les fréquences du doublet varient très peu lorsque le champ appliqué est inférieur au Gauss.

Lorsque le champ est plus intense, les deux fréquences varient de quelques dizaines de Hz, mais pas avec la même sensibilité. En effet, la fréquence $\nu_{17,0,0}^-$ présente une sensibilité de 9,8 Hz/Gauss, alors que $\nu_{17,0,0}^+$ présente une sensibilité de 4,4 Hz/Gauss. Ces sensibilités sont être indépendantes de l'orientation du champ magnétique (selon $\pm Z$).

Lorsque $B < 1$ Gauss, le premier facteur Q^- diminue de 30 millions puis augmente et se stabilise vers sa valeur de départ. Ensuite, il chute pour $B > 1$ Gauss et finit par atteindre une valeur de 460×10^6 . L'autre facteur Q^+ ne varie pas de façon notable au début, mais augmente linéairement avec le champ appliqué. Il atteint une valeur finale de 730×10^6 pour une champ de 4 Gauss.

Le seuil à partir duquel des variations notables de la fréquence et du coefficient de surtension sont observées est de l'ordre de 1 Gauss. Cette valeur correspond théoriquement à un décalage de la fréquence RPE de 3,8 MHz ce qui est pratiquement l'écart initial entre la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ et celle de la résonance ionique à champ nul. À $B=1$ G, la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ est égale à ν_{12}^- .

Jeanne

La fréquence de l'autre résonateur, Jeanne, se comporte de la même façon que celle de Marie. Les figures 6.26 et 6.27 représentent respectivement l'évolution de sa fréquence et de son facteur de qualité en fonction du champ magnétique.

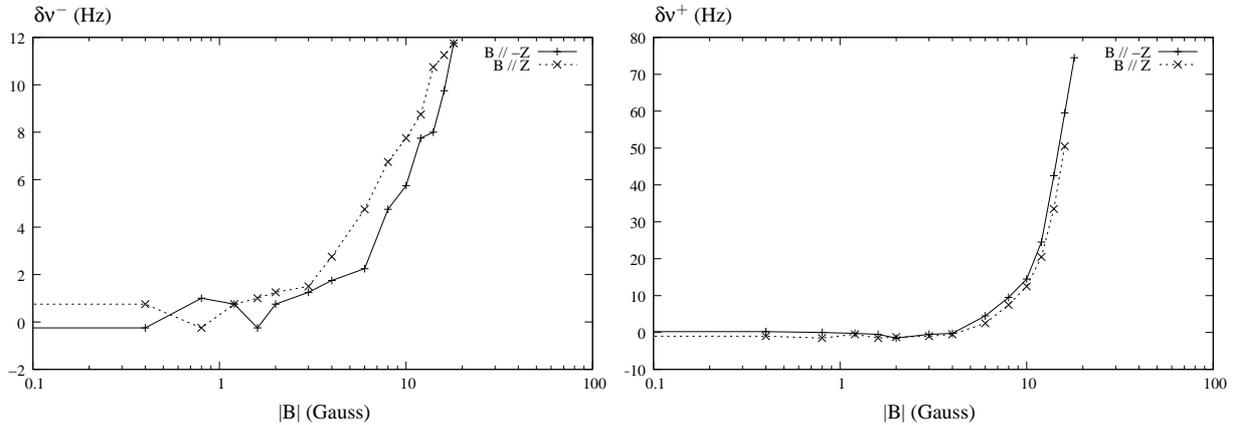


FIG. 6.26 – Evolution des fréquences du doublet de Jeanne en fonction du champ.

Le tableau suivant résume les différents résultats obtenus pour quatre de nos résonateurs.

	Fréquence	Sensibilité (Hz/Gauss)	$Q_L \times 10^6$	δQ_L en million	Seuil (Gauss)
Marie	12,041856	9,8	500	↘ 40	0,5
	12,041862	4,4	650	↗ 80	0,5
Jeanne Avant usinage	12,023984	0,7	500	↗ 40	3
	12,023994	5,4	1300	↘ 650	4
Gepetto	12,037489	0,8	-	-	1
	12,037489	0,5	2000	↘ 600	1
Jeanne Après usinage	12,040624	5,0	430	↗ 85	0,5
	12,040634	3,0	710	↗ 60	0,5

TAB. 6.8 – Sensibilités de la fréquence et du facteur de qualité du mode $WGH_{17,0,0}$ pour quatre de nos résonateurs.

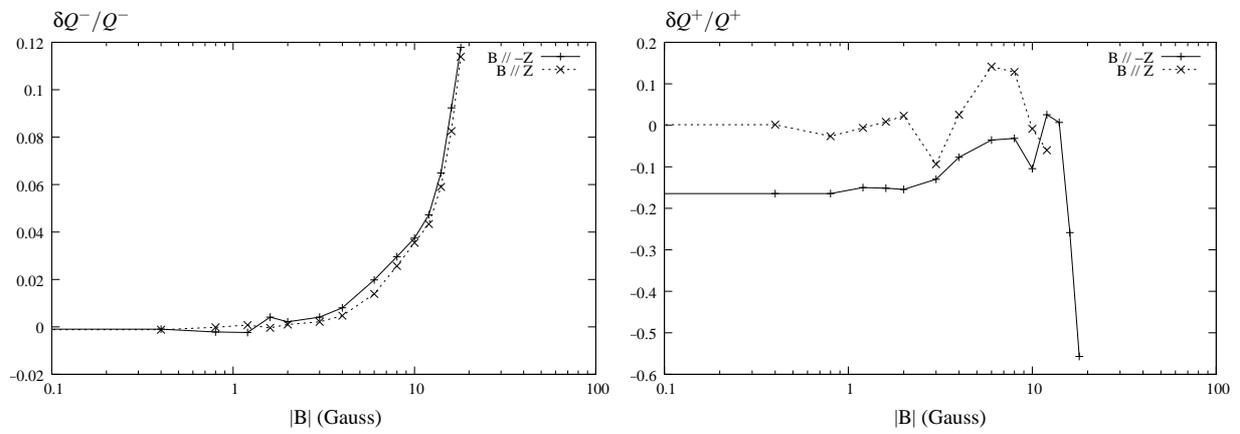


FIG. 6.27 – Variations relatives des facteurs de qualité de Jeanne. $Q_L^- = 510 \times 10^6$ et $Q_L^+ 1300 \times 10^6$ sans champ.

Chapitre 7

Caractérisation de l'instabilité de fréquence de Whigmo

Introduction

Dans ce chapitre, nous évaluons théoriquement en premier lieu la contribution des différentes sources de bruit à la mesure d'instabilité du Whigmo. Puis nous présentons une comparaison entre Whigmo et l'Oscillateur Saphir Cryogénique Australien définissant l'état de l'art mondial.

Enfin, nous présentons une expérience originale : le maser bi-mode, qui permet d'accéder à la mesure de la limite ultime de Whigmo, c'est-à-dire le bruit thermique.

7.1 Le Whigmo comme référence

Au niveau de la cavité maser le signal n'est limité en principe que par le bruit thermique [82, 83]. L'instabilité de fréquence du signal est caractérisée par une déviation d'Allan telle que [54, 84] :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{Q_L} \sqrt{\frac{k_B T_0}{2P_0 \tau}} \quad (7.1)$$

où $Q_L \approx 500 \times 10^6$ est le coefficient de surtension du résonateur, $T_0 \approx 8$ K la température du résonateur et $P_0 \approx 6$ nW la puissance du signal maser. Dans ces conditions, l'écart-type d'Allan varie comme suit :

$$\sigma_y(\tau) = 1,9 \times 10^{-16} \tau^{-1/2} \quad (7.2)$$

Dans le domaine fréquentiel, la densité spectrale de puissance (DSP) des fluctuations de phase présente un plancher de bruit :

$$S_\phi(f) = \frac{k_B T_0}{P_0} \quad (7.3)$$

Dans les mêmes conditions, le plancher de bruit se situerait à :

$$S_\phi(f) = -137,5 \text{ dB.rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1} \quad (7.4)$$

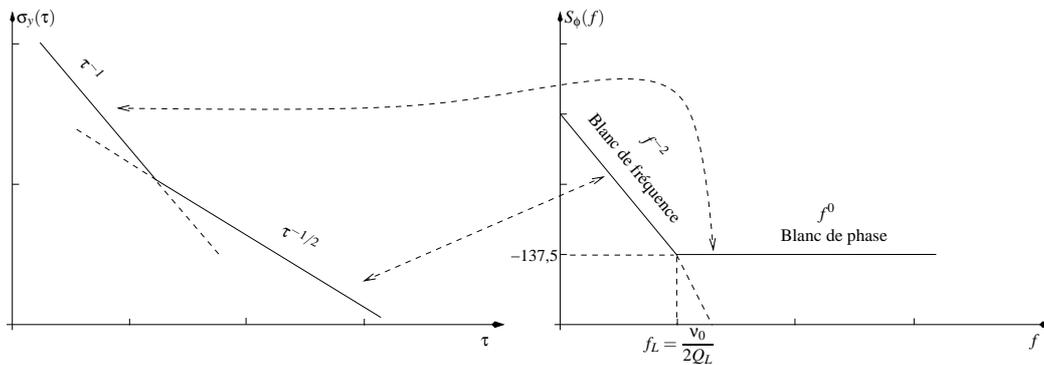


FIG. 7.1 – Ecart-type d'Allan et DSP des fluctuations de phase équivalente. Le signal maser n'est limité que par le bruit thermique à 8 K.

La fréquence de Leeson $f_L = \nu_0 / 2Q_L$ [85] est de l'ordre de 10 Hz pour un facteur de qualité de 500×10^6 et une fréquence de $\nu_0 = 12$ GHz.

7.2 Contribution de la ligne de transmission

Le faible niveau du signal maser, qui se situe à 6 nW au niveau du résonateur, nécessite qu'on l'achemine vers l'extérieur via une ligne de transmission et qu'on l'amplifie. Nous évaluons ici la contribution de la ligne de transmission à la stabilité du signal.

7.2.1 Bruit dû à la ligne de transmission

Considérons une ligne de transmission présentant un coefficient d'atténuation linéique α (m^{-1}), une longueur l et une distribution de température linéaire entre T_1 et T_2 . On suppose ici que α est indépendant de la température.

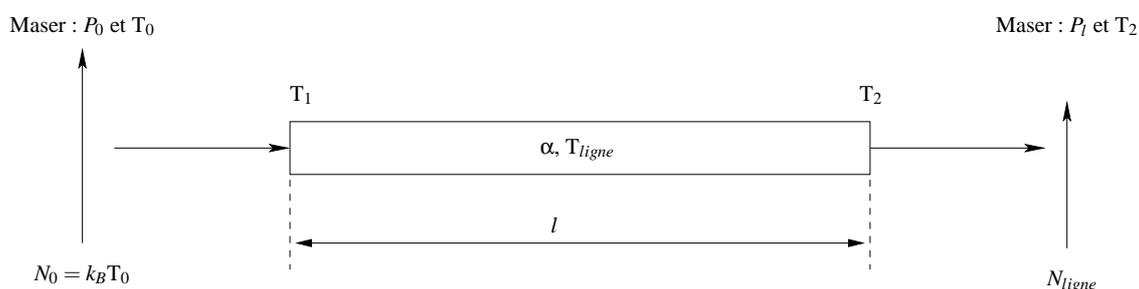


FIG. 7.2 – Processus de transmission du signal maser vers l'extérieur.

Dans le cas pratique où le résonateur est refroidi dans le cryogénérateur, la longueur l est de l'ordre de 50 cm. Dans le cryostat à hélium liquide, l correspond à la longueur de la partie émergée du câble situé au dessus bain d'hélium.

A la sortie de la ligne, on exprime la puissance du signal maser P_l en fonction des paramètres par la relation suivante :

$$P_l = P_0 e^{-\alpha l} \quad (7.5)$$

Par rapport au coefficient de transmission de la ligne S_{21} , le facteur αl correspond à :

$$\alpha l = 2 \ln(S_{21}) \quad (7.6)$$

Si le coefficient de transmission vaut 0,7 (soit -3dB), alors la puissance maser à la sortie est $P_l=3$ nW.

La ligne va également ajouter un bruit correspondant à sa température de bruit T_{ligne} . La densité de puissance du bruit totale à la sortie est alors [79] :

$$N_{ligne} = k_B T_{ligne} + k_B T_0 e^{-\alpha l} \quad (7.7)$$

La température de bruit pour une telle ligne s'exprime comme suit [86] :

$$T_{\text{ligne}} = \left(1 - \frac{1 - e^{-\alpha l}}{\alpha l}\right) T_2 - \left(e^{-\alpha l} - \frac{1 - e^{-\alpha l}}{\alpha l}\right) T_1 \quad (7.8)$$

La température à l'entrée de la ligne est la même que celle du résonateur : $T_1 = 8$ K. A la sortie, sa température T_2 se situe à 300 K. On trouve donc une température de bruit $T_{\text{ligne}} = 84$ K.

Finalement, la DSP des fluctuations de phase est :

$$S_{\phi}(f) = \frac{k_B(T_{\text{ligne}} + T_0 e^{-\alpha l})}{P_l} \quad (7.9)$$

soit un niveau de bruit de -120 dB.rad².Hz⁻¹. Le plancher augmente donc de 17,5 dB.

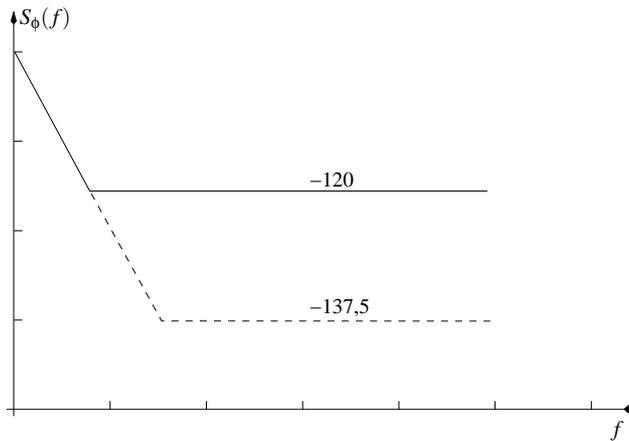


FIG. 7.3 – Contribution de la ligne de transmission. Elle dégrade la stabilité du signal maser de 17,5 dB.

L'utilisation d'un câble à très faibles pertes est donc importante pour ne pas dégrader la qualité du signal maser.

7.2.2 La contribution de l'amplificateur

Les caractéristiques principales d'un amplificateur sont son gain G et son facteur de bruit F . La figure 7.4 schématise l'amplificateur et les sources de bruit principales.

L'amplificateur idéal n'amplifie que le signal disponible à son entrée ainsi que le bruit qui l'accompagne. Dans la réalité, il ajoute un certain bruit correspondant à $N_A = k_B T_{\text{ampli}}$, avec T_{ampli} la température de bruit de l'amplificateur. La densité de puissance du bruit total à la sortie de l'amplificateur est alors :

$$N_{\text{ampli}} = G k_B T_{\text{réf}} + G k_B T_{\text{ampli}} \quad (7.10)$$

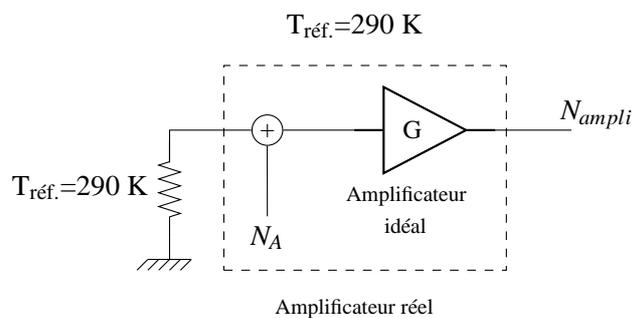


FIG. 7.4 – Schéma équivalent d'un amplificateur.

La température de bruit T_{ampli} est reliée au facteur de bruit de l'amplificateur par la relation suivante :

$$T_{\text{ampli}} = T_{\text{réf.}}(F - 1) \quad (7.11)$$

Par convention la température de référence $T_{\text{réf}}$ est 290 K. Dans notre cas, on utilise un amplificateur AFS6 de gain $G = 40 \text{ dB}$ et de facteur de bruit $F = 1,3 \text{ dB}$, soit une température de bruit $T_{\text{ampli}} = 101 \text{ K}$.

7.2.3 Contribution Ligne+Amplificateur

Le signal maser à la sortie de la cavité est acheminé vers l'extérieur par l'intermédiaire d'une ligne de transmission de 3 dB de pertes. Le signal est ensuite amplifié à température ambiante. La figure suivante représente le chemin qu'emprunte le signal maser.

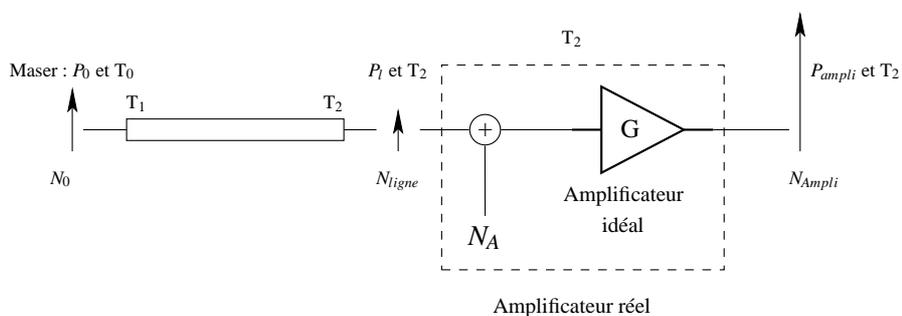


FIG. 7.5 – Schéma de la ligne de transmission totale. L'amplificateur est placé à l'extérieur du cryostat.

A la sortie du dispositif cryogénique, le niveau du signal maser est $P_l = 3 \text{ nW}$. Après amplification, il se retrouve à un niveau $P_{\text{ampli}} = 30 \text{ }\mu\text{W}$. La densité de puissance du bruit à la sortie s'exprime comme suit :

$$N_{\text{ampli}} = GN_{\text{ligne}} + Gk_B T_{\text{ampli}} \quad (7.12)$$

Soit une DSP des fluctuations de phase :

$$S_{\phi}(f) = \frac{N_{ampli}}{P_{ampli}} = -118 \text{dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1} \quad (7.13)$$

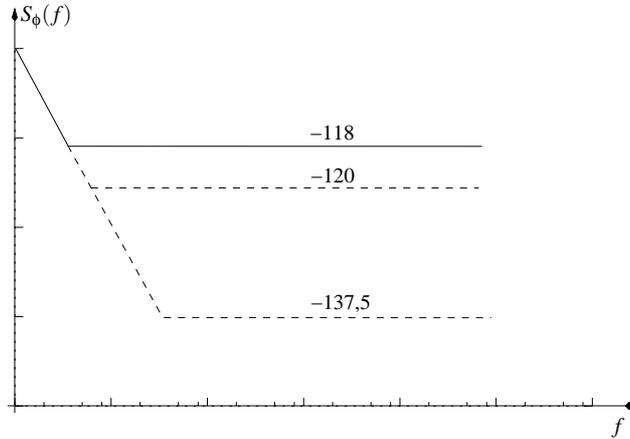


FIG. 7.6 – Contribution de l'amplificateur. Au final le plancher de bruit blanc de phase est dégradé de 19,5 dB.

L'amplificateur augmente donc le niveau de bruit de 2 dB.

Pour diminuer le bruit introduit par la ligne de transmission, il est judicieux de mettre l'amplificateur avant celle-ci. Il est donc nécessaire d'utiliser un amplificateur cryogénique.

7.2.4 Introduction d'un amplificateur cryogénique

Cette fois-ci, on considère l'amplificateur AFS6 cryogénique, introduit dans le chapitre 5. A une température physique de 77 K, l'amplificateur présente un facteur de bruit de 0,4 dB et un gain de 40 dB. Il est placé à la sortie du résonateur et se trouve dans une température physique de $T_0=8$ K. Supposons que le facteur de bruit à cette température soit le même qu'à 77 K, la température de bruit de l'amplificateur est alors de 24 K. Dans ce cas, la DSP des fluctuations de phase à la sortie de l'amplificateur est :

$$S_{\phi}(f) = \frac{Gk_B(T_0 + T_{ampli})}{P_{ampli}} \quad (7.14)$$

La puissance maser à la sortie de l'amplificateur étant cette fois $P_{ampli}=60 \mu \text{W}$, la DSP est : $S_{\phi}(f) = -131 \text{dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. On perd alors 6,5 dB par rapport au bruit de la cavité maser. Ce niveau est acceptable par rapport à celui de la ligne sans amplification. De plus, le facteur de bruit est sûrement plus faible à 8 K qu'à 77 K, la dégradation de 6,5 dB est donc une valeur maximale.

Dans le cas où la ligne de transmission serait placée après l'amplificateur, alors la DSP des fluctua-

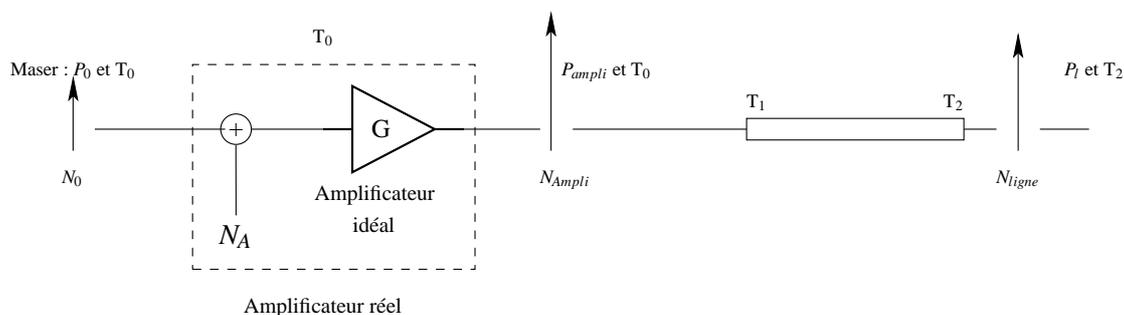


FIG. 7.7 – Schéma de la ligne de transmission totale. L'amplificateur est placé cette fois avant le câble.

tions de phase serait :

$$S_{\phi}(f) = \frac{N_{ampli}e^{-\alpha l} + k_B T_{ligne}}{P_{ligne}} \quad (7.15)$$

La température de la ligne est toujours à 8 K et la puissance maser à la sortie est $P_{ligne}=30$ n W. Le plancher reste quasiment au même niveau.

7.2.5 Le bruit flicker de l'amplificateur

Dans les modèles précédents, nous avons considéré que l'amplificateur ne présente que du bruit thermique. En réalité, il présente également un bruit flicker caractérisé par une pente en $1/f$. Ce bruit rejoint le bruit thermique à une fréquence f_{ampli} appelée fréquence de coin et qui dépend de la technologie de l'amplificateur et de la puissance.

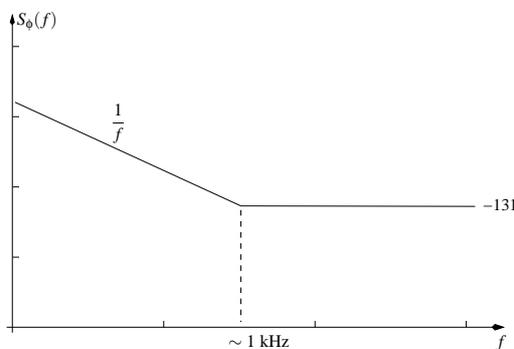


FIG. 7.8 – Bruit d'un amplificateur. Il présente une pente en $1/f$ due au bruit flicker et un plancher de bruit thermique. La fréquence f_{ampli} est ici de l'ordre de 1 kHz.

Ce bruit flicker provient de la modulation des réactances d'entrée du transistor par les sources de bruit de tension BF. La figure 7.9 représente un schéma équivalent d'un transistor MESFET.

La source de bruit module la capacité non linéaire, ce qui se répercute sur la phase du signal amplifié. Le bruit flicker s'ajoute quadratiquement au bruit du maser et le spectre en sortie aura la forme présentée

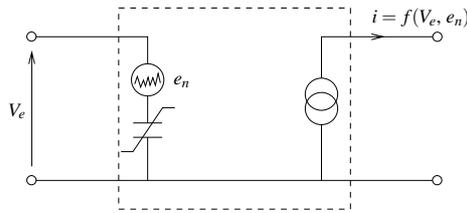


FIG. 7.9 – Modèle simple d'un transistor MESFET avec une capacité d'entrée non linéaire.

sur la figure 7.10.

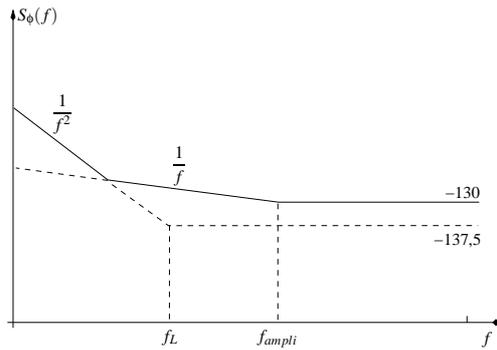


FIG. 7.10 – Bilan des principaux bruits qui dégradent la qualité du signal maser.

7.3 Mesure de la stabilité de fréquence

Classiquement, on caractérise la stabilité d'une source en la comparant à une référence. On mélange les deux signaux puis on compte le battement obtenu. Dans le cas où les fluctuations de fréquence de la référence sont très inférieures à celles de la source, on mesure directement la stabilité de cette dernière. La figure 7.11 représente le schéma du banc de mesure utilisé à cet effet.

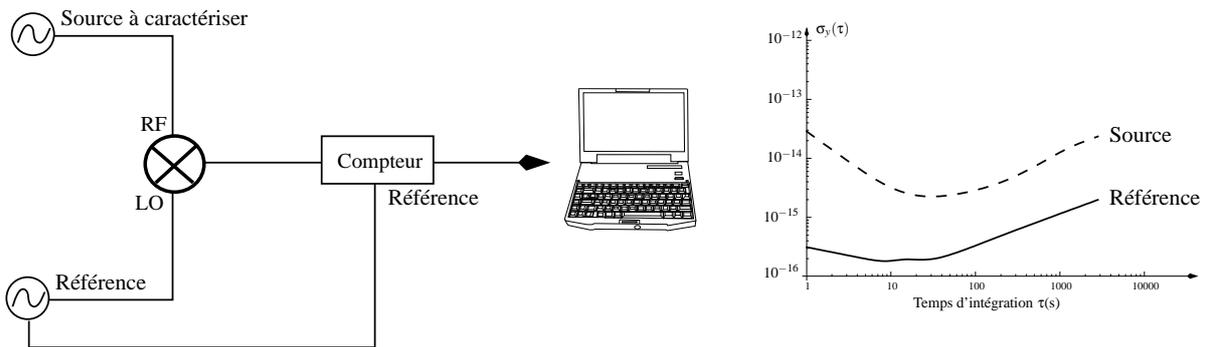


FIG. 7.11 – Principe du banc de mesure.

Le compteur moyenne la période du signal pendant le temps τ . A partir des mesures (échantillons)

delivrées par ce compteur, on utilise des outils statistiques particuliers pour calculer la variance qui est une image de l'instabilité relative de fréquence. Le calcul de cette variance revient à appliquer à la DSP des fluctuations relatives de fréquence un filtrage de fonction de transfert $H(f)$, tel que :

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} S_y(f) |H(f)|^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_H}\right)^2} df \quad (7.16)$$

où f_H est la fréquence de coupure de l'instrument.

Dans le cas de la variance d'Allan que l'on peut calculer à partir des données fournies par un compteur classique, le filtre équivalent présente une réponse impulsionnelle $h(t)$ telle que :

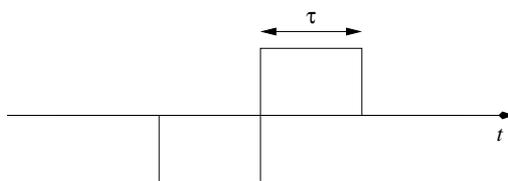


FIG. 7.12 – Réponse impulsionnelle du filtre $h(t)$.

Les bruits flicker de phase et blanc de phase donnent une variance d'Allan variant en τ^{-2} et sont fortement dépendants de la bande passante f_H de l'instrument de mesure.

Avec les compteurs modernes à haute résolution (type HP53132) que nous utilisons, la situation est plus complexe. Le traitement des signaux réalisé par le compteur en aval du calcul de la variance modifie la fenêtre temporelle du filtre H . Celle-ci a une forme triangulaire [87, 88] :

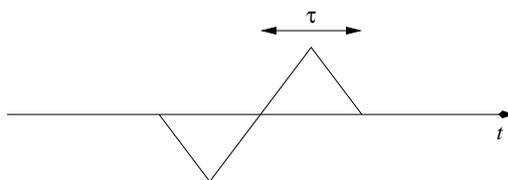


FIG. 7.13 – Réponse impulsionnelle du filtre triangulaire.

Ceci a une influence faible sur le bruit blanc de fréquence mais modifie complètement la réponse au bruit flicker de phase et blanc de phase. Le tableau 7.1 montre les différences entre les deux types de variances.

Avec ce type de compteur, les contributions du bruit blanc de phase et flicker de phase peuvent être distinguées car elles présentent des pentes différentes. De plus, la variance calculée ne dépend plus de f_H et est beaucoup plus faible que la variance d'Allan. En pratique, l'utilisation de ces instruments pour la caractérisation de nos mesures gomme l'influence de ces deux sources de bruit. Nos mesures de variance

Type de bruit	Blanc de phase	Flicker de phase	Blanc de fréquence
$S_{\phi}(f)$	$h_2 v_0^2$	$h_1 \frac{v_0}{f}$	$h_0 \frac{v_0}{f^2}$
$S_y(f)$	$h_2 f^2$	$h_1 f$	h_0
σ_y^2 Allan	$\frac{3f_H}{4\pi^2} h_2 \tau^{-2}$	$\frac{1,038 + 3\ln(2\pi f_H \tau)}{4\pi^2} h_1 \tau^{-2}$	$\frac{1}{2} h_0 \tau^{-1}$
σ^2 Triangle	$\frac{2}{\pi^2} h_2 \tau^{-3}$	$\frac{6\ln\frac{27}{16}}{\pi^2} h_1 \tau^{-2}$	$\frac{2}{3} h_0 \tau^{-1}$

TAB. 7.1 – Comparaison entre la variance d'Allan des compteurs classiques et la variance triangle des compteurs modernes.

seront donc essentiellement sensibles au bruit blanc de fréquence. Les figures suivantes représentent les écarts-types pour les deux types de fenêtres temporelles pour un maser de puissance $P_0 = 6$ nW et un filtre de bande passante $f_H = 30$ kHz.

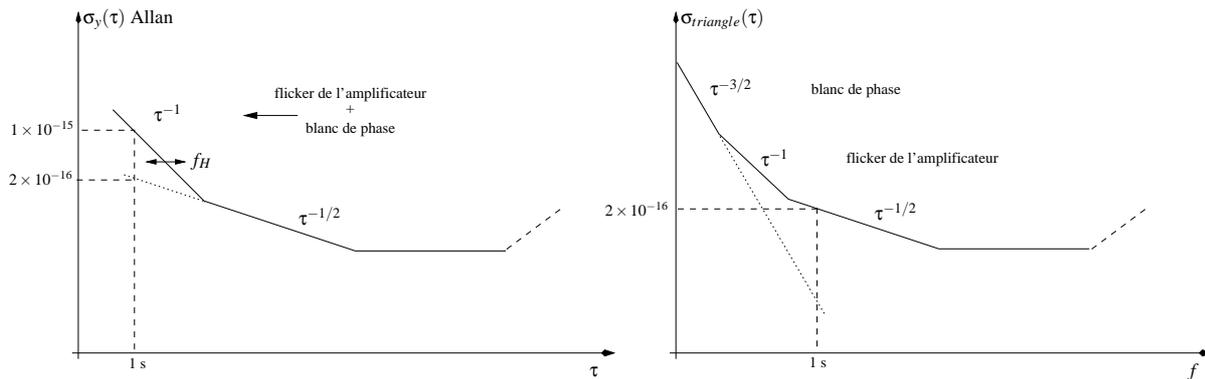


FIG. 7.14 – Performance attendue du maser. A gauche la déviation d'Allan. A droite l'écart-type triangle.

Par la suite, nous continuerons à noter les stabilités de fréquence comme $\sigma_y(\tau)$ (écart-type d'Allan) malgré l'utilisation de ce compteur particulier. Ceci est justifié par le fait que nous nous intéressons plus particulièrement au bruit blanc de fréquence, flicker de fréquence et dérive. Pour ces bruits, les deux variances sont très proches.

7.3.1 Evaluations préliminaires de la stabilité de fréquence

L'évaluation de la stabilité de fréquence d'un oscillateur tel que le Whigmo pose un problème technique difficile. En effet, pour espérer mesurer l'instabilité de notre maser, il faut soit disposer d'une référence à une fréquence proche et présentant une meilleure stabilité de fréquence, soit construire et faire fonctionner en même temps deux masers Whigmo.

Une première mesure de l'instabilité de fréquence du Whigmo a été réalisée en collaboration avec l'Université de Western Australia (UWA). Le Whigmo a été comparé à l'oscillateur saphir cryogénique (OSC) d'UWA qui présente l'état de l'art en terme de stabilité à court terme.

L'OSC présente une fréquence $\nu_{OSC} = 11,200$ GHz, alors que le Whigmo oscille à $\nu_{maser} = 12,038$ GHz. L'écart de 838 MHz est problématique, car nous ne disposons pas de compteur de fréquence à haute résolution permettant une mesure directe du battement. Le HP53132, par exemple, présente une limite de résolution supérieure à 10^{-12} à une telle fréquence (voir section 3.6.2 de [16]). Le montage d'une chaîne de synthèse permettant de transférer la stabilité l'OSC est alors indispensable. La mise en œuvre d'un tel dispositif est une étude en soit et sort du cadre de cette thèse. Nous avons construit avec les moyens disponibles une chaîne non optimisée qui est décrite sur la figure 7.15.

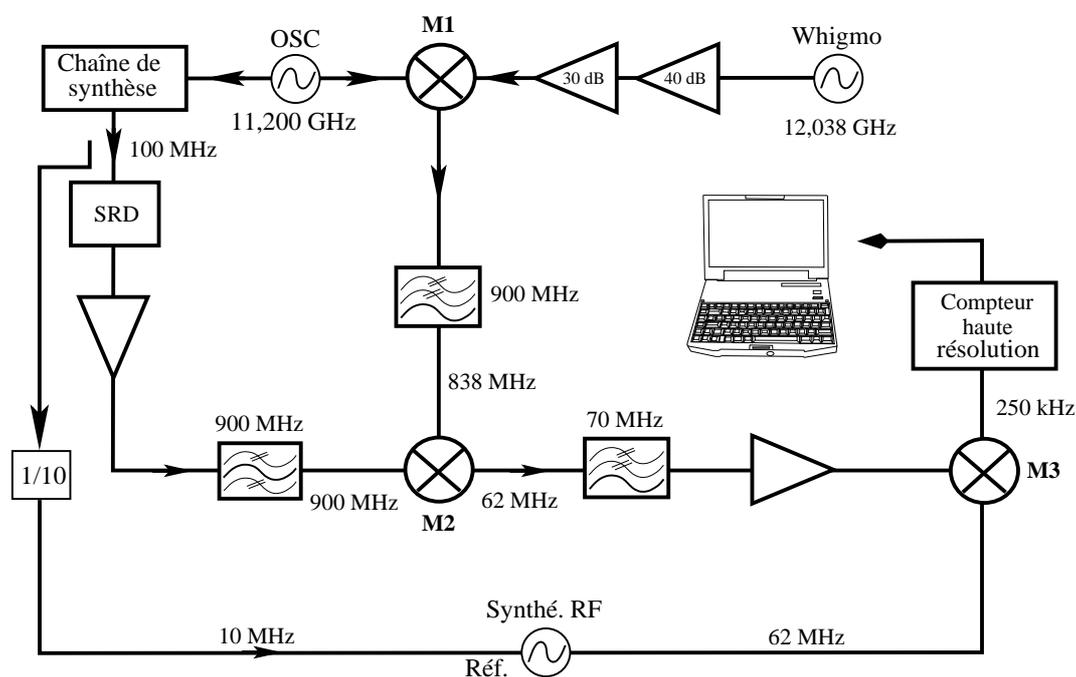


FIG. 7.15 – Comparaison entre le Whigmo et l'OSC de l'UWA.

Le signal généré par le Whigmo est amplifié (gain 70 dB) pour attaquer le mélangeur **M1** qui sert à

extraire le signal de battement à 838 MHz. Pour atteindre une résolution suffisante, il est alors nécessaire d'abaisser la fréquence de ce battement à une valeur inférieure à 300 kHz. Cette opération est réalisée en deux étapes :

- Un signal à 100 MHz est tout d'abord généré à partir de l'OSC à l'aide d'une chaîne de synthèse disponible []. Un générateur de peigne à diode step permet d'obtenir un signal à 900 MHz qui est utilisé comme signal OL dans le mélangeur **M2**. Ce dernier reçoit également le signal à 838 MHz et délivre finalement une fréquence de 62 MHz.

- Un troisième mélangeur **M3** permet ensuite le transfert à basse fréquence, en comparant ce signal à 62 MHz avec celui d'un synthétiseur RF piloté par l'OSC.

La résultante à 250 kHz peut alors être envoyée sur le compteur, après filtrage et amplification, pour extraire la stabilité de fréquence.

La figure suivante présente les mesures effectuées.

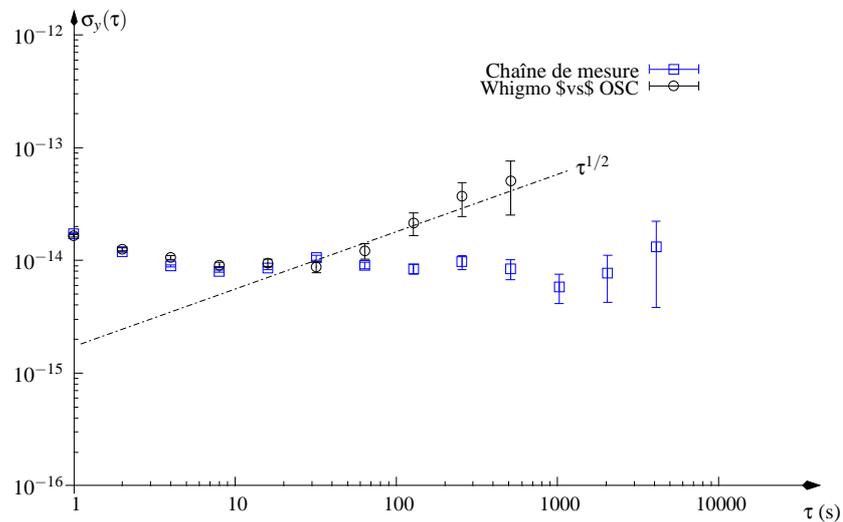


FIG. 7.16 – Résultat de la comparaison entre le Whigmo et l'OSC. Les carrés représentent les fluctuations relatives de fréquence provenant du bruit propre de la chaîne de synthèse. Les cercles représentent la mesure de la stabilité du battement à 250 kHz.

La comparaison entre le Whigmo et l'OSC montre une instabilité court terme ($\tau < 100$ s) de l'ordre de 1×10^{-14} , puis une dégradation correspondant à une marche aléatoire de fréquence à plus long terme.

Il est évident que la résolution de la mesure est limitée à court terme par le bruit de la synthèse et donc pour $\tau < 100$ s, l'instabilité du Whigmo est inférieure à 1×10^{-14} . La marche aléatoire de fréquence visible pour $\tau > 300$ s peut provenir des fluctuations de fréquence et de puissance du signal pompe. En effet, dans cette expérience, aucune régulation au niveau de la pompe n'a été mise en œuvre.

7.3.2 Le maser bimode

Le comportement multimode est en général à éviter pour une référence de fréquence ultra-stable. Nous avons déjà évoqué le fait que le Whigmo peut, dans certaines conditions, présenter simultanément des oscillations maser sur plusieurs modes de galerie. Ceci provient du caractère inhomogène de l'élargissement de la raie RPE. En effet, tous les modes à fort Q situés dans la bande fréquentielle ionique sont susceptibles d'osciller. Le *hole burning spatial* permet quant à lui de faire osciller simultanément les deux modes jumeaux du même doublet $WGH_{17,0,0}$. En pratique, on ajuste les paramètres : fréquence et puissance pompe, température, champ magnétique dc pour éviter ce comportement.

Cependant, nous allons voir que l'utilisation d'une oscillation bi-mode sur le doublet $WGH_{17,0,0}$ a permis d'observer la limite ultime de stabilité correspondant au bruit thermique du maser. En effet, supposons le maser fonctionnant simultanément sur les deux modes $WGH_{17,0,0}$ séparés en fréquence de 10 kHz. Les deux signaux maser sont issus du même résonateur et subissent des influences corrélées des fluctuations de température, champ magnétique dc, vibrations ... En réalisant le battement entre ces deux signaux, on rejette les fluctuations communes et l'on a alors accès au bruit intrinsèque de chaque maser dont la contribution à l'instabilité de fréquence est donnée par la formule :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{Q_L} \sqrt{\frac{k_B T_0}{2P_0 \tau}} \quad (7.17)$$

Le maser bimode consiste en l'oscillation simultanée de deux signaux selon le doublet du mode $WGH_{17,0,0}$. En appliquant une onde à une fréquence de 31 GHz et à une puissance relativement faible (proche du seuil), nous avons mesuré deux oscillations issues de la même sortie. En augmentant progressivement la puissance pompe, les niveaux des deux signaux augmentent, jusqu'à un niveau où l'un des deux maser commence à diminuer au profit du deuxième et finit ensuite par disparaître complètement. Le signal restant se comporte alors comme un signal maser classique. La figure 7.17 montre un exemple de l'évolution des puissances des deux signaux en fonction de la puissance pompe.

Le signal pompe est appliqué selon le mode P_{j15} à 31,353 GHz (voir annexe B). Les caractéristiques du doublet du mode $WGH_{17,0,0}$ sont résumées dans le tableau suivant :

Jeanne		
Fréq (GHz)	β	$Q_0 \times 10^6$
$\nu^- = 12,040624$	0,020	680
$\nu^+ = 12,040633$	0,070	550

TAB. 7.2 – Couplage du mode $WGH_{17,0,0}$ du résonateur Jeanne à 5 K.

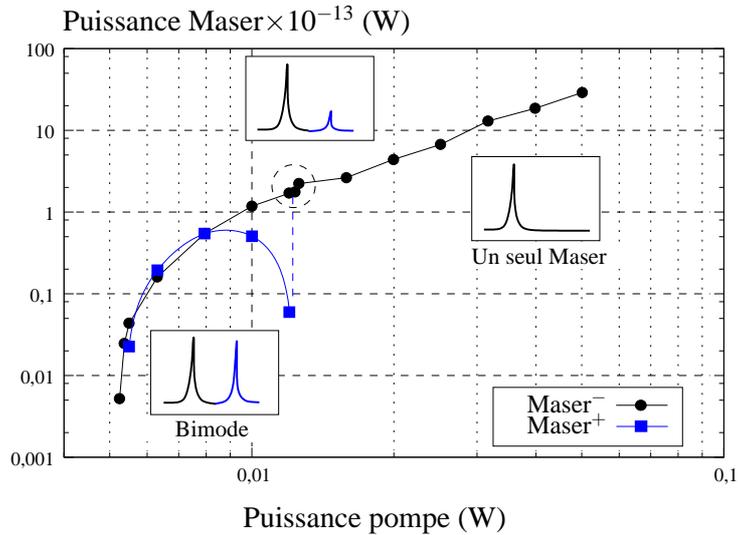


FIG. 7.17 – Puissance des deux signaux maser en fonction de la puissance pompe appliquée à l'entrée du cryostat.

D'autres mesures sont présentées en annexes B et D. En général, le signal maser oscille selon le mode présentant le Q_0 le plus important. Dans le cas du bimode, les deux facteurs de qualité sont très proches. La puissance émise est alors distribuée de la même façon entre le doublet.

Les deux signaux présentant des niveaux de puissance très faibles, de l'ordre de -100 dBm, nous les avons amplifiés via la même chaîne d'amplification (voir figure 7.18). Les deux signaux issus de la

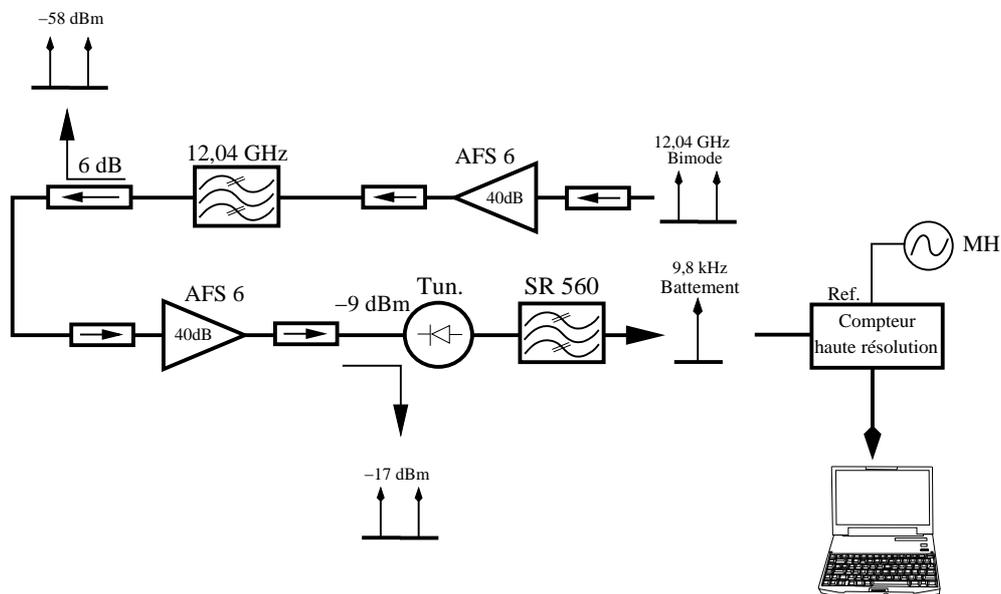


FIG. 7.18 – La chaîne d'amplification du bimode.

même sortie sont amplifiés par deux amplificateurs (2×40 dB de gain, chacun). Puis ils sont envoyés

vers un détecteur quadratique (diode tunnel) pour être mélangés. Un filtre passe-bande, (12,040 GHz, $Q_L = 210$ Hz, -8,7dB), est placé entre les deux amplificateurs pour diminuer la bande du bruit thermique engendré par le premier étage. Le niveau total de la puissance à l'entrée de la diode est de -10 dBm (dans la zone de fonctionnement linéaire du détecteur). Le battement obtenu à 9,8 kHz, à la sortie de la diode, est ensuite filtré par un filtre passe-bande [3k-30kHz] puis amplifié par un amplificateur faible bruit (le SR 560). Enfin, ce battement est envoyé vers un compteur haute résolution, le HP53132, pour extraire la déviation d'Allan.

La contribution du bruit flicker de l'amplificateur est commune aux deux signaux et se trouve donc gommée par principe. Le bruit blanc de phase associé à la ligne et au facteur de bruit de l'amplificateur a peu d'influence à cause du compteur utilisé (voir section 7.3).

La figure 7.19 représente le résultat obtenu pour différentes puissances maser.

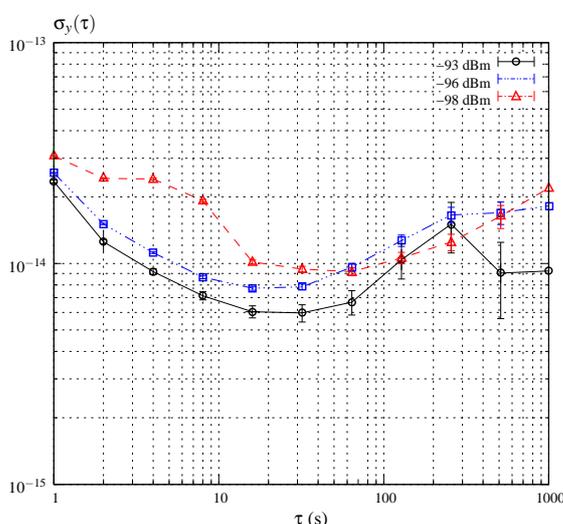


FIG. 7.19 – Résultat de la mesure de la stabilité du battement.

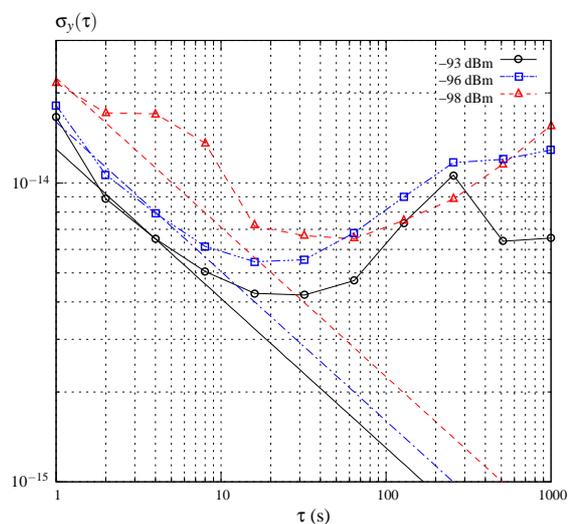


FIG. 7.20 – Limite d'instabilité provenant du bruit thermique pour un seul maser.

Pour des temps d'intégration inférieurs à 10 s, on mesure le bruit thermique. En effet, la déviation varie en $\tau^{-1/2}$. A plus long terme, on retrouve une marche aléatoire car les fluctuations ne sont pas complètement filtrées. Il est fort probable que les sensibilités aux paramètres expérimentaux ne soient pas les mêmes pour les deux modes de galerie. Il en est de même pour l'effet des vibrations à $\tau=1$ s. La "bosse" visible sur l'instabilité mesurée à -98 dBm provient du fait que les deux maser sont très proches du seuil.

Sur la figure suivante, nous avons reporté la stabilité à 1 s déduite de la mesure ainsi que la valeur théorique attendue à partir de la formule (7.17).

Un très bon accord est observé. Ceci démontre que le phénomène ultime limitant la stabilité du maser

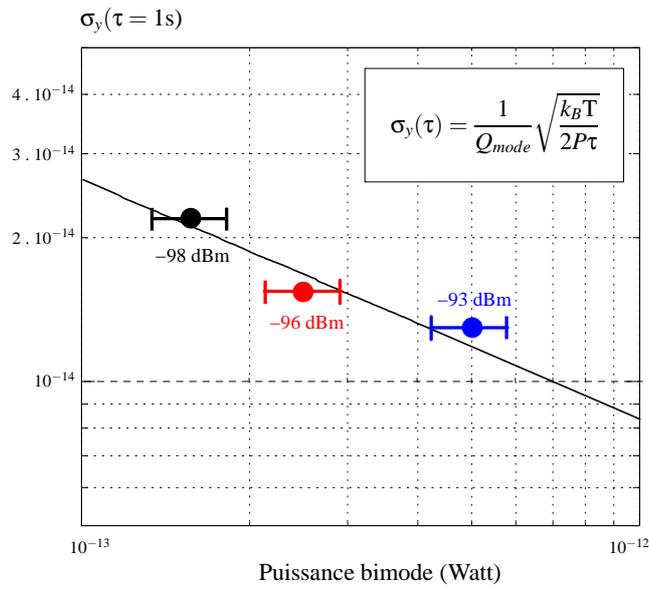


FIG. 7.21 – Comparaison entre la déviation d'Allan mesurée et calculée à 1 s.

est bien le bruit thermique.

Conclusion générale

Ce mémoire est le fruit de trois années de travail au sein de l'équipe Temps-Fréquence de l'Institut FEMTO-ST de Besançon. Il constitue une première étude sur le maser cryogénique à modes de galerie, destinée à la caractérisation du signal et à en montrer toutes les potentialités.

Effet bistable : la modélisation du comportement bistable du résonateur permet actuellement de caractériser les paramètres physiques des ions fer et de prédire ainsi la possibilité d'oscillation maser. Les paramètres mesurés permettent d'obtenir un très bon accord entre la mesure et le calcul. La concentration nécessaire pour créer un signal maser est de l'ordre de la dizaine de ppb.

Calcul de la puissance maser : les calculs réalisés sur la puissance de ce signal montrent qu'il est possible d'atteindre des niveaux de l'ordre de la dizaine de nanowatts pour des concentrations ioniques très faibles. Ils permettent également de prédire la puissance émise à la saturation du système avec une bonne précision confirmant l'ordre de grandeur de la concentration ionique mesurée à 10 ppb.

Mesures du signal maser : la caractérisation du signal maser a permis l'identification de points de fonctionnement optimaux. A priori, il ne nécessite aucune régulation à part la température qui doit être maintenue à 8 K. Toutefois, la ligne de transmission à 31 GHz nécessite encore d'être optimisée par l'introduction de passages de type K.

Stabilité ultime du Whigmo : une mesure comparant le Whigmo à l'OSC à l'état de l'art a montré que le signal maser est meilleur que 10^{-14} à court terme, mesure limitée par le banc utilisé.

Grâce au fonctionnement maser bimode, pour des puissances de l'ordre du picowatt, la mesure de la stabilité du Whigmo a montré, comme prévu, qu'elle n'est limitée que par le bruit thermique. Le maser monomode fonctionnant à quelques nanowatts de puissance pourrait donc présenter des niveaux de stabilité de l'ordre de $10^{-16}\tau^{-1/2}$. La régulation de la puissance du signal pompe permettra certainement d'améliorer la stabilité relative de fréquence à long terme.

Amélioration possible des performances du Whigmo : la stabilité du Whigmo étant limitée par le facteur de qualité du résonateur et par la puissance maser, on cherchera à les maximiser. L'obtention de Q importants nécessite l'emploi de cristaux ultra-purs. D'autre part, l'augmentation du niveau de puissance maser nécessite l'emploi d'un grand nombre d'ions paramagnétiques. Pour cela, un recuit à très haute température pourrait être la solution. Les ions Fe^{2+} présents initialement dans le réseau cristallin (de l'ordre du ppm) se transforment ainsi en ions paramagnétiques Fe^{3+} . Ceci permet de ne pas détériorer la qualité du cristal et donc de conserver un très fort facteur de qualité. Il a été obtenu, avec un des cristaux australiens, un niveau de puissance de $0,2 \mu W$ tout en gardant un facteur de qualité $Q_L \approx 10^9$. Ceci repousse donc la limite ultime du Whigmo à $10^{-18} \tau^{-1/2}$.

Lors de ce travail, nous avons réussi à montrer les potentialités du maser cryogénique à modes de galerie. Aujourd'hui, nous pouvons confirmer que ce nouvel oscillateur est une alternative sérieuse aux Oscillateurs Saphir Cryogéniques classiques. En utilisant d'autres ions (Mo^{3+} , Ti^{3+} , ...) et d'autres matrices (MgO , $MgWO$, ...), son principe simple peut s'étendre aisément à des fréquences plus hautes.

Annexe A

Données des modes de galerie $WGH_{m,0,0}$ autour de 12 GHz

Cette annexe résume les données des modes de galerie $WGH_{m,0,0}$ des résonateurs *Marie* et *Jeanne*.

TAB. A.1 – *Données des modes du résonateur Jeanne @ 4,2 K.*

m	Fréquence (GHz) avant usinage	Fréquence (GHz) usinage (1)	Fréquence (GHz) usinage (2)
9	9,5674429		
10	7,705338		
11	8,327618		
12	8,947973	8,953750	8,970339
13	9,566473	9,572093	9,587394
14	10,183213	10,188654	10,200647
15	10,798304	10,803575	11,429394
16	11,409648	11,416977	12,0406
17	12,023984	12,028970	12,650601
18	12,634770	12,639623	13,259421
19	13,244314	13,249066	
20	13,852688	13,857343	14,473809
21	14,459964	14,462531	15,079477
22	15,066211		
23	15,671492		

TAB. A.2 – *Données des modes du résonateur Marie @ 4,2 K*

m	Fréquence (GHz) avant usinage	Fréquence (GHz) usinage (1)	Fréquence (GHz) usinage (2)
12	8,948773		8,971307
13	9,567434		9,588420
14	10,184274		10,203941
15	10,799442		10,817963
16	11,413066		11,430574
17	12,025248		12,041856
18	12,636085		12,650384
19	13,245685		13,260752
20	13,854111		13,868513
21	14,458858		14,475254
22			15,077340

Annexe B

Mesures des modes de galerie pompes

La deuxième annexe, décrit les données des modes de galerie pompe à 31 GHz de nos différents résonateurs.

Marie

Pour ce résonateur on a utilisé deux accès, une antenne et une boucle, placées à 180° l'un de l'autre. On teste les deux accès pour voir lequel présente le maximum de puissance Maser.

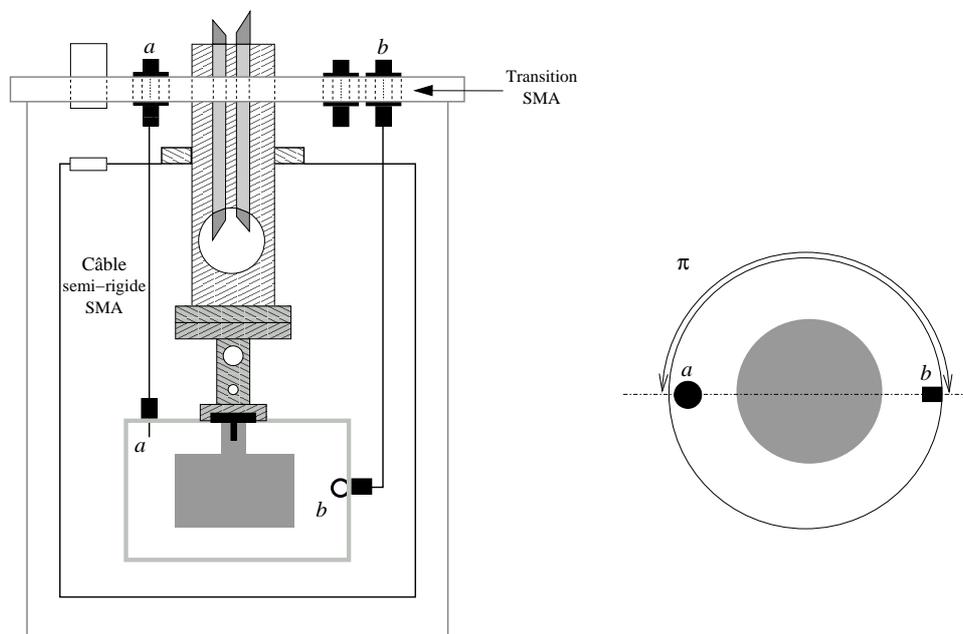


FIG. B.1 – *Dispositif expérimental de Marie.*

TAB. B.1 – Données des modes de galerie pompes de Marie. D : ligne désadaptée. x : pas de signal. o : Bimode. n : pas de Bimode. B : Bimode avec un champ magnétique DC. L'accès 'b' est une boucle magnétique et l'accès 'a' est une antenne.

Pompe	Fréquence (GHz)	β_b	β_a	$Q_L \times 10^6$	$P_{Maser\ b}$ (dBm)	Bimode	$P_{Maser\ a}$ (dBm)	Bimode
P _{m1}	31,275829	D	D	-	x	x	x	x
	31,327831	0,04	D	700	x	x	x	x
P _{m2}	31,278250	0,01	0,01	130	x	x	x	x
	31,278925	0,01	0,01	-	x	x	x	x
P _{m3}	31,298926	0,21	-0,03	210	x	x	x	x
	31,298926	-	-	-	x	x	x	x
P _{m4}	31,299928	0,01	0,01	30	x	x	x	x
	31,299929	D	D	-	x	x	x	x
P _{m5}	31,302919	0,02	D	200	-83	B	-92,7	n
	31,302920	0,01	D	-	x	x	x	x
P _{m8}	31,313602	0,1	D	60	-82,2	n	-77,5	x
	31,313603	0,01	D	-	-95,7	B	x	x
P _{m12}	31,336873	0,8	D	2,5	x	x	x	x
P _{m13}	-	-	-	-	-	-	-	-
P _{m14}	-	-	-	-	-	-	-	-
P _{m15}	-	-	-	-	-	-	-	-
	31,355030	0,01	0	-	-80	B	-69	n
P _{m16}	31,359112	0,05	0	-	-91	o	-72,9	n
	31,359113	0,04	0	-	-79,1	o	-71	n
P _{m17}	31,362808	0,06	0,05	-	-89	o	-90,4	n
P _{m18}	31,366530	0,19	0,01	30	x	x	-98,7	n
	31,366531	0,19	0,01	800	-83	B	-80,9	n
P _{m19}	31,370262	D	-	22	x	x	x	x
	31,370274	0,49	D	45	x	x	x	x
P _{m20}	31,371980	D	0,02	-	-80,1	n	-81	n
	31,371981	0,24	0,03	-	-78,1	n	-76,5	n
P _{m21}	31,378240	0,35	0,01	10	-85,4	n	x	x
P _{m22}	31,378537	D	D	-	x	x	x	x
	31,378538	0,31	0,01	180	-79	n	x	x
P _{m23}	31,382167	0,05	0	50	-80,5	n	x	x
	31,382168	0,07	0,01	-	-88,8	n	-79,5	n
P _{m24}	31,386583	0,11	0,04	250	-79,6	n	-82,2	n
	31,386583	D	D	-	-83,5	n	-84	n
P _{m25}	31,393677	D	D	-	x	x	x	x
	31,393678	D	D	-	x	x	x	x
P _{m26}	31,397635	0,56	D	520	x	x	x	x
P _{m27}	31,411743	0,04	D	-	x	x	x	x
	31,411745	0,23	D	45	x	x	x	x
P _{m28}	31,412710	0,36	D	16	x	x	x	x

Jeanne

On a utilisé pour ce résonateur deux accès, une antenne pour le pompage et une boucle magnétique pour le signal maser. Là aussi, les deux accès sont placés à 180° l'un de l'autre.

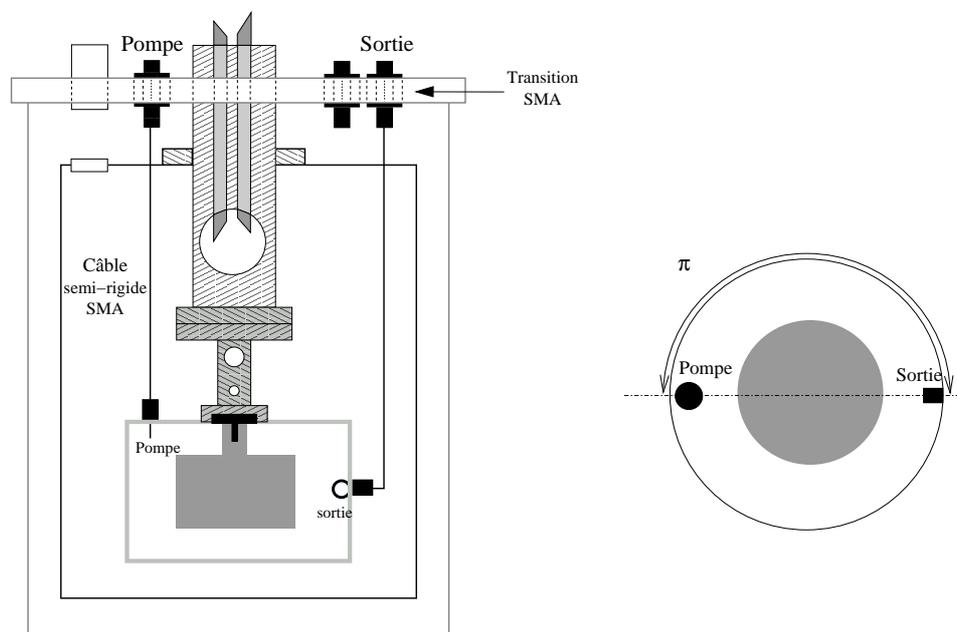


FIG. B.2 – Dispositif expérimental de Jeanne.

TAB. B.2 – Données des modes de galerie pompes de Jeanne. D : ligne désadaptée. x : pas de signal.

Pompe	Fréquence (GHz)	β	$Q_L \times 10^6$	$P_{pompe\ seuil}$ (dBm)	$P_{Maser\ max}$ (dBm)
P_{j1}	31,273507	0	1	x	x
	31,273508	0,16	95	x	x
P_{j2}	31,275211	0,03	40	x	x
	31,275212	0,03	18	x	x
P_{j3}	31,293293	0	1	x	x
	31,293294	0,03	900	x	x
P_{j4}	31,294374	0	1	x	x
	31,294374	0	260	x	x
P_{j5}	31,299660	0	250	x	x
	31,299661	0,01	220	x	x
P_{j6}	31,304900	0	1	x	x
	31,304901	0,03	364	13	-86

Pompe	Fréquence (Ghz)	β	$Q_L \times 10^6$	$P_{pompe\ seuil}$ (dBm)	$P_{Maser\ max}$ (dBm)
P_{j7}	31,306248	0,04	13	x	x
P_{j8}	31,311098	0,03	92	10	-86
	31,311099	0	1	8,6	x
P_{j9}	31,322440	0,01	1	x	-83
P_{j10}	31,325659	0	1		x
	31,325651	0,02	78	x	x
P_{j11}	31,327082	0,45	11		x
	31,327085	0,62	3	x	x
P_{j12}	31,331825	0	1	-4	-63
	31,331825	0,09	161	x	x
P_{j13}	31,340949	0,05	180	6,1	-64
	31,340952	0,28	112	1,1	-62
P_{j14}	31,348416	0,03	125	5,1	-65
	31,348419	0,04	104	3,2	-63
P_{j15}	31,353741	0,22	29	5,1	-68
	31,353742	0	80	x	x
P_{j16}	31,354828	0,14	221	4	-63
P_{j17}	31,360793	0,01	1	10	-62
	31,360793	0,01	1	12	-83
P_{j18}	31,362770	0,05	52	12	-72
	31,362772	0,03	92	12,7	-86
P_{j19}	31,365794	0,79	76	12	-85
	31,365800	0,07	1	x	x
P_{j20}	31,368003	0,29	450	-3	-61
	31,368003	0,09	420	7,5	-61
P_{j21}	31,373233	0,5	101	-1	-64
	31,373235	0	1	x	x
P_{j22}	31,374514	0	1	16,5	-90
	31,374515	0,11	184	11,8	-73
P_{j23}	31,375228	0,16	88	7,2	-69
	31,375230	0,27	31	7,5	-65
P_{j24}	31,378857	0,93	221	11	-66
	31,378858	0	250	12	-67
P_{j25}	31,380449	0	1	x	x
	31,380453	0	1	x	x
P_{j26}	31,390668	0,14	220	x	x
	31,390669	0,04	190	x	x
P_{j27}	31,394343	0,15	218	13,8	-73
	31,394344	0	1	15,8	-81
P_{j28}	31,401794	0,16	320	11,9	-80
P_{j29}	31,411116	0,14	280	x	x
	31,411117	0,26	349	x	x
P_{j30}	31,414033	0,03	58	x	x
	31,414034	0,22	36	x	x

Pompe	Fréquence (GHz)	β	$Q_L \times 10^6$	$P_{pompe\ seuil}$ (dBm)	$P_{Maser\ max}$ (dBm)
P_{j31}	31,418285	0,17	31	x	x
	31,418292	0,24	12	x	x
P_{j32}	31,419940	0,29	1	x	x
P_{j33}	31,429583	0,11	210	x	x
	31,429585	0,03	32	x	x

Gepetto

Nous allons maintenant présenter les mesures réalisées sur le maser issu de *Gepetto* en complément de la partie 3.4.1.

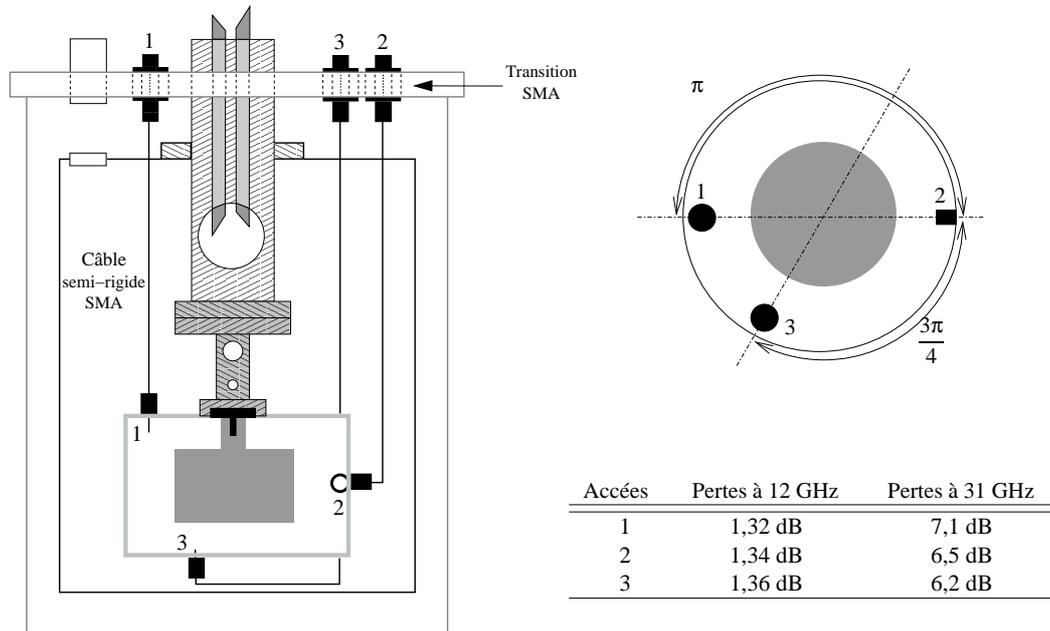


FIG. B.3 – Pertes des lignes de transmission à 12 GHz et à 31 GHz dans le cryogénérateur, mesurées à température ambiante.

Mode	Fréquence (GHz)	β_1	β_2	β_3	$Q_0 \times 10^6$
$WGH_{17,0,0}^-$	$\nu^- = 12,037488$	0,001	0,012	0,000	
$WGH_{17,0,0}^-$	$\nu^+ = 12,037489$	0,416	0,003	0,006	2300
Modes de pompe					
P_{g1}	31,336010	0,023	0,000	0,002	1330
P_{g2}	31,336569	0,001	0,000	0,002	2000
P_{g3}	31,336902	0,002	0,000	0,005	730
P_{g4}	31,338441	0,092	0,057	0,029	200

TAB. B.3 – Données des modes de galerie utilisés pour créer un signal Maser.

Le résonateur est excité en utilisant une antenne (β_1) et une boucle magnétique (β_2) et sont placées à 180° l'une de l'autre. Nous avons également rajouté un troisième accès, une antenne (β_3 placée à 120° de la boucle). On applique ensuite le signal pompe selon un accès et on visualise la sortie via les deux autres accès. Les trois tableaux suivant résument les mesures réalisées.

↓Sortie/Pompe→	Boucle	Antenne @ 180°	Antenne @ 120°
Boucle		-97 dBm @ v^-	-103 dBm @ v^+
Antenne @ 180°	-113 @ v^-		-113 dBm @ v^-
Antenne @ 120°	-104 @ v^+	-120 dBm @ v^-	

TAB. B.4 – Niveau de la puissance du signal Maser pour la pompe P_{g1} .

↓Sortie/Pompe→	Boucle	Antenne @ 180°	Antenne @ 120°
Boucle		x	-111 dBm @ v^+
Antenne @ 180°	x		-125 dBm @ v^-
Antenne @ 120°	x	-120 dBm @ v^-	

TAB. B.5 – Niveau de la puissance du signal Maser pour la pompe P_{g2} .

↓Sortie/Pompe→	Boucle	Antenne @ 180°	Antenne @ 120°
Boucle		-111 dBm @ v^-	x
Antenne @ 180°	-118 dBm @ v^-		x
Antenne @ 120°	x	-132 dBm @ v^-	

TAB. B.6 – Niveaux de la puissances du signal Maser pour la pompe P_{g3} .

Pinocchio

Pinocchio				
Pompe	Fréq (GHz)	β_{pompe}	$Q_0 \times 10^6$	ν_{Maser} (GHz)
P_{p1}	31,336242	-		12,019
P_{p2}	31,339732	-	~ 100	12,038
P_{p3}	31,373892	-		12,038

Annexe C

Mesures du comportement du mode $WGH_{m,0,0}$ en fonction d'un champ magnétique DC

Cette partie résume les mesures présentées dans la section 6.1.6.2.

TAB. C.1 – Mesures des paramètres du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction d'un champ DC. Rappelons que ($Q_L^- = 500 \times 10^6$, $Q_L^+ = 680 \times 10^6$) pour Marie et ($Q_L^- = 6 \times 10^9$, $Q_L^+ = 2 \times 10^9$) pour Gepetto à champ magnétique nul. Les signes négatifs du champ signifient qu'il est orienté dans la direction -Z

B (Gauss)	Marie				Gepetto			
	δv^- (Hz)	$\delta Q_L^- \times 10^6$	δv^+ (Hz)	$\delta Q_L^+ \times 10^6$	δv^- (Hz)	$\delta Q_L^- \times 10^6$	δv^+ (Hz)	$\delta Q_L^+ \times 10^6$
-4,0	33,7	-38,3	15,6	77,3	3,00	365	1,80	-592
-3,0	25	-36,7	10,4	33,5	2,00	503	1,20	-502
-2,0	13,1	-35,1	6,9	15,8	1,10	114	0,60	-322
-1,0	4,4	-1,7	2,6	5,3	0,50	477	0,20	-106
-0,8	2,7	3,9	1,9	-4,6	0,60	364	0,20	-9
-0,6	1,1	1,3	1,3	-9,3	0,30	299	0,00	-122
-0,5	-0,1	-3,7	1,1	-14,9				
-0,4	0,2	-4,7	0,3	-3,1	0,00	0	0,00	-112
-0,2	-0,1	-29,7	0,6	-22,9	-0,10	-	0,00	-212
-0,1	0,3	-4,7	1,1	-10,6	-0,90	235	-0,10	-130
0,0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0	-2,7	0,5	-14,9	0,28	191	-0,10	-162
0,2	-0,8	-0,6	0,5	-16,1	0,16	287	0,00	-142
0,4	-0,4	-31	1,2	-12	-0,24	-759	0,30	-42
0,5	1,2	-4,5	0,9	-18				
0,6	0,5	-0,7	1,1	-17,7	-0,04	-308	0,10	-292
0,8	2,8	-1,4	2,2	-17,9	-0,54	0	0,20	-272
1,0	3,9	-0,5	1,9	-3,1	-0,84	-262	0,30	-162
2,0	12,9	-32,1	6,9	24,1	-0,54	0	0,80	-272
3,0	24,5	-33,4	11,3	54,8	0,26	-191	-0,70	-432
4,0	33,9	-35,3	15,7	79,4	1,16	138	1,90	-582

TAB. C.2 – Mesures des paramètres du mode $WGH_{17,0,0}$ pour Jeanne en fonction d'un champ DC. Les signes négatifs du champ signifient qu'il est orienté dans la direction -Z

Jeanne

$ B $ (Gauss)	δv^- (Hz)	$\delta Q_L^- \times 10^6$	δv^+ (Hz)	$\delta Q_L^+ \times 10^6$
-18	11,75	60,1	74,50	-724
-16	9,75	47,1	59,50	-336
-14	8,00	33,1	42,50	9
-12	7,75	24,1	24,50	33
-10	5,75	19,1	14,50	-136
-8	4,75	15,1	9,50	-41
-6	2,25	10,1	4,50	-46
-4	1,75	4,1	-0,25	-100
-3	1,25	2,1	-0,50	-169
-2	0,75	1,1	-1,50	-201
-1,6	-0,25	2,1	-0,50	-197
-1,2	0,75	-1,2	-0,25	-195
-0,8	1,00	-1,1	0,00	-214
-0,4	-0,25	-0,5	0,25	-214
0,0	0,00	0,0	0,00	0
0,4	0,75	-0,6	-1,00	2
0,8	-0,25	-0,1	-1,50	-34
1,2	0,75	0,4	-0,50	-8
1,6	1,00	-0,2	-1,50	11
2	1,25	0,5	-1,25	30
3	1,50	1,1	-1,00	-122
4	2,75	2,4	-0,50	33
6	4,75	7,1	2,50	184
8	6,75	13,1	7,50	167
10	7,75	18,1	12,50	-11
12	8,75	22,1	20,50	-78
14	10,75	30,1	33,50	
16	11,25	42,1	50,50	
18	11,75	58,1		

Annexe D

Caractéristiques du Maser Bimode

Cette annexe présente les caractéristiques des puissances des deux signaux maser en fonction de la puissance pompe. La figure D.1 représente cette caractéristique pour différentes températures.

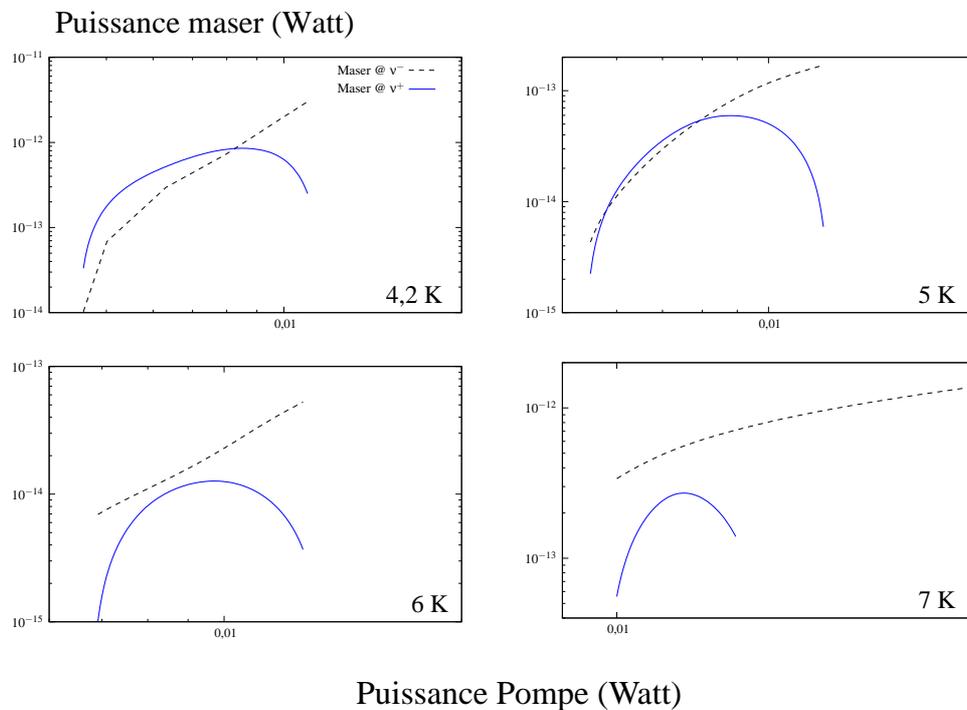


FIG. D.1 – Puissance du Maser Bimode en fonction de la puissance pompe pour plusieurs températures.

La figure D.2 décrit l'évolution de la puissance du maser bimode en fonction de la puissance pompe pour plusieurs valeurs de champ magnétique DC à 5 K.

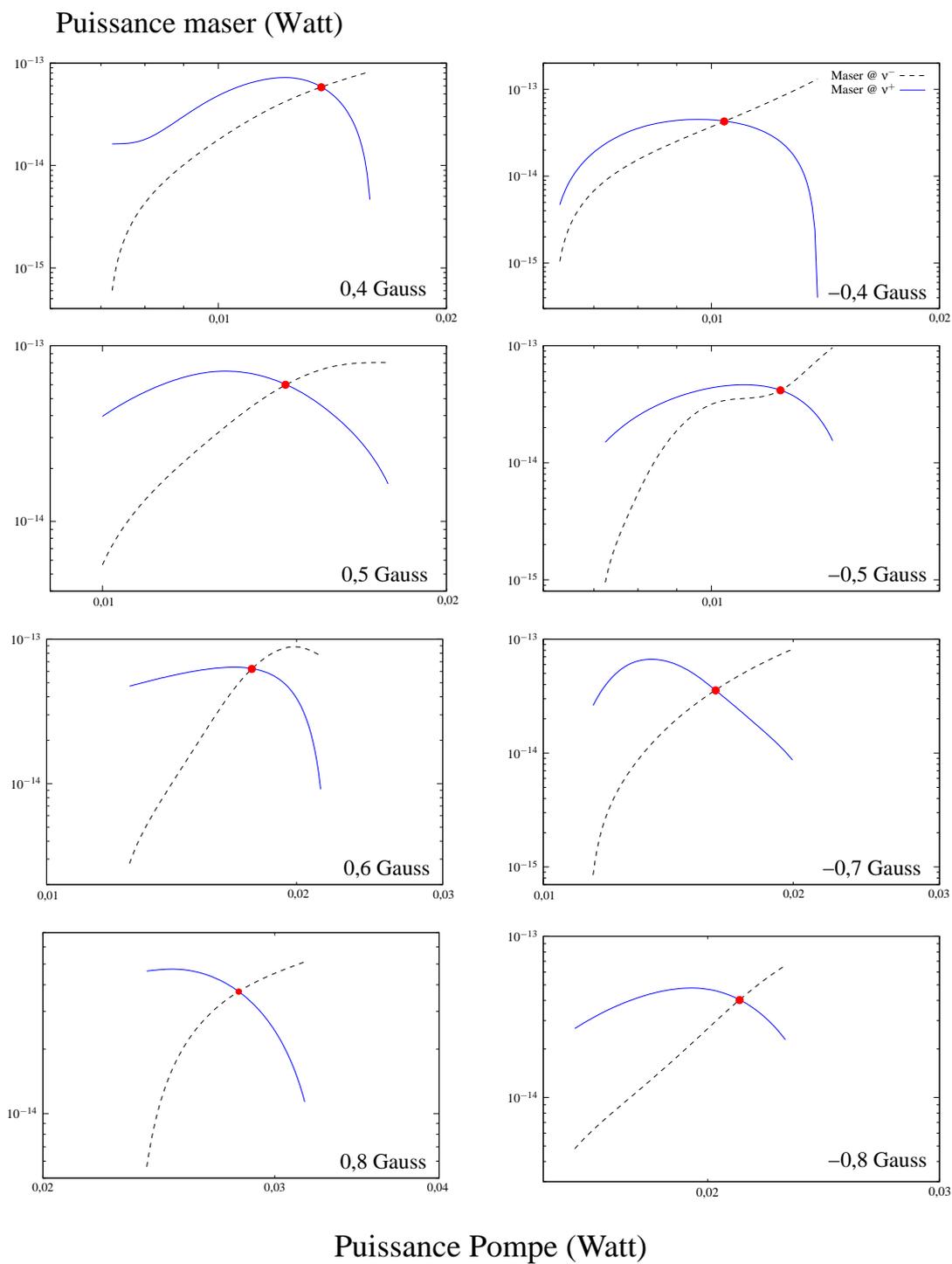
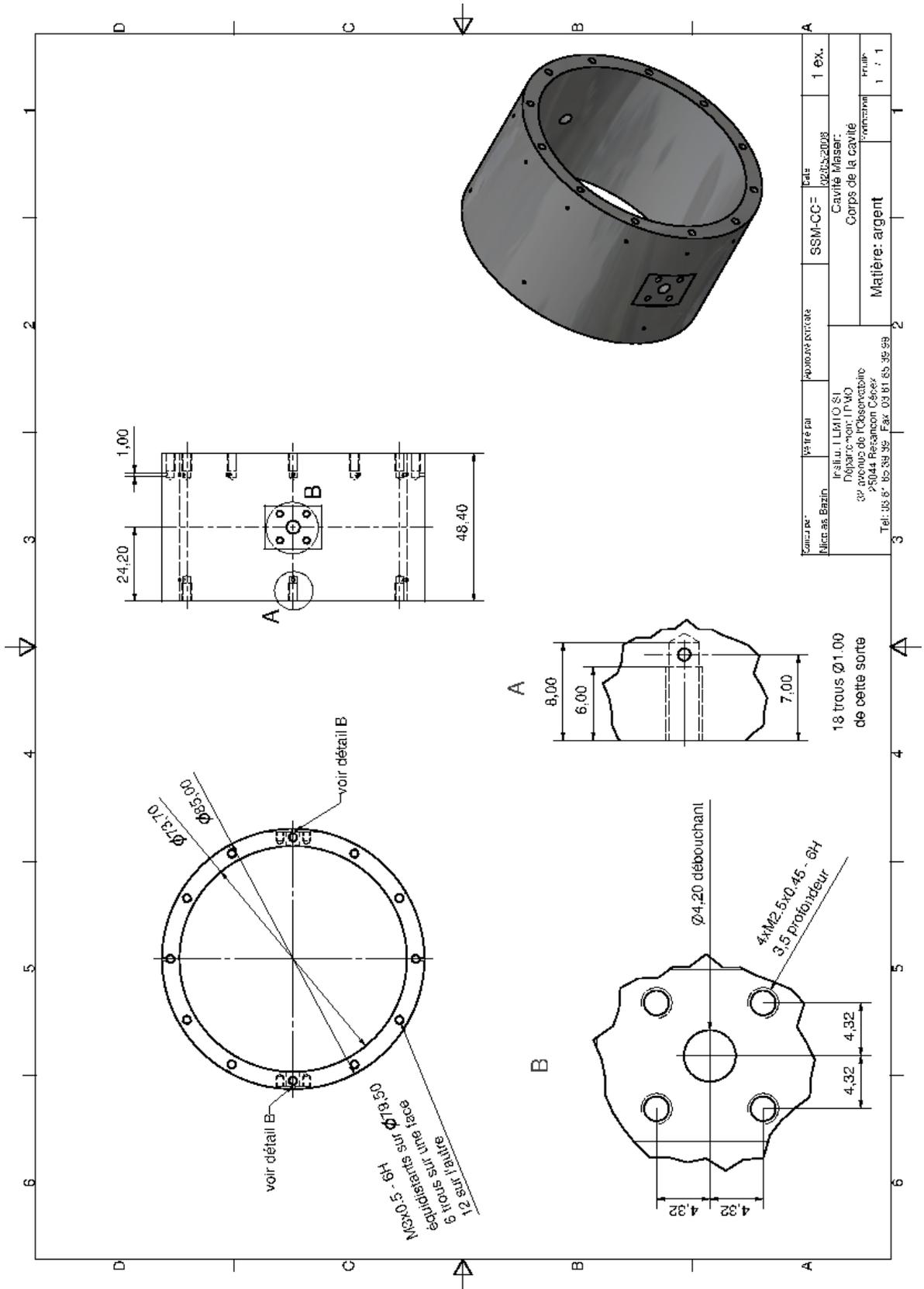
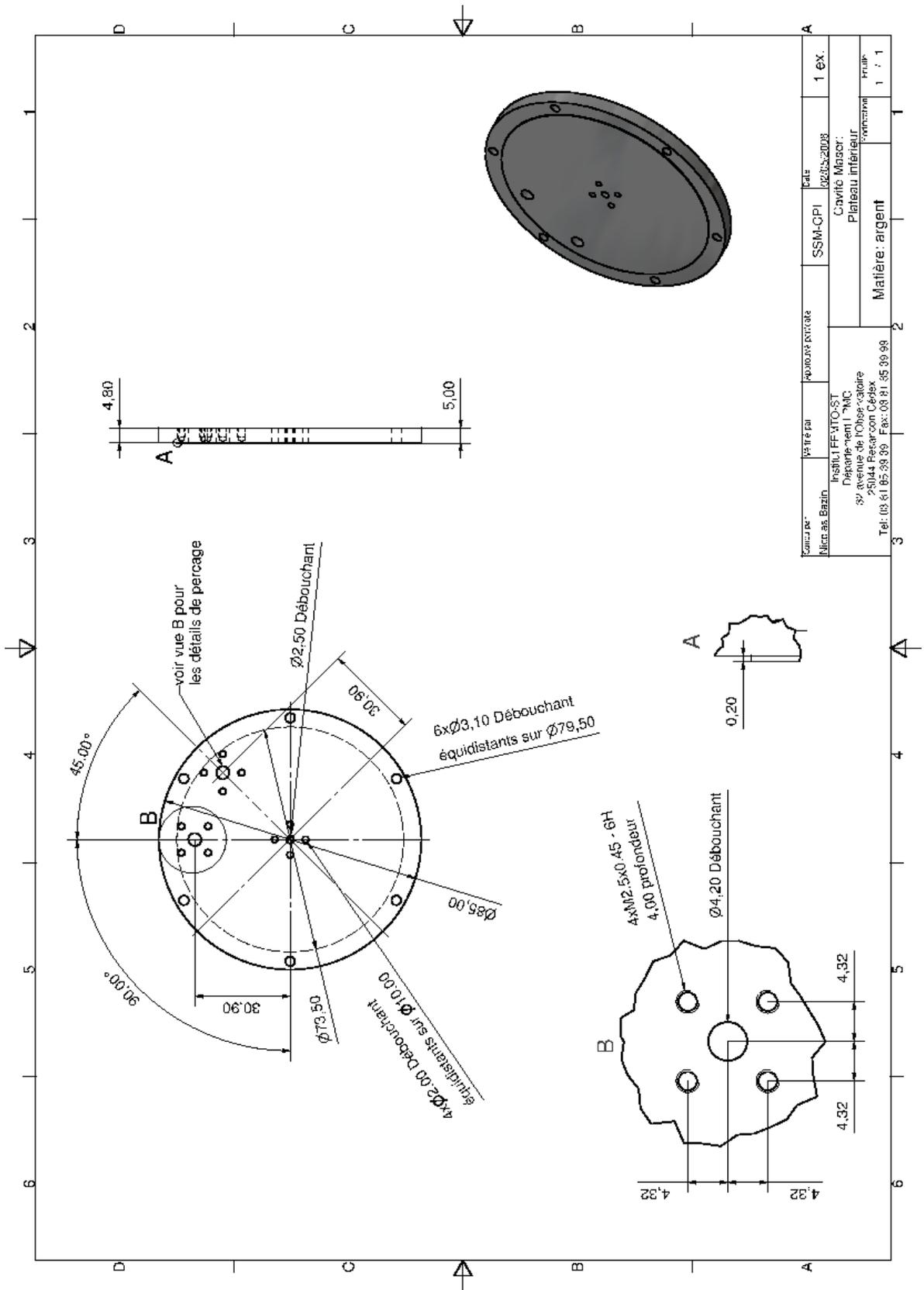


FIG. D.2 – Puissance maser en fonction de la fréquence pompe pour plusieurs champs magnétique à 5 K

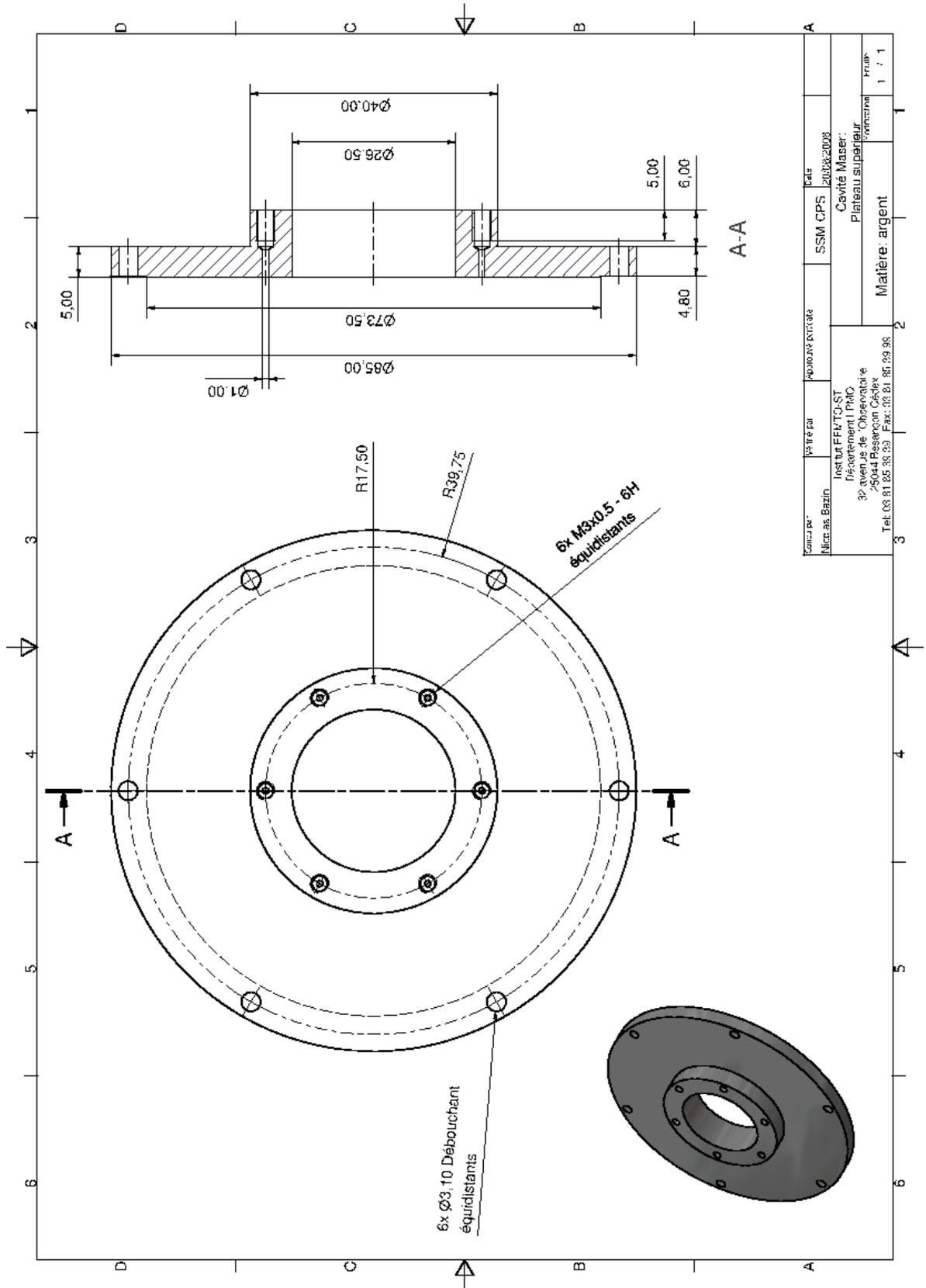
Annexe E

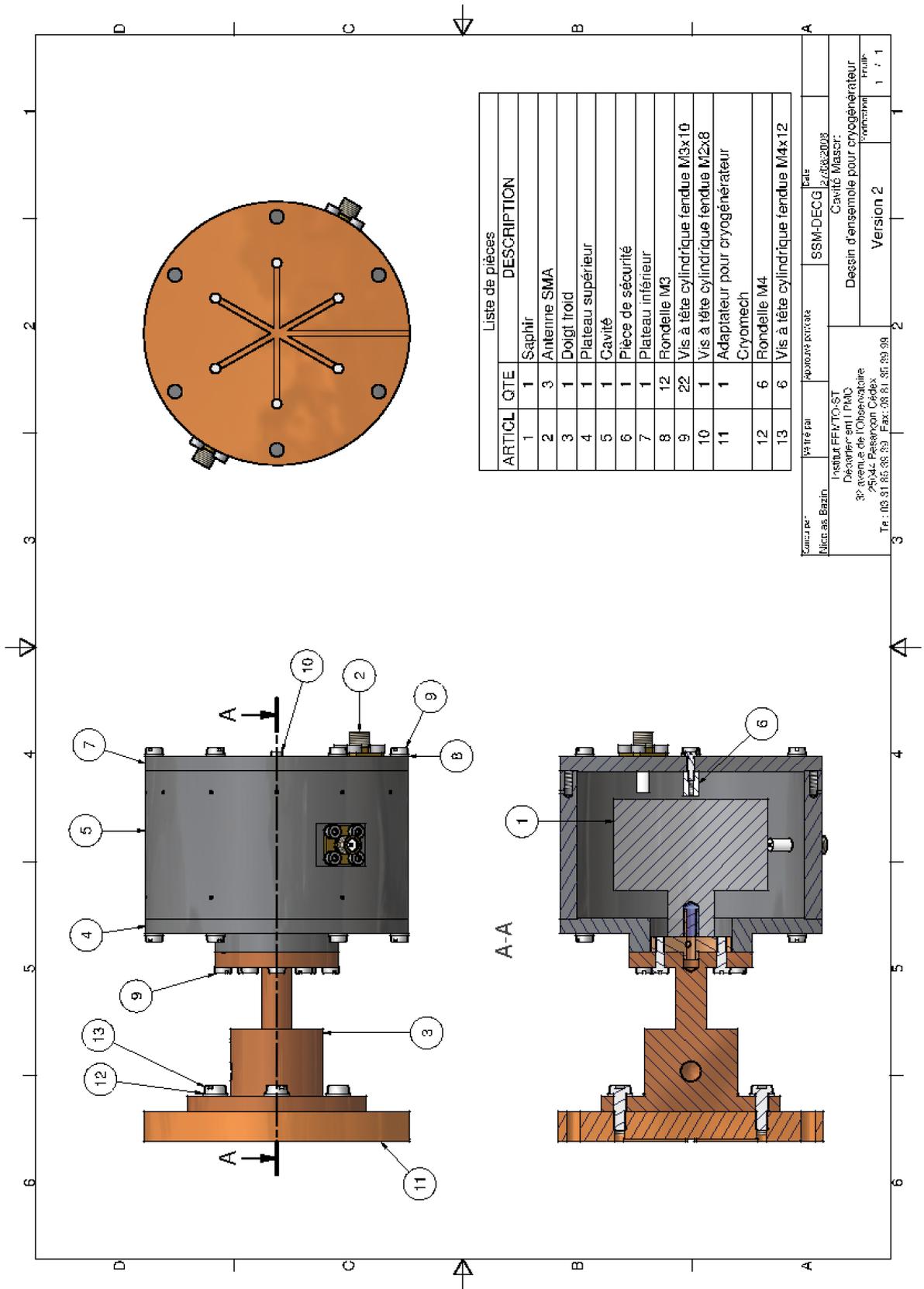
Plans de la cavité métallique





Comité par M. Jean-Louis Bazin	Titre et pal Instituteur YTO-ST	Monnaie et période 1920-2008	SSM-CPI Cavité Misor: Plateau inférieur	Date 1920-2008	1 ex.
Département I "M.C. 32, avenue de l'Observatoire 25044 Neufchâteau Cedex Tel: 03 81 85 89 39 Fax: 03 81 85 39 99			Matière: argent Matière:		1 / 1

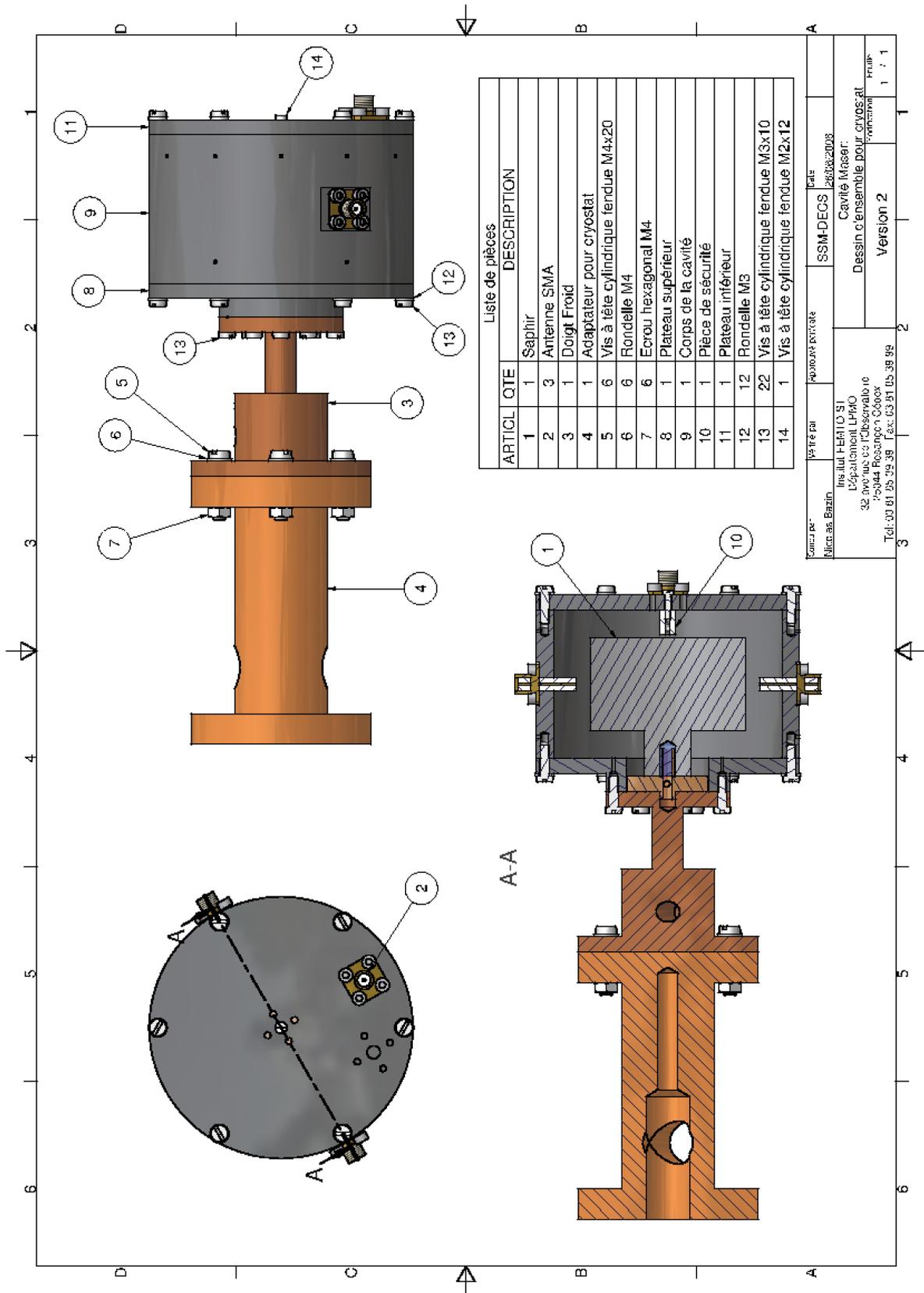


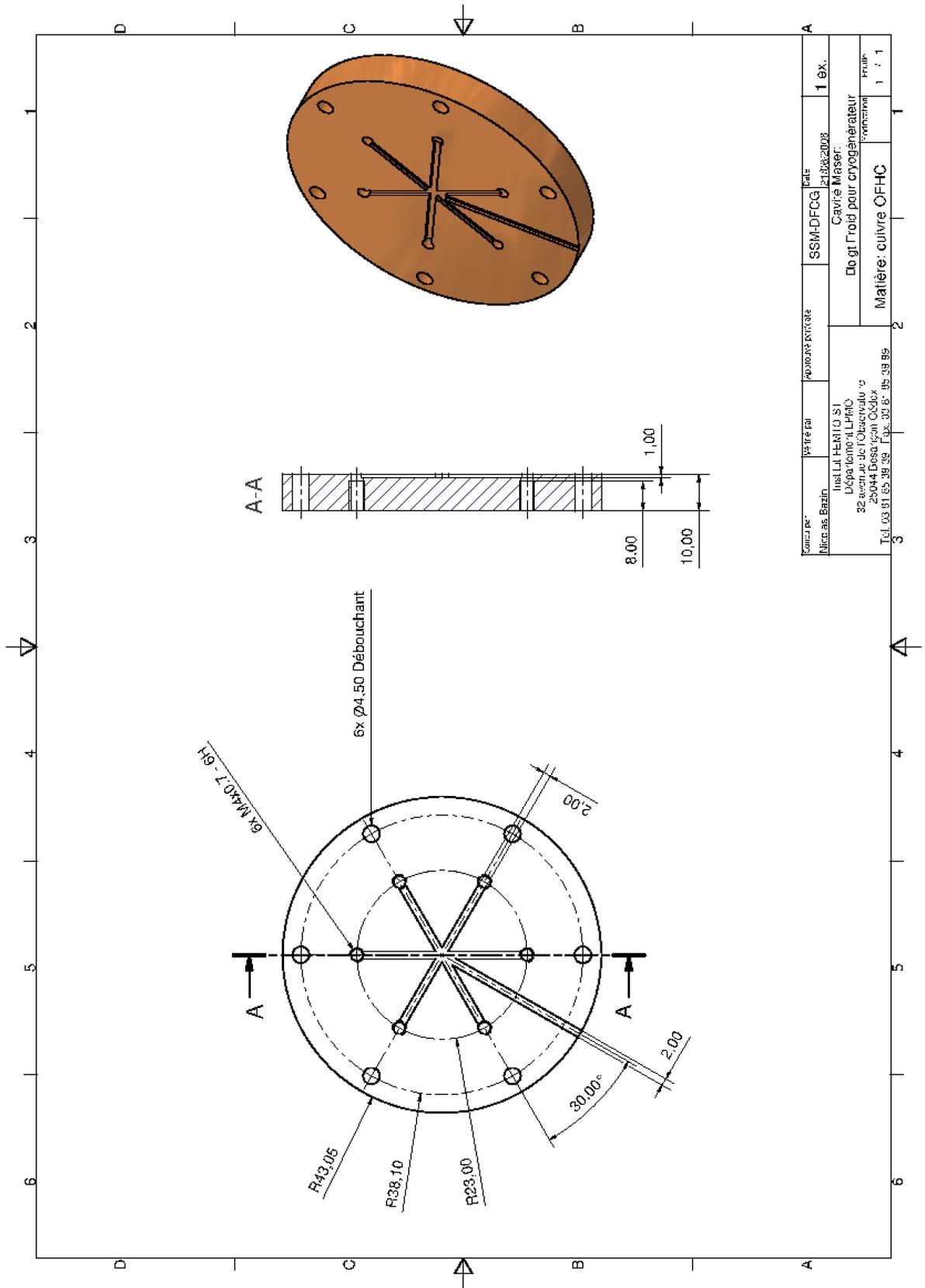


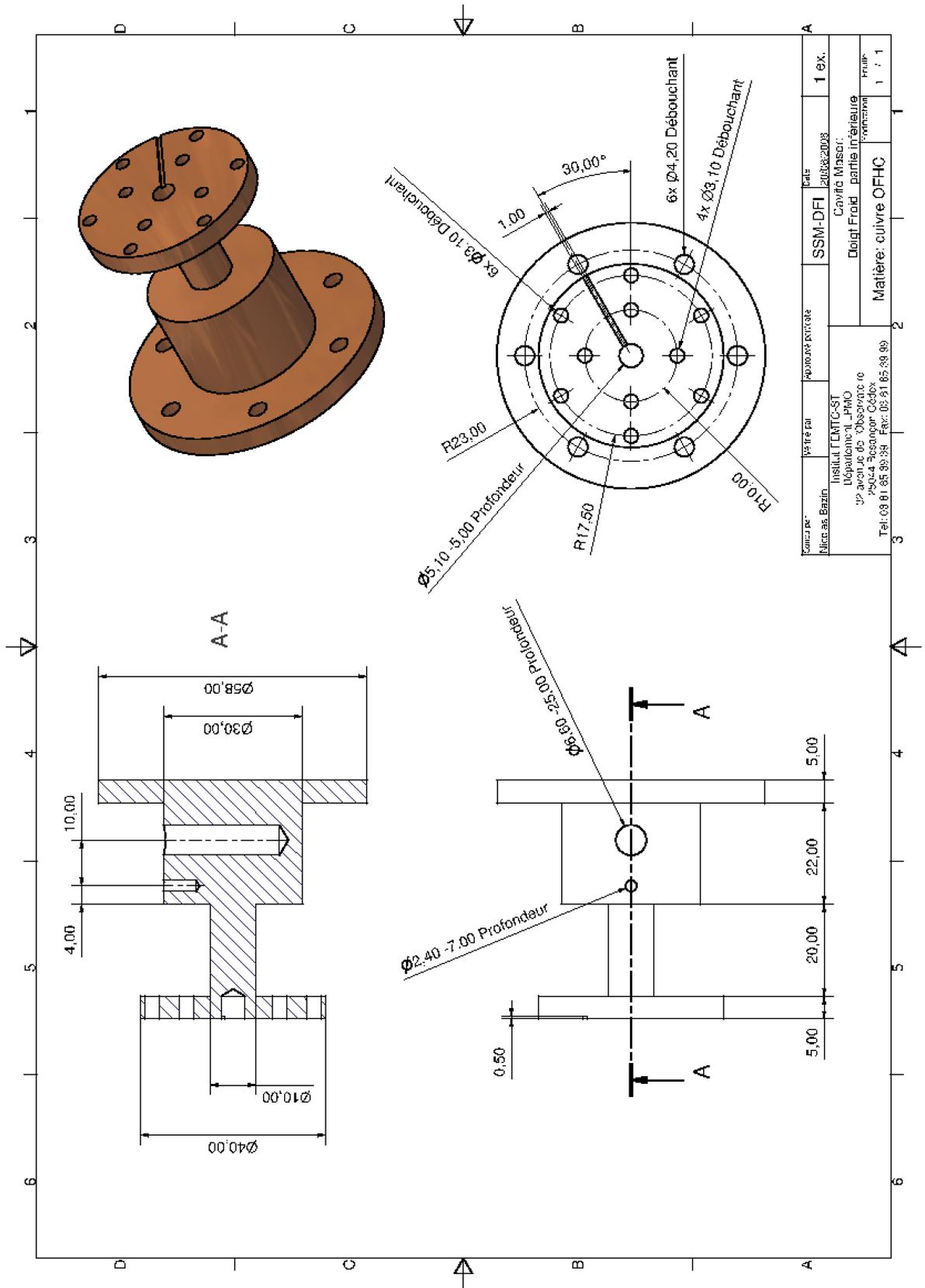
Liste de pièces

ARTICL	QTE	DESCRIPTION
1	1	Saphir
2	3	Antenne SMA
3	1	Doigt froid
4	1	Plateau supérieur
5	1	Cavité
6	1	Pièce de sécurité
7	1	Plateau inférieur
8	12	Rondelle M3
9	22	Vis à tête cylindrique fendus M3x10
10	1	Vis à tête cylindrique fendus M2x8
11	1	Adaptateur pour cryogénérateur Cryomech
12	6	Rondelle M4
13	6	Vis à tête cylindrique fendus M4x12

Centre de Fabrication	FFV TO-ST	SSM-DECG	SSM-DECG
11000, rue Bazin	11000, rue Bazin	27032003	27032003
Institut FFV TO-ST Département I PhC 3 ^e avenue de l'Observatoire 29042 Penestin Cedex Tel : 03 81 85 35 39 Fax : 03 81 87 39 39		Cavité Masor Dessin d'ensemble pour cryogénérateur Format 1 / 1	
		Version 2	







Annexe F

Publications

Frequency instability measurement system of cryogenic maser oscillator

Electronics Letters, 06 December 2007, **43**, Issue 25, pp. 1436-1437

*Measurement of the Fundamental Thermal Noise Limit in a Cryogenic Sapphire Frequency Standard
Using Bimodal Maser Oscillations*

Physical Review Letters, 13 June 2008, **100**, pp. 233901

Frequency instability measurement system of cryogenic maser oscillator

K. Benmessai, P.Y. Bourgeois, Y. Kersalé, N. Bazin, M.E. Tobar, J.G. Hartnett, M. Oxborrow and V. Giordano

The frequency stability measurement of a new kind of secondary frequency standard, the whispering gallery mode maser oscillator, is reported. Based on a very simple design the beatnote comparison with a state-of-the-art cryogenic sapphire resonator oscillator gave a preliminary result of 10^{-14} frequency instability at 1 s integration time. The measurement is limited by the microwave synthesis chain used to evaluate the maser stability.

Introduction: A number of scientific and technical applications require very high frequency stability oscillators in the 10^{-14} range. Essential for metrological issues, deep space tracking, radar systems and fundamental physics such as Lorentz invariance violation theories, the cryogenic sapphire resonator oscillator (CSRO) is generally considered nowadays as the unique solution to reach such performances. An alternative/promising way to the CSRO is the WGMO (whispering gallery mode maser oscillator). At the end of 2004, at FEMTO-ST Institute, a bistability effect in a cryogenic Fe^{3+} doped sapphire whispering gallery mode resonator was discovered [1]. This effect is similar to that of lasers containing a saturable absorber [2]. Combining a zero-field three-level atomic system in the sapphire lattice with a very high Q -factor of the resonator at cryogenic temperatures ($Q \sim 10^9$ at 4 K) [3, 4], the first whispering gallery mode maser oscillator became possible in early 2005 at FEMTO-ST [5]. Research on this topic is currently being undertaken through an *ad hoc* international scientific collaboration involving the NPL (National Physical Laboratory) and UWA (the University of Western Australia) [6].

Maser configuration: The cryogenic resonator consists of a slightly Fe^{3+} doped single-crystal sapphire disc 50 mm in diameter and 30 mm high mounted in a silver-plated copper cavity (see Fig. 1). The dimensions of the crystal are such as to fit the operating whispering gallery mode frequency right in the centre of the iron ions electron spin resonance in the sapphire lattice at 12.04 GHz. A straight probe placed on the top of the resonator cavity is used to inject the microwave pump at 31.33 GHz required for creating the population inversion of the three-level system. Only 2 dBm is enough to create a -55 dBm sustained maser oscillation at 12.04 GHz probed at the second bottom antenna. An unloaded quality factor of about 10^9 has been evaluated at 8 K for the operating mode $\text{WGH}_{17,0,0}$ at 12.04 GHz. Two 12 GHz isolators were placed on this output port. Two microwave lines of about 1.5 m each are used to link the cryogenic environment to room temperature. In that simple experiment, only the resonator has been temperature controlled to its turnover at 8 K. No other servo was used in that configuration.

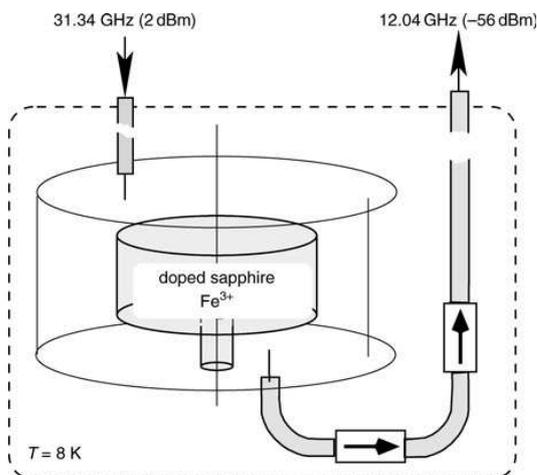


Fig. 1 Principle of maser experiment

Frequency stability measurement system: The evaluation of the short-term frequency instability of a microwave secondary frequency standard is usually done by comparing the source under test with an ultrastable reference. The obtained beatnote of about hundreds of kHz then feeds directly a high-resolution low-frequency counter from which the computed Allan deviation is extracted. In the case of comparing ultrastable oscillators with operating frequency differences $\gg 100$ kHz, the use of an external microwave synthesis chain is required to generate the appropriate beatnote. In our tests, we compared the maser oscillating at 12 GHz to the state-of-the-art CSRO operating at 11.200 GHz [7]. Fig. 2 shows the simplified setup used for the comparison. The beatnote between the CSRO and the maser produces a 838 MHz signal. Through the microwave synthesis chain, the 9th harmonic of a 100 MHz signal locked to the CSRO and referenced by a hydrogen maser is mixed with the previous signal. The mixing stage delivers a 62 MHz signal. An external 62 MHz low-frequency generator locked to the microwave synthesis chain delivers the required 62 MHz signal used to downconvert the microwave beatnote to some 100 kHz. Finally the obtained signal feeds a low-noise preamplifier and is sent to a high-resolution low-frequency reciprocal counter.

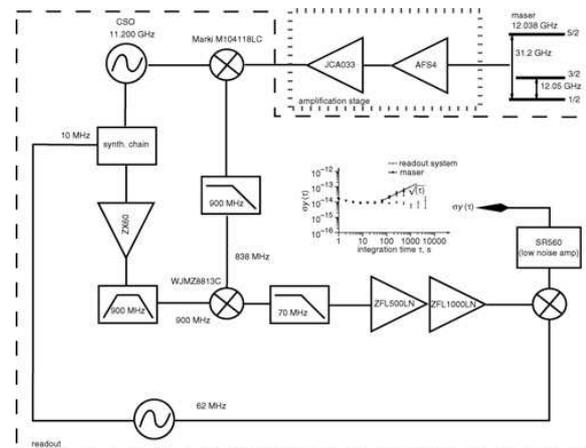


Fig. 2 Frequency stability measurement scheme: comparison of two different ultrastable oscillators frequencies via microwave synthesis chain

Maser performance: The maser frequency instability measurement is short-term limited by the microwave synthesis chain at 10^{-14} up to 30 s, as shown in Fig. 3. For integration times higher than 30 s, the maser presents a random walk process (characterised by a $\sqrt{\tau}$ slope.). This effect is probably due to the pump power fluctuations that need to be controlled with an appropriate design under development.

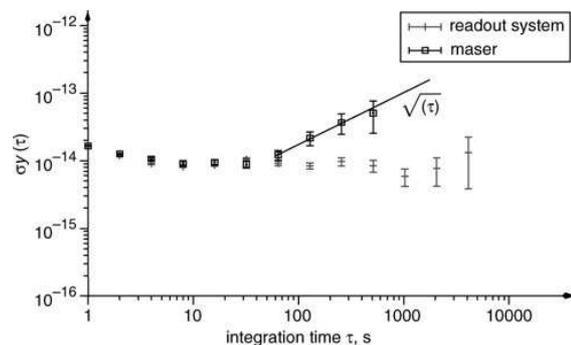


Fig. 3 Frequency instability measurement of readout system and maser

Conclusions: A preliminary evaluation is presented of the frequency stability of a cryogenic whispering gallery mode maser oscillator with a short-term limitation due to the microwave synthesis chain and the mid-term limitation due to power/thermal effects. A second maser is currently under development to enable a convenient comparison.

Acknowledgments: This work has been supported by the Centre National d' Études Spatiales (CNES), the Agence Nationale pour la Recherche (ANR) and travelling support from FAST program from Egide. The authors gratefully acknowledge G. Santarelli from SYRTE for useful discussions.

© The Institution of Engineering and Technology 2007
18 September 2007

Electronics Letters online no: 20072684
doi: 10.1049/el:20072684

K. Benmessai, P.Y. Bourgeois, Y. Kersalé, N. Bazin and V. Giordano
(Institut FEMTO-ST, Department LPMO, UMR6174, Université de Franche-Comté, 32 Avenue de l'Observatoire, Besançon 25000, France)

E-mail: pyb@femto-st.fr

M.E. Tobar and J.G. Hartnett (*Frequency Standards and Metrology Research Group, The University of Western Australia, 35 Stirling Hwy, Crawley 6009, WA, Australia*)

M. Oxborrow (*Quantum Detection Group, National Physical Laboratory, Teddington TW11 0LW, United Kingdom*)

References

- 1 Bourgeois, P.-Y., Bazin, N., Kersalé, Y., Giordano, V., and Oxborrow, M.: 'Observation of a bistability effect in a cryogenic microwave whispering gallery mode resonator', *Proc. 19th EFTF, Besançon*, 2005, pp. 134–137
- 2 Lugiato, L.A.: 'Theory of optical bistability', *Prog. Opt.*, 1984, **21**, pp. 69–216
- 3 Korienko, L.S., and Prokhorov, A.M.: 'Electronic paramagnetic resonance of the Fe^{3+} ion in corundum', *JETP*, 1961, **13**
- 4 Symmons, H.F., and Bogle, G.S.: 'On the exactness of the spin-Hamiltonian description of Fe^{3+} in sapphire', *Proc. Phys. Soc.*, 1962, **79**, p. 468
- 5 Bourgeois, P.-Y., Bazin, N., Kersalé, Y., Giordano, V., Tobar, M.E., and Oxborrow, M.: 'Maser oscillation in a whispering-gallery-mode microwave resonator', *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **87**, pp. 224104-1-3
- 6 Bourgeois, P.-Y., Oxborrow, M., Tobar, M.E., Bazin, N., Kersalé, Y., and Giordano, V.: 'Maser oscillation from electronic spin resonance in a cryogenic sapphire frequency standard', *Int. J. Mod. Phys. B*, 2005, **20**, pp. 1606–1612
- 7 Hartnett, J.G., Locke, C.R., Ivanov, E.N., Tobar, M.E., and Stanwix, P.L.: 'Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high long-term frequency stability', *Appl. Phys. Lett.*, 2006, **89**, p. 203513

Measurement of the Fundamental Thermal Noise Limit in a Cryogenic Sapphire Frequency Standard Using Bimodal Maser Oscillations

Karim Benmessai,¹ Daniel Lloyd Creedon,² Michael Edmund Tobar,^{2,*} Pierre-Yves Bourgeois,^{1,2} Yann Kersalé,^{1,†} and Vincent Giordano¹

¹*Institut FEMTO-ST, UMR 6174 CNRS, Université de Franche, Comté, 25044 Besançon, France*

²*University of Western Australia, School of Physics M013, 35 Stirling Hwy., Crawley 6009 WA, Australia*

(Received 20 March 2008; published 9 June 2008)

We report observations of the Schawlow-Townes noise limit in a cryogenic sapphire secondary frequency standard. The effect causes a fundamental limit to the frequency stability, and was measured through the novel excitation of a bimodal maser oscillation of a Whispering Gallery doublet at 12.04 GHz. The beat frequency of 10 kHz between the oscillations enabled a sensitive probe for this measurement of fractional frequency instability of $10^{-14}\tau^{-1/2}$ with only 0.5 pW of output power.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.233901

PACS numbers: 42.60.Mi, 06.30.Ft, 76.30.-v, 84.40.Ik

Cryogenic sapphire oscillators are based on single cylindrical crystals of sapphire of approximately 50 mm in diameter, cooled with liquid helium and operated by exciting Whispering Gallery modes with Q factors of order 10^9 at microwave frequencies [1]. State-of-the-art stabilities of parts in 10^{16} ($\Delta f/f < 10^{-15}$) have been achieved for integration times between 2 to 1000 s [2,3]. This has led to a range of unique applications including precision tests of Lorentz invariance, such as Michelson-Morley [4–6], Kennedy Thorndike [7–9] and standard model extension [5,6,10–13] experiments. Other applications include quantum-limited operation of laser cooled atomic frequency standards. The high stability of the sapphire oscillator allows the elimination of technical noise due to the pulsed sampling required to generate Ramsey fringes [14]. To date, cryogenic oscillators are the only electromagnetic oscillators with sufficient stability to achieve this. Thus, many laboratories worldwide are incorporating them into their clock ensembles to generate microwave and optical signals for such purposes [2,15–20]. As well as the practical applications with regards to timing, navigation, and space applications [21], the fountain clocks have now achieved sufficient sensitivity to test the stability of fundamental constants [22–24].

The fundamental limits of frequency stability in such high precision oscillators are due to competing effects from fluctuating radiation pressure of the electromagnetic field or small random background fluctuations due to thermal [25] or quantum Nyquist noise processes (Schawlow-Townes noise limit) [26,27]. These limits represent a barrier to frequency instability that cannot be surpassed using classical techniques. It is important to characterize these noise processes through precise measurement. For a cryogenic sapphire oscillator operating at the usual levels of carrier power (10 mW), radiation pressure effects have already been characterized [1]. In contrast, the frequency instability due to the Schawlow-Townes noise limit for a cryogenic sapphire oscillator is of order 10^{-20} at 1 s aver-

aging time at this carrier power. In this regime the performance of precise frequency generation is limited by technical noise sources such as flicker noise in the amplification process of the oscillator sustaining stage (solid-state amplifier). Typically this is at a level of parts in 10^{16} . In this work we report on the first observation of the fundamental frequency stability limit due to Nyquist thermal fluctuations in a cryogenic sapphire oscillator using a three-level zero-field maser transition as the oscillator sustaining stage.

The fundamental spectral density of Nyquist noise of an electromagnetic mode sustained by an ideal amplifier is given by Eq. (1) [26]

$$\psi_a(\nu) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} + \frac{h\nu}{2} \text{ [W/Hz]}. \quad (1)$$

Here, h is Planck's constant, ν the frequency of the mode, k_B Boltzmann's constant and T the temperature of the surrounding environment. The thermal regime is distinguished from the quantum regime for mode frequencies, $\nu < k_B T/h$, which is 100 GHz at liquid helium temperature. In contrast to laser technology our experiment is in the Nyquist thermal regime and the Schawlow-Townes limit on frequency instability for this case is given in Eq. (2) [28]

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{Q_{\text{mode}}} \sqrt{\frac{k_B T}{2P_{\text{mode}} \tau}}. \quad (2)$$

Here, Q_{mode} is the mode Q factor, P_{mode} is the power in Watts, and τ is the measurement integration time in seconds.

Recently a new type of cryogenic sapphire oscillator was discovered based on masing from residual impurity ions with zero applied magnetic field [29]. Maser action results from the coincidence in frequency of the electron spin resonance of Fe^{3+} ions with a very high $Q(>10^9)$ whispering gallery mode at 12.04 GHz. The output power obtained with this device is of order 2.5 nW, which is ten thousand times higher than a hydrogen maser. This leads to the

fundamental Schawlow-Townes frequency stability limit due to Nyquist thermal fluctuations acting on the whispering gallery mode resonator of order $10^{-16}\tau^{-1/2}$. The first characterization against the state-of-the-art classical cryogenic sapphire oscillator (solid-state sustaining stage) resulted in the measurement of an upper limit to the frequency instability of 2 orders of magnitude higher of order 10^{-14} at 1 s, which was limited by the microwave frequency synthesis chain used for the frequency comparison [30].

Whispering Gallery Modes in such high- Q resonators in reality exist as doublets due to perturbations such as backscatter in the crystal due to Rayleigh scattering and probe perturbations [31–34]. The backscatter causes the two opposite traveling waves propagating around the circumference of the sapphire cylinder to exhibit strong coupling and split into two spatially orthogonal circumferential standing waves [32], which in this case are separated by 10 kHz in frequency. Because the splitting is small (≈ 10 kHz) it is only observable in high- Q systems. In this work we report simultaneous maser action of the two modes as shown in Fig. 1 (bimodal operation). In contrast, the bimodal regime only occurs at low power levels between 10^{-15} to 10^{-12} Watt output power (at higher powers only one mode dominates). For these power levels the Schawlow-Townes frequency instability limit is larger and of order $10^{-14}\tau^{-1/2}$. In this work, we show that the mixing of the two bimodal signals has enabled us for the first time to measure this limit for a cryogenic sapphire oscillator, and verified the low noise properties of the maser.

The resonator consists of a HEMEX sapphire single crystal disk 50 mm diameter and 30 mm high mounted in a gold plated OFHC copper cavity. The operating mode is the $WGH_{17,0,0}$ at 12.04 GHz cooled to liquid helium temperature with a pulsed tube cryocooler. The doublet pair, separated by 10 kHz, is characterized by a loaded Q factor of the order of 7×10^8 at 4.2 K. To create the population inversion we inject into the resonator a signal between

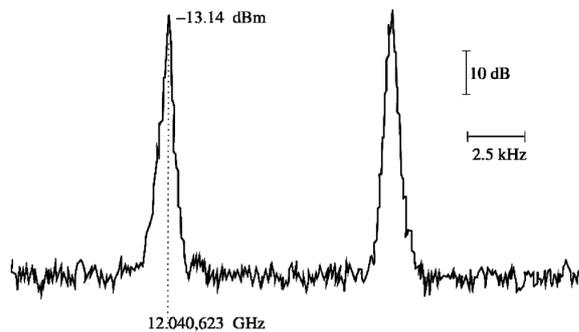


FIG. 1. Typical spectrum of the bimodal oscillation at 12.04 GHz using a readout with 80 dB gain.

31.305 to 31.411 GHz, via a microwave synthesizer, corresponding to the center frequency of another high- Q Whispering Gallery mode. There are 34 modes in this frequency range that can be excited to create a population inversion in the gain medium, which in turn causes the 12.04 GHz mode to oscillate. By applying this pump signal with a power above the threshold (≈ 10 mW) and within this 100 MHz range, the two maser signals may coexist at the resonator output probe. A typical plot of the bimodal maser signal power versus pump power is shown in Fig. 2. Only in the low power regime can both modes coexist (similar to two-mode operation of a ring laser) when coefficients due to cross saturation and self-saturation between the two coupled-modes result in positive net gain for both modes [35]. In this case population inversion is created mainly from separate parts of the maser medium. In contrast, in the high power regime only one mode can oscillate due to competition across the whole maser medium. On the transition from the bimodal to single-mode operation (Fig. 2) there is a discrete jump in masing power of the oscillating mode, due to the discrete change in medium gain.

The two signals, extracted from the same probe, are amplified by an amplifier chain (two amplifiers with 40 dB gain each) and then sent to a quadratic detector (tunnel diode) to be mixed (Fig. 3). A microwave band pass filter is placed between the two microwave amplifiers to reduce the thermal noise produced by the first amplifier. The 10 kHz beat note is band pass filtered and amplified by a low noise amplifier and then sent to a high-resolution

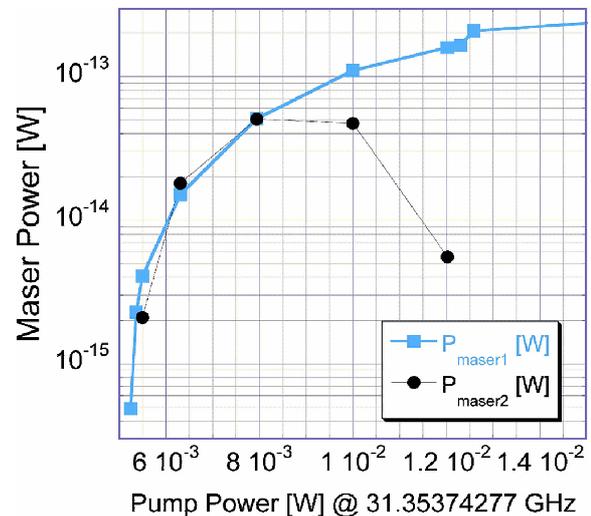


FIG. 2 (color online). Typical output power of the bimodal maser oscillation as a function of pump power for the 31.35374277 GHz pump mode. The actual output power depends on the mode chosen to pump the mode and whether or not a magnetic field is applied.

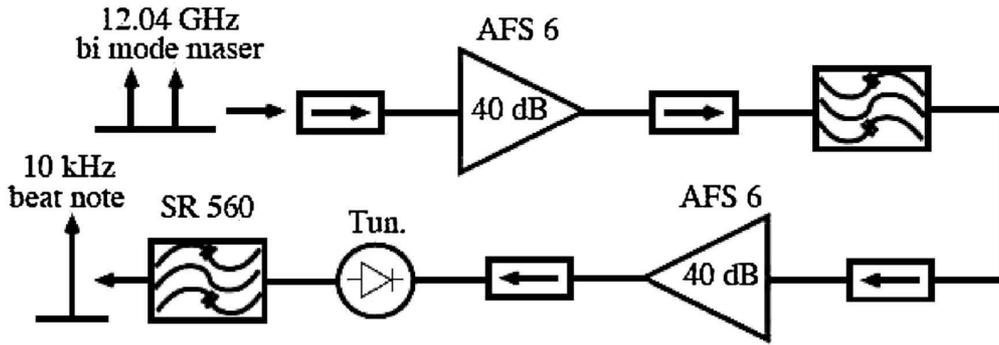


FIG. 3. Beat frequency readout for the bimodal maser.

counter, referenced to a hydrogen maser, to extract the frequency stability.

The frequency instability in terms of Allan deviation is plotted in Fig. 4 for various maser output powers. The level of white noise is calculated from the coefficient of the $\tau^{-1/2}$ fit in the 1 to 10 s interval. Periodic effects cause clearly visible bumps in the Allan deviation curve, which can be ignored when calculating the white noise. From the spectral density of fractional frequency fluctuations plotted in Fig. 5, the periodic effects are clearly visible, and for Fourier frequencies $>10^{-2}$ Hz the white noise floor is clearly visible.

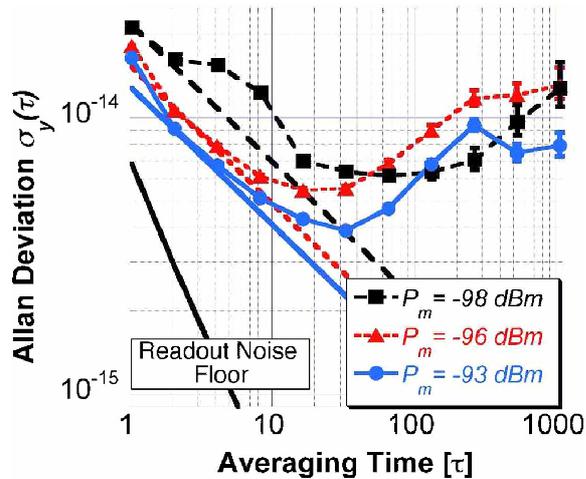


FIG. 4 (color online). Allan deviation versus integration time for various power levels in units of dBm (dB with respect to a mW). The readout noise floor is calculated from the measured phase noise, using the transformations of white and flicker phase noise presented in [36]. The white noise level is calculated from the tangents with $\tau^{-1/2}$ dependence. At 1 s the stability is artificially raised by a periodic signal due to the cryocooler at 0.45 Hz (see Fig. 4). Periodic effects are also visible in the $P_{\text{mode}} = -98$ dBm curve at 0.67 Hz (bump at 2–3 s) and $P_{\text{mode}} = -93$ dBm curve at 1.3 mHz (bump at 300 s).

The output power of the maser is measured on the spectrum analyser with a 40 dB gain amplifier. The error bars in Fig. 6 are calculated by taking ten measurements, then calculating the mean and standard deviation. The solid curve in Fig. 6 is the predicted stability assuming ideal amplification of the Maser using Eq. (2). The calculation is done for a temperature of 5 K, Q factor of 7×10^8 and averaging time of 1 s. From the comparison it is clear that we have measured the thermal noise limit given by the Schawlow-Townes limit on frequency stability.

In conclusion we report observations of thermally induced Nyquist noise due to temperature fluctuations in a high precision electromagnetic resonator-oscillator as calculated by the Schawlow-Townes formula. The measurements showed the correct dependence on power and showed that the maser action produced a sustaining stage that was close to ideal. This work suggest that a cryogenic

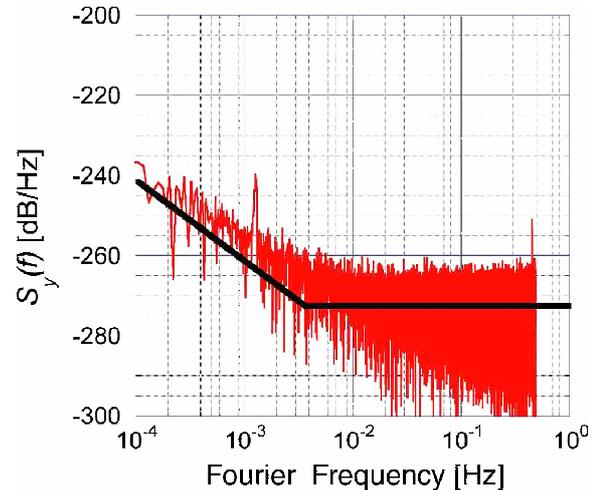


FIG. 5 (color online). Frequency noise spectral density of $P_{\text{mode}} = 0.5$ pW, showing the white noise floor. The spikes in the spectrum at 0.45 Hz and 1.3 mHz manifest in the Allan deviation as bumps at 1 and 300 seconds, respectively, in Fig. 4.

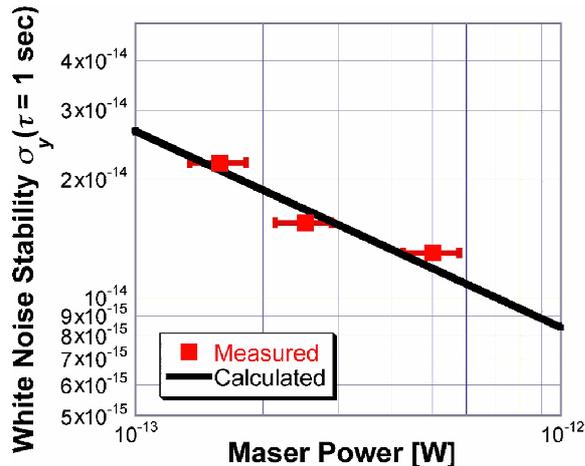


FIG. 6 (color online). Value of white noise component at 1 s as deduced from Fig. 4. The points with error bars are the measured values, while the solid curve is the value calculated from Eq. (2).

sapphire oscillator operating with a maser sustaining stage in single-mode operation (2.5 nW output power) has the potential to improve the short term stability of cryogenic sapphire oscillators to a value of $10^{-16}\tau^{-1/2}$.

This work was supported by the Centre National d'Études Spatiales (CNES), the Agence Nationale pour la Recherche (ANR), the Australian Research Council and travelling support from FAST program from Egide and the International Science Linkages program from DEST.

*mike@physics.uwa.edu.au

†yann.kersale@femto-st.fr

- [1] S. Chang, A. G. Mann, A. N. Luiten, and D. G. Blair, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2141 (1997).
- [2] J. G. Hartnett, C. R. Locke, E. N. Ivanov, M. E. Tobar, and P. L. Stanwix, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 203513 (2006).
- [3] S. Chang, A. G. Mann, and A. N. Luiten, *Electron. Lett.* **36**, 480 (2000).
- [4] A. A. Michelson and E. W. Morley, *Am. J. Sci.* **134**, 333 (1887).
- [5] P. L. Stanwix, M. E. Tobar, P. Wolf., C. R. Locke, E. N. Ivanov, J. Winterflood, and F. van Kann, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 040404 (2005).
- [6] P. L. Stanwix, M. E. Tobar, P. Wolf, C. R. Locke, and E. N. Ivanov, *Phys. Rev. D* **74**, 081101(R) (2006).
- [7] R. J. Kennedy and E. M. Thorndike, *Phys. Rev.* **42**, 400 (1932).
- [8] P. Wolf *et al.*, *Gen. Relativ. Gravit.* **36**, 2351 (2004).
- [9] P. Wolf, S. Bize, A. Clairon, A. N. Luiten, G. Santarelli, and M. E. Tobar, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 060402 (2003).
- [10] D. Colladay and V. A. Kostelecký, *Phys. Rev. D* **55**, 6760 (1997).
- [11] D. Colladay and V. A. Kostelecký, *Phys. Rev. D* **58**, 116002 (1998).
- [12] V. A. Kostelecký, *Phys. Rev. D* **69**, 105009 (2004).
- [13] V. A. Kostelecký and M. Mewes, *Phys. Rev. D* **66**, 056005 (2002).
- [14] G. Santarelli *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999).
- [15] K. Watabe, J. G. Hartnett, C. R. Locke, G. Santarelli, S. Yanagimachi, T. Shimazaki, T. Ikegami, and S. Ohshima, *Jpn. J. Appl. Phys.* **45**, 2827 (2006).
- [16] C. Daussy, O. Lopez, A. Amy-Klein, A. Goncharov, M. Guinet, C. Chardonnet, F. Narbonneau, M. Lours, D. Chambon, S. Bize, A. Clairon, G. Santarelli, M. E. Tobar, and A. N. Luiten, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 203904 (2005).
- [17] J. J. McFerran, S. T. Dawkins, P. L. Stanwix, M. E. Tobar, and A. N. Luiten, *Opt. Express* **14**, 4316 (2006).
- [18] P.-Y. Bourgeois, F. Lardet-Vieudrin, Y. Kersalé, N. Bazin, M. Chaubet, and V. Giordano, *Electron. Lett.* **40**, 605 (2004).
- [19] P. T. H. Fisk, M. J. Sellars, M. A. Lawn, C. Coles, A. G. Mann, and D. G. Blair, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **44**, 113 (1995).
- [20] Although in the future microwave generation via an optical frequency standard and a femtosecond comb may rival these results.
- [21] S. Bize *et al.*, *J. Phys. B* **38**, S449 (2005).
- [22] H. Marion, F. P. D. Santos, and M. Abgrall *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 150801 (2003).
- [23] S. Bize, P. Laurent, and M. Abgrall *et al.*, *J. Phys. B* **38**, S449 (2005).
- [24] M. E. Tobar and J. G. Hartnett, *Phys. Rev. D* **67**, 062001 (2003).
- [25] H. Nyquist, *Phys. Rev.* **32**, 110 (1928).
- [26] B. M. Oliver, *Proc. IEEE* **53**, 436 (1965).
- [27] V. B. Braginsky, V. P. Mitrafanov, and V. I. Panov, *Systems with Small Dissipation* (University of Chicago, Chicago, 1985).
- [28] A. L. Schawlow and C. H. Townes, *Phys. Rev.* **112**, 1940 (1958).
- [29] P.-Y. Bourgeois, N. Bazin, Y. Kersalé, V. Giordano, M. E. Tobar, and M. Oxborrow, *Appl. Phys. Lett.* **87**, 224104 (2005).
- [30] K. Benmessai, P. Y. Bourgeois, Y. Kersalé, N. Bazin, M. E. Tobar, J. G. Hartnett, M. Oxborrow, and V. Giordano, *Electron. Lett.* **43** (2007).
- [31] D. S. Weiss, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, *Opt. Lett.* **20**, 1835 (1995).
- [32] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, K. J. Vahala, *Opt. Lett.* **27**, 1669 (2002).
- [33] M. L. Gorodetsky, Andrew D. Pryamikov, and Vladimir S. Ilchenko, *J. Opt. Soc. Am. B* **17**, 1051 (2000).
- [34] P.-Y. Bourgeois and V. Giordano, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **53**, 3185 (2005).
- [35] P. Meystre and M. Sargent, *Elements of Quantum Optics* (Springer, New York, 1999), p. 164.
- [36] S. T. Dawkins *et al.*, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **54**, 918 (2007).

Bibliographie

- [1] J. P. Gordon et al., Molecular microwave oscillator and new hyperfine structure in the microwave spectrum of NH_3 . *Physical Review*, **95**, 282–284 (1954).
- [2] J. P. Gordon et al., The maser-new type of microwave amplifier, frequency standard, and spectrometer. *Physical Review*, **99**, 1264–1274 (1955).
- [3] D. W. Allan, Time and frequency (time-domain) characterization, estimation, and prediction of precision clocks and oscillators. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control UFFC*, **34** (6), 647–654 (1988).
- [4] J. Rutman, Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources : Fifteen years of progress. *In Proceedings of the IEEE*, vol. **66** (9), pages 1048–1075 (1978).
- [5] J.-J. Gagnepain, Caractéristiques des étalons de fréquence : Concepts et méthode. *In 10ème Journée de Mesure du Temps et des Fréquences* (1986).
- [6] A. G. Mann et al., A high stability atomic fountain clock using a cryogenic sapphire interrogation oscillator. *In Proceedings of the 1998 IEEE International Frequency Control Symposium*, pages 17–19 (1998).
- [7] A. Kostelecky, Gravity, lorentz violation, and the standard model. *Physical Review D*, **69**(10), 105009.1–105009.20 (2004).
- [8] P. Wolf et al., Tests of lorentz invariance using a microwave resonator. *Physical Review Letters*, **90** (6), 060402/1–060402/4 (2003).
- [9] M.-E. Tobar, Testing the fundamentals of physics using cryogenic microwave oscillators. *In Proceedings of the 10th Marcel Grossman Meeting on General Relativity* (2004).
- [10] *Temps de la fontaine*. Le Magazine de l'Observatoire de Paris, Numéro 0 (2004).
- [11] A. Bruschi et al., Hyperpolarizability effects in a Sr^+ optical lattice clock. *Physical Review Letters*, **96**, 103–003 (2006).

-
- [12] <http://www.sciencedaily.com/releases/2008/02/080214144459.htm> ().
- [13] B. C. Young et al., Visible lasers with subhertz linewidths. *Physical Review Letters*, **82**(19), 3799–3802 (1999).
- [14] D. Cros, *Les Whispering Gallery Modes des résonateurs diélectriques : Application aux oscillateurs et combineurs de puissance millimétriques*. Thèse de doctorat, Université de Limoges (1990).
- [15] P.-Y. Bourgeois et al., Simple model for the mode-splitting effect in whispering-gallery-mode resonators. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **53**(10), 3185–3190 (2005).
- [16] P.-Y. Bourgeois, *Référence secondaire de fréquence à résonateur saphir cryogénique*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté Besançon (2004).
- [17] Y. kersalé, *Références micro-ondes à résonateur saphir*. Thèse de doctorat, Université de Franche Comté Besançon (2000).
- [18] A. G. Mann et al., Ultra-stable cryogenic sapphire dielectric microwave resonators : Mode frequency-temperature compensation by residual paramagnetic impurities. *Journal of Physics D : Applied Physics*, **25** (7), 1105–1109 (1992).
- [19] A. L. Luiten, *Sapphire secondary frequency standards*. Thèse de doctorat, University of Western Australia (1995).
- [20] J. G. Hartnett et al., Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high long-term frequency stability. In *Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition*, vol. **4319236**, pages 1028–1031 (2007).
- [21] G. Marra et al., Frequency stability and phase noise of a pair of X-band cryogenic sapphire oscillators. *Measurement Science and Technology*, **18**, 1224–1228 (2007).
- [22] K. I. Watabe et al., Short term frequency stability tests of two cryogenic sapphire oscillators. *Japanese Journal of Applied Physics*, **45**, 9234–9237 (2006).
- [23] P.-Y. Bourgeois et al., A cryogenic open-cavity sapphire reference oscillator with low spurious mode density. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control UFFC*, **51** (10), 1232–1239 (2004).
- [24] P.-Y. Bourgeois et al., Ultra-low drift microwave cryogenic oscillator. *Electronics Letters*, **40** (10), 605–606 (2004).
- [25] G. J. Dick et al., Cryo-cooled sapphire oscillator with ultra-high stability. In *Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition*, pages 528–533 (1998).

- [26] G. J. Dick et al., Temperature-compensated sapphire resonator for ultra-stable oscillator capability at temperatures above 77 K. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, **42**(5), 812–819 (1995).
- [27] R. T. Wang et al., Cryo-cooled sapphire oscillator with mechanical compensation. *IEEE International Frequency Control Symposium*, pages 543–547 (2002).
- [28] Y. Kersalé et al., Titanium doped cryogenic sapphire resonator oscillators. *European Frequency and Time Forum*, pages 368–372 (2005).
- [29] N. Boubekour et al., Frequency stability of Ti^{3+} -doped whispering gallery mode sapphire resonator oscillator at 34 K. *Electronics Letters*, **41**(9), 534–535 (2005).
- [30] N. Boubekour, *Etude, réalisation et caractérisation d'oscillateurs à résonateur saphir compensé*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté Besançon (2006).
- [31] Y. Kersalé et al., Cryogenic monolithic sapphire-rutile temperature compensated resonator oscillator. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, **50**(12), 1662–1666 (2003).
- [32] M. E. Tobar et al., Design of high-Q frequency-temperature compensated dielectric resonators. *Electronics Letters*, **35**(4), 303–305 (1999).
- [33] J. A. Torrealba et al., Room temperature dual-mode oscillator - first results. *Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition*, pages 373–376 (2005).
- [34] Combrisson et al., *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **242**, 2451 (1956).
- [35] N. Bloembergen, Proposal for a new type solid state maser. *Physical Review*, **104**, 324–327 (1956).
- [36] H. E. D. Scovil, G. Feher et H. Seidel, Operation of a solid state maser. *Physical Review*, **105**(2), 762–763 (1957).
- [37] A. L. McWhorter et al., Solid-state maser amplifier. *Physical Review*, **109**(2), 312–318 (1958).
- [38] L. S. Kornienko et al., *Journal of Experimental and theoretical Physics (USSR)*, **33**, 805–807 (1957).
- [39] S. G. Bogle et al., Paramagnetic resonance of Fe^{3+} in sapphire at low temperatures. *Proceedings of the Physical Society*, **73**(3), 531–532 (1959).
- [40] J. E. King et al., Operation of a zero-field X-band maser. *Journal of Applied Physics*, **30**(11), 1844–1845 (1959).

-
- [41] H. F. Symmons et al., Zero-field paramagnetic resonance of Fe^{3+} in methylamine alum. *Proceedings of the Physical Society*, **78**(5), 812–818 (1961).
- [42] H. M. Goldenberg et al., Atomic hydrogen maser. *Physical Review Letters*, **5**(8), 361–362 (1960).
- [43] T. H. Maiman, Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, **187**, 493–494 (1960).
- [44] G. J. Dick et al., Development of the superconducting cavity maser as a stable frequency source. *In Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition* (1984).
- [45] A. E. Siegman, *Microwave Solid State Masers*. Mc. Graw-Hill (1964).
- [46] R. Pirce et al., Radar echoes from Venus. *Science*, **129**(751) (1959).
- [47] R. W. DeGrasse et al., Project echo - the dual channel 2390-mc traveling wave maser. *Bell System Tech. J.*, **40**(1117) (1961).
- [48] E. A. Ohm, Project echo - receiving system. *Bell System Tech. J.*, **40**(1065) (1961).
- [49] R. Bonifacion et al., Optical bistability and cooperative effects in resonance fluorescence. *Physical Review A*, **18**(3), 1129–1144 (1978).
- [50] G. P. Agrawal et al., Optical bistability through non-linear dispersion and absorption. *Physical Review A*, **19**(5), 2074–2086 (1979).
- [51] A. E. Siegman, *Lasers*. University Science Books (1986).
- [52] L. S. Kornienko et al., Electronic paramagnetic resonance of the Fe^{3+} ion in corundum. *Journal of Experimental and theoretical Physics (USSR)*, **40**, 1594–1601 (1961).
- [53] J. S. Throp et al., Microwave appraisal of maser crystals. *Journal of Applied Physics*, **12**, 705–707 (1962).
- [54] A. L. Schawlow et al., Infrared and optical masers. *Physical Review*, **112**(6), 1940–1949 (1958).
- [55] J. H. Vleck, Paramagnetic relaxation times for titanium and chrome alum. *Physical Review Letters*, **6**(183) (1940).
- [56] A. H. Eschenfelder et al., Saturation effects in paramagnetic resonance. *Physical Review*, **92**(4), 869–873 (1953).
- [57] R. de L. Kronig, On the mechanism of paramagnetic relaxation. *Physica*, **6** (1939).
- [58] J. H. Van Vleck, The dipolar broadening of magnetic resonance lines in crystals. *Physical Review*, **74**(9), 1168–1183 (1948).
- [59] M. H. L. Pryce et al., The theory of magnetic resonance-line widths in crystals. *In Proceedings of the Physical Society*, vol. **36**(A) (1950).

- [60] O. Vallet, *Etude de résonateur compensés thermiquement et de dispositifs de stabilisation pour oscillateur micro-onde*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté (2004).
- [61] H. F. Symmons, On the exactness of the spin-hamiltonian description of Fe^{3+} in sapphire. *Proceedings of the Physical Society*, **79**(3), 468–472 (1962).
- [62] Emilie Gaudry, *Structure Locale autour des Impuretés dans les Gemmes*. Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2004).
- [63] Wei Lu et al., Epr theoretical study of local lattice structure in corundum system. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, **24** (2004).
- [64] B. Bleaney et al., Paramagnetic resonance. *Reports on Progress in Physics*, **16** (1953).
- [65] S. G. Bogle et al., Zero field masers. *Australian Journal of Physics*, **12**(1), 1 (1959).
- [66] P. Lorrain et D. Corson, *Electromagnetic Fields and wave*. Freeman (1970 Second Edition).
- [67] A. N. Luiten et al, Paramagnetic susceptibility and permittivity measurements at microwave frequencies in cryogenic sapphire resonators. *Journal of Physics D : Applied Physics*, **29**, 2082–2090 (1996).
- [68] A. G. Mann et al., Measurements of susceptibility due to paramagnetic impurities in sapphire using whispering gallery modes. *Microwaves, Radar and Wireless Communications*, **2**(2000), 421–424 (2000).
- [69] M. E. Tobar et al., Proporsal for a new test of the time independence of the fine structure constants α using orthogonally polarized whispering gallery modes in a single sapphire resonator. *Physical Review D*, **67**(062001) (2003).
- [70] D. W. Marquardt, Algorithm for least-squares estimation of nonlinear problems. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, **11**, 431–441 (1963).
- [71] C. F. Davis et al., Direct measurment of electron spin-lattice relaxation times. *Physical Review*, **111**(5), 1268–1273 (1958).
- [72] C. P. Khattak et al., Growth of the world’s largest sapphire crystals. *Journal of Crystal Growth*, **225**(572-579) (2001).
- [73] R. Route et al., Absorption studies in sapphire crystals and optical coatings. *LIGO LCS meeting*, (G020374-00-Z) (2002).
- [74] S. C. McGuire, Search for trace element absorption sources in synthetic sapphire. *LIGO Scientific Collaboration Meeting*, (G030454-00-Z) (2003).

- [75] F. Benabid : Cristal System, X-ray induced absorption of high-purity sapphire and investigation of the origin of the residual absorption at 1064 nm. *Journal of Physics D : Applied Physics*, **30**, 589–594 (2000).
- [76] S. C. McGuire et al., Trace element search in synthetic sapphire for advanced ligo. *Transaction Am. Nucl.Soc*, **84**, 484 (2002).
- [77] J. H. Pace et al., Spin-lattice relaxation times in sapphire and chromium-doped rutile at 34.6 GHz. *In Proceedings of the Physical Society* (1961).
- [78] M. Oxborrow et al., g-sensitivity of a cryogenic sapphire resonator. *European Frequency and Time Forum* (2008).
- [79] W. P. Robins, *Phase noise in signal sources*. Peregrinus (1982).
- [80] J. Barbery, *Traitements thermiques du cuivre et de ses alliages*. Techniques de l'Ingénieur (Réf M1295).
- [81] P.-Y. Bourgeois et al., Zero-field Fe^{3+} : Sapphire whispering-gallery-mode solid-state maser oscillator. *Join Meeting of the IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, and The European Frequency and Time Forum* (2005).
- [82] H. Nyquist, Thermal agitation of electric charge in conductors. *Physical Review*, **32**(1), 110–113 (1928).
- [83] J. B. Johnson, Thermal agitation of electricity in conductors. *Physical Review*, **32**(1), 97–109 (1928).
- [84] J. Vanier et C. Audoin, *The quantum physics of atomic frequency standards*. Adam Hilger (1989).
- [85] D. B. Leesson, A simple model of feedback oscillator noise spectrum. *Proceeding Letters of the IEEE*, **54**(2), 329–330 (1966).
- [86] C. T. Stelzried, Microwave thermal noise standards. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **16**(9), 646–655 (1968).
- [87] E. Rubiola, On the measurement of frequency and of its sample variance with high-resolution counters. *Review of Scientific Instruments*, **76**(5), 1–6 (2005).
- [88] S. T. Dawkins et al., Considerations on the measurement of the stability of oscillators with frequency counters. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, **54**(5), 918–925 (2007).

Table des figures

1.1	<i>Déviation d'Allan pour quelques sources de fréquences.</i>	5
1.2	<i>Couplage des modes de galerie.</i>	7
1.3	<i>Distribution de l'énergie dans le résonateur selon le mode WGH_{17,0,0} à 12,04 GHz.</i>	7
1.4	<i>Levée de la dégénérescence du mode de galerie à 4,2 K.</i>	8
1.5	<i>Relevé des caractéristiques des modes de galerie d'un résonateur cryogénique.</i>	8
1.6	<i>Architecture de l'OSC monté à l'Institut FEMTO-ST.</i>	9
1.7	<i>Les OSC à travers le monde.</i>	10
1.8	<i>Le résonateur Saphir-Rubis du JPL.</i>	11
1.9	<i>Le résonateur Saphir compensé mécaniquement.</i>	12
1.10	<i>Le résonateur Saphir-Rutile.</i>	12
1.11	<i>Performances de quelques oscillateurs fonctionnant à plus haute température.</i>	13
1.12	<i>Le principe du maser ammoniaque de Townes.</i>	14
1.13	<i>Le principe du maser rubis du NPL.</i>	16
1.14	<i>S₂₁ du mode WGH_{17,0,0} à 4,2 K en fonction de la fréquence ; la puissance injectée est de -20 dBm.</i>	17
1.15	<i>Coefficient de transmission à résonance en fonction de la puissance injectée en dBm. Il s'agit de la puissance injectée au niveau de la flasque supérieure du cryostat. Les pertes des câbles reliant le résonateur au circuit extérieur ne sont donc pas prises en compte. Ces pertes sont de l'ordre de 5 à 6 dB</i>	18
1.16	<i>Niveaux d'énergie de l'ion Fe³⁺ et principe du maser.</i>	19
2.1	<i>Système énergétique à deux niveaux.</i>	24
2.2	<i>Probabilité de relaxation Γ_{ij}.</i>	25
2.3	<i>Processus de relaxation suite à une perturbation.</i>	26

2.4	<i>Système à deux niveaux soumis à un rayonnement électromagnétique.</i>	27
2.5	<i>Profil d'absorption homogène. La largeur à mi-hauteur $\Delta\nu_{12} = 1/\pi\tau_2$.</i>	28
2.6	<i>Interaction entre deux spins voisins</i>	29
2.7	<i>Evolution de l'écart de populations instantané. Lorsque W_{12} est élevée, la saturation est atteinte, d'où $\Delta n \rightarrow 0$ et le temps de réponse $\tau \approx \tau_1$. Lorsque W_{12} est faible, alors $\Delta n'_{12} = \frac{\Delta N_{12}}{1 + 2W_{12}\tau_1}$ et le temps de réponse est $\tau' = \frac{\tau_1}{1 + 2W_{12}\tau_1}$.</i>	30
2.8	<i>Evolution de l'écart de population en fonction de W_{12}. Lorsque le temps de relaxation τ_1 est faible, le système peut atteindre la saturation avec des champs faibles</i>	31
2.9	<i>Explication du comportement bistable du résonateur.</i>	32
2.10	<i>Système énergétique à trois niveaux.</i>	34
2.11	<i>La règle de sélection des transitions impose $\Delta M = 1$. Normalement la transition $1 \leftrightarrow 3$ n'est pas autorisée car $\Delta M = 2$. Cependant, le champ cristallin mélange les deux niveaux avec des taux très faibles (ϵ), ce qui rend la transition possible.</i>	37
3.1	<i>Modélisation d'un résonateur à mode de galerie.</i>	40
3.2	<i>Modélisation des couplages : A) résonateur réel couplé par des sondes. B) Modèle fondé sur des coupleurs hybrides.</i>	42
3.3	<i>Partie réelle et imaginaire de la susceptibilité magnétique normalisée.</i>	46
3.4	<i>Evolution de X^2 (image de la puissance de sortie) en fonction de Y^2 (image de la puissance d'entrée).</i>	50
3.5	<i>Evolution du coefficient de transmission de Pinocchio en fonction de la puissance à l'entrée du résonateur.</i>	53
3.6	<i>Dispositif expérimental permettant la mesure de la susceptibilité.</i>	54
3.7	<i>Comportement des modes de galerie en présence d'une onde à 12 GHz. (a) disposition des modes sans pompe. (b) en présence d'une pompe à 12 GHz, les modes se rapprochent du mode $WGH_{17,0,0}$. (c) L'augmentation des fréquences des modes est liée à celle de la température du résonateur.</i>	56
3.8	<i>Partie réelle de la susceptibilité magnétique.</i>	56
3.9	<i>Coefficient de transmission en fonction de la fréquence et la puissance injectée dans le résonateur Marie. A gauche le mode $WGH_{21,0,0}$. A droite le mode $WGH_{20,0,0}$.</i>	57
3.10	<i>Partie réelle de la susceptibilité magnétique.</i>	58
3.11	<i>Partie réelle de la susceptibilité magnétique.</i>	59
3.12	<i>Dispositif expérimental permettant la mesure du temps de relaxation τ_1.</i>	60

3.13	τ_1 pour une température de 8 K.	61
3.14	Evolution du temps de relaxation τ_1 en fonction de la température.	62
3.15	Evolution du coefficient de transmission de Pinocchio en fonction de la puissance à l'entrée du résonateur. Les courbes en pointillés correspondent aux pourcentages d'erreur commis lors de l'estimation des paramètres N et τ_2	63
3.16	Evolution du coefficient de transmission de Pinocchio en fonction de la puissance à l'entrée du résonateur. Les courbes en pointillés correspondent aux pourcentages d'erreur commis lors de l'estimation de la concentration ionique N	64
3.17	Evolution des puissances d'entrée seuils en fonction de la concentration d'ions	65
3.18	Evolution du comportement bistable de S_{21} en fonction de la concentration d'ions.	66
3.19	Evolution des puissances d'entrée seuils en fonction de τ_2 . Simulation de S_{21} en fonction de la puissance appliquée.	66
3.20	S_{21} en fonction de la puissance appliquée pour différentes valeurs de τ_2	67
3.21	Evolution des puissances d'entrée seuils en fonction de Q_L	68
3.22	S_{21} en fonction de la puissance appliquée pour différentes valeurs de Q_L	68
3.23	Evolution des puissances d'entrée seuils en fonction de τ_1	69
3.24	Coefficient de transmission du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la puissance injectée dans le résonateur Gepetto.	72
3.25	Coefficient de transmission du mode $WGH_{17,0,0}$ après recuit en fonction de la puissance injectée dans le résonateur.	72
3.26	Evolution des populations des deux premiers niveaux d'énergie en fonction de la fréquence de l'onde appliquée. La courbe en pointillés est pour une puissance forte P_2 , et la continue pour une puissance faible P_1	74
3.27	Evolution des populations des deux premiers niveaux d'énergie en fonction de la fréquence de résonance des paquets de spins.	74
3.28	Distribution du champ magnétique du mode de galerie selon la direction azimutale.	76
4.1	Condition d'inversion de Bloembergen.	78
4.2	Probabilités de relaxation et d'émission stimulée.	79
4.3	Evolution des populations en fonction de W_p	81
4.4	Evolution de la puissance fournie en fonction de la puissance absorbée.	85
4.5	Processus de l'absorption à 31 GHz.	86

4.6	<i>Schéma électrique équivalent du résonateur à 31 GHz. On suppose ici que l'onde véhiculée dans le résonateur est directement transmise aux ions.</i>	87
4.7	<i>Evolution de la puissance absorbée par les ions en fonction du couplage à l'entrée du résonateur.</i>	89
4.8	<i>Processus de l'émission stimulée à 12 GHz.</i>	90
4.9	<i>Evolution de la puissance maser à la sortie du résonateur en fonction du couplage pour plusieurs valeurs de N.</i>	91
4.10	<i>Evolution du couple (N, Q_L) nécessaire à l'obtention d'un signal maser.</i>	91
5.1	<i>Architecture du cryogénérateur. La ligne en bleu est adaptée à 31,3 GHz.</i>	94
5.2	<i>Pertes des lignes de transmission à 12 GHz et à 31 GHz dans le cryogénérateur, mesurées à température ambiante.</i>	95
5.3	<i>Architecture du cryostat et de l'insert cryogénique.</i>	96
5.4	<i>Pertes des lignes de transmission à 12 GHz et à 31 GHz dans l'insert cryogénique, mesurées à température ambiante. A droite, la première configuration où tous les composants sont du type SMA. A gauche, la deuxième configuration où l'on utilise certains composants adaptés à 31 GHz.</i>	97
5.5	<i>Architecture de la chambre contenant le résonateur.</i>	98
5.6	<i>Forme des résonateurs, Marie et Jeanne à gauche, Gepetto et Pinocchio à droite.</i>	99
5.7	<i>Premier dispositif de test de l'instabilité du Whigmo.</i>	102
5.8	<i>Etude du maillage. Ecart fréquentiel en fonction de m.</i>	103
5.9	<i>Comparaisons Calculs-Mesures.</i>	104
5.10	<i>Evolution de la hauteur en fonction du rayon pour la même fréquence 12,038 GHz.</i>	105
5.11	<i>Evolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction du rayon pour plusieurs hauteurs.</i>	105
5.12	<i>Evolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la hauteur pour plusieurs valeurs de R_{res}.</i>	106
5.13	<i>Evolution de S_h en fonction du rayon.</i>	106
5.14	<i>Evolution de la puissance maser, normalisée par la puissance pompe dans le résonateur, en fonction de la fréquence pompe, pour le résonateur Jeanne. Chaque flèche représente le signal maser oscillant à 12 GHz selon un mode de galerie pompe.</i>	111
5.15	<i>Evolution de la puissance maser, normalisée par la puissance pompe dans le résonateur, en fonction de la fréquence pompe. Données du résonateur Marie.</i>	112

6.1	<i>Dispositif expérimental permettant la mesure des caractéristiques de signal maser.</i>	114
6.2	<i>Evolution de la fréquence maser du résonateur Marie en fonction de la fréquence pompe.</i>	116
6.3	<i>Disposition de la réponse fréquentielle du maser par rapport à S_{21} du mode pompe P_{m8}.</i>	116
6.4	<i>Evolution de la fréquence maser du résonateur Pinocchio en fonction de la fréquence pompe.</i>	117
6.5	<i>Evolution de la puissance maser du résonateur Marie en fonction de la fréquence pompe.</i>	118
6.6	<i>Evolution de la puissance maser du résonateur Marie et du coefficient de transmission du mode P_{m8} en fonction de la fréquence pompe.</i>	118
6.7	<i>Evolution de la puissance maser du résonateur Pinocchio en fonction de la fréquence pompe.</i>	119
6.8	<i>Evolution de la fréquence maser en fonction de la puissance pompe. Les pertes de la ligne à 31 GHz sont de l'ordre de 12 dB.</i>	120
6.9	<i>Evolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la puissance à l'entrée du résonateur. Les pertes de la ligne à 12 GHz sont de l'ordre de 5 dB (résonateur-analyseur de réseaux).</i>	121
6.10	<i>Evolution de la fréquence maser en fonction de la puissance pompe.</i>	121
6.11	<i>Evolution de la puissance maser de Pinocchio en fonction de la puissance pompe à l'entrée du cryostat.</i>	122
6.12	<i>Evolution de la puissance maser en fonction de la puissance pompe à l'entrée du résonateur Marie.</i>	123
6.13	<i>Evolution de la puissance maser maximale de Jeanne en fonction des modes de galerie pompes. Les points dans les cercles montrent que le signal maser est très proches de la saturation.</i>	126
6.14	<i>Evolution de la température d'inversion du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la concentration des ions Fe^{3+}.</i>	129
6.15	<i>Evolution de la fréquence du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction de la température. A gauche la fréquence de Jeanne et à droite celle de Marie.</i>	130
6.16	<i>Interactions avec les ions. A gauche, la température est basse et les deux fréquences sont proches. A droite, la température est haute et les deux fréquences sont éloignées. . .</i>	130
6.17	<i>Evolution de S_{21} et de S_{11} du résonateur Jeanne, avant usinage, pour plusieurs puissances de mesure à 77 K.</i>	131

6.18	<i>Disposition du signal maser par rapport au sous-niveau Zeeman. Sans champ, la résonance ionique couvre le mode de galerie et le signal maser opère. A faible champ magnétique, les niveaux d'énergie se divisent et leurs fréquences s'éloignent de celle du mode de galerie. La puissance du signal diminue. Enfin, quand le champ magnétique est intense, les sous-niveaux Zeeman présentent des fréquences de résonances trop éloignées du mode de galerie et le signal maser disparaît.</i>	132
6.19	<i>Variations des niveaux d'énergie de l'ion Fe³⁺ dans l'alumine en fonction d'un champ magnétique. A droite, le champ est selon l'axe (Z). A gauche, le champ forme un angle de 90° avec l'axe (Z). Données de Kornienko et Prokhorov [52].</i>	133
6.20	<i>Evolution de la résonance des ions en présence et en l'absence d'un champ magnétique.</i>	135
6.21	<i>Puissance maser en fonction des fréquences des modes de galerie pompe. Les flèches en pointillés représentent l'apparition d'un signal maser en présence du champ magnétique dc.</i>	135
6.22	<i>Variations de la fréquence du signal maser en fonction du champ magnétique pour le résonateur Pinocchio.</i>	136
6.23	<i>Disposition de la résonance des ions sans champ magnétique et à la limite d'oscillation maser.</i>	137
6.24	<i>Evolution des fréquences du doublet de Marie en fonction du champ. L'écart fréquentiel initial entre les deux résonances du doublet, sans champ, est de 5 kHz.</i>	139
6.25	<i>Variations relatives des facteurs de qualité de Marie. $Q_L^- = 500 \times 10^6$ et $Q_L^+ = 650 \times 10^6$ sans champ.</i>	139
6.26	<i>Evolution des fréquences du doublet de Jeanne en fonction du champ.</i>	140
6.27	<i>Variations relatives des facteurs de qualité de Jeanne. $Q_L^- = 510 \times 10^6$ et $Q_L^+ = 1300 \times 10^6$ sans champ.</i>	141
7.1	<i>Ecart-type d'Allan et DSP des fluctuations de phase équivalente. Le signal maser n'est limité que par le bruit thermique à 8 K.</i>	144
7.2	<i>Processus de transmission du signal maser vers l'extérieur.</i>	145
7.3	<i>Contribution de la ligne de transmission. Elle dégrade la stabilité du signal maser de 17,5 dB.</i>	146
7.4	<i>Schéma équivalent d'un amplificateur.</i>	147
7.5	<i>Schéma de la ligne de transmission totale. L'amplificateur est placé à l'extérieur du cryostat.</i>	147

7.6	<i>Contribution de l'amplificateur. Au final le plancher de bruit blanc de phase est dégradé de 19,5 dB.</i>	148
7.7	<i>Schéma de la ligne de transmission totale. L'amplificateur est placé cette fois avant le câble.</i>	149
7.8	<i>Bruit d'un amplificateur. Il présente une pente en 1/f due au bruit flicker et un plancher de bruit thermique. La fréquence f_{ampli} est ici de l'ordre de 1 kHz.</i>	149
7.9	<i>Modèle simple d'un transistor MESFET avec une capacité d'entrée non linéaire.</i>	150
7.10	<i>Bilan des principaux bruits qui dégradent la qualité du signal maser.</i>	150
7.11	<i>Principe du banc de mesure.</i>	150
7.12	<i>Réponse impulsionnelle du filtre $h(t)$.</i>	151
7.13	<i>Réponse impulsionnelle du filtre triangulaire.</i>	151
7.14	<i>Performance attendue du maser. A gauche la déviation d'Allan. A droite l'écart-type triangle.</i>	152
7.15	<i>Comparaison entre le Whigmo et l'OSC de l'UWA.</i>	153
7.16	<i>Résultat de la comparaison entre le Whigmo et l'OSC. Les carrés représentent les fluctuations relatives de fréquence provenant du bruit propre de la chaîne de synthèse. Les cercles représentent la mesure de la stabilité du battement à 250 kHz.</i>	154
7.17	<i>Puissance des deux signaux maser en fonction de la puissance pompe appliquée à l'entrée du cryostat.</i>	156
7.18	<i>La chaîne d'amplification du bimode.</i>	156
7.19	<i>Résultat de la mesure de la stabilité du battement.</i>	157
7.20	<i>Limite d'instabilité provenant du bruit thermique pour un seul maser.</i>	157
7.21	<i>Comparaison entre la déviation d'Allan mesurée et calculée à 1 s.</i>	158
B.1	<i>Dispositif expérimental de Marie.</i>	163
B.2	<i>Dispositif expérimental de Jeanne.</i>	165
B.3	<i>Pertes des lignes de transmission à 12 GHz et à 31 GHz dans le cryogénérateur, mesurées à température ambiante.</i>	167
D.1	<i>Puissance du Maser Bimode en fonction de la puissance pompe pour plusieurs températures.</i>	173
D.2	<i>Puissance maser en fonction de la fréquence pompe pour plusieurs champs magnétique à 5 K</i>	174

Liste des tableaux

2.1	<i>Tableau résumant les fréquences de transition et leurs largeurs [61] ainsi que les écarts de population à l'équilibre et à 4,2 K. Malheureusement, nous ne disposons pas de la largeur à mi-hauteur de la transition à 31 GHz. En effet, dans la littérature, on ne trouve que les données des autres transitions. Cependant nous avons pu estimer sa largeur totale à 100 MHz (voir section 5.3.3).</i>	35
2.2	<i>Paramètres de l'Hamiltonien des ion Fe^{3+} dans le saphir à différentes températures. Ils sont exprimés en unité de 10^{-4} cm^{-1}</i>	37
2.3	<i>Fréquences de l'échantillon de Kornienko, calculées à partir des paramètres de l'Hamiltonien, à champ magnétique dc nul. La fréquence ν_{13} est obtenue en sommant les deux autres.</i>	37
2.4	<i>Résumé du calcul des paramètres σ_{ij}^2.</i>	38
3.1	<i>Paramètres du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$ du résonateur Pinocchio.</i>	53
3.2	<i>Fréquences des modes de galerie du résonateur Jeanne autour de $\nu_{17,0,0}$ avec et sans pompe. (x) mode d'ordre non identifié.</i>	55
3.3	<i>Paramètres estimés de Jeanne.</i>	58
3.4	<i>Fréquences des modes de galerie du résonateur Marie autour de $\nu_{17,0,0}$ avec et sans pompe.</i>	58
3.5	<i>Paramètres estimés de Marie.</i>	58
3.6	<i>Fréquences des modes de galerie du résonateur Pinocchio autour de $\nu_{17,0,0}$ avec et sans pompe.</i>	59
3.7	<i>Paramètres estimés de Pinocchio.</i>	59
3.8	<i>Concentrations de l'ion Fe^{3+} et τ_2 estimés pour plusieurs résonateurs.</i>	60
3.9	<i>Données du mode $\text{WGH}_{17,0,0}$ et des ions Fe^{3+} du résonateur Pinocchio à 4,2 K.</i>	63
3.10	<i>Concentrations de quelques ions dans la matrice saphir.</i>	71

3.11	<i>Concentrations mesurées dans nos résonateurs.</i>	71
3.12	<i>Caractéristiques du mode $WGH_{17,0,0}^+$ avant et après le recuit. Les différences dans les couplages ne sont pas dues au recuit mais à la configuration du résonateur dans la cavité qui a changé.</i>	73
4.1	<i>Q_0 minimal nécessaire à l'obtention d'un signal maser pour nos résonateurs.</i>	92
5.1	<i>Dimensions de nos résonateurs. La précision de la mesure est de 2 μm.</i>	99
5.2	<i>Dimensions du résonateur Marie et de sa cavité à 300 K.</i>	101
5.3	<i>Etude du maillage. Formulations E et H.</i>	102
5.4	<i>Comparaison Calculs-Mesures.</i>	103
5.5	<i>Résultats du calcul (R_{res}, h_{res}) donnant la fréquence 12,038 GHz.</i>	104
5.6	<i>Dimensions et fréquences du résonateur avant et après l'usinage de 0,5 mm selon la hauteur.</i>	107
5.7	<i>Dimensions et fréquences avant et après l'usinage final.</i>	107
5.8	<i>Tableau résumant les données des deux résonateurs avant et après usinage.</i>	108
5.9	<i>Couplages des résonateurs à 4,2 K.</i>	109
5.10	<i>Oscillations maser selon plusieurs modes de galerie à 12 GHz. Les niveaux des puissances pompes correspondent à la puissance délivrée par le synthétiseur de fréquence et non pas à celles délivrée à l'entrée du résonateur.</i>	110
6.1	<i>Caractéristiques des modes $WGH_{17,0,0}^-$ et P_{p2}, pour Pinocchio, et $WGH_{17,0,0}^-$ et P_{m8} pour Marie. Les résonateurs sont refroidis à 4,2 K à l'hélium liquide.</i>	115
6.2	<i>Données permettant l'évaluation de la puissance pompe seuil.</i>	124
6.3	<i>Résultats des calculs des puissances seuil P_{pompe} à l'entrée du résonateur.</i>	124
6.4	<i>Données permettant l'évaluation de la puissance maximale. La largeur de 160 MHz est estimée à partir du temps $\tau \sim 2$ ns.</i>	125
6.5	<i>Résultats des calculs des puissances maser maximum. Les pertes de ligne sont de l'ordre de 3 dB.</i>	125
6.6	<i>Données résumant les fréquences de l'échantillon de Prokhorov et Kornienko à 4,2 K.</i>	134
6.7	<i>Caractéristiques du mode $WGH_{17,0,0}$ des résonateurs à 4,2 K.</i>	138
6.8	<i>Sensibilités de la fréquence et du facteur de qualité du mode $WGH_{17,0,0}$ pour quatre de nos résonateurs.</i>	140

7.1	<i>Comparaison entre la variance d'Allan des compteurs classiques et la variance triangle des compteurs modernes.</i>	152
7.2	<i>Couplage du mode $WGH_{17,0,0}$ du résonateur Jeanne à 5 K.</i>	155
A.1	<i>Données des modes du résonateur Jeanne @ 4,2 K.</i>	161
A.2	<i>Données des modes du résonateur Marie @ 4,2 K.</i>	162
B.1	<i>Données des modes de galerie pompes de Marie. D : ligne désadaptée. x : pas de signal. o : Bimode. n : pas de Bimode. B : Bimode avec un champ magnétique DC. L'accès 'b' est une boucle magnétique et l'accès 'a' est une antenne.</i>	164
B.2	<i>Données des modes de galerie pompes de Jeanne. D : ligne désadaptée. x : pas de signal.</i>	165
B.3	<i>Données des modes de galerie utilisés pour créer un signal Maser.</i>	167
B.4	<i>Niveau de la puissance du signal Maser pour la pompe P_{g1}.</i>	168
B.5	<i>Niveau de la puissance du signal Maser pour la pompe P_{g2}.</i>	168
B.6	<i>Niveaux de la puissances du signal Maser pour la pompe P_{g3}.</i>	168
C.1	<i>Mesures des paramètres du mode $WGH_{17,0,0}$ en fonction d'un champ DC. Rappelons que ($Q_L^- = 500 \times 10^6$, $Q_L^+ = 680 \times 10^6$) pour Marie et ($Q_L^- = 6 \times 10^9$, $Q_L^+ = 2 \times 10^9$) pour Gepetto à champ magnétique nul. Les signes négatifs du champ signifient qu'il est orienté dans la direction -Z</i>	170
C.2	<i>Mesures des paramètres du mode $WGH_{17,0,0}$ pour Jeanne en fonction d'un champ DC. Les signes négatifs du champ signifient qu'il est orienté dans la direction -Z</i>	171

Résumé

Les oscillateurs les plus stables au monde sont ceux utilisant un résonateur saphir placé à basse température. Dans ce cas, le résonateur est utilisé en mode passif et l'oscillation est entretenue par un amplificateur placé à température ambiante. Pour atteindre des stabilités ultimes, ce dispositif doit être complété par plusieurs asservissements afin de pallier les dérives de phase et d'amplitude du signal dans la boucle d'oscillation. Ce type d'oscillateur est donc encombrant et difficile à mettre en oeuvre dans des applications de terrain. L'objectif de cette thèse est de valider un autre principe d'utilisation du résonateur saphir : le MASER à modes de galerie. L'idée cette fois est de mettre à profit la présence d'impuretés paramagnétiques dans le cristal de saphir pour obtenir un effet MASER auto-entretenu. L'ensemble du dispositif est maintenant dans le même ensemble physique, à savoir le résonateur saphir et l'amplificateur placés à basse température.

Le principe du MASER à modes de galerie a été démontré à l'aide de résonateurs saphir de type HEMEX, contenant des impuretés du type Fe^{3+} . Son principe est fondé sur le MASER à trois niveaux d'énergie sans champ magnétique dc. En pompant les ions au moyen d'un mode de galerie à une fréquence de 31 GHz, une oscillation peut être obtenue via un autre mode de galerie à 12,04 GHz. Le niveau de puissance maximal obtenu à la sortie du résonateur est de $6 \cdot 10^{-9}$ W (dix mille fois supérieur à celui d'un Maser H) pour une concentration ionique de quelques 10 ppb.

Des mesures sur l'instabilité relative du MASER, pour des niveaux de puissance de l'ordre de 10^{-12} W, ont montré que cet oscillateur n'est limité à court terme que par le bruit thermique, $\sigma_y(\tau < 10 \text{ s}) = 2 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$. Une autre expérience comparant le Whigmo à un oscillateur saphir cryogénique (OSC) à l'état de l'art a montré que le MASER présente une instabilité inférieure à quelques 10^{-14} à court terme.

Ce travail suggère que le MASER fonctionnant à une puissance de $6 \cdot 10^{-9}$ W pourrait présenter des niveaux d'instabilité à court terme de $10^{-16} \tau^{-1/2}$. En conclusion le MASER saphir cryogénique à mode de galerie est un oscillateur alliant les performances des OSC classiques et une extrême simplicité et pourrait à terme remplacer les OSC.

Mots clés : Maser, Mode de galerie, Résonateur Saphir, Ions Paramagnétiques Fe^{3+} , Electromagnétisme, Bistabilité.

Abstract

The most stable oscillators use a sapphire resonator placed at low temperature. This resonator is used in a passive configuration and the oscillation is maintained by an amplifier at room temperature. To reach ultimate stabilities, several controls must be implemented in order to mitigate the phase and amplitude drifts of the signal in the oscillation loop. Such an oscillator is thus cumbersome and difficult to implement in ground applications. The main objective of this thesis is to validate another principle of the use of sapphire resonator : the Whispering Gallery modes MASER Oscillator (Whigmo). The idea is to use paramagnetic impurities that are present within the sapphire crystal to obtain a self-sustained MASER effect.

The Whigmo principle has been demonstrated by using HEMEX sapphire resonators, containing paramagnetic ions (Fe^{3+} ions). Its principle is based on the three energy levels MASER at zero dc magnetic field. By pumping the ions thanks to a whispering gallery (WG) mode at 31 GHz, an oscillation is obtained via another WG mode at 12.04 GHz. The maximum power delivered is of about $6 \cdot 10^{-9}$ W (ten thousand times higher than an H-Maser) for ionic concentration as low as 10 ppb.

Measurements on the MASER instability for a power of about 10^{-12} W, showed that this oscillator is limited only at short term the thermal noise, $\sigma_y(\tau < 10 \text{ s}) = 2 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$. An instability lower than 10^{-14} at short term has been shown through another experiment, by comparing the Whigmo to the state of the art Cryogenic Sapphire Oscillator (CSO).

This work suggests that the MASER working at power of $6 \cdot 10^{-9}$ W could deliver short-term instability of about $1 \cdot 10^{-16} \tau^{-1/2}$. The Whigmo is then an oscillator that combine the performances of the traditional CSO and an extreme simplicity. In the near future it will elsewhere become the successor of the traditional CSO.

Keywords : Maser, Whispering Gallery Modes, Sapphire Resonator, Paramagnetic ions Fe^{3+} , Electromagnetism, Bistability.