Mémoire

présenté pour l'obtention du Grade de

MASTER

« Métiers de l'enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention 2nd Degré, Professeur des Lycées et Collèges, Mathématiques

L'enseignement du calcul littéral en 4ème par les programmes de calcul

Présenté par

DAVAL Simon

Sous la direction de :

SIMARD Arnaud

Année 2017-2018

Table des matières

Introduction.....3

I. Introduire le calcul littéral.....8

1. Introduire la lettre : démontrer un résultat général.....8

2. Introduire la distributivité simple.....13

3. Introduire les équations.....18

II. Les obstacles des élèves.....20

1. Le statut du signe « = ».....20

2. Le statut de la lettre.....21

3. Le sens des opérations et la modélisation.....22

III. Remédiations : Les activités mentales.....24

Conclusion.....30

Bibliographie.....31

Résumé et mots clefs.....32

Introduction

Les problèmes d'algèbre et d'arithmétique sont apparus très tôt dans l'histoire des Mathématiques. Au IXe siècle, Al Khwarizmi s'intéresse à la résolution d'équations et classe les équations selon leur méthode de résolution. En 1591, Viete introduit la lettre et le calcul littéral dans « Introduction à l'Art analytique ou Algèbre nouvelle ». L'introduction de la lettre et le calcul littéral sont toujours destinés à résoudre des problèmes et sont présentés comme un nouvel outil. Aujourd'hui, l'algèbre est perçu différemment selon le niveau d'enseignement :

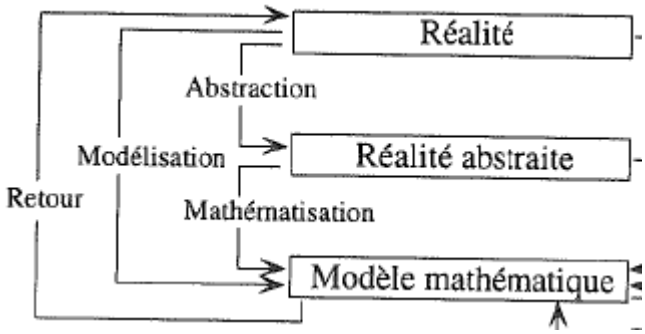
- Au niveau universitaire, on parle d'algèbre des structures avec notamment les structures de groupes, d'anneaux… De plus, une structure $(E, A, +, \cdot, \times)$ qui vérifie les propriétés suivantes est même appelée Algèbre sur A : $(E, +, \cdot)$ est un espace vectoriel sur A; la loi de composition interne $\times$, de $E \times E$ dans E, est bilinéaire.
- Au niveau secondaire, l'algèbre est le calcul littéral et l'analyse avec les lettres.

La résolution de problème est toujours le point central de tous les programmes scolaires de Mathématiques. Le préambule du programme de Cycle 4 explicite clairement : « Une place importante doit être accordée à la résolution de problèmes, qu'ils soient internes aux mathématiques, ou liés à des situations de la vie quotidienne ou d'autres disciplines. Le programme fournit des outils permettant de modéliser des situations variées sous forme de problèmes mathématisés. » Le développement des six compétences mathématiques (Chercher, Modéliser, Représenter Raisonner, Calculer, Communiquer) est aussi un autre point central du programme et ce développement doit être travaillé par le biais de la résolution de problèmes. L'enseignement du calcul littéral, c'est à dire la transmission des savoirs algébriques (propriétés algébriques, la modélisation) doit donc être un outil pour résoudre des problèmes. Le programme de cycle 4 se décline en plusieurs attendus :

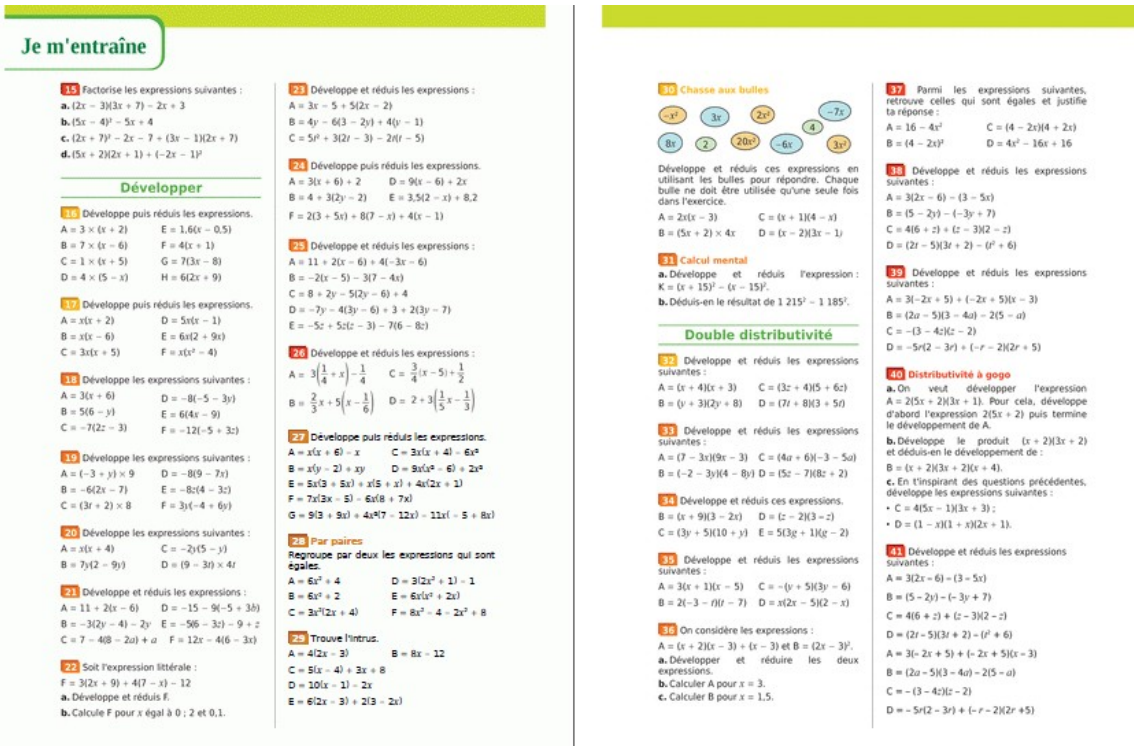
- Mettre un problème en équation / inéquation en vue de sa résolution
- Résoudre une équation / inéquation du premier degré
- Démontrer une formule, un résultat général
- Utiliser les règles du calcul littéral : distributivité, factorisation (propriétés structurales des différents ensembles de nombres du collège)
- Réfuter ou valider une conjecture
- Expliciter le concept de fonction et de variable

Le calcul littéral a une place importante dans la résolution de problèmes car il permet de résoudre des problèmes à une ou plusieurs inconnues. En classe de 4ème, les problèmes sont principalement des problèmes à une inconnue ou des problèmes connectés à deux inconnues. Ses problèmes peuvent-être plus ou moins modélisés : (Modéliser : à partir d'une situation réelle, trouver un modèle, une théorie, un concept plus ou moins proche pour pouvoir traiter le problème ; faire des allers-retours entre le modèle et le réel)

- Problème réel : la modélisation est laissée à l'initiative de l'élève (les problèmes sont souvent des tâches riches dans ces cas là)
- Problème semi-idéalisé : il reste à transformer une partie des informations, le modèle mathématique à utiliser est souvent déjà donné.
- Problèmes idéalisés : Problèmes sont déjà donnés dans le modèle.



Les élèves de collège et de lycée ont du mal à introduire une lettre si celle-ci n’est pas donnée dans le cadre de la résolution de problèmes. En effet, les livres de cycle 4 privilégient encore les exercices de techniques opératoires (réduire, factoriser, développer une expression littérale) : ces exercices représentent la moitié des exercices proposés pour le calcul littéral dans le manuel Sésamath de cycle 4, un tiers pour le manuel Hatier collection Dimension. De plus, dans certaines résolutions de problèmes, la modélisation du problème est donnée par l’énoncé (ex : En prenant « x » comme nombre de départ)



Je m'entraîne

15 Factorise les expressions suivantes :
a. $(2x-3)(3x+7)-2x+3$
b. $(5x-4)^2-5x+4$
c. $(2x+7)^2-2x-7+(3x-1)(2x+7)$
d. $(5x+2)(2x+1)+(-2x-1)^2$

Développer

16 Développe puis réduis les expressions.
$A=3\times(x+2)$ $E=1{,}6(x-0{,}5)$
$B=7\times(x-6)$ $F=4(x+1)$
$C=1\times(x+5)$ $G=7(3x-8)$
$D=4\times(5-x)$ $H=6(2x+9)$

17 Développe puis réduis les expressions.
$A=x(x+2)$ $D=5x(x-1)$
$B=x(x-6)$ $E=6x(2+9x)$
$C=3x(x+5)$ $F=x(x^2-4)$

18 Développe les expressions suivantes :
$A=3(x+6)$ $D=-8(-5-3y)$
$B=5(6-y)$ $E=6(4x-9)$
$C=-7(2z-3)$ $F=-12(-5+3z)$

19 Développe les expressions suivantes :
$A=(-3+y)\times 9$ $D=-8(9-7x)$
$B=-6(2x-7)$ $E=-8z(4-3z)$
$C=(3r+2)\times 8$ $F=3y(-4+6y)$

20 Développe les expressions suivantes :
$A=x(x+4)$ $C=-2y(5-y)$
$B=7y(2-9y)$ $D=(9-3t)\times 4t$

21 Développe et réduis les expressions :
$A=11+2(x-6)$ $D=-15-9(-5+3b)$
$B=-3(2y-4)-2y$ $E=-5(6-3z)-9+z$
$C=7-4(8-2a)+a$ $F=12x-4(6-3x)$

22 Soit l'expression littérale :
$F=3(2x+9)+4(7-x)-12$
a. Développe et réduis F.
b. Calcule F pour x égal à 0 ; 2 et 0,1.

23 Développe et réduis les expressions :
$A=3x-5+5(2x-2)$
$B=4y-6(3-2y)+4(y-1)$
$C=5t^2+3(2t-3)-2t(t-5)$

24 Développe puis réduis les expressions.
$A=3(x+6)+2$ $D=9(x-6)+2x$
$B=4+3(2y-2)$ $E=3{,}5(2-x)+8{,}2$
$F=2(3+5x)+8(7-x)+4(x-1)$

25 Développe et réduis les expressions :
$A=11+2(x-6)+4(-3x-6)$
$B=-2(x-5)-3(7-4x)$
$C=8+2y-5(2y-6)+4$
$D=-7y-4(3y-6)+3+2(3y-7)$
$E=-5z+5z(z-3)-7(6-8z)$

26 Développe et réduis les expressions :
$A=3\left(\frac{1}{4}+x\right)-\frac{1}{4}$ $C=\frac{3}{4}(x-5)+\frac{1}{2}$
$B=\frac{2}{3}x+5\left(x-\frac{1}{6}\right)$ $D=2+3\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{3}\right)$

27 Développe puis réduis les expressions.
$A=x(x+6)-x$ $C=3x(x+4)-6x^2$
$B=x(y-2)+xy$ $D=9x(x^2-6)+2x^2$
$E=5x(3+5x)+x(5+x)+4x(2x+1)$
$F=7x(3x-5)-6x(8+7x)$
$G=9(3+9x)+4x^2(7-12x)-11x(-5+8x)$

28 Par paires
Regroupe par deux les expressions qui sont égales.
$A=6x^2+4$ $D=3(2x^2+1)-1$
$B=6x^2+2$ $E=6x(x^2+2x)$
$C=3x^2(2x+4)$ $F=8x^2-4-2x^2+8$

29 Trouve l'intrus.
$A=4(2x-3)$ $B=8x-12$
$C=5(x-4)+3x+8$
$D=10(x-1)-2x$
$E=6(2x-3)+2(3-2x)$

30 Chasse aux bulles

Développe et réduis ces expressions en utilisant les bulles pour répondre. Chaque bulle ne doit être utilisée qu'une seule fois dans l'exercice.
$A=2x(x-3)$ $C=(x+1)(4-x)$
$B=(5x+2)\times 4x$ $D=(x-2)(3x-1)$

31 Calcul mental
a. Développe et réduis l'expression : $K=(x+15)^2-(x-15)^2$.
b. Déduis-en le résultat de $1\,215^2-1\,185^2$.

Double distributivité

32 Développe et réduis les expressions suivantes :
$A=(x+4)(x+3)$ $C=(3z+4)(5+6z)$
$B=(y+3)(2y+8)$ $D=(7t+8)(3+5t)$

33 Développe et réduis les expressions suivantes :
$A=(7-3x)(9x-3)$ $C=(4a+6)(-3-5a)$
$B=(-2-3y)(4-8y)$ $D=(5z-7)(8z+2)$

34 Développe et réduis ces expressions.
$B=(x+9)(3-2x)$ $D=(z-2)(3-z)$
$C=(3y+5)(10+y)$ $E=5(3g+1)(g-2)$

35 Développe et réduis les expressions suivantes :
$A=3(x+1)(x-5)$ $C=-(y+5)(3y-6)$
$B=2(-3-t)(t-7)$ $D=x(2x-5)(2-x)$

36 On considère les expressions :
$A=(x+2)(x-3)+(x-3)$ et $B=(2x-3)^2$.
a. Développer et réduire les deux expressions.
b. Calculer A pour $x=3$.
c. Calculer B pour $x=1{,}5$.

37 Parmi les expressions suivantes, retrouve celles qui sont égales et justifie ta réponse :
$A=16-4x^2$ $C=(4-2x)(4+2x)$
$B=(4-2x)^2$ $D=4x^2-16x+16$

38 Développe et réduis les expressions suivantes :
$A=3(2x-6)-(3-5x)$
$B=(5-2y)-(-3y+7)$
$C=4(6+z)+(z-3)(2-z)$
$D=(2t-5)(3t+2)-(t^2+6)$

39 Développe et réduis les expressions suivantes :
$A=3(-2x+5)+(-2x+5)(x-3)$
$B=(2a-5)(3-4a)-2(5-a)$
$C=-(3-4z)(z-2)$
$D=-5r(2-3r)+(-r-2)(2r+5)$

40 Distributivité à gogo
a. On veut développer l'expression $A=2(5x+2)(3x+1)$. Pour cela, développe d'abord l'expression $2(5x+2)$ puis termine le développement de A.
b. Développe le produit $(x+2)(3x+2)$ et déduis-en le développement de :
$B=(x+2)(3x+2)(x+4)$.
c. En t'inspirant des questions précédentes, développe les expressions suivantes :
- $C=4(5x-1)(3x+3)$;
- $D=(1-x)(1+x)(2x+1)$.

41 Développe et réduis les expressions suivantes :
$A=3(2x-6)-(3-5x)$
$B=(5-2y)-(-3y+7)$
$C=4(6+z)+(z-3)(2-z)$
$D=(2t-5)(3t+2)-(t^2+6)$
$A=3(-2x+5)+(-2x+5)(x-3)$
$B=(2a-5)(3-4a)-2(5-a)$
$C=-(3-4z)(z-2)$
$D=-5r(2-3r)+(-r-2)(2r+5)$

Illustration 1: Manuel Sésamath Cycle 4 - Exercices de techniques opératoires

47 Périmètre d'un triangle

Trouve la valeur de z sachant que le périmètre du triangle ci-contre vaut 61.Les mesures sont dans la même unité.

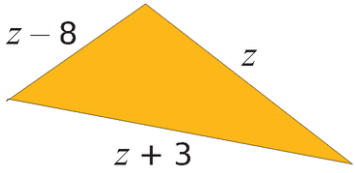


Illustration 2: Exercice où la modélisation est introduite par l'énoncé

36 Emy, Sylvia et Driss ont fait un concours de tir à l'arc :

- Emy a marqué 40 points de plus que Sylvia ;
- Driss a marqué 20 points de moins que Sylvia ;
- à eux trois, ils ont marqué 200 points.

On note x les points de Sylvia.

a. Exprimer les points d'Emy, puis ceux de Driss en fonction de x.

b. Quelle équation traduit le total des points ?

c. Combien de points chacun a-t-il marqués ?

Illustration 3: Exercice où la modélisation est introduite par l'énoncé

Les élèves ont besoin de travailler sur des exercices de techniques opératoires mais ils permettent seulement de travailler la compétence calculer, et l'attendu de fin de cycle 4 : utiliser des propriétés algébriques. C'est pourquoi, nous allons à partir d'activités sur les programmes de calcul essayer de travailler d'autres compétences (modéliser et raisonner) et tous les attendus de fin de cycle 4 pour le calcul littéral. Ces suites d'instructions opératoires ont l'avantage de simplifier la modélisation et de situer les problèmes dans des problèmes semi-abstraits car les opérations ne sont pas à modéliser. En vient donc la problématique suivante :

Comment enseigner le calcul littéral en 4ème avec les programmes de calcul ?

En utilisant la carte mentale du site Pegame, les activités avec des programmes de calcul permettent plusieurs approches du calcul littéral :

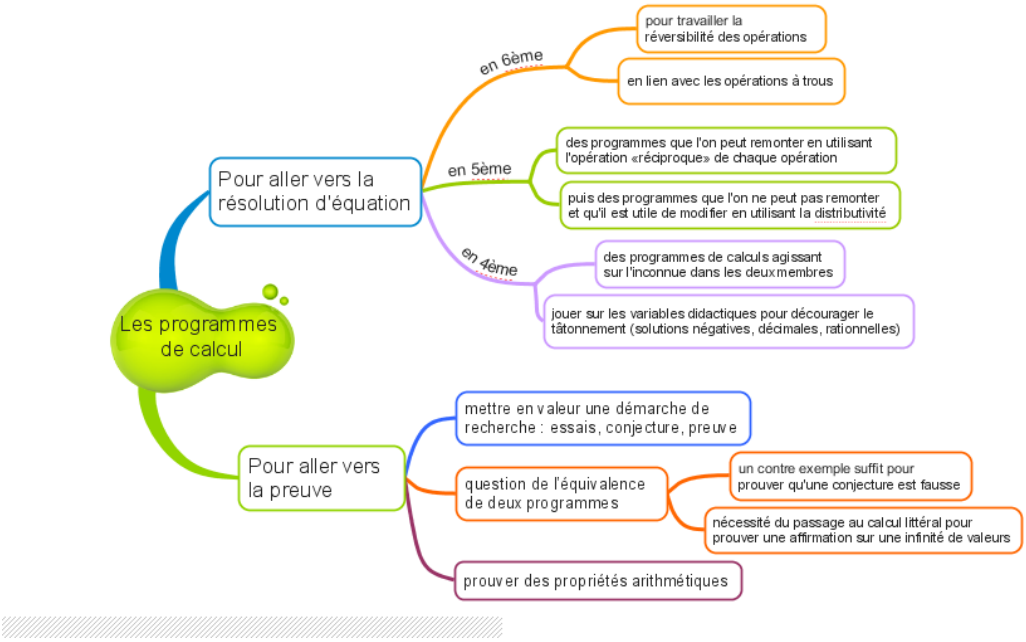


Illustration 4: Carte mentale du site Pegame

Ayant deux classes de 4ème, le calcul littéral est une notion qui doit être travaillé durant toute l'année sur différentes formes :

- Une première phase se fera en décembre où l'on introduira la lettre, le calcul littéral et les premières propriétés algébriques. Les activités sur les programmes de calcul vont permettre de travailler la modélisation, de démontrer un résultat général avec les propriétés algébriques simples et de réfuter une conjecture.
- Une deuxième phase sera en janvier/février où l'on introduira la distributivité simple, le développement et la factorisation. Les activités sur les programmes vont permettre de travailler la modélisation, de démontrer un résultat général avec la distributivité et de réfuter une conjecture.

- La dernière phase s’opérera à la fin de l’année avec la double distributivité et les équations.

Les programmes de calculs pourront me permettre dans un premier temps d’introduire les différents éléments du programme de cycle 4 sur le calcul littéral, notamment l’introduction de la lettre, les premières propriétés algébriques simples et la distributivité puis les équations. Les outils numériques ont aussi un rôle important à jouer au niveau du calcul littéral. Les difficultés des élèves pour le calcul littéral sont récurrentes : le statut de la lettre, le statut du signe égal, les erreurs de modélisation, les erreurs de calculs. C’est pour cela qu’il est envisageable de prévoir différentes remédiations.

I. Introduire le calcul littéral

L'introduction du calcul littéral est une étape importante dans le cursus de l'élève. Les activités d'introduction permettent à l'élève de construire leur savoir. Il est nécessaire de ne pas introduire toutes les différentes propriétés du calcul littéral en une seule étape et de laisser du temps aux élèves pour s'approprier les nouvelles notions. Dans un premier temps, les élèves doivent comprendre que la lettre permet de démontrer, par exemple que deux programmes de calcul sont équivalents, de traiter les inconnues et les variables, notamment dans les formules. Les premières propriétés algébriques et les simplifications algébriques peuvent être introduits à cette étape. La distributivité simple, la distributivité double et les équations sont ensuite introduits permettant de résoudre d'autres types de problèmes. L'introduction de la lettre ne doit pas être automatisé par le professeur et les élèves doivent comprendre l'intérêt de celle-ci. Cet outil est « nouveau » pour les élèves bien qu'ils ont déjà rencontré les lettres dans les formules d'aires ou de périmètres. L'introduction de la lettre permettra ensuite la modélisation de tous les problèmes sur le thème du calcul littéral. Cette compétence est souvent délaissé par les livres de collège au profit d'exercices répétitifs sur la compétence calculer et les propriétés algébriques.

1. Introduire la lettre : démontrer un résultat général

L'introduction de la lettre et du calcul littéral est une étape importante pour les élèves. Il ne faut pas donner l'outil de la lettre trop rapidement et laisser le temps aux élèves de réfléchir à un outil. Un travail en 6ème et 5ème permet l'acquisition progressive de la généralisation, notamment avec les différentes formules d'aires et les programmes de calcul. En effet, le professeur fait prendre conscience aux élèves, qu'à partir d'un programme de calcul, en notant « x » le nombre de départ, on peut aboutir à une « formule » ou une expression littérale qui permet de calculer le résultat du programme pour n'importe quel nombre choisi.

La première activité en 4ème a pour objectif l'introduction de la lettre pour démontrer un résultat général : trois programmes de calcul sont équivalents grâce à des propriétés arithmétiques simples (additionner dans n'importe quel ordre).

Activité – Programmes de calcul

Programme 1 :	Programme 2 :	Programme 3 :
• Choisis un nombre • Ajoute 1 • Ajoute le nombre de départ • Ajoute 2	• Choisis un nombre • Prends son double • Ajoute 3	• Choisis un nombre • Multiplie le par 4 • Ajoute 5 au résultat • Retranche 2 au résultat • Retire le double du nombre départ

1) Complète le tableau suivant :

Nombre de départ	Programme 1	Programme 2	Programme 3
3			
0			
-1			

2) Quelle hypothèse peux-tu faire ? Montre que cette hypothèse est vraie pour n'importe quel nombre choisi.

Les prérequis pour cette activité sont peu nombreux : les nombres relatifs et la notion de formule. Une première question sur des essais, permet d'impliquer tous les élèves et de faire prendre conscience que les programmes semblent être équivalents. La conjecture du résultat et les essais posent peu de problèmes car les programmes de calcul permettent que le sens des opérations ne soit pas une difficulté. De plus, les nombres de l'énoncé sont des nombres entiers naturels ou relatifs, ceux-ci étant introduits dès le début du cycle 4 puis révisés en début d'année, ne sont pas un obstacle pour les élèves. Toutefois, le vocabulaire peut-être une difficulté, notamment les expressions « retrancher » et « prendre son double ».

Ensuite, la démonstration apparaît puisque les élèves doivent montrer que ces programmes sont équivalents pour n'importe quel nombre choisi. Cela créer alors une rupture, puisqu'on ne s'intéresse plus aux résultats, mais aux opérations des programmes. Certains élèves ne penseront pas directement à introduire la lettre, feront peut-être d'autres essais, ils pourront également remarquer l'équivalence entre les opérations : prendre son double et ajoute le nombre de départ. La principale question des élèves sera : « faut-il le faire pour tous les nombres ? ». « L'institutionnalisation porte sur le fait que pour prouver qu'une conjecture est vraie sur une infinité de nombres, il faut s'intéresser non plus au résultat des calculs à faire,

mais aux opérations et à leurs propriétés. » L'institutionnalisation proposée est : « On peut émettre une conjecture en s'appuyant sur plusieurs essais, mais même un grand nombre d'essais ne permet
pas de généraliser à une infinité de cas. Par contre, un contre-exemple suffit à prouver qu'une affirmation est fausse ». Le professeur pourra donc faire un parallèle avec les formules d'aires (le carré $A=c\times c=c^2$, le rectangle $A=L\times l$) . Ces formules sont valables pour n'importe quelle longueur et devraient permettre de faire comprendre la nécessité d'utiliser une lettre pour aboutir à une expression littérale commune aux trois programmes.

Les compétences principalement mobilisées dans cette activité sont :

- **Modéliser** : Traduire une situation réelle en langage mathématique à l'aide d'expressions littérales.
- **Raisonner : D**émontrer : utiliser des règles établies et un raisonnement logique pour parvenir à une conclusion, fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur sa maîtrise de l'argumentation.
- **Calculer :** Calculer en utilisant le calcul en ligne, instrumenté et mental, calculer en utilisant le langage algébrique.

Malgré un travail de plusieurs séances sur les programmes de calculs et les propriétés algébriques, beaucoup élèves ont des difficultés à introduire une lettre pour traiter une inconnue ou une variable. L'acquisition de cette compétence est lente et un travail de longue durée doit être poursuivi. L'évaluation 4 intervient une semaine après une séquence sur le calcul (6 séances au total). Le premier exercice remobilise les mêmes compétences que l'activité.

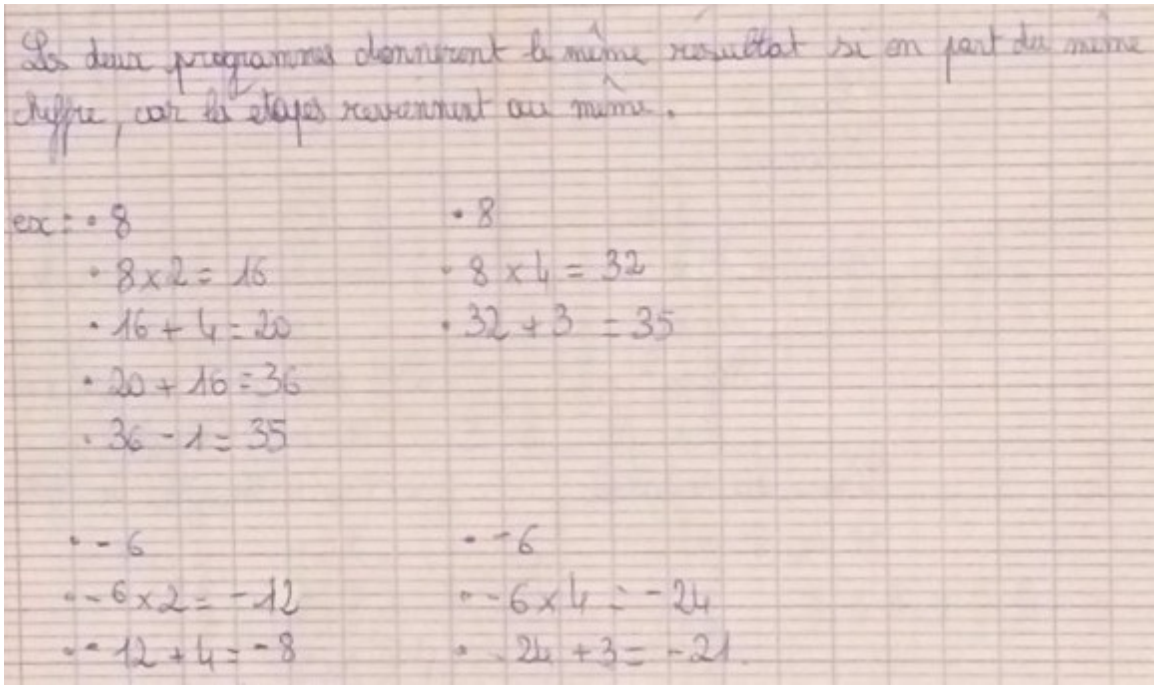
Exercice 1

Programme 1:	Programme 2:
• Choisis un nombre • Multiplie par 2 • Ajoute 4 • Ajoute le double du nombre de départ • Soustrais 1	• Choisis un nombre • Multiplie le par 4 • Ajoute 3

1) Quel est le résultat du programme 1 lorsqu'on choisis le nombre 3 ? le nombre -2 ?
le nombre -1 ?
2) Montre que pour n'importe quel nombre choisi, les deux programmes de calculs obtiennent le même résultat.

Lors de cette évaluation, les 28 élèves d'une classe de 4ème se sont engagés sur la première question avec plus ou moins de réussite. Dans la seconde question, 4 groupes d'élèves ont été observé :

- 1er groupe : deux élèves ne sont pas du tout engagé dans cette question.
- 2ème groupe : 11 élèves ont essayé sur des essais, soit en utilisant les nombres de la première question, soit en utilisant un ou plusieurs autres nombres.


Les deux programmes donnent le même résultat si on part du même chiffre, car les étapes reviennent au même.

ex : • 8
• 8 x 2 = 16
• 16 + 4 = 20
• 20 + 16 = 36
• 36 - 1 = 35

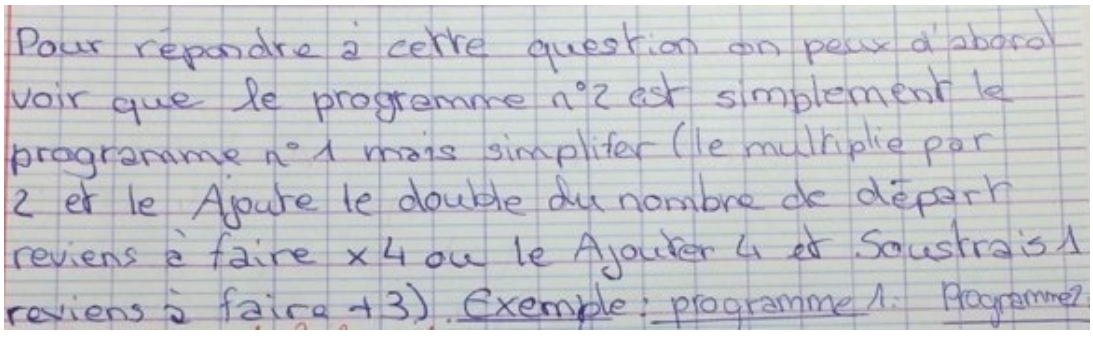
• 8
• 8 x 4 = 32
• 32 + 3 = 35

• -6
• -6 x 2 = -12
• -12 + 4 = -8

• -6
• -6 x 4 = -24
• -24 + 3 = -21

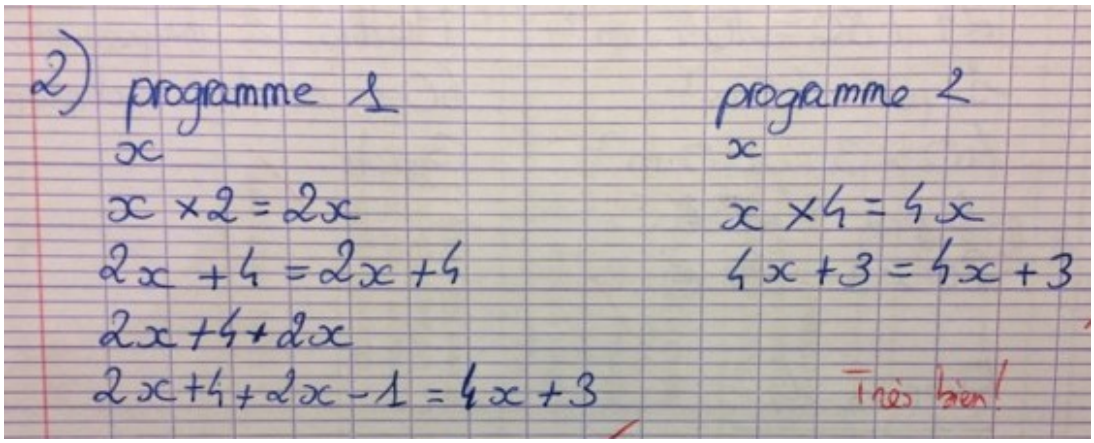
Dans l'exemple ci-dessus, Kim utilises deux autres nombres de signe contraires pour parvenir à sa conclusion. On peut voir également un problème sur le sens des mots « chiffre » et « nombre ».

- 3ème groupe : 3 élèves ont travaillé sur le sens des opérations et ont montré que les opérations successives étaient équivalentes.


Pour répondre à cette question on peux d'abord voir que le programme n°2 est simplement le programme n°1 mais simplifier (le multiplie par 2 et le Ajoute le double du nombre de départ reviens à faire x 4 ou le Ajouter 4 et Soustrais 1 reviens à faire +3). Exemple : programme 1: Programme2:

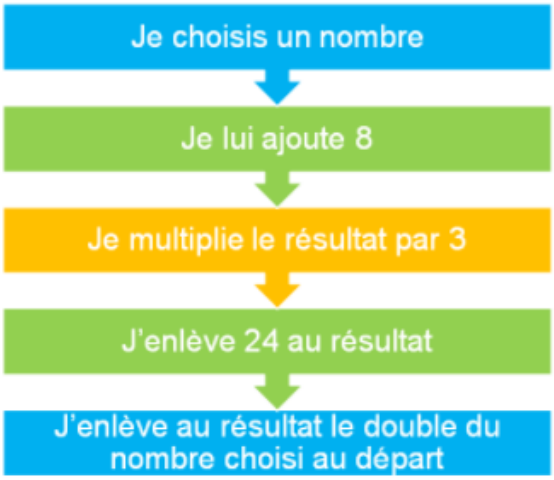
Dans l'exemple ci-dessus, Julie remarque que « multiplie par 4 » peut se décomposer en « multiplie par 2 » et « ajoute le double du nombre de départ » et que « ajoute 3 » peut se décomposer en « ajoute 4 » et « ajoute 1 ». Une première étape semble franchie par ses élèves puisqu'ils s'intéressent non plus aux résultats et aux nombres mais aux sens des opérations.

- 4ème groupe : Les 11 autres élèves ont eu recours à la lettre avec plus ou moins de réussite sur les simplifications algébriques.



Ici, Lou marque les différentes étapes du programme de calcul en prenant en compte que « x » désigne bien le nombre de départ, même si cela n'est pas clairement explicité. Il manque cependant une conclusion pour dire que les programmes sont équivalents car ils peuvent être modélisés par la même expression littérale. D'autres élèves ont eu plus de mal dans la réduction de l'expression littérale, l'erreur « $4x+3=7x$ » est fréquente. Les conseils du professeur pour remédier à cette erreur peuvent être nombreux : utilisation d'un contre-exemple notamment 0 ici, revenir au sens des opérations $4\times x+3$. Ceci permet de faire comprendre que la multiplication est prioritaire et que l'on peut ajouter 3 à 4 sans faire a multiplication.

2. Introduire la distributivité simple



- Faire plusieurs essais.
- Quelle conjecture peut-on écrire ?
- Prouver la conjecture.

Pour la deuxième phase, les élèves sont habitués à recourir à l'utilisation de la lettre pour démontrer un résultat général. Dans cette activité du site Pegame, l'objectif est d'introduire, sur un exemple, la distributivité simple pour démontrer une conjecture. La distributivité simple est une notion travaillée dès le cycle 3 sur des exemples numériques. En effet sur des activités mentales, on peut par exemple demander des multiplications par 11 ou 21. Si nous prenons la question d'une activité mentale : Calculer 11×15 ?. Un grand nombre d'élèves utilise la distributivité car ils vont décomposer 11, c'est à dire 11=10+1, et vont ensuite ajouter les produits suivants 10×15 et 1×15 . Sur cette activité, le choix des nombres entiers et la prise d'initiative concernant les essais, permettent à tous les élèves de s'impliquer. La conjecture étant « j'obtiens le même nombre que celui de départ » est abordable pour tous les élèves, ils peuvent essayer sur beaucoup de nombres pour ceux qui ne sont pas convaincus. Cependant, prouver une conjecture peut être un obstacle pour certains élèves, c'est pourquoi le professeur peut éventuellement intervenir : « Cette hypothèse est valable pour quelque soit le nombre choisi ? ». Le recours à l'utilisation de la lettre doit ensuite se mettre en place. Les élèves ont créé des automatismes au cours de la première séquence, et l'introduction d'un lettre ne pose plus de problème. Une erreurs inattendue est apparue : problème de priorité (modélisation) avec l'utilisation des

parenthèses (confusion entre les expressions littérales $(x+8)\times 3$ et $x+8\times 3$). Les élèves ont dont conjecturé l'égalité suivante : $(x+8)\times 3=x\times 3+8\times 3$ car elle est essentielle pour revenir au nombre de départ et donc à l'expression littérale x. De nouveaux programmes de calculs ont pu être expérimentés grâce à la propriété de distributivité : notamment des tours de magies : Programme de calcul qui fait revenir à un nombre précis (Exemple : Problème dudu https://mathix.org/linux/problemes-ouverts/les-problemes-dudu) ou l'exemple suivant)

- Noter son numéro de rue
- Multiplier le numéro par 5
- Ajouter 100 au résultat
- Multiplier par 20
- Ajouter 18
- Soustraire sa date de naissance

L'expression littérale $20(5x+100)+18-a=100x+2018-a$ donne un nombre qui est composé du nombre des centaines correspondant au numéros de rue et du chiffre des unités et des dizaines correspondant à l'âge de la personne. Ce tour de magie permet à tous les élèves de s'impliquer. La démonstration de la conjecture est donné à la maison car l'expression littérale comporte 2 inconnues « le numéro de rue » et « l'année de naissance ». Quelques sont donc parvenus à l'expression littérale et ont exposé leur argumentation.

2 semaines après la séquence du calcul littéral, les élèves ont été évalués sur la distributivité par 2 exercices (un exercice avec programme de calcul et un exercice type vrai/faux)

Exercice 1

- Choisis un nombre
- Ajoute 2
- Multiplie le résultat par 3
- Soustrais le double du nombre de départ
- Soustrais 6

On considère le programme de calcul suivant :

1) Applique le programme au nombre 2. Que trouves-tu ?

2) Un élève teste ce programme de calcul avec le nombre 2. Voici la succession de touches qu'il actionne sur sa calculatrice :

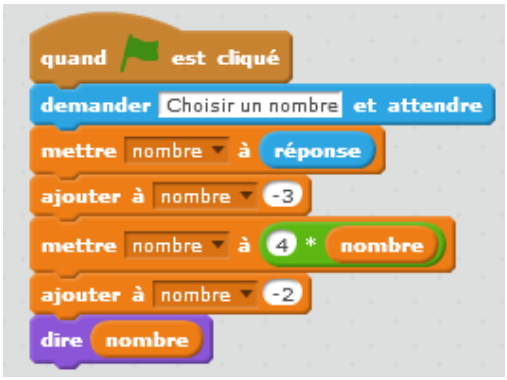
Quel est le résultat qui s'affiche ? Quelle est l'erreur de l'élève ?

3) Montre que le programme donne le nombre de départ pour n'importe quel nombre choisi.

Exercice 4 Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse en justifiant. Tout réponse non justifiée rapportera aucun point.

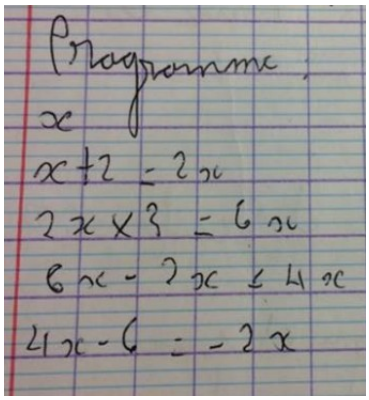
1) $2(8+x)+2x=16+3x$

4) L'expression littérale développée $4x-15$ correspond au programme suivant :



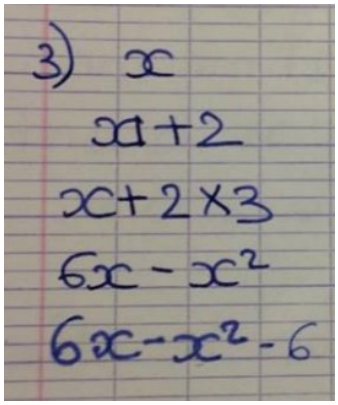
Pour l'exercice 1, on a pu observer que l'implication des élèves était toujours totale lorsqu'il y avait une question avec un essai. l. La question 2 aurait du questionner les élèves sur l'utilisation des parenthèses pour la question 3 mais il y a eu beaucoup d'oublis de parenthèses bien que la question 2 est bien été traitée.De plus, sur la question 3, il y a une évolution des élèves car la majorité introduisent une lettre pour démontrer un résultat généra : en effet, sur 55 élèves, seulement 15 élèves n'ont pas traiter la question ou n'ont pas introduit une lettre, ce qui marque une nette progression par rapport à l'évaluation précédente. De plus, 20 élèves sur 55 ont réussi cette question. Sur cette question 3, On a distingué 3 types d'erreurs (ces erreurs avaient été déjà rencontré en classe) :

- Erreur de calcul : confusion entre les expressions x+2 et 2x



L'égalité $x+2=2x$ est fausse et cette confusion est récurrente chez les élèves. Cela a été déjà observé chez les élèves durant l'évaluation précédente et les remédiations demeurent lentes et doivent continuer notamment lors des activités mentales. 9 élèves ont commis cette erreur.

- Erreur d'oubli de parenthèses :



Ici, Jeanne commet 3 erreurs : l'oubli des parenthèses à la deuxième ligne, la modélisation du nombre du nombre de départ en x^2 et enfin l'erreur classique $x+6=6x$. L'erreur sur les parenthèses est le deuxième problème rencontré car 9 élèves ont commis cette erreur.

- Erreur de développement :

Il y a eu une seule erreur de développement pour cette question mais des élèves qui avaient commis une autre erreur sont aussi concerné par celle-ci car sur l'exercice 4, beaucoup ont été tenté par l'argumentation $2(8+x)+2x=2\times8+x+2x=16+3x$. Ceci qui montre que la distributivité n'est pas encore maîtrisé par tous les élèves. De plus, il n'y avait pas de soustraction ou de nombres négatifs ce qui enlève une difficulté (variable didactique). Le choix de cette erreur s'est basé une observation des erreurs commis en classe, en exercice et en activité mentale. Pour la question avec le programme scratch, 1 élève a utilisé un contre exemple ce qui permettait de pallier la difficulté du calcul littéral car les mêmes erreurs ont été constatés. Scratch permet de

3. Introduire les équations

Les livres de Mathématiques actuels proposent des exercices sur les équations avec les programmes de calcul mais ils sont plus ou moins intéressants selon le type d'équation qu'ils modélisent.

Problème 1 :

26 Joey pense à un nombre. Il lui ajoute 11, multiplie le tout par 3 et au résultat obtenu il retranche 3. Joey obtient 51.
Quel est ce nombre de départ ?

Problème 2 :

Je pense à un nombre, je lui ajoute 34, je multiplie par 7 le résultat et je trouve 112. Quel était le nombre de départ ?

Ces deux premiers programmes de calcul ne sont pas intéressants dans le but de la résolution par une équation car la résolution peut se faire par une méthode arithmétique. En effet, en partant du nombre final et en « remontant les calculs », on peut facilement arriver à la solution :

→ $51+3=5$ *et* $54\div3=18$ et 18-11=7. Le nombre de départ est 7.

→ $112\div7=16$ *et* $16-34=-18$. Le nombre de départ est -18.

De plus, ces solutions sont entières, on peut donc facilement par essais erreurs ou grâce à un tableur, arriver aux résultats. Ces exercices ne se prêtent pas à l'introduction de la résolution d'équation. Il est donc important d'utiliser des variables didactiques sur les nombres et la solution. On peut donc utiliser des nombres rationnels, des décimales etc. Cela permet d'accroître la difficulté de de résolution par une méthode arithmétique et de montrer la puissance de la résolution d'une équation. On peut classer ces problèmes d'équations dans le type $ax+b=c$.

Il existe d'autres types d'équations notamment $ax+b=cx+d$ qu'on ne peut pas résoudre par une méthode arithmétique. Ces exercices avec programmes de calculs qui sont modélisés par une équation ax+b=cx+d sont appelés problèmes d'Alice et Bertrand comme celui présenté ci-dessous :

Problème 3 :

32 Programmes de calcul

Alice et Bertrand affichent un même nombre sur chacune de leur calculatrice.

- Alice multiplie le nombre affiché par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu.
- Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu.

À la fin, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent exactement le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Ici, « remonter les calculs » ou utiliser les «opérations réciproques » ne permet plus d'arriver à la solution car il y a « 2 inconnues » : le nombre de départ et le résultat obtenu. La solution reste tout de même accessible par une méthode d'essais-erreurs ou par tableur puisque la solution est 3. Proposer deux programmes de calcul pour qu'ils donnent une solution décimale ou rationnelle serait donc plus intéressant.

Pour introduire les équations, il est souhaitable de proposer des problèmes où les élèves peuvent comprendre l'intérêt des équations et de leur résolution. En proposant successivement les 3 problèmes, (on pourrait également proposer un problème avec une solution rationnel) les élèves se heurteraient à un problème de résolution pour le problème 3 car il n'ont pas encore accès aux résolutions des équations. Une méthode d'essais / erreur peut permettre d'arriver à la solution, on pourrait donc changer les valeurs pour arriver à une solution rationnel, par exemple $\frac{1}{3}$. Le but étant d'aboutir à l'équation dans un premier temps et ensuite, le professeur pourrait montrer la résolution de l'équation.

II. Les obstacles des élèves

1. Le statut du signe « = »

Le signe « = » est un signe que rencontrent très tôt dans leur apprentissage. Mais il évolue dans son statut au cours des cycles. Au cycle 2, les élèves rencontrent ce signe dans le résultat d'un calcul (signe similaire à celui de la calculatrice) et dans l'équivalence de deux écritures par exemple : $8\times3=3\times8$ qui met en valeur la propriété de commutativité de la multiplication. On parle ici d'identité. Mais les élèves perçoivent toujours le signe « = » comme celui de la calculatrice (résultat d'un opération) . On peut le voir à travers cet exemple (problème du cycle 2) :

« À la boulangerie j'achète 3 croissants à 1,10 €, 2 baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 €. Quel est le montant de mes achats ? »

Certains élèves auront tendances à écrire :

$3\times1{,}10=3{,}30+2\times0{,}80=3{,}30+1{,}60=4{,}90+4{,}40=9{,}30$.

Ceci met en évidence la décomposition du problème en 4 étapes (prix des 3 croissants, prix de 2 baguettes, prix des croissants et des baguettes, prix des total). Le signe « = » est donc mal utilisé car l'égalité des 2 membres n'est pas vérifiée. On remarque le même au problème au cycle 3 et au cycle 4 notamment dans les applications des programmes de calculs :

Programme 1 :

- Choisis un nombre
- Ajoute 1
- Ajoute le nombre de départ
- Ajoute 2

Lors d'applications de ce programme de calcul au nombre 3 par exemple, on peut retrouver le même type d'erreur chez certains élèves de 4ème : $3+1=4+3=7+2=9$.

Des élèves de bon niveau remarquent le manque de rigueur et le problème du signe « = ».

On peut donc demander aux utiliser un autre signe, notamment une flèche → qui montre bien l'enchaînement des étapes ou de séparer ces calculs :

$3+1\rightarrow4+3\rightarrow7+2\rightarrow9$ ou $3+1=4\,;\,4+3=7\,;\,7+2=9$.

De plus au cycle 4, on retrouve le signe « = » dans d'autres situations :

- Affectations dans une expression littérale : par exemple, on peut comme question que vaut l'expression littérale $4+3x^2$ lorsque $x=4$?

- Équations où l'égalité n'est vérifiée que pour certaines valeurs ou même aucune dans certains cas. L'équation peut être alors vraie ou fausse selon la valeur de l'inconnue.

2. Le statut de la lettre

Les élèves rencontrent des lettres dès le début du cycle 3 notamment dans les symboles unités (kg, l, m….). Au cycle 4, l'utilisation de la lettre devient beaucoup plus fréquente et change de statut selon la situation :

- la lettre en tant que variable : La lettre peut symboliser une variable, notamment dans les formules de périmètres, aires et volumes ou les fonctions qui relèvent plutôt de la troisième.
- La lettre en tant qu'indéterminée : La lettre peut représenter n'importe quel nombre. On les distingue notamment dans les identités, notamment les identités remarquables ou les règles de distributivité qui sont les identités les plus connues. Pour tous nombres a,b, c et d on a :

  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; $c\times(a+b)=ca+cb$; $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

  $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$; $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

- La lettre en tant qu'inconnue : La lettre peut représenter une inconnue dans une équation. On cherche alors à savoir l'égalité est vraie pour des valeurs qu'on affecte à cette inconnue. On peut trouver la solution d'inconnue par des techniques arithmétiques (« remonter les calculs » avec les opérations réciproques) ou des techniques de tâtonnement / essais-erreur. Cela permet de rencontrer des problèmes d' équations du premier de gré dès le début de cycle 4, puis la méthode experte en fin de cycle avec la résolution des équations par l'algèbre.
- La lettre en tant que paramètre : La lettre peut représenter un paramètre, c'est-à-dire, qu'elle reste fixe mais peut prendre plusieurs valeurs pendant l'étude d'un problème, d'une propriété etc. C'est le cas du paramètre a dans les fonctions linéaires $x \to ax$ où a est un nombre réel non nul.

3. Le sens des opérations et la modélisation

Les élèves rencontres des difficultés à modéliser la résolution ou la donnée du problème par l'opération correspondante. L'élève doit comprendre et pratiquer

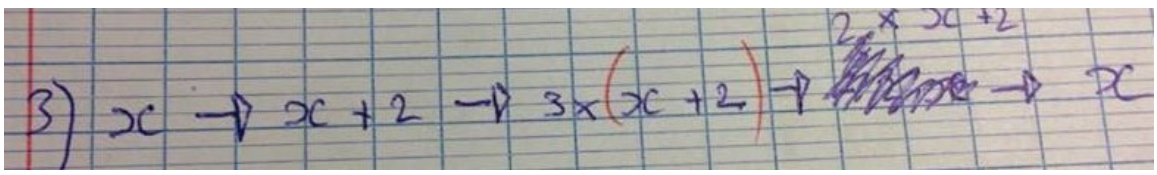
régulièrement le sens des opérations pour effectuer la bonne modélisation. Les programmes de calculs ont l'avantage de supprimer cette modélisation, et de se concentrer plutôt sur la mathématisation ou le changement de cadre (compétence : représenter), et les techniques opératoires.

Problème n°1 :	Problème n°2 :
• Je choisis un nombre • Je multiplie le nombre par 2 • J'ajoute 12 au produit	J'ai un certain nombre de bonbons. Paul me donne la même quantité. Je rachète 12 bonbons. Quelle est le nombre de bonbons ?

En notant « x » le nombre de départ et le nombre initial de bonbons, on arrive à la même expression littérale mais dans le problème n°2, on doit modéliser les opérations d'additions . Cette modélisation est effacée par les programmes de calculs, les programmes de calculs permettent en effet de travailler sur des problèmes semi-abstraits et mettre la difficulté sur la mathématisation.

Mais les programmes de calculs mettent en évidence d'autres difficultés chez les élèves : la mathématisation et notamment le rôle des parenthèses. Lorsque les élèves doivent modéliser une expression littérale factorisée, les élèves ne repèrent pas le sens des lettres et des expressions littérales. Dans le programme de calcul ci-dessous, montrer que le programme de calcul revienne au nombre de départ demande une réflexion sur l'expression littérale x+2. En effet, cette expression désigne un nombre quelle que soit la valeur de x, c'est toute cette expression qui est multipliée par 3 à l'étape suivante et non pas seulement 2 ou seulement le nombre de départ. L'importance des parenthèses est donc indispensable pour ensuite mettre en jeu la distributivité.

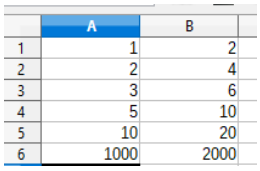
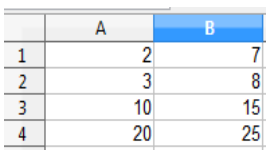
- Choisis un nombre
- Ajoute 2
- Multiplie le résultat par 3
- Soustrais le double du nombre de départ
- Soustrais 6

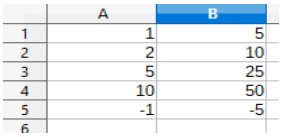


Dans l’exemple ci-dessous, Esteban applique le programme de calcul sans se soucier du sens de l’expression littérale x+2. C’est pour cela qu’il ne met pas de parenthèses applique le programme de calcul comme avec un nombre réel.

III. Remédiations : Les activités mentales

Le professeur doit accompagner les élèves lors des difficultés rencontrées et des erreurs commises par ceux-ci. Les activités mentales permettent de travailler en continu sur toute l'année le calcul littéral. Celles-ci permettent de mettre en évidence certaines erreurs « classiques » et de justifier pourquoi certaines méthodes, raisonnement, calculs ou justifications sont fausses. Dès que les élèves ont rencontré le calcul littéral, les élèves ont pratiqué au moins une fois par semaine une activité mentale où ils ont rencontré au moins une question sur 5 possible sur le thème du calcul littéral. Le niveau de difficulté et les erreurs commises ont évolué au fil de l'année. Ceci montre une vraie progression chez les élèves. Le travail a déjà été amorcé avec des questions sur les formules de tableur.

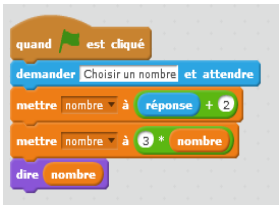
Date	Question	Démarches / erreurs possibles	Commentaires
04/12/17	Quelle formule a-t-on écrit dans la case B1 ?  A B 1 1 2 2 2 4 3 3 6 4 5 10 5 10 20 6 1000 2000	* Utilisation des nombres * Oubli du signe = * Utilisation des mauvaises cases	* Certains élèves ne savaient pas utiliser le tableur. * Un élève a montré comment étiré une formule avec un tableur
05/12/17	Quelle formule a-t-on écrit dans la case B1 ?  A B 1 2 7 2 3 8 3 10 15 4 20 25	* Utilisation des nombres * Oubli du signe = * Utilisation des mauvaises cases	* Travailler les erreurs de l'activité mentale précédente
18/12/17	Quelle expression littérale correspond à ce programme de calcul? - Choisis un nombre	* Expression simplifiée ou expression non simplifiée * Erreur du type 2x-4=-2x	* Certains élèves ont eu du mal à utiliser la lettre car ils ne comprenaient pas la question et n'ont pas fait référence au même type

	- Multiplie le par 2 - Soustrais 4 - Ajoute le nombre de départ		d'exemple vu dans le cours la semaine passée * Explication de l'erreur sur un exemple (par exemple x=0) * Difficulté à modéliser l'ajout du nombre de départ
18/12/17	Quelle formule a-t-on écrit dans la case B1 ?  	* Utilisation des nombres * Oubli du signe = * Utilisation des mauvaises cases	* Les 3 questions sur le calcul littéral pour cet activité mentale ont pu mettre en évidence les compétences à travailler (raisonner, modéliser ou calculer), les erreurs et les difficultés * Les élèves ont compris le sens de la formule * Travailler les erreurs de l'activité mentale précédente
18/12/17	Réduire l'expression : A=2x+3+3x-4	* Erreur du type 2x+3=5x * Erreur sur la soustraction et les nombres relatifs (première séquence de l'année)	* Difficulté pour les élèves a comprendre qu'on ne peut pas simplifier une somme * Explication de l'erreur sur un exemple (par exemple x=0)
09/01/18	Réduis l'expression A=2x+5x+4	*Erreur du type 7x+4=11x	* Après 2 semaines de vacances, la question est plus simple pour mettre en évidence que l'on peut pas simplifier la somme $7x+4$ et se concentrer sur l'erreur type
09/01/18	Quelle expression littérale correspond à ce programme de calcul? - Choisis un nombre - Multiplie le par -4	* Erreur du type $-4x+3=-x$	* Après 2 semaines de vacances, la question est plus simple pour travailler la modélisation * Travailler les erreurs de l'activité mentale précédente

	- Ajoute 3		
16/01/18	Réduis l'expression $A=2x-5x-4$	* Erreur du type $-3x+4=x$ * Erreur sur le signe $2x-5x=3x$	* Montrer le fait que le facteur de x peut-être négatif * Faire le lien entre calcul littéral et calcul avec des nombres relatifs * Travailler les erreurs de l'activité mentale précédente
16/01/18	Quelle expression littérale correspond à ce programme de calcul? - Choisis un nombre - Multiplie le par lui même - Ajoute 3	* Erreur du type $x\times x=2x$ * Erreur du type $2x+3=5x$ * Erreur du type $x^2+3=4x$	* Difficulté de la modélisation de multiplier par lui-même * Difficulté sur la notation x^2 * Montrer l'importance de tester sur un exemple pour voir l'erreur (x=0 ou x=1) : certains élèves y pensent sans l'intervention du professeur
23/01/18	Réduis l'expression $A=x^2+2x-4x+x^2$	* Erreur du type $x^2+2x=3x$ * Erreur du type $x^2=2x$	* Montrer l'importance de tester sur un exemple pour voir l'erreur (x=1) : certains élèves y pensent sans l'intervention du professeur
29/01/18	Que dit Scratch si l'on choisit 4 ? 	* Confusion mettre / ajouter * Remplacer à toutes les étapes la variable x par 4	* Faire le lien entre les variables de Scratch et les expressions littérales * Travailler la modélisation sur Scratch
06/02/18	Développer $A=4(2x-6)$	* Oubli du produit 4x6 * Erreur du type $8x-24=-16x$	* Vouloir simplifier une somme n'est plus un obstacle pour les élèves * Rappeler la propriété de distributivité
06/02/18	Vrai/Faux: L'expression	* Oubli de la	* Le rôle des parenthèses fait

	littérale $3x+6$ correspond à ce programme	distributivité * Mauvaise modélisation de l'expression littérale (oubli des parenthèses)	débat dans la classe * Certains élèves font le choix d'utiliser un exemple * Travailler la modélisation sur Scratch * Rappeler la propriété de distributivité
27/02/18	Développer $A=-3x(2x-6)$	* Oubli du facteur $-3x\times 6$ * Erreur du type $-3x\times 2x=-6x$ * Erreur sur le calcul avec les nombres relatifs	* Augmenter la difficulté des expressions à développer * Faire le lien entre calcul littéral et nombre relatifs * Rappeler la propriété de distributivité
27/02/18	Factoriser $A=10x+16$	* Factorisation par 10, par 2, par 4 * Erreur du type $10x+16=10(x+16)$	* Montrer le lien entre développement et factorisation et surtout pour la vérification * Rappeler la propriété de distributivité * La factorisation est une notion abstraite pour les élèves
27/02/18	Réduire $A=-4x-(2x-6)$	* Erreur sur la simplification de $-4x-2x$ * Oubli de développer * Erreur sur le calcul avec les relatifs	* Augmenter la difficulté des expressions à réduire * Rappeler la propriété de distributivité
06/03/18	Développer $A=-4x(2x-1)$	* Oubli du facteur $-4x\times 1$ * Erreur du type $-4x\times 2x=-8x$ * Erreur sur le calcul avec les nombres relatifs	* Travailler les erreurs de l'activité mentale précédente * Rappeler la propriété de distributivité
06/03/18	Factoriser	Factorisation par 10, par	* Montrer le lien entre

	$A=10x+25$	5 * Erreur du type $10x+25=10(x+25)$	développement et factorisation et surtout pour la vérification * Rappeler la propriété de distributivité * La factorisation est une notion abstraite pour les élèves * Travailler les erreurs de l'activité mentale précédente
12/03/18	Factoriser $A=-3x-12$	*Factorisation par 3, -3, -1. * Erreur sur le calcul de nombres relatifs * Erreur du type $-3x-12=-3(x-12)$	* Travailler les erreurs de l'activité mentale précédente * Travailler le calcul avec des nombres relatifs et la distributivité, le lien développement / factorisation
12/03/18	L' expression littérale 4x+5 correspond ce programme? Vrai / Faux 	* Oubli des parenthèses * Mauvais développement * Oubli d'une étape * Confusion mettre / ajouter	* Travailler les erreurs des activités mentales précédentes * Faire le lien entre variable et calcul littéral, scratch et programme de calcul * Modéliser un programme de calcul
20/03/18	Factoriser $A=2x^2+4x$	* Factorisation par 2, par 2x, par x. * Erreur du type $2x^2+4x=2x(x+4x)$	* Montrer la factorisation optimale * Faire le lien développement / factorisation pour la vérification
20/03/18	A quelle expression littérale correspond ce programme ? A=3x B=3x+6 C=3x+2 D=3(x+2)	* Certains vont répondre B, d'autres D et d'autres B et D * Oubli de parenthèses * Oubli de développement	* Faire un débat pour montrer que B et D sont correctes * Modéliser un programme de calcul * Rappeler la propriété de distributivité

			
27/03/18	Factoriser $A=3x^2-12x$	* Factorisation par 3, par 3x, par x. * Erreur du type $3x^2-12x = 3x(x-12x)$	* Montrer la factorisation optimale * Faire le lien développement / factorisation pour la vérification * Travailler les erreurs de l'activité mentale précédentes
27/03/18	A quelle expression littérale correspond ce programme ? A=8x-12 B=2(4x-3) C=4(2x-3) D=8x-3 	* Certains vont répondre A, d'autres C et d'autres A et C * Oubli de parenthèses * Oubli de développement * Lecture du programme dans le mauvais sens	* Faire un débat pour montrer que C et A sont correctes * Modéliser un programme de calcul * Rappeler la propriété de distributivité * Travailler les erreurs de l'activité mentale précédentes
24/04/18	Factoriser $A=5x^2-10x$	* Factorisation par 5, par 5x, par x, par 10, par 10x. * Erreur du type $5x^2-12x = 5x(x-10x)$	* Montrer la factorisation optimale * Faire le lien développement / factorisation pour la vérification * Travailler les erreurs de l'activité mentale précédentes

Conclusion

Le calcul littéral est une notion nouvelle pour les élèves de cycle 4, l'introduction de la lettre, des différentes propriétés algébriques et des équations doivent être données lorsque les élèves en ont vu le besoin. Le calcul littéral est une notion abstraite et les élèves ont besoin de temps pour assimiler certaines propriétés, il faut donc travailler en continu cette notion sur toute l'année. Les problèmes avec des programmes de calcul permettent une approche simplifié pour la modélisation de certains problèmes et de concentrer plutôt sur la mathématisation et la représentation. Il permet d'introduire de chaque propriété et chaque champ du calcul littéral et travailler en continu ces notions, notamment la distributivité, la preuve et les équations. Avec les activités mentales, les programmes mettent en relief certaines difficultés et certaines erreurs classiques. En effet, les propriétés algébriques simples et la distributivité posent des problèmes chez les élèves et certaines erreurs deviennent récurrentes : oubli du développement du deuxième membre, simplification d'une somme avec une lettre et un nombre, l'oubli de parenthèses lors de la modélisation d'un programme de calcul. Les activités permettent de travailler régulièrement ce type d'exercice et de montrer les erreurs et les remédiations possibles (vérification par le lien factorisation / développement, vérification par un essai etc).

Je tenais à remercier les personnes qui ont participé et aidé à la réalisation de ce mémoire. Dans un premier temps, je remercie Mr Arnaud Simard, professeur à l'UFR Sciences et techniques à Besançon et directeur de ce mémoire, pour son aide et ses conseils sur le sujet. En second lieu, je remercie Mr Serge Blois, enseignant et tuteur au collège L et A. Lumière à Besançon pour sa collaboration et ses exemples de problèmes qu'il a pu me fournir. Enfin, je remercie Mr Philippe Leborgne, professeur à l'ESPE de Besançon, pour son cours sur le calcul littéral au collège.

Bibliographie

Alves Christophe, Coppe Sylvie, Vincent Duval, Goislard Alexandra, Kuhman Hélène, Dametto Damien, Piolti Lamorthe Claire, Roubin Sophie (2013). *Utilisation des programmes de calcul pour introduire l'algèbre au collège*. Lu le 7 Décembre 2017 sur le site Pegame. Site web : www.pegame.ens-lyon.fr

Duperret Jean-Claude,Fenice Jean-Claude (1999). *L'accès au littéral et à l'algébrique : un enjeu du collège.* Lu le 28 Novembre 2017 sur l'IREM de Reims. Site web : http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/WR/IWR99013/IWR99013.pdf

(2016) *Le calcul en ligne au cycle 3*. Lu le 15 Novembre sur le site d'Eduscol. Site web :

http://eduscol.education.fr/cid99757/ressources-d-accompagnement-des-nouveaux-programmes-de-l-ecole-et-du-college.html

(2016) *Utiliser le calcul littéral*. Lu le 15 Novembre sur le site d'Eduscol. Site web :

http://eduscol.education.fr/cid99757/ressources-d-accompagnement-des-nouveaux-programmes-de-l-ecole-et-du-college.html

Résumé et mots clefs

Résumé : Le calcul littéral est une notion nouvelle pour les élèves de cycle 4, l'introduction de la lettre, des différentes propriétés algébriques et des équations doivent être données lorsque les élèves en ont vu le besoin. Les programmes de calcul permettent différentes approches du calcul littéral : introduction, application, modélisation. Les activités mentales avec des questions sur les programmes de calcul mettent en relief les erreurs principales des élèves et remédient à celles-ci.

Mots clefs :

- Calcul littéral
- Programmes de calcul
- Obstacles
- Remédiations
- Introduire
- Lettre
- Cycle 4
- Activités mentales