

THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR

de

l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard

et de

l'Université de Franche-Comté

Spécialité : Automatique et Informatique

PAR

SALAH EDDINE MERZOUK

**PROBLÈME DE DIMENSIONNEMENT DE LOTS ET DE
LIVRAISONS : APPLICATION AU CAS D'UNE CHAÎNE
LOGISTIQUE**

Thèse à soutenir le 08-11-2007 devant le jury:

Alexandre DOLGUI	Rapporteur	Professeur, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne
Salah MAOUCHE	Rapporteur	Professeur, Université des Sciences et Technologies de Lille 1
Chengbin CHU	Examinateur	Professeur, Université de Technologie de Troyes
Abderrafiâa KOUKAM	Examinateur	Professeur, Université de Technologie Belfort Montbéliard
Mohammed EL BAGDOURI	Directeur	Professeur, Université de Technologie Belfort Montbéliard
Olivier GRUNDER	Co-directeur	Maître de Conférences, Université de Technologie Belfort Montbéliard

Table des matières

Table des figures	ix
Liste des tableaux	xi
Introduction générale	1
Chapitre 1 Généralités sur la chaîne logistique	5
1.1 Introduction	5
1.2 Chaîne logistique	6
1.2.1 Historique - Évolution du marché	6
1.2.2 La logistique	9
1.2.2.1 Définitions	9
1.2.2.2 Types de logistique	10
1.2.3 Définitions de la chaîne logistique	11
1.2.4 Classifications des entités de la chaîne logistique	12
1.2.5 Flux d'une chaîne logistique	13
1.2.6 Structures possibles des chaînes logistiques	14
1.3 Gestion de la chaîne logistique	15
1.3.1 Définitions	16
1.3.2 Niveaux décisionnels	17
1.3.3 Approches découplées de la gestion de la chaîne logistique	18
1.3.3.1 La production	18
1.3.3.2 Le stockage	20
1.3.3.3 Le transport	21
1.3.4 Approches couplées	22
1.3.4.1 Production - Stockage	22
1.3.4.2 Production - Transport	24

1.3.4.3	Transport - Stockage	25
1.3.5	Méthodes de résolutions	27
1.3.5.1	Méthodes exactes	28
1.3.5.2	Méthodes approchées	29
1.4	Conclusion	30

Chapitre 2 Optimisation des coûts de transports et de stockages d'un maillon logistique 33

2.1	Introduction	33
2.2	Système étudié	34
2.2.1	Présentation du problème	35
2.2.2	Coûts à optimiser	36
2.3	Formulation mathématique du problème d'optimisation	37
2.3.1	Notations	37
2.3.2	Définitions des solutions	38
2.3.3	Fonction objectif	38
2.3.4	Formulation des contraintes	40
2.3.5	Problème à optimiser	41
2.4	Analyse du modèle	42
2.4.1	Formulation des dates pour une séquence donnée	42
2.4.1.1	Dates de déchargement chez le client	44
2.4.1.2	Dates de chargement chez le fournisseur	46
2.4.1.3	Dates de fin de production	46
2.4.2	Espace de recherche des solutions	48
2.4.2.1	Exemple	48
2.4.2.2	Dénombrement des solutions	48
2.5	Procédure de Séparation Évaluation Progressive	51
2.5.1	Généralités sur les SEP	51
2.5.2	Relation de dominance entre séquences partielles	52
2.5.3	Principe général de la SEP développée	55
2.5.4	Amélioration de la SEP	56
2.5.4.1	Construction d'une séquence de départ par glouton	57
2.5.4.2	Borne inférieure du coût global d'une séquence partielle	58
2.5.5	Algorithme de la SEP	59
2.6	Résultats expérimentaux	60

2.6.1	Exemple d'application de la SEP	60
2.6.2	Génération des problèmes tests	61
2.6.3	Influence de la dimension du problème sur la SEP	63
2.6.4	Apport de la relation de dominance et des calculs des bornes sur la SEP	65
2.7	Conclusion	67
Chapitre 3 Optimisation de la chaîne linéaire par SEP		69
3.1	Introduction	69
3.2	Système étudié	70
3.3	Formulation mathématique	71
3.3.1	Notations	71
3.3.2	Définition des solutions	72
3.3.3	Fonction objectif	73
3.3.4	Formulation des contraintes	74
3.3.5	Problème à optimiser	76
3.4	Généralisation de la formulation des dates pour le cas de la chaîne linéaire	76
3.4.1	Dates de déchargement	77
3.4.2	Dates de chargement chez le fournisseur	77
3.4.3	Dates de fin de traitement chez le client	78
3.4.4	Dates désirées	78
3.5	Procédure de Séparation Évaluation Progressive Globale	79
3.5.1	Principe général de la méthode	80
3.5.2	Borne supérieure de la solution optimale	82
3.5.3	Borne minimum d'une séquence partielle	83
3.5.3.1	Calcul de la borne minimum pour le maillon courant . . .	84
3.5.3.2	Calcul de la borne minimum pour les maillons en amont .	86
3.6	Résultats expérimentaux	89
3.6.1	Application de la SEP-G sur un problème donné	89
3.6.2	Comparaison entre la SEP-G, la succession des SEP et la succession du glouton	90
3.6.3	Comparaison entre les différentes possibilités de calcul de bornes . .	92
3.7	Conclusion	96

Chapitre 4 Optimisation de la chaîne linéaire par un algorithme génétique	99
4.1 Introduction	99
4.2 Généralités sur les algorithmes génétiques	100
4.2.1 Principe des algorithmes génétiques	100
4.2.2 Codage des variables du problème	101
4.2.3 Génération de la population initiale	102
4.2.4 Évaluation de la population	103
4.2.5 Mécanisme de sélection	103
4.2.5.1 Sélection aléatoire	104
4.2.5.2 Sélection par tournois	105
4.2.5.3 N/2-élitisme	105
4.2.5.4 Sélection par rang	105
4.2.5.5 Sélection par roulette	106
4.2.6 Opérateurs de croisement	106
4.2.7 Opérateurs de mutation	106
4.2.8 Dimensionnement des paramètres de l'algorithme génétique	107
4.3 Application de l'algorithme génétique sur la chaîne linéaire	109
4.3.1 Codage des solutions	109
4.3.2 Génération des individus de la population initiale	110
4.3.3 Fonction d'évaluation	110
4.3.4 Sélection des parents	111
4.3.5 Opérateurs de croisement	112
4.3.5.1 Croisement de séquences de chargement pour un même maillon	113
4.3.5.2 Croisement de séquences de chargement pour deux maillons différents	113
4.3.5.3 Croisement de lots pour un même maillon	114
4.3.5.4 Croisement de lots pour deux maillons différents	114
4.3.5.5 Croisement par calcul du point de croisement du second parent	115
4.3.6 Opérateurs de mutations	115
4.3.6.1 Mutation de deux séquences de chargement de deux maillons	115
4.3.6.2 Mutation de lots pour un même maillon	116

4.3.6.3	Mutation par fusion de lots	116
4.3.6.4	Mutation par division de lots	116
4.3.6.5	Mutation par application de la SEP	117
4.3.7	Mécanisme de correction des enfants	117
4.3.8	Mécanisme d'arrêt	120
4.4	Résultats expérimentaux	120
4.4.1	Problème test	120
4.4.2	Influence du nombre d'individus	121
4.4.3	Influence du nombre de générations	122
4.4.4	Influence du taux de mutation	123
4.4.5	Évaluation de la qualité de la solution de l'algorithme génétique . .	125
4.4.6	Comparaison avec d'autres méthodes approchées	126
4.5	Conclusion	128
Conclusion générale		129
Bibliographie		133

Table des figures

1.1	Architecture classique d'une chaîne logistique	11
1.2	Chaîne logistique vue par une entreprise	12
1.3	Modélisation des flux d'une chaîne logistique	14
1.4	Différentes structures des chaînes logistiques	15
1.5	Niveaux décisionnels dans une chaîne logistique	17
1.6	Classification des méthodes de résolution	28
2.1	Modélisation du maillon logistique	34
2.2	Schématisation des dates de production et de livraisons pour la séquence 2-3.	43
2.3	Espace de recherche des séquences de lots pour $n = 5$ et $c = 3$	49
2.4	Évolution des temps d'exécution en fonction de n	64
3.1	Exemple d'une chaîne logistique linéaire	70
3.2	Représentation des solutions du problème	73
3.3	Algorithme de calcul de la borne supérieure de la solution optimale.	83
3.4	Première possibilité de calcul de bornes pour une séquence partielle donnée	93
3.5	Deuxième possibilité de calcul de bornes pour une séquence partielle donnée	93
3.6	Troisième possibilité de calcul de bornes pour une séquence partielle donnée	94
4.1	Organigramme d'un algorithme génétique	102
4.2	Mécanismes de sélection des individus	104
4.3	Croisement de deux parents	107
4.4	Mutation d'un enfant	108
4.5	Codage des solutions	110
4.6	Croisement de séquences de chargement d'un même maillon	113
4.7	Croisement de séquences de chargement pour deux maillons	113
4.8	Croisement de séquences de chargement pour deux maillons différents	114

Table des figures

4.9	Croisement de lots pour deux maillons différents	115
4.10	Mutation de deux séquences de chargement	116
4.11	Mutation de lots pour un même maillon	116
4.12	Mutation par fusion de lots.	116
4.13	Mutation par division de lots	117
4.14	Exemple de croisement de séquences de chargement de deux maillons dif- férents	117
4.15	Exemple de croisement de lots pour un même maillon	118
4.16	Exemple de croisement de séquences de chargement de deux maillons dif- férents	119
4.17	Exemple de croisement de séquences de chargement de deux maillons dif- férents	119
4.18	Evolution de la meilleure solution et des temps d'exécution en fonction du nombre d'individus	121
4.19	Evolution de la meilleure solution et des temps d'exécution en fonction du nombre de générations	123
4.20	Evolution de la meilleure solution et des temps d'exécution en fonction du taux de mutation	124

Liste des tableaux

1.1	Les principales caractéristiques des trois périodes d'évolution du marché . . .	7
2.1	Exemples de dimension de $U_{n,c}$	50
2.2	Exemple de $\Psi(\sigma')$	53
2.3	Données de l'exemple de test	61
2.4	Dates calculées pour la séquence (4, 3, 4, 7, 2)	62
2.5	Nombre de séquences partielles et nombre de séquences dominantes	63
2.6	Intervalles de génération des problèmes tests	64
2.7	Temps d'exécution de la SEP sur les deux classes de problèmes	64
2.8	Influence de la relation de dominance sur les performances de la SEP . . .	66
2.9	Influence des calculs de bornes sur les performances de la SEP	66
2.10	Taux de performance de la SEP-ft par rapport à la SEP-rec	67
3.1	Données d'un exemple où la succession des SEP ne donne pas la solution optimale	80
3.2	Résultats d'application successive de la SEP et du glouton sur l'exemple 3.1	81
3.3	Résultats de l'exemple test	89
3.4	Intervalles de génération des problèmes tests	91
3.5	Influence du nombre de produits n sur les performances de la SEP-G . . .	91
3.6	Influence du nombre de maillons l sur les performances de la SEP-G . . .	92
3.7	Influence du nombre de produits n sur les temps d'exécution de la SEP-G .	95
3.8	Influence du nombre de maillons l sur les temps d'exécution de la SEP-G .	96
4.1	Influence du nombre d'individus sur la qualité de la solution	121
4.2	Influence du nombre de générations sur la qualité de la solution	122
4.3	Influence du taux de mutation sur la qualité de la solution	123

4.4	Comparaison des performances de l'algorithme génétique par rapport aux autres méthodes pour le problème test	124
4.5	Évaluation de la qualité de la solution de l'algorithme génétique	126
4.6	Intervalles de génération des problèmes tests	126
4.7	Comparaison entre les différentes heuristiques en fonction de nombre de produits n	127
4.8	Comparaison entre les différentes heuristiques en fonction de nombre de maillons l	127

Introduction générale

L'environnement dans lequel les entreprises évoluent a beaucoup changé ces dernières années en raison de la compétitivité sans cesse croissante à laquelle elles sont confrontées. Par conséquent, les gestionnaires sont toujours sollicités à innover en matière d'organisation de leurs entreprises et doivent prendre des décisions intervenant à plusieurs niveaux dans des délais de plus en plus limités, afin de gagner de nouveaux marchés, géographiquement distribués. Ces considérations ont incité ces entreprises à s'organiser en groupes communément appelés "chaînes logistiques". Une chaîne logistique est généralement définie comme étant "un ensemble d'entités qui contribuent à l'approvisionnement en matières premières, leurs transformations en produits finis, et enfin, la distribution et la vente de ces produits aux consommateurs" [71]. La compétitivité d'un produit sur le marché ne dépend donc plus de l'entreprise qui l'assemble ou qui le vend, mais bien de l'ensemble des entreprises impliquées dans le processus de fabrication de ce produit, donc de l'ensemble de la chaîne logistique.

La mondialisation des échanges marchands, la diversification des sources d'approvisionnement, la spécialisation des sites de production, les transferts de flux inter-usines, les délais de livraison de plus en plus courts, sont autant de facteurs qui rendent stratégiques l'optimisation globale des activités de la chaîne logistique en termes de flux échangés et en termes de décisions à court, moyen et à long termes. En effet, la délocalisation des centres de production par exemple dans des pays où le coût de la main d'oeuvre est moins cher, a fait augmenter sensiblement les coûts liés aux opérations de stockage et de transport puisque la création de zones de stockage intermédiaires a été nécessaire. Les exigences des clients en termes de coûts et de délais étant en constante augmentation, l'optimisation des activités de production, de transport et de stockage simultanément est devenue un facteur clef dans la réussite d'une entreprise d'une manière particulière, et de toute la chaîne logistique d'une manière plus générale.

Notre étude s'intéresse particulièrement à l'optimisation du flux physique d'un seul type de produits échangé entre les sites d'une chaîne logistique qu'on qualifiera tout au

long de ce mémoire de "linéaire". La particularité de cette chaîne est que, d'une part, les acteurs y appartenant, sont organisés en cascade, et d'autre part, chaque deux sites qui se succèdent, sont reliés entre eux par un seul transporteur dont la capacité de chargement est limitée et qui achemine les produits du premier vers le second site. Même si l'activité de production est prise en considération dans notre étude, nous focaliserons notre attention sur l'optimisation des activités de stockage et de transport tout au long de la chaîne. La demande du client final étant apériodique, déterminée et caractérisée par des dates "au plus tard", les produits doivent être regroupés en lots dont les tailles sont à déterminer, puis transportés depuis le premier site de la chaîne jusqu'au client final. La séquence de lots retenue a pour objectif de minimiser le coût global induit tout au long de cette chaîne linéaire.

Le problème étudié est à cheval entre deux classes de problème : d'une part, il s'intègre dans une approche couplée d'optimisation où le stockage et le transport sont considérés dans le même modèle. D'autre part, il s'apparente à un problème de dimensionnement de lots (PDL), tout en ayant ces propres spécificités.

L'état de l'art que nous avons pu rencontrer dans la littérature, traitant de l'approche couplée transport-stockage dans les chaîne logistique, considère dans la majorité des cas que la demande est constante et périodique à travers un horizon illimité. Les modèles proposés peuvent ainsi être considérés comme des modèles "continus". Dans notre approche, le client final doit être livré au plus tard à des dates dues données. Les approches de résolution proposées pour les modèles continus ne peuvent donc pas être appliqués directement sur ce problème qu'on qualifie de "discret".

Le PDL ou le *Lot Sizing Problem (LSP)* en terminologie anglaise, est un problème de planification de la production où la demande en produits varie à travers un horizon fini T . L'objectif est de déterminer les périodes de production à travers cet horizon ainsi que les quantités de produits à fabriquer durant chacune des périodes, sachant que chaque série de production entraîne un coût de réglage supplémentaire. La quantité totale de production doit satisfaire la demande du client tout en minimisant le coût global de la chaîne [12].

Un premier parallèle entre ces deux problématiques pourrait mettre en correspondance les activités de transport de la chaîne logistique avec celles de réglage du PDL, puisqu'elles sont dans les deux cas intercalées entre la production de deux lots consécutifs. Cependant, on constate que le transport se distingue du réglage parce que d'une part il impose un temps minimum à respecter entre deux livraisons, mais que d'autre part il

n'interdit pas la production durant le transport des produits. Donc contrairement aux PDLs, pour lesquels les tâches de réglage et de production sont séquentielles, on observe dans les chaîne logistique un double aspect séquentiel/parallèle pour les tâches de production et de transport. Les tâches sont séquentielles lorsqu'il s'agit du même lot, puisqu'un lot ne peut être transporté avant d'avoir été produit. Par contre, lorsqu'il s'agit de lots différents, on peut très bien avoir l'activité de transport d'un lot qui s'effectue en même temps que la production du lot suivant.

Plus de détails sur les PDLs seront donnés dans le chapitre 1. Avant cela, nous présentons dans ce chapitre un bref descriptif de la chaîne logistique, ses composantes et ses différentes structures, afin de pouvoir comprendre ce vaste domaine qui constitue le contexte général de notre travail. L'optimisation d'une chaîne logistique d'une façon générale consiste à optimiser les trois activités principales qui sont la production, le transport et le stockage. Un tour d'horizon de la littérature relative aux principaux travaux est effectué dans ce chapitre selon des approches couplées ou découplées de ces activités. Un intérêt particulier est bien évidemment porté aux problèmes couplés de transport-stockage, et également aux PDLs. Du point de vue de la recherche opérationnelle, les problèmes de chaînes logistiques sont considérés comme des problèmes classiques d'optimisation, pour lesquels, plusieurs outils ont été proposés pour les résoudre. Ces outils sont regroupés en fonction de la qualité de la solution obtenue en deux familles : les méthodes de résolution exactes qui assurent l'optimalité de la solution, et les méthodes approchées qui permettent d'avoir une bonne solution en un temps réduit. Quelques méthodes seront présentées à la fin de ce premier chapitre.

Avant d'aborder le problème d'optimisation de l'ensemble de la chaîne linéaire, nous avons focalisé notre intention dans le chapitre 2 sur la structure élémentaire de cette chaîne que nous appelons "maillon logistique". Un maillon logistique est défini comme étant une structure composée de deux centres de production successifs, appelés respectivement "fournisseur" et "client" et du transporteur associé qui assure l'acheminement des produits du premier vers le second. Après la modélisation mathématique du problème, l'analyse de ce modèle nous a permis d'aboutir à des propriétés intéressantes de l'espace de recherche des solutions. Grâce à ces propriétés, nous avons pu mettre en oeuvre une procédure très efficace de Séparation Évaluation Progressive (SEP) qui assure l'optimalité de la séquence de lots trouvée en un temps très réduit.

Dans le chapitre 3, nous abordons le problème d'optimisation des livraisons dans une chaîne linéaire. Après la généralisation du modèle mathématique développé au chapitre

précédent, nous proposons une autre méthode de type SEP pour l'ensemble de la chaîne logistique, qui utilise les résultats du chapitre précédant. Les résultats expérimentaux montrent que l'efficacité de cette méthode est limitée à une classe donnée de problèmes de taille moyenne. Les temps d'exécution deviennent très importants lorsque la taille du problème est importante.

Nous proposons alors dans le chapitre 4 un algorithme génétique qui permet d'avoir un bon compromis entre la qualité de la solution trouvée et le temps d'exécution. D'autres solutions de bonne qualité peuvent également être obtenues en combinant les résultats obtenus tout au long de cette thèse. Les résultats expérimentaux réalisés permettent de comparer entre les qualités de toutes ces solutions.

Enfin, nous terminons ce mémoire par une conclusion et quelques perspectives de ce travail de recherche.

Chapitre 1

Généralités sur la chaîne logistique

1.1 Introduction

Les tendances de la mondialisation des approvisionnements, l'importance de la concurrence par les délais, la qualité et l'incertitude croissante de l'environnement sont autant de facteurs qui ont largement contribué à mettre en évidence la nécessité pour les managers d'améliorer le fonctionnement de leurs entreprises. En effet, avec la forte concurrence sur les marchés, le but est désormais de produire et de livrer dans des délais précis, à des coûts réduits, en satisfaisant des niveaux de service élevés exigés par des clients géographiquement distribués. La même remarque peut être faite pour les centres de production qui sont de plus en plus dispersés ainsi que les fournisseurs et les sous-traitants des firmes multinationales, qui se situent de plus en plus loin des centres de production afin de réduire les coûts de main d'oeuvre et de matières premières.

Cependant, cette politique de délocalisation engendre d'une part un coût de transport qui peut être élevé, et d'autre part un coût de stockage supplémentaire dû à l'utilisation des plateformes logistiques intermédiaires. Ce paradoxe entre les coûts de production d'un côté et les coûts de transport et de stockage d'un autre côté, incite les entreprises à donner de plus en plus d'importance à une prise en compte de toutes leurs activités simultanément pour mieux réduire le coût global.

Le concept même de chaîne logistique a émergé avec l'objectif d'une optimisation globale du système. Les contraintes physiques et les coûts engendrés sont considérés dans le même modèle afin d'être optimisés en une seule fois.

Ce chapitre a pour objectif de donner quelques généralités et définitions utilisées par la communauté scientifique travaillant dans le domaine de la chaîne logistique. Il est

ainsi scindé en deux grandes parties, l'une traitant de la chaîne logistique et l'autre de la gestion de la chaîne logistique.

La première partie du chapitre introduit les caractéristiques communes à l'ensemble des chaînes logistiques. Avant cela, nous passons tout d'abord en revue l'évolution du marché logistique qui a conduit à l'émergence du concept de la chaîne logistique. Après avoir donné quelques définitions, nous donnons ensuite quelques classifications des différentes entités qui composent une chaîne logistique. Les membres d'une même chaîne logistique sont traversés par différents flux que nous présentons également dans cette partie. Enfin, nous terminons par donner, d'un point de vue de circulation des flux, les diverses architectures des chaînes logistiques.

Dans la deuxième partie du chapitre, nous commençons par définir le concept de gestion de la chaîne logistique. L'optimisation d'une chaîne logistique donnée, consiste à mener diverses actions à différents niveaux décisionnels que nous présentons dans cette partie. D'une manière générale, les décisions à prendre permettent d'optimiser les activités principales d'une chaîne, à savoir la production, le stockage et le transport. Nous présentons un état de l'art sur les différentes approches d'optimisation rencontrées dans la littérature selon deux types d'approche. La première est une approche découplée où chaque activité est considéré séparément. La deuxième est une approche couplée qui consiste à considérer deux, voir les trois, activités simultanément. Étant donné que les outils de la recherche opérationnelle sont largement utilisés pour résoudre des problèmes de chaîne logistique, nous terminons cette partie par présenter une classification des méthodes de résolutions.

1.2 Chaîne logistique

Avant de définir la chaîne logistique et donc d'identifier ses composantes, nous donnons tout d'abord un historique des différentes étapes d'évolution du marché logistique qui ont conduit à l'émergence du concept même de la chaîne logistique.

1.2.1 Historique - Évolution du marché

Plusieurs schémas ont été développés pour expliquer l'évolution du marché et ses répercussions sur les politiques de gestion des entreprises. Akbari Jokaar [5] distingue trois périodes importantes qui sont à l'origine même des différentes philosophies adoptées par les gestionnaires d'entreprises. Nous reprenons dans le tableau 1.1 les caractéristiques de

TAB. 1.1 – Les principales caractéristiques des trois périodes d'évolution du marché

	avant 1975	1975-1990	années 90
Offre / demande	demande > offre	demande = offre	demande < offre
La demande	déterminée	prévisible avec erreur acceptable	incertaine
Priorité du producteur	quantité	qualité et flexibilité	vitesse de réponse
Cycle de vie du produit	long	moyen	court
Choix du client	limité	diversifié	personnalisé
Marché	national	continental	mondial
Client / fournisseur	le producteur est roi	le client est roi	coopération entre les deux
Objectifs	production de masse, zéro temps d'inoccupation	zéro défaut, zéro stock	zéro temps de réponse, optimiser la chaîne logistique

chacune des trois périodes.

- Avant 1975 : La première période, appelée période de logistique séparée, s'étend jusqu'au milieu des années 70. Cette période est principalement caractérisée par le fait que la demande était supérieure à l'offre. La production était la préoccupation majeure des entreprises qui n'avaient pas de motif pour raccourcir les délais de livraison ou aller au devant des nouveaux besoins. Les clients avaient donc peu d'influence sur les producteurs. Afin d'augmenter leur profil, le responsable de chaque sous-partie de la chaîne essayait de diminuer les coûts de son service sans se soucier des répercussions de ses décisions sur les autres services. Le terme " logistique séparée", donné à cette période, est justifié par le fait qu'on avait une suite d'optimisations locales et non une optimisation globale des différentes activités de l'entreprise.
- 1975 - 1990 : La deuxième période, allant de 1975 à 1990, est une période où l'on parle déjà d'intégration d'activités. La multiplication des entreprises pour un même segment de marché, accroît l'offre et donc la concurrence entre elles. Le client devient "roi" et toutes les entreprises tentent alors d'améliorer la qualité des produits pour augmenter ses niveaux de satisfaction, tout en gardant des coûts compétitifs. Pour cela, tous les services collaborent et échangent des données

techniques entre eux. On parle alors d'optimisation globale dans le cadre d'une même entreprise et non d'une suite d'optimisations locales.

- A partir des années 90, la capacité de production (l'offre potentielle) dépasse de loin la demande, d'où une compétition encore plus forte que durant la période précédente. Les clients deviennent plus exigeants et adoptent des comportements de consommation difficiles à prévoir. Ainsi, les entreprises doivent viser plusieurs objectifs simultanément si elles désirent rester sur le marché :

1. De nouveaux marchés doivent être trouvés : des alliances sont ainsi créées même entre des entreprises concurrentes telle que l'alliance entre Benz et Chrysler dans le domaine automobile. Un avantage majeur de cette alliance est qu'elle permet aux deux groupes de profiter mutuellement de leurs réseaux de distribution.
2. La qualité des produits doit sans cesse être améliorée : la coopération entre le client et ses fournisseurs de matières premières peut aider à parvenir à cet objectif.
3. Des coûts encore plus faibles : la politique de délocalisation des sites de production dans des pays où les coûts de main d'oeuvre et de matières premières sont moins chers a été adoptée par beaucoup de multinationales.
4. Des temps de réponse et des délais très faibles : Une façon de procéder consiste à diminuer l'incertitude de la demande d'où une coopération qui favorise des relations durables entre les fournisseurs et leurs clients.

Ces quatre objectifs illustrent à quel point la coopération est devenue vitale pour les entreprises afin de conserver ou gagner des parts de marché. En effet, pour résister à une concurrence de plus en plus accrue en termes de délais, de prix et de qualité, les entreprises ont eu tendance à se recentrer sur leurs activités principales tout en sous-traitant les autres tâches avec des partenaires.

Des groupements d'entreprises ont ainsi émergé, à l'intérieur desquels les frontières de l'entreprise sont de moins en moins précises. Elle intègre ses clients, ses fournisseurs et ses partenaires dans sa structure, qui s'étend ou se rétracte au rythme des alliances qu'elle passe ou des projets qu'elle porte [21].

Cet ensemble d'entreprises organisées en réseaux est communément appelé chaîne logistique. Aujourd'hui, la concurrence ne réside plus entre les producteurs mais elle concerne plutôt des chaînes logistiques entières [48].

Avec une telle évolution du marché, les termes "logistique", "chaîne logistique" et "gestion de chaîne logistique" ont également évolué au court du temps. Quelques unes de ces définitions sont données dans ce chapitre. Nous commençons tout d'abord par introduire la notion de "logistique" et ses différents types.

1.2.2 La logistique

Le terme logistique vient du mot grec "*logistike*" qui signifie l'art du raisonnement et du calcul. Initialement, la logistique est issue du domaine militaire où elle définit l'ensemble des techniques mises en oeuvre pour assurer l'approvisionnement, et le maintien en conditions opérationnelles des troupes armées en temps de guerre. Le concept de logistique d'entreprise est apparu en Europe après la seconde guerre mondiale avec la reconversion des spécialistes militaires en logistique dans les entreprises.

1.2.2.1 Définitions

Avec l'évolution du marché, la définition de la logistique a également évolué et recouvre des interprétations très diverses. De nos jours, la logistique s'avère être une problématique en soi et joue le rôle d'une science interdisciplinaire combinant ingénierie, micro économie et théorie d'organisation.

Dans [73], Tixier donne plusieurs définitions de la logistique depuis 1948. Ces définitions ont été reprises par Abri Jokers [4] et [5] tout en ajoutant d'autres définitions afin de bien comprendre l'évolution des frontières de la logistique.

En effet, la première définition de la logistique a été faite par le comité des définitions de l'Américan Marketing Association et date de 1948 : "La logistique concerne le mouvement et la manutention de marchandises du point de production au point de consommation ou d'utilisation". A cette époque, la logistique ne concernait que les activités physiques dans la phase de distribution.

L'intégration des prévisions de marché, le service offert aux clients et le choix des emplacements d'usines et d'entrepôts n'ont été introduits dans la définition de la logistique qu'en 1962 par le National Council of Physical Distribution Management (NCPDM). Le même NCPDM a proposé une autre définition en 1972 qui prend en compte l'aspect management par la planification et le contrôle et qui englobe aussi la phase d'approvisionnement et de recyclage des produits.

De nos jours, plusieurs définitions de la logistique ont été proposées dans la littérature. Dans [13], la logistique est définie par Breuzard comme étant "l'ensemble des

méthodes et moyens qui permettent d'apporter un bon produit (ou un service) à un client en temps voulu, en quantité voulue et au lieu voulu au moindre coût". L'enjeu pour le responsable de l'organisation est donc de satisfaire les attentes et besoins du client tout en optimisant les coûts générés par les flux d'informations et les flux physiques (notamment les produits).

Une définition très similaire a été aussi proposée par l'Association Française de NORMALISATION (AFNOR) [1]. Selon elle, "la logistique est une fonction dont la finalité est la satisfaction des besoins exprimés aux meilleures conditions économique pour l'entreprise et pour un niveau de service déterminé".

De même, The Logistics Institute (TLI) définit la logistique comme suit : "La logistique est une collection de fonctions relatives aux flux de marchandises d'information et de paiement entre fournisseurs et clients depuis l'acquisition des matières jusqu'au recyclage ou à la mise au rebut des produits finis".

La définition qui nous semble la plus appropriée à la situation actuelle du marché est celle proposée par Lièvre et Tchernev [49]. La logistique selon eux est définie comme "une discipline à l'interface entre les sciences de gestion et les sciences de l'ingénieur. D'un côté les gestionnaires s'intéressent à la stratégie de l'organisation et au rôle joué par la logistique dans cette stratégie, et de l'autre les ingénieurs mobilisant plusieurs outils relevant de la recherche opérationnelle donnent des solutions à des problèmes logistiques. Des liens très profonds doivent être établis entre ces deux courants de recherche".

En résumé, à travers l'ensemble de ces définitions, force est de constater que la communauté scientifique s'est adaptée à chacune des évolutions du marché. Dans les années 40, la logistique se limitait aux fonctions de distributions. Aujourd'hui, elle prend en considération la plupart des cycles de vie d'un produit ou d'un service.

Cependant, il n'y pas d'accord complet entre les experts sur le concept "logistique". Ce désaccord vient particulièrement du domaine d'application auquel la fonction logistique est destinée.

1.2.2.2 Types de logistique

Les différents types de logistique peuvent être résumés selon le domaine d'applications [30] :

- Logistique d'approvisionnement : achat et recherche de nouveaux fournisseurs.
- Logistique de production : conception et optimisation de la production.
- Logistique de soutien : prévision, entretien et réparations des produits.

- Logistique de distribution : transport et dispatching.
- Logistique inverse : recyclage, et retour des produits.
- Logistique de service : postes et télécommunications, systèmes bancaires.
- Logistique hospitalière : transport de produits sanguins, achats et approvisionnement de produits médicaux.
- Logistique de transport de personnes.
- etc.

L'objectif commun à toutes ces logistiques est d'atteindre une haute performance du système concerné, en assurant une meilleure qualité des produits, une meilleure disponibilité à moindre coût et une plus grande flexibilité lui permettant de s'adapter aux fluctuations éventuelles du marché.

1.2.3 Définitions de la chaîne logistique

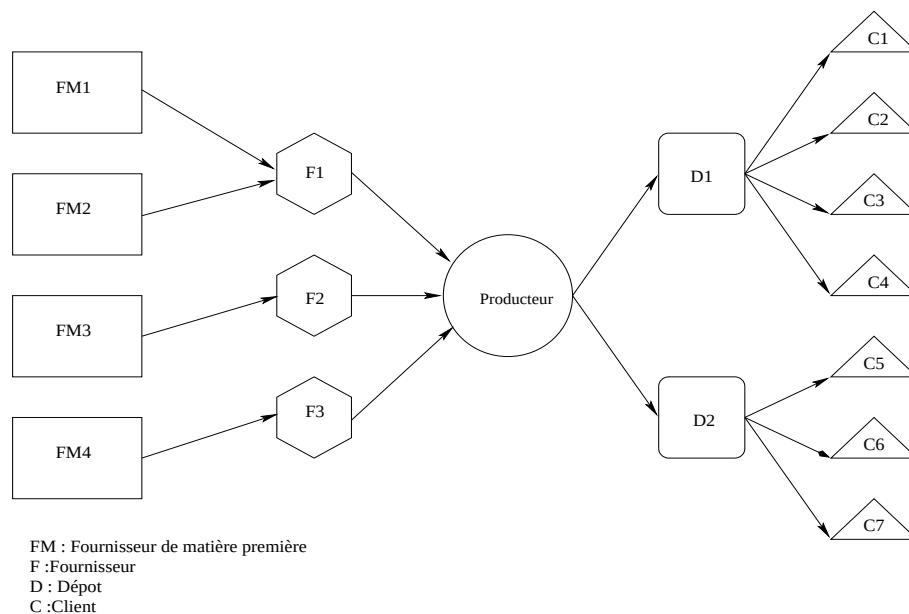


FIG. 1.1 – Architecture classique d'une chaîne logistique

De nombreuses définitions de la chaîne logistique (ou *Supply Chain* en terminologie anglo-saxonne) ont été proposées dans la littérature selon deux visions différentes : la première vision consiste à mettre le produit ou le service comme critère d'identification des acteurs de la chaîne. La deuxième vision centre la chaîne logistique sur l'entreprise principale.

- Certains auteurs tels que Tayur [71], Breuzard [13], Elmahi [30], Desgrippes [23], Abri Jokaar [5] et New [59] s'accordent sur le principe que les acteurs d'une même chaîne logistique sont identifiés par rapport à un produit ou à un service. Une entreprise donnée est alors appréhendée d'un point de vue du rôle qu'elle joue dans le processus de transformation de ce produit.

La définition commune à ces auteurs est celle proposée par Tayur selon laquelle "la chaîne logistique est un réseau composé de sous-traitants, de producteurs, de distributeurs, de détaillants et de clients entre lesquels s'échangent des flux matériels dans le sens des fournisseurs, et des flux d'information dans les deux sens" [71]. La chaîne logistique correspond à "un réseau d'installation où sont assurées les fonctions d'approvisionnement en matières premières, le transport de ces matières premières aux centres de production, la transformation de celles-ci en composants puis en produits finis, la distribution du produit fini chez le client ainsi que le service après vente, le recyclage ou la mise au rebut des produits en fin de vie" [5].

- D'autres auteurs, tels que Poirier [63] et Despontin-Monsarrat [24] considèrent que la chaîne logistique est centrée sur l'entreprise et non sur un produit ou un service. Ce point de vue reste limité aux clients et aux fournisseurs immédiats de l'entreprise. Cette vision est justifiée par le fait qu'il est peu réaliste de supposer que chaque entreprise ait une vision globale du processus de fabrication d'un produit (figure 1.2).

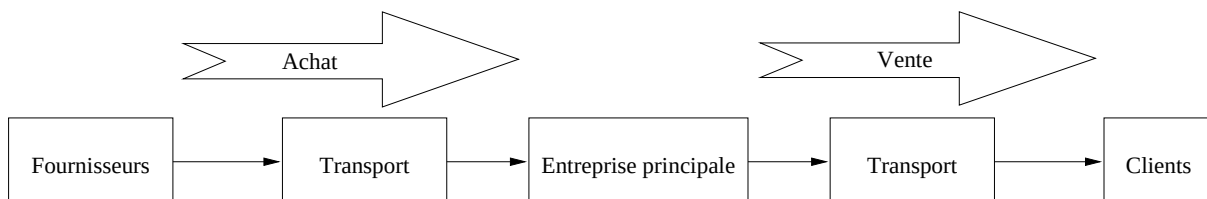


FIG. 1.2 – Chaîne logistique vue par une entreprise

1.2.4 Classifications des entités de la chaîne logistique

Les entités d'une même chaîne logistique peuvent être classifiées selon trois critères : physique, organisationnel et fonctionnel.

1. Classification physique : Trois types d'entités physiques sont présentes dans une chaîne logistique :

- Les sites : Ils peuvent être des sites de production ou de stockage.
 - Les marchandises : qui peuvent être de la matière première, des produits finis ou des produits semi-finis qui s'échangent entre les sites par des moyens de transports.
 - Les moyens de transport : ils comportent les différents types de transporteurs (flotte de camions, véhicules, ...) qui assurent la circulation des marchandises entre les différents sites de la chaîne logistique.
2. Classification fonctionnelle : Les entités d'une même chaîne logistique peuvent être identifiées selon la fonction qu'elles assurent au sein de la chaîne. Les activités majeures au sein d'une chaîne logistique sont : le transport, le stockage et la production.
3. Classification organisationnelle : Cette classification est généralement utilisée si la chaîne logistique est définie par rapport à une entreprise donnée. Elle consiste à identifier chaque acteur de la chaîne selon sa relation avec cette entreprise. Trois maillons essentiels sont alors distingués :
- Achat et approvisionnement : Ce maillon consiste à alimenter un système d'exploitation, tel qu'une ligne de fabrication ou un entrepôt par exemple, par de la matière première. C'est donc l'ensemble des entités qui viennent en amont de l'entreprise
 - Production : Ce maillon est constitué des entités qui interviennent dans les différentes étapes de fabrication d'un produit donné. Il s'agit généralement des différents services de l'entreprise principale.
 - Distribution : C'est l'ensemble des entités situées en aval de l'entreprise, et qui assure le transport des produits n'ayant plus besoin d'une transformation ultérieure, vers les clients.

Les entreprises appartenant à une même chaîne logistique sont reliées entre elles par plusieurs flux qui les traversent.

1.2.5 Flux d'une chaîne logistique

On distingue trois types de flux échangés entre les membres d'une même chaîne logistique : le flux d'information, le flux financier et le flux physique (figure 1.3)

1. Flux d'information : Ce flux est composé d'un flux de donnée et d'un flux de décision qui sont essentiels au bon fonctionnement d'une chaîne logistique. En effet, c'est par la connaissance du fonctionnement des autres maillons de la chaîne qu'un gestionnaire peut prendre les meilleures décisions pour le fonctionnement de sa propre

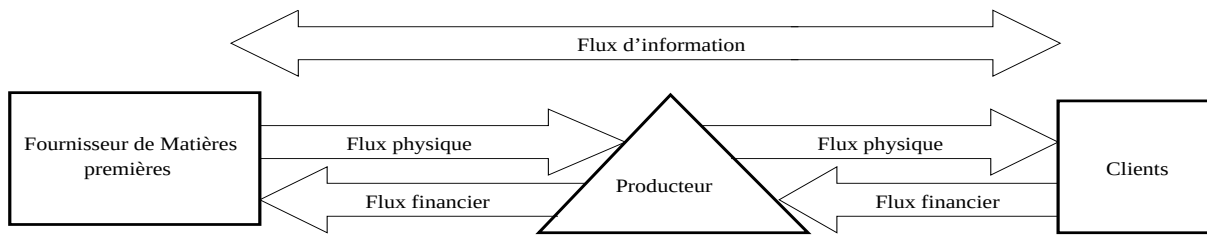


FIG. 1.3 – Modélisation des flux d'une chaîne logistique

entreprise ou service. Des systèmes d'informations tels que les ERP (Enterprise Resource Planning) ou les EDI (Electronic Data Interchange) ont été développés pour apporter un support technique qui assure les échanges d'informations entre les entreprises [23].

2. Flux financier : Les flux financiers constituent les échanges des valeurs monétaires. Ces flux sont créés avec les différentes activités que subissent les flux physiques, tel que la production, le transport, le stockage, le recyclage, etc. Ils sont également utilisés comme un indicateur de performance du fonctionnement de ces activités [3].
3. Flux physique : Appelés également flux de produit, les flux physiques décrivent les matières qui circulent entre les différents maillons de la chaîne. Ces matières peuvent être des composants, des produits semi-finis, des produits finis ou des pièces de rechange. Ces flux constituent le coeur d'une chaîne logistique, sans lesquels les autres flux n'existeraient pas. Ils peuvent être regroupés en trois étapes : produire (ou transformer), stocker et transporter. Ces activités sont généralement assurées par des acteurs différents spécialisés dans chacun des domaines [3] et [23].

La notion de chaîne logistique implique que les entreprises prennent en considération leur environnement à travers les trois flux mis en évidence. Cet environnement peut se déformer en fonction des objectifs et des alliances que les acteurs établissent entre eux. Ainsi, selon ces alliances, plusieurs structures de chaîne logistique peuvent être identifiées.

1.2.6 Structures possibles des chaînes logistiques

La structure d'une chaîne logistique dépend évidemment de sa nature et des objectifs souhaités lors de sa conception. Plusieurs architectures ont ainsi été développées. Du point de vue flux physique, elles peuvent être classifiées comme suit (figure 1.4) :

- Divergente : une chaîne est dite divergente si un fournisseur alimente plusieurs clients ou un réseaux de magasins.

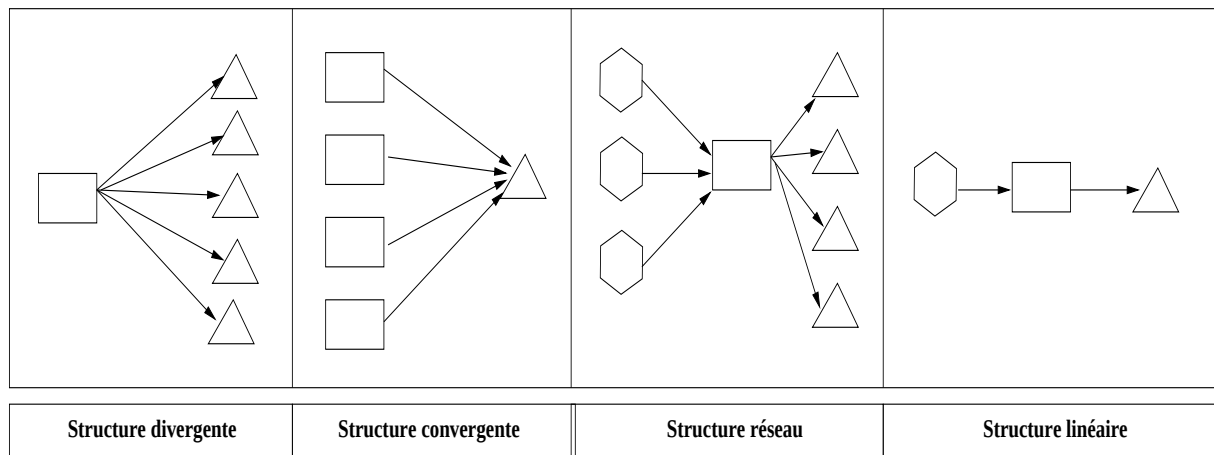


FIG. 1.4 – Différentes structures des chaînes logistiques

- Convergente : une chaîne est dite convergente si un client est alimenté par plusieurs fournisseurs de différents réseaux de distribution. Cette structure est également présente dans les réseaux d'assemblage.
- Réseau : C'est la combinaison des deux précédentes structures. Elle peut être assimilée au réseau informatique (centralisation et distribution).
- Séquentielle : (ou linéaire) chaque entité de la chaîne alimente une seule autre entité en aval.

Afin d'améliorer les performances globales d'une chaîne logistique, il est nécessaire qu'un certain nombre de décisions soient prises. Le but est d'avoir une meilleure fluidité de circulation des trois flux tout en réduisant les coûts de tout le système.

La littérature est assez riche en terme de modèles et de méthodes du pilotage de flux que la communauté scientifique regroupe dans un domaine communément appelé "gestion de la chaîne logistique". La section qui suit résume quelques généralités sur la gestion de la chaîne logistique et donne également quelques modèles rencontrés dans la littérature qui traitent de l'optimisation des activités de production, de stockage et de transport.

1.3 Gestion de la chaîne logistique

Le terme "gestion de la chaîne logistique" est apparu au début des années 80 où il se limitait à la gestion des flux de produits à l'intérieur d'une entreprise [61]. Il a été très souvent assimilé avec le terme logistique. Des extensions ont été apportées par la suite afin de ne pas se limiter aux frontières de l'entreprise en incluant les chaînes de production

en amont et les systèmes de distribution en aval [40].

1.3.1 Définitions

De même que pour les termes "logistique" et "chaîne logistique", la communauté scientifique a proposé plusieurs définitions de la gestion de la chaîne logistique.

Dans [60], Mentzen propose la définition suivante : "c'est la coordination systémique et stratégique des fonctions opérationnelles classiques et de leurs tactiques respectives à l'intérieur d'une même entreprise, et entre partenaires au sein de la chaîne logistique. Le but est d'améliorer les performances à long terme de chaque entreprise membre et de l'ensemble de la chaîne".

La gestion de la chaîne logistique a été définie par Simchi-Levi [70] comme étant "un ensemble d'approches utilisées pour intégrer efficacement les fournisseurs, les producteurs et les distributeurs de manière à ce que la marchandise soit produite et distribuée à la bonne quantité, au bon endroit et au bon moment dans le but de minimiser les coûts et d'assurer le niveau de service requis par le client".

Pour Desgrippes [23], "la gestion de la chaîne logistique est l'activité qui consiste à considérer globalement les différents maillons d'une chaîne logistique pour améliorer les performances de celle-ci". Chaque entreprise est amenée à considérer son environnement en ayant une vision globale des trois flux mis en évidence précédemment. De l'amélioration de l'un d'entre eux, dépend les performances globales de la chaîne.

Cependant, vu la complexité de la chaîne logistique, il est important d'identifier à qui la mission de gérer la chaîne logistique doit revenir. Deux points de vue différents peuvent être considérés pour répondre à cette question. Dans certain cas, le rôle de donneur d'ordre principal peut être joué par l'entreprise dominante de la chaîne logistique. Cette entreprise sera le porteur de projet et aura pour objectif de stimuler les comportements coopératifs entre les autres membres [72]. Dans d'autres cas, la mise au point de processus de coordination, de collaboration ou de coopération complexes dans un système de partenariat est nécessaire. On ne parlera pas alors d'un donneur d'ordre principal mais plutôt de chaîne logistique collaborative.

La gestion de la chaîne logistique revient donc à prendre un certain nombre de décisions à travers les différents horizons de temps (court, moyen et long terme). Ces décisions peuvent être regroupées en trois niveaux distincts : les décisions stratégiques, les décisions tactiques et les décisions opérationnelles.

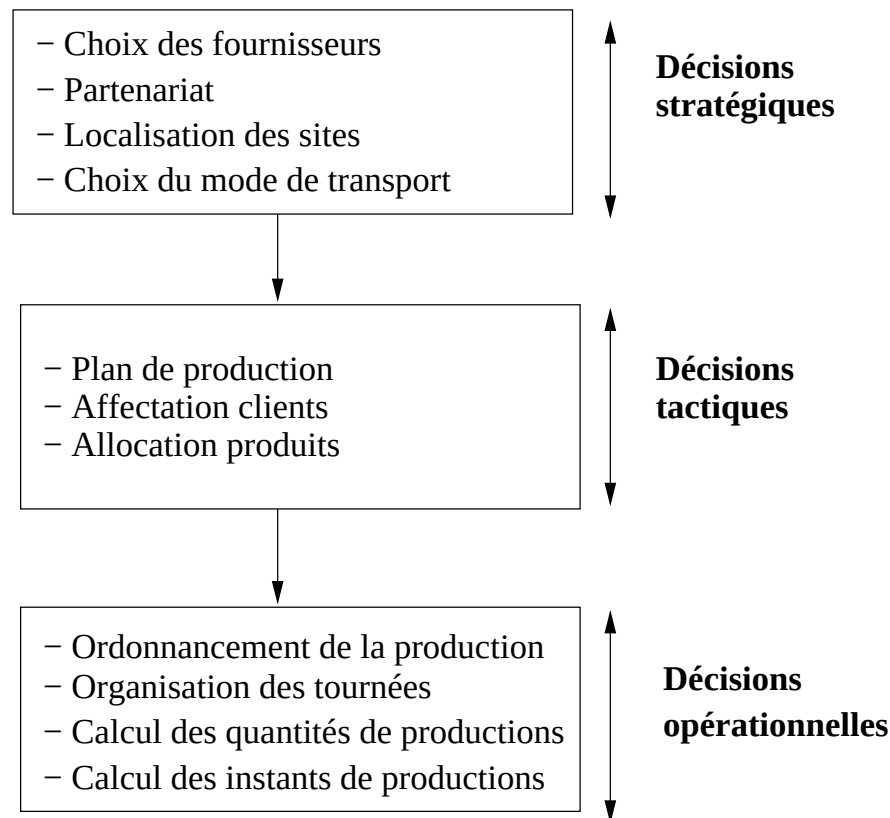


FIG. 1.5 – Niveaux décisionnels dans une chaîne logistique

1.3.2 Niveaux décisionnels

Les niveaux de décision, lors de la gestion de la chaîne logistique, sont souvent séparés en trois grandes classes qui se distinguent par la longueur des périodes sur lesquelles ces décisions influent (figure 1.5) [75].

1. Au plus haut niveau, on discerne les décisions stratégiques. Les décisions prises à ce niveau sont à long terme (4 à 5 ans) et remodelent une partie importante ou la totalité de la chaîne logistique. Ainsi, le choix des fournisseurs, la mise en place d'un système de partenariat, la localisation des sites de production ou de stockage ainsi que le choix du mode de transport sont toutes des décisions stratégiques qui se posent toutes les quatre à cinq années.
2. A un niveau plus bas, on trouve les décisions tactiques dont les conséquences portent sur un horizon de six à trente six mois. Il s'agit ici de l'élaboration des plans de productions, l'affectation des clients aux dépôts, l'allocation des produits dans les différents centres de production, etc.
3. Enfin, on trouve les décisions opérationnelles dont le champs d'action est à court

terme et s'étend d'un jour à six mois. Elles sont prises ou ajustées quotidiennement ou hebdomadairement et s'applique en général sur l'un des maillons de la chaîne logistique. En effet, le fonctionnement de la distribution par exemple rencontre chaque jour de nouvelles situations auxquelles il faudra faire face. Ces situations peuvent être soit structurelles ou bien accidentelles.

Parmi les décisions opérationnelles, nous pouvons citer l'ordonnancement des ateliers de production, l'organisation des tournées de livraisons, le calculs des quantités et les instants de production et de livraison, etc.

Plusieurs problèmes de gestion de la chaîne logistique ont été traités dans la littérature et beaucoup de modèles et de méthodes ont été proposés pour les résoudre.

La plupart des travaux rencontrés s'identifient par rapport aux trois activités principales d'une chaîne logistique, à savoir, la production, le stockage et le transport. Même en se limitant à l'optimisation du pilotage des flux physiques, une optimisation globale de toutes ces activités simultanément reste une tâche assez difficile.

Ainsi, le plus souvent, il ne s'agit pas d'une approche d'optimisation globale à proprement parler, mais d'une approche séquentielle des sous-problèmes considérés qui sont optimisés tour à tour. Par exemple, on peut commencer par optimiser le plan de production d'un atelier, puis optimiser le stockage en fonction des choix pris pour la production et enfin minimiser les coûts de transport permettant d'approvisionner les stocks définis précédemment. On parlera alors d'approche d'optimisation découplée (ou séquentielle).

D'autres travaux ont, au contraire, développé des modèles et des méthodes intégrant deux, voir même les trois activités simultanément. Les problèmes traités s'intègrent dans le cadre des approches d'optimisation appelées couplées (ou intégrées).

1.3.3 Approches découplées de la gestion de la chaîne logistique

Si on s'intéresse aux sous-problèmes de production, de stockage et de transport séparément, la littérature est très riche en modèles et méthodes d'optimisation. Plusieurs auteurs tels que Dupont [27], Giard [33] et Vallin [75] donnent un état de l'art assez complet sur ces modèles et méthodes.

1.3.3.1 La production

Le système de production d'une entreprise assure la transformation de matières premières et/ou de produits semi-finis provenant des fournisseurs, en produits semi-finis

et/ou finis à destination des clients, tout en ayant des objectifs en termes de qualités, de coûts et de délais [24].

Dès qu'une entreprise a été créée, il a fallu gérer sa production. La gestion de la production est donc une problématique très ancienne qui a fortement intéressé plusieurs théoriciens et praticiens tels que Taylor, Fayol, Ford, etc. A partir des travaux de ces théoriciens et praticiens, plusieurs méthodes de gestion de la production se sont développées.

La première technique à évoquer est le MRP (Material Requirement Planning), apparue dans les années soixante. Comme son nom l'indique, elle consiste à déterminer les quantités de matières premières nécessaires à la production sans prendre en compte les capacités des équipements utilisés. Toutes les demandes sont alors estimées réalisables.

Vers la fin des années soixante dix, le MRP a évolué vers le MRP II (Manufacturing Resource Planning) afin de prendre en compte la capacité des unités de production. Toutefois, le MRP II ne tient pas compte des contraintes extérieures et planifie les besoins uniquement en fonction de la demande ou de la prévision de demande.

Le MRP II a permis l'introduction, depuis les années quatre vingt dix, des ERP (Entreprise Resources Planning) qui sont des systèmes transactionnels qui couvrent l'ensemble des fonctions et ressources de l'entreprise. Même si les progiciels d'ERP ne sont pas destinés à l'optimisation de la production, ils constituent des outils de choix qui permettent d'avoir une vision globale de la chaîne logistique.

Aujourd'hui, le développement d'Internet a permis aux différentes ERP de communiquer à travers la mise en place de systèmes d'échange de donnée informatisée (EDI). Plusieurs méthodes d'optimisation de la gestion de production viennent s'intégrer dans des bases de donnée réparties pour former les APS (Advanced Planning System).

Une autre dimension importante de la gestion de la production est l'organisation de la production. Cette dernière est qualifiée de production à la commande lorsque le processus de fabrication est déclenché par une commande d'un client. Les entreprises optent pour ce type de production lorsque la demande est difficilement prévisible. Lorsque la demande d'un client peut être anticipée, l'entreprise opte pour une organisation de la production sur stock [33]. Ces deux organisations ont ainsi conduit à une production en flux poussés et à une production en flux tirés [24] :

- La production en flux poussée anticipe la demande de produits par une programmation prévisionnelle s'appuyant sur un échéancier de livraison de produits finis.
- La production en flux tirée déclenche la production d'un produit par la demande effective des centres de production demandeurs de la référence au lieu de l'être par

la demande prévisionnelle. Une production juste-à-temps correspond à ce type de production. Cette organisation est, en général, utilisée lors d'une production de masse avec des demandes relativement stables.

1.3.3.2 Le stockage

La constitution des stocks au sein d'une chaîne logistique est justifiée par plusieurs raisons telles que le souhait de compenser les écarts entre la prévision et la réalité, les délais de mise à disposition de plus en plus courts chez les clients, la fluctuation de la demande, la volonté de se garantir des phénomènes de hausse des prix de la matière première (spéculation), les accidents de production, etc [13]

Ces différentes raisons nécessitent de créer et de maintenir plusieurs stocks qui sont généralement de quatre types : le stock de marchandises, le stock de matières premières, le stock des produits en cours de fabrication et le stock des produits finis.

La classification ABC est l'une des méthodes les plus répandues pour la gestion des stocks. Basée sur la loi des 20/80 de paréto, elle consiste à établir une hiérarchie des produits nécessaires à une activité donnée en fonction de leurs prix. Trois classes sont distinguées :

- Classe A : Produits très chers, rares ou qui nécessitent des délais de livraisons très long.
- Classe B : Produits moyennement chers ou dont la disponibilité est aléatoire.
- Classe C : Produits courants ou peu chers.

L'optimisation des stocks est une problématique importante au sein d'une chaîne logistique car chaque produit stocké engendre un coût. Plusieurs chercheurs se sont penchés sur la problématique et plusieurs techniques ont été développées pour optimiser les coûts de stockage. En effet, il est clair que chaque classe de produits aura une politique spécifique de réapprovisionnement de son stock qui peut être déterminée soit en fonction de la quantité soit en fonction de la date. Quatre politiques sont alors à distinguer :

- Réapprovisionnement à date et à quantité fixes : dite aussi méthode calendaire, elle s'applique à des produits de classe C dont la consommation est régulière. Cette méthode se rapproche de la quantité économique de commande développée initialement par Wilson.
- Réapprovisionnement à date fixe et à quantité variable : également appelée méthode de recomplètement périodique ou gestion de temps. Elle consiste à examiner le stock à intervalle fixe et à passer une commande égale à la quantité consom-

- mée pendant la dernière période. L'objectif est d'assurer un niveau optimum, à définir, pour chaque produit. Cette méthode s'applique à des produits coûteux, périssables ou encombrants et dont la consommation est régulière.
- Réapprovisionnement à date variable et quantité fixe : plus connue sous le nom de méthode du point de commande, cette méthode consiste à définir un niveau de stock qui déclenche l'ordre d'achat de façon à être livré juste au moment de l'utilisation de la dernière pièce. Elle est plus adaptée à une consommation partiellement irrégulière. Le Kanban est une forme d'approvisionnement à point de commande.
 - Réapprovisionnement à date et quantité variables : Cette méthode est principalement utilisée pour les articles de classe A dont les prix de revient varient fortement ou dont la disponibilité n'est pas permanente (métaux précieux, bois exotiques,...). Elle nécessite un suivi permanent du marché pour effectuer les achats aux moments opportuns.

Ces méthodes d'approvisionnement sont très utilisées dans l'industrie de par la relative simplicité de leur mise en oeuvre et constituent les bases de la gestion des stocks.

1.3.3.3 Le transport

Dans une chaîne logistique, le transport en général et celui des marchandises (appelé également le frêt) en particulier, est un domaine très vaste dont l'optimisation n'est jamais aisé. Il constitue une phase importante de tout processus logistique en étant l'interface entre la phase de production et le marché [30]. Plusieurs problèmes de transport de marchandises ont été identifiés et largement étudiés dans la littérature qui les classifie en deux grandes catégories : les problèmes de tournées de véhicules et les problèmes modélisables par flux [23].

Parmi les problèmes classiques les plus répandus de tournées de véhicules, on peut citer le problème du voyageur de commerce (TSP) [22] et le Vehicle Routing Problem (VRP) [6]. Ces deux problèmes ont été enrichis par la suite en introduisant de nouvelles contraintes telles que la capacité des véhicules (CVRP) [74] ou encore des contraintes de fenêtres de temps pour les livraisons (CVRPTW) [47].

Les problèmes de modélisation par flux consistent à modéliser l'approvisionnement en produits depuis un ensemble de fournisseurs vers un ensemble de clients. Ces problèmes restent assez simples à traiter pour des structures de coût de transport linéaire [23]. Le problème devient vite plus complexe (NP difficile) en introduisant un coût fixe en plus du

coût proportionnel aux quantités [2].

Comme nous l'avons rapporté précédemment, une approche découplée est une optimisation séquentielle qui consiste à optimiser les activités tour à tour en considérant comme fixée la solution des sous-problèmes considérés précédemment.

Les approches découplées sont très efficaces notamment pour des systèmes simples ou lorsque les trois activités ont des coûts de différents ordres de grandeur. En effet, si le coût de production, par exemple, est prépondérant et constitue un grand pourcentage du coût total, comparé à celui de la distribution et de stockage, la solution retenue lors de l'optimisation de la production peut se rapprocher de la solution d'une optimisation globale de la chaîne.

Cependant, les approches découplées s'avèrent très vite décevantes lorsque les coûts de production, de transport et de stockage sont du même ordre de grandeur. Ces activités doivent être alors considérées simultanément dans le même modèle.

1.3.4 Approches couplées

Les approches couplées d'optimisation consistent à considérer deux activités ou plus en même temps afin de minimiser le coût global engendré par ces activités.

1.3.4.1 Production - Stockage

Il est difficile d'envisager une gestion efficace de la production sans tenir compte des niveaux de stocks en cours. Les stocks à considérer sont les stocks de matières premières et les stocks de produits finis.

Le principe du juste à temps (Just in Time (JIT) en anglais), mis en oeuvre par Taichi Ohno pour Toyota en 1945, a permis de considérer sérieusement la gestion des stocks en amont et en aval lors de la gestion de la production. Cet ensemble de techniques vise à améliorer les performances d'un système de production en réduisant les stocks en-cours et les coûts induits par ces stocks. Cela a pour objectif de réduire les coûts et les délais de production, et d'améliorer la qualité en utilisant des techniques de productions à flux tendus [52].

Les problèmes de dimensionnement de lots (PDL), ou *lot sizing problem* (LSP) en anglais s'intègrent aussi dans cette même dimension. La production et le stockage sont simultanément considérés sur un intervalle de temps fini. L'objectif est de minimiser le

coût global du système en trouvant les périodes et les quantités optimales de production durant chaque période [12].

Les travaux de Harris en 1913 [39] sont reconnus comme étant les premiers à avoir proposé des modèles de dimensionnement de lots économiques [12]. Dans ce modèle, appelé Economic Order Quantity (EOQ), la demande d'un seul type de produits est considérée continue sur un horizon de planification infini, sous l'hypothèse d'une capacité de production aussi considérée infinie. Dans les années 50, le EOQ a été généralisé par Rogers [64] au problème d'ordonnancement de lot économique (*Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP)) afin de considéré le cas du multi-produits et celui d'une capacité de production finie. Si la solution optimale du EOQ est facilement calculable, le ELSP est un problème NP-complet [19], dont la résolution se fait en utilisant généralement des heuristiques [26]. Le EOQ et le ELSP sont aussi considérés comme des modèles continus.

L'introduction de modèles discrets du PDL a vu le jour grâce aux remarquables travaux séparés de Wagner-Whitin [77] et Manne [51] en 1958. A l'inverse des modèles continus précédemment cités (EOQ et ELSP), les modèles discrets proposés supposent que l'horizon de planification T est fini et divisé en plusieurs périodes égales pour lesquelles la demande en produits peut varier d'une période à une autre. L'objectif est de déterminer les périodes dans lesquelles la production aura lieu, ainsi que les quantités à produire durant chacune des périodes. La quantité totale produite doit satisfaire la demande du client tout en minimisant les coûts de production, les coûts de lancement de la production et les coûts de stockage. Le problème initial de Wagner-Whitin traitant d'un seul type de produits est un problème polynomial qui se résout en $O(T^2)$ [12].

Après ces premières études, le nombre d'articles publiés dans le domaine croît très fortement. Des extensions ont été apportées au problème initial et plusieurs méthodes exactes ou approchées ont été proposées pour résoudre ces problèmes. L'algorithme de résolution basé sur une procédure de programmation dynamique proposé par Wagner-Whitin et Manne a été repris et améliorée par plusieurs chercheurs tel que Wagelmans qui propose un algorithme dont la complexité est en $O(T \log(T))$ [78].

Plusieurs sous-classes de PDLs ont été ainsi distinguées. Les PDLs avec contraintes de capacité (*Capacitated lot sizing problem* (CLSP)) [44] et les problèmes discrets de dimensionnement de lots (*Discrete Lot Sizing Problem* (DLSP)) [31] et [65], font parties des PDLs les plus traités dans la littérature. Le CLSP peut être considéré comme étant une extension du modèle de Wagner-Whitin au cas du multi-produits, sous l'hypothèse d'une contrainte de capacité. Le DLSP est obtenue en divisant les "macro-périodes" du

CLSP en un nombre fini de "micro-périodes" de largeur égale. La supposition principale du DLSP est basée sur le principe du "tout ou rien" : Un seul article peut être produit par période, et si c'est le cas, toute la capacité de production est utilisée [16].

Le CLSP et le DLSP sont des problèmes difficiles à résoudre à cause des différentes contraintes qui lient les entités du système considéré. Les premières études de complexité du problème sont menées au début des années 1980. Dans [8], Bitran et Yanasse ont étudié la complexité du CLSP et ont identifié des cas particuliers où le CLSP peut se résoudre par des algorithmes à temps polynomiaux et d'autres cas qui s'avèrent NP-difficiles. De même, plusieurs recherches ont montré que le DLSP est un problème NP-difficile [14], [31], [32] et [62].

Plusieurs auteurs donnent un état de l'art assez complet sur les différentes classes de PDLs [12], [26], [69] et [79]. Plusieurs critères sont utilisés pour la classification de ces problèmes : le nombre de gammes de produits, le nombre de machines (ressources), la structure de la chaîne, les contraintes de capacité, la longueur de l'horizon de planification, etc [11].

1.3.4.2 Production - Transport

Afin de réduire leurs coûts de production, les grandes firmes ont été amenées à délocaliser leurs centres de productions dans des pays où la main d'oeuvre est beaucoup moins chère. Cependant, cette politique de délocalisation a engendré des coûts de transport qui s'avèrent extrêmement onéreux. L'intégration simultanée des activités de production et de transport a été alors prise de plus en plus sérieusement et plusieurs chercheurs se sont penchés sur cette problématique. La plupart des travaux rencontrés dans la littérature interviennent sur deux niveaux décisionnels différents : à un niveau stratégique pour le transport (localisation des clients, ouverture / fermeture des dépôts, etc) et à un niveau opérationnel pour la production (quand, quelle quantité, etc).

Dans [18] par exemple, un coût de lancement (setup) est considéré pour la production et le transport est traité comme un problème de CVRP. Une approche découplée est utilisée pour résoudre les deux problèmes, puis une heuristique basée sur une recherche locale a été appliquée pour améliorer la solution donnée.

Une classe particulière de problèmes de production et de transport mérite d'être citée. Il s'agit du problème d'ordonnancement et de livraison de lots économiques (*Economic Lot and Delivery Scheduling Problem* (ELDSP)) introduit par Hahm en 1992 [36]. Ce problème tire ses origines du modèle (ELSP) [64] auquel est ajouté le cycle de livraison

[30].

S'intégrant dans le cadre de l'industrie automobile, le système étudié par Hahm est constitué d'un fournisseur qui achemine un seul type de produit vers un seul centre d'assemblage (le client). La livraison des produits et leur utilisation chez le client s'effectuent à des taux constants. Le modèle proposé permet de déterminer les longueurs optimales des périodes ainsi que les quantités optimales à produire et à transporter durant chacune des périodes. Le résultat majeur de Hahm dans [36] est de démontrer que la période de fabrication des produits (T) doit être un multiple de l'intervalle de livraison (R) ($T = M \cdot R$).

Une extension a été introduite pour prendre en considération la capacité du transporteur. Le modèle a été généralisé par la suite au cas de plusieurs types de produits avec des coûts fixes pour chaque livraison et pour chaque camion utilisé [37]. Les auteurs montrent que la coordination entre l'ordonnancement de la production et de la livraison est plus intéressante qu'un ordonnancement séquentiel des deux activités.

Le modèle de Hahm a été également utilisé par Elizabeth Vergara qui l'a généralisé au cas d'une chaîne linéaire [76]. Un algorithme génétique a été proposé pour trouver la séquence optimale d'ordonnancement des livraisons à travers la chaîne considérée. Dans [42], une politique de livraison en lots de tailles variables a été développée par Hoque et Goyal sous l'hypothèse que la demande du client soit constante. De même, Chou et Chang [20] ont développé une heuristique dans le cas d'une seule commande et de plusieurs livraisons. Dans [45], une technique de programmation dynamique a été utilisée par Kim dans le but de sélectionner un transporteur parmi une flotte pour effectuer la livraison des produits entre deux entités d'une chaîne logistique.

1.3.4.3 Transport - Stockage

La délocalisation des centres de production a engendré également, en plus des coûts de transport, des coûts de stockage supplémentaires dûs à l'utilisation des plates-formes logistiques intermédiaires. Ces coûts supplémentaires ont poussé les gestionnaires des chaînes logistiques à une prise en considération plus détaillée des réseaux de distribution. Dans une telle approche, les coûts engendrés par la production sont considérés négligeables.

Boissière propose dans son mémoire de thèse [9] des politiques de gestion des stocks dans des réseaux de distribution dans un environnement déterministe dans lequel la demande est constante et continue. Certains auteurs se sont intéressés uniquement à l'inté-

gration des activités de transport et de stockage dans une chaîne logistique. La plupart des travaux rencontrés proposent des modèles couramment appelés les modèles "fournisseurs - client" et sont des études menées principalement sur les décisions opérationnelles. Une synthèse des articles récents traitant de cette problématique est présentée par Akbalik dans ces travaux de thèse [3]. Dans [66], Sarmah résume également un état de l'art des différents modèles de coordination entre un client et un fournisseur.

Dans [46], Kim démontre qu'une politique de livraison établie pour un modèle intégrant un donneur d'ordre et un fournisseur, simultanément, est optimale pour les deux parties. La stratégie adoptée permet de calculer les quantités de commande, le nombre de livraisons et les quantités de livraisons afin de faciliter les livraisons entre les deux sites. Burns [15] compare deux politiques de livraisons (directe et avec des tournées) et propose une méthode analytique pour minimiser le coût total de stockage et de transport depuis un fournisseur vers les clients. Un modèle de simulation a été développé par Mason [50] afin de montrer que l'intégration des systèmes de gestion de stocks et de gestion de transport permet de réduire d'une manière significative le coût global, d'améliorer le service client et de mieux gérer les flux physiques.

Dans d'autres articles rencontrés, les auteurs mettent en évidence quatre décisions importantes à prendre en considération dans le cas des problèmes intégrant le transport et le stockage simultanément : les décisions stratégiques de localisation des centres de production, les décisions tactiques de l'inventaires des stocks, les décisions tactiques des fréquences et enfin les décisions opérationnelles de livraison. Beaucoup de travaux ont étudié l'intégration et la coordination entre deux ou trois de ces décisions.

La plupart des problèmes de stockage - distribution (Inventory routing problem) traitent la livraison périodique d'un seul type de produit à partir d'un seul centre de distribution vers un ou plusieurs clients en utilisant une flotte de véhicules homogènes. L'horizon de planification est supposé connu et fixe [80].

Dans [67], Shen traite une chaîne logistique composée de centres de distribution, des fournisseurs et des clients. L'impact des décisions stratégiques de localisation des centres de distribution sur les décisions tactiques d'inventaire de stocks et de livraison est étudié. Il propose un algorithme à base d'une relaxation Lagrangienne qui minimise le coût global du système composé des coûts de localisation des centres de distribution, des coûts de stockage dans ces centres et des coûts de livraison vers les clients.

Nous avons considéré tout au long de cette section que les activités de la chaîne logistique induisent les critères utilisés pour distinguer les différents modèles rencontrés

dans la littérature. Du point de vue de la recherche opérationnelle, les problèmes de chaînes logistiques sont considérés comme des problèmes classiques d'optimisation, pour lesquels, plusieurs outils ont été proposés pour les résoudre. Ces problèmes sont regroupés dans trois classes distinctes : les problèmes combinatoires, les problèmes stochastiques (aléatoires) et les problèmes concurrentiels.

- La classe des problèmes combinatoires regroupe l'ensemble des problèmes où l'objectif est de trouver la solution optimale ou une bonne solution parmi un grand nombre de solutions admissibles. Les problèmes de tournées de véhicules s'intègrent dans cette classe.
- Les problèmes stochastiques sont caractérisés par le fait que les données sont incertaines et suivent une distribution aléatoire. Par exemple, une optimisation des activités de production, de stockage et de transport sous des demandes incertaines de la part des clients est un problème d'optimisation stochastique.
- Les problèmes concurrentiels consistent à trouver une solution optimale face à un problème dont les termes dépendent de l'interrelation entre ses propres agissements et ceux d'autres décideurs. Fixer le prix d'un produit par exemple ne dépend pas uniquement des coûts engendrés et de la marge de bénéfice souhaitée, mais il dépend également des prix que les concurrents ont déjà fixés.

L'étude de la gestion des stocks et le développement du modèle de Wilson, proposé par Harris en 1913 [39], sont considérés comme étant à l'origine même de la recherche opérationnelle moderne. Plusieurs techniques ont été développés par la suite pour résoudre différents types de problèmes.

1.3.5 Méthodes de résolutions

Les méthodes de résolution des problèmes de chaînes logistiques d'une manière particulière, et des problèmes d'optimisation d'une manière générale appartiennent à deux grandes catégories bien distinctes. D'une part, on trouve les méthodes exactes qui proposent de trouver la solution optimale du problème d'une manière certaine en considérant l'ensemble des solutions possibles. D'autre part les méthodes de résolutions approchées, appelées heuristiques qui se contentent de trouver une bonne solution du problème. Ces dernières sont utilisées pour résoudre des problème NP-difficiles dont la résolution avec une méthode exacte ne s'effectue pas en un temps polynomial. Elles permettent ainsi d'assurer un compromis entre la qualité de la solution retenue et le temps nécessaire de calcul (Voir figure 1.6).

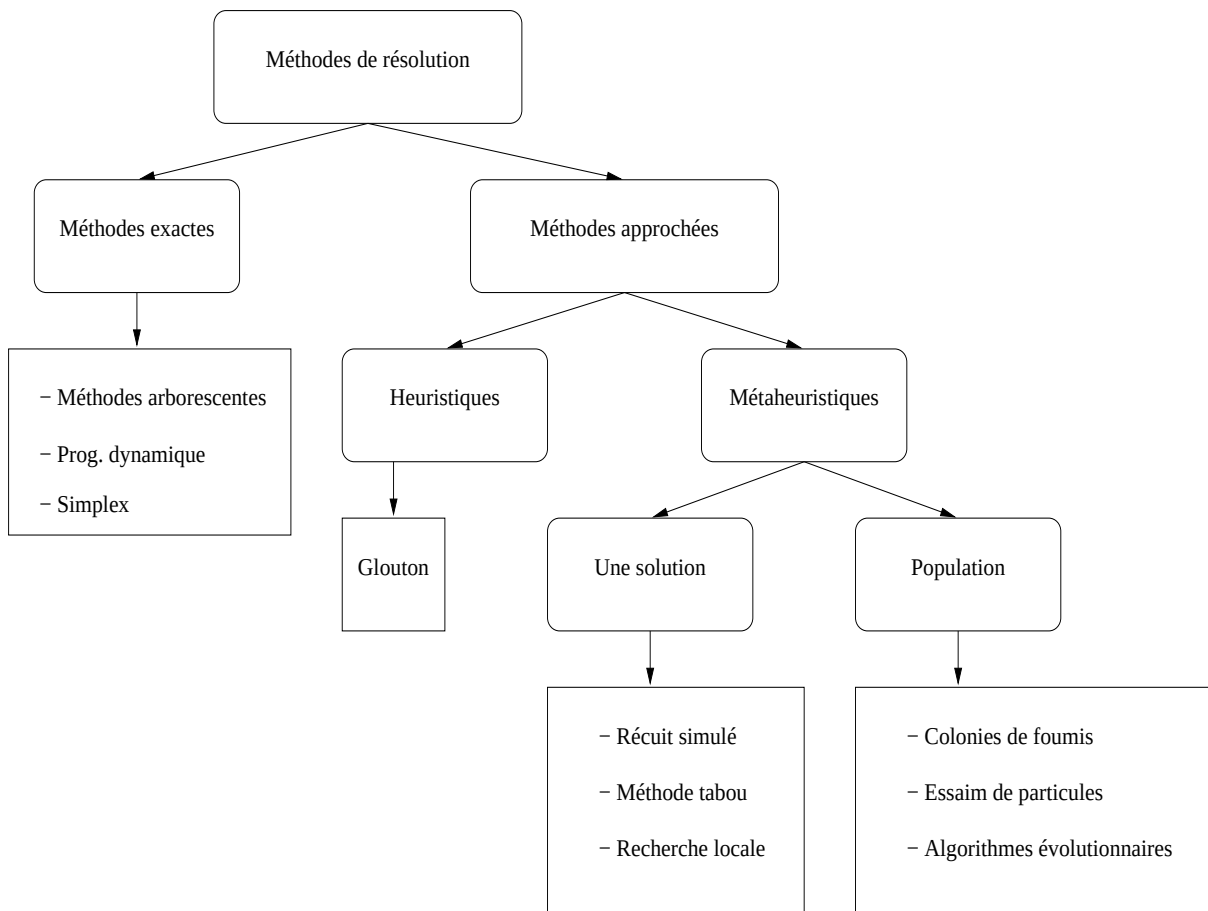


FIG. 1.6 – Classification des méthodes de résolution

1.3.5.1 Méthodes exactes

L'intérêt des méthodes de résolution exactes est d'assurer l'optimalité de la solution retenue. Pour cela, elles doivent disposer des outils nécessaires leur permettant de parcourir l'espace de recherche des solutions, ou au moins, avoir l'assurance de n'écarter aucune solution ayant le potentiel d'être meilleure que la solution trouvée par l'algorithme [7].

Les méthodes de résolution les plus répandues sont certainement celles qui modélisent l'espace de recherche des solutions sous la forme d'une arborescence telle que la procédure de Séparation Évaluation Progressive. Cette méthode, appelée également Branch & Bound Procedure (BBP) en anglais, utilise des techniques lui permettant de séparer l'espace de recherche en plusieurs sous ensembles distincts. Des calculs de bornes sont alors effectués pour chaque sous ensemble afin d'éliminer de la recherche ceux dont on a la certitude qu'ils ne contiennent pas la solution optimale. Les méthodes Branch &

Cut et Branch & Price sont des dérivées de la BBP.

L'efficacité d'une technique de BBP dépend en grande partie du choix de la borne inférieure (ou supérieure) de l'arborescence. En effet, il est nécessaire que cette dernière soit la plus précise possible afin d'arrêter plus rapidement l'exploration des branches qui vont conduire inévitablement à une mauvaise solution. La stratégie de parcours est également un facteur déterminant dans l'efficacité de l'algorithme. Elle doit être établie de telle sorte à trouver rapidement des solutions réalisables dont l'évaluation affine la borne supérieure et donc couper plus vite les branches.

Certains problèmes peuvent être résolus par d'autres méthodes exactes telles que la programmation dynamique, la méthode du simplexe, et la programmation linéaire en nombres entiers. D'autres méthodes sont entièrement spécifiques au problème traité, comme l'algorithme de Johnson [43] pour l'ordonnancement et l'algorithme de Little pour le voyageur du commerce.

1.3.5.2 Méthodes approchées

Les méthodes de résolution exactes s'avèrent souvent inefficaces ou très lourdes lorsqu'il s'agit de problèmes de dimension importante. L'exploration de tout l'espace de recherche devient alors irréalisable et l'exécution partielle de la méthode exacte donne rarement une solution de bonne qualité. Des méthodes de résolution approchées ont été mises au point afin d'obtenir rapidement de bonnes solutions même si elles ne sont pas optimales.

Les méthodes approchées sont regroupées d'une manière générale en deux grandes familles : les heuristiques destinées à résoudre un problème bien spécifique, et les métaheuristiques fondées sur des principes généraux qui s'adaptent facilement à différents types de problèmes.

L'algorithme glouton appartient à la classe des heuristiques constructives les plus répandues. Le principe de cet algorithme est de construire rapidement une ou plusieurs solutions, en s'appuyant sur les particularités du problème traité. A chaque étape de la construction de la solution, on effectue le choix optimum local dans l'espoir d'obtenir une solution de bonne qualité. Par exemple, pour le problème du voyageur de commerce, l'algorithme glouton le plus classique consiste à visiter à chaque itération, la ville non visitée la plus proche de la dernière ville ajoutée.

Deux familles de métaheuristiques sont à distinguer :

- Les métaheuristiques à solution unique qui sont basées sur le principe de re-

cherche de voisinage. En effet, en partant d'une solution initiale, l'algorithme tente d'améliorer cette solution pas à pas en choisissant une nouvelle solution dans son voisinage. Le recuit simulé, la méthode tabou et la recherche locale sont les métaheuristiques à solution unique les plus répandues et les plus utilisées dans la littérature [68], [25].

- Les métaheuristiques à population constituent la deuxième famille de métaheuristiques. A l'inverse de la famille précédente, ces méthodes améliorent, au fur et à mesure, un ensemble de solutions, appelé population, et non une seule solution. L'avantage majeur de ces méthodes est qu'elles apportent un facteur de diversité des solutions et donc une meilleure exploration de l'espace de recherche.

Les colonies de fourmis, les algorithmes d'optimisation par essaim de particules, et la classe des algorithmes évolutionnaires (les algorithmes génétiques, les stratégies d'évolution, la programmation génétique et la programmation évolutionnaire) sont des métaheuristiques très répandues dans la littérature vu leur adaptabilité à différents problèmes et leur simplicité de mise en oeuvre. Plus de détails sur ces méthodes peuvent être trouvés dans [25].

1.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté les éléments de base de la chaîne logistique et de sa gestion afin de bien assimiler ce vaste domaine. Nous avons mis en évidence quelques travaux rencontrés dans la littérature et qui peuvent être considérés comme étant le contexte général de notre travail de thèse.

D'une part, la majorité des approches rencontrés dans la littérature et qui abordent les problématiques de transport et de stockage simultanément a été développée pour des problèmes continus. L'horizon de planification est supposé infini et la demande en produit est supposée constante et périodique. La résolution de tels problèmes consiste alors à trouver les quantités et les périodes optimales de production et de livraison qui minimisent le coût global du système.

D'autre part, le cas d'une demande variable à travers le temps a été considéré par certains modèles tels que le problème de dimensionnement de lots (PDL). Les approches proposées pour ces problèmes se basent sur une discrétisation de l'horizon de planification en plusieurs périodes. La résolution du problème consiste alors à trouver la quantité à produire durant chaque période pour minimiser les coûts de production et de stockage du

système sur tout l'horizon.

Dans les PDLs à plusieurs centres de production disposés en série, le transport a été pris en compte en introduisant un coût lors du transfert des produits d'un centre au centre en aval [12]. Cette approche est assez limitée pour qu'elle puisse s'adapter aux cas d'une chaîne logistique puisque les contraintes réelles du transport, telle que la limitation des capacités de chargement des transporteurs, n'a jamais été prise en considération pour le PDL.

Une des motivations majeures de notre travail de recherche est d'optimiser les livraisons d'un seul type de produits dans une chaîne logistique linéaire. Le problème étudié est donc à cheval entre ces deux classes de problèmes : d'une part, il s'intègre dans une approche couplée d'optimisation où le stockage et le transport sont considérés simultanément. D'autre part, il s'apparente à un problème de dimensionnement de lots (PDL), tout en ayant ces propres spécificités.

Avant d'aborder le problème complet d'une chaîne logistique linéaire, nous nous sommes focalisés dans le chapitre suivant sur la structure de base de cette dernière. En effet, même si l'objectif d'un gestionnaire d'une chaîne logistique est de proposer une approche globale d'optimisation, il est nécessaire d'accorder un intérêt particulier à l'optimisation du flux de produits qui circule entre chaque deux entités qui se succèdent.

Chapitre 2

Optimisation des coûts de transports et de stockages d'un maillon logistique

2.1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce mémoire est d'étudier une structure spécifique de la chaîne logistique qui est la chaîne linéaire. Cette dernière est composée d'une succession d'entreprises en cascade. Nous nous focalisons sur l'optimisation du flux physique d'un seul type de produit qui y circule. L'étude proposée s'intègre dans une approche couplée dont l'objectif est d'optimiser les coûts de transport et de stockage de toute la chaîne sur un intervalle de temps fixe. Les décisions à prendre sont d'un niveau opérationnel sous l'hypothèse que toutes les informations dont on a besoin pour dérouler cette optimisation sont connues.

Même si l'objectif d'un gestionnaire d'une chaîne logistique est de proposer une approche globale d'optimisation, il est nécessaire d'accorder un intérêt particulier à l'optimisation du flux de produits qui circule entre chaque deux entités qui se succèdent. En effet, afin d'améliorer la qualité de service offerte à un client, de minimiser les risques de ruptures de stocks et aussi de réduire les incertitudes, la coopération entre un client et son fournisseur immédiat est considérée de nos jours comme étant un facteur déterminant pour accroître les performances des deux entités en termes de réduction des coûts. Ainsi, avant d'aborder le problème complet d'une chaîne logistique linéaire, nous nous sommes focalisés sur la structure de base de cette dernière que nous appelons tout au long de ce mémoire "un maillon logistique". Un maillon est donc composé de deux sites successifs liés par une relation de "fournisseur-client" pour lesquels il faudra organiser la production

et la livraison des produits de telle sorte à satisfaire la demande totale du client tout en minimisant le coût global du système.

La plupart des approches rencontrées dans la littérature ont été proposées pour le cas d'une demande continue du client. Même si le problème de dimensionnement de lot traite d'une demande apériodique à travers le temps, les modèles proposés dans la littérature pour le résoudre ne peuvent pas être applicables directement sur la chaîne logistique à cause des contraintes simplifiées pour le cas du transport.

La suite de ce chapitre est organisée comme suit : dans la deuxième section, nous présentons le système étudié et les différentes contraintes liées à son fonctionnement. La formulation mathématique du problème est donnée dans la section suivante. L'analyse de ce modèle nous a permis de mettre en évidence une relation de dominance entre les différentes solutions partielles du problème. Grâce à ce résultat important, nous proposons une procédure très efficace de Séparation Évaluation Progressive (SEP) qui obtient la solution optimale du système en un temps réduit. Une amélioration de la méthode est également présentée grâce à un calcul de borne inférieure du coût global induit à partir d'une séquence partielle. Enfin, nous illustrons l'efficacité de cette méthode par quelques résultats numériques présentés en fin de ce chapitre.

2.2 Système étudié

Le système étudié au cours de ce chapitre est une chaîne logistique élémentaire, composée de trois entités : un client, un fournisseur et un seul transporteur (figure 2.1). Nous définissons cette structure tout au long de cette thèse par l'expression "maillon logistique".

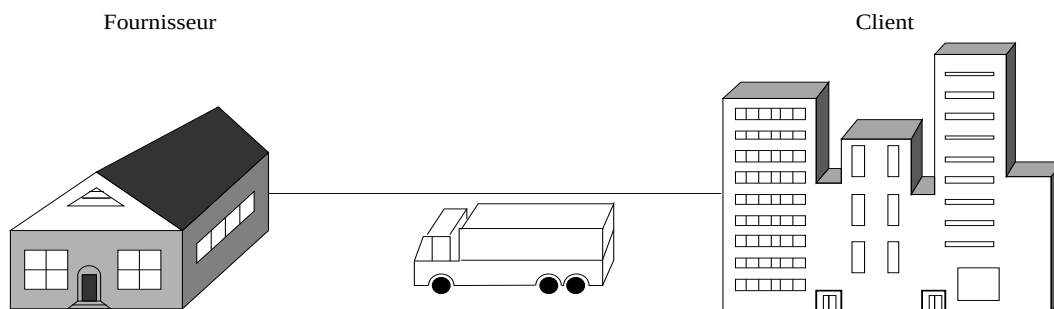


FIG. 2.1 – Modélisation du maillon logistique

2.2.1 Présentation du problème

Le client désire une quantité déterminée d'un même type de produit selon des dates dues qui sont échelonnées aléatoirement sur un horizon de temps fini. Tous les produits sont fabriqués par le même fournisseur qui doit respecter les délais imposés par le client. Une fois fabriqués, les produits sont livrés chez le client par un seul moyen de transport.

En plus du nombre de produits et leurs dates dues exigées par le client, les autres données du problème sont la capacité de chargement du transporteur, le temps de production et de chargement par produit chez le fournisseur, le temps de déchargement par produit chez le client et enfin le temps nécessaire pour effectuer le voyage entre les deux sites.

Nous faisons l'hypothèse qu'une fois la commande du client passée, il n'est plus possible de la modifier. Aussi, le retour des produits du client vers le fournisseur (backlog) n'est pas pris en compte dans notre travail. Les zones de stockage sont supposées illimitées sur les deux sites et la matière première nécessaire à la fabrication des produits chez le fournisseur est considérée toujours disponible.

Les données du problème engendrent de nombreuses contraintes qui doivent être respectées. D'une part, la capacité de chargement du transporteur est limitée. D'autre part, chaque produit est caractérisé par une date due qui ne doit en aucun cas être dépassée. La production et la livraison de l'ensemble des produits doivent alors être organisées en "lots" de produits dont les tailles sont à déterminer. La taille maximale d'un lot livré ne doit pas dépasser la capacité de chargement du transporteur. En plus des tailles de ces lots, les dates de production et les dates de livraisons de chaque lot sont aussi des variables du problème qui doivent être par conséquent calculées. Les produits appartenant à un même lot auront alors leurs dates de production, de chargement et de déchargement séparées par des intervalles de temps égaux respectivement à la durée de production, de chargement et de déchargement d'un seul produit. La durée d'un voyage entre le fournisseur et le client est également à prendre en considération lors du calcul de ces dates pour deux lots successifs.

Les dates dues des produits chez le client constituent une des principales données de notre problème. De ce fait, la séquence de lots retenue et les dates de production et de livraisons de chaque lot, ont pour objectif d'un côté de satisfaire l'ensemble des délais imposés par le client et d'un autre côté, de minimiser l'ensemble des coûts engendrés par les activités de production, de transport et de stockage.

Le fonctionnement du système peut être résumé comme suit : dès qu'un lot de

produits est fabriqué chez le fournisseur et que le transporteur est disponible, les produits sont chargés un par un, transférés, puis déchargés un par un aussi chez le client. Après cela, le transporteur revient à vide chez le fournisseur pour la prochaine livraison. Ces opérations sont répétées jusqu'à satisfaire la demande totale du client.

2.2.2 Coûts à optimiser

Les activités de production, de transport et de stockage engendrent plusieurs coûts qui doivent être optimisés :

- Coût de transport : un coût fixe est occasionné pour chaque livraison effectuée par le transporteur, indépendamment de la quantité de produits transportés. Minimiser le coût de transport revient alors à minimiser le nombre de livraisons entre les deux sites.
- Coûts de stockage : classiquement, les stocks sont gérés par les quantités de produits qu'ils contiennent et qu'il faudra minimiser. Dans notre cas, nous avons choisi de les gérer en minimisant le temps que les produits peuvent rester dans chacun des stocks. Un coût de stockage par produit et par unité de temps est spécifié pour chaque stock.

En effet, nous avons fait l'hypothèse que le chargement d'un lot dans le transporteur ne peut commencer qu'une fois que tous les produits de ce lot sont fabriqués. Chaque produit fabriqué est alors stocké chez le fournisseur en attendant son chargement. Une fois tous les produits chargés, le transporteur les emmène chez le client où ils sont déchargés un par un. Si la date de déchargement d'un produit est en avance par rapport à sa date due, il séjourne dans le stock du client jusqu'à son utilisation. Par conséquent, il faudra minimiser ces deux coûts de stockage engendrés dans les deux sites.

- Coûts de production : dans la littérature, les coûts de production sont généralement de deux natures : un coût de fabrication (ou de traitement) qui dépend de la quantité produite, et un autre coût de réglage de la production (setup en anglais), engendré par les opérations d'installation des outils ou de matières premières qui précèdent la phase de fabrication sur la machine utilisée.

Après avoir donné la description physique du problème, nous présentons dans la section suivante sa formulation mathématique sous forme d'un problème d'optimisation. Cette formulation permet une approche couplée d'optimisation où plusieurs activités sont

considérées simultanément.

2.3 Formulation mathématique du problème d'optimisation

Dans cette section, nous commençons par introduire les notations utilisées tout au long de ce chapitre. Ensuite, nous donnons quelques définitions, notamment celle des solutions du problème posé. Les formulations mathématiques des différents coûts et de l'ensemble des contraintes du système sont également présentées. Nous terminons enfin par la formulation du problème d'optimisation.

2.3.1 Notations

Le problème est caractérisé par les données suivantes :

- n : nombre total de produits demandés par le client.
- c : capacité de chargement du transporteur.
- t_c , t_d et t_p : respectivement le temps de chargement, le temps de déchargement et le temps de fabrication d'un produit.
- t_t : durée d'un voyage entre le fournisseur et le client.
- α et β : coût de stockage par unité de temps et par produit respectivement chez le fournisseur et chez le client.
- γ : coût de transport par livraison indépendamment de la quantité livrée.

Plusieurs variables et paramètres du problème sont à calculer. Leurs notations sont résumées comme suit :

- σ : séquence de lots.
- σ' : séquence de lots partielle.
- $C_f(\sigma)$: coût de stockage chez le fournisseur obtenu pour la séquence σ .
- $C_c(\sigma)$: coût de stockage chez le client obtenu pour la séquence σ .
- $C_t(\sigma)$: coût de transport obtenu pour la séquence σ .
- $w_i(\sigma)$ et $x_i(\sigma)$: respectivement la date de fin de fabrication et la date de chargement du produit i chez le fournisseur, calculée pour la séquence σ .
- $y_i(\sigma)$ et yd_i : respectivement la date de déchargement calculée pour la séquence σ et la date désirée du produit i chez le client.
- $U_{n,c}$: ensemble de toutes les solutions possibles pour un problème où n produits

sont à livrer avec un transporteur de capacité de chargement égale à c .

A partir de la description physique du problème, nous pouvons déduire une formulation mathématique sous forme d'un problème d'optimisation où :

- Les variables du problème à calculer sont les tailles des différents lots de livraison et de production. Ces séquences de lots correspondent donc aux différentes solutions admissibles du problème.
- La fonction objectif correspond au coût global du système.
- Les délais imposés par le client, la capacité de chargement du transporteur, les durées de production, de chargement, de déchargement et de transport sont des contraintes que les solutions du problème doivent respecter.

2.3.2 Définitions des solutions

Définition 1 Une séquence de lots σ est définie comme étant une suite $(\sigma_j)_{1 \leq j \leq K_\sigma}$ qui vérifie les conditions suivantes :

1. K_σ un entier fini, non nul, qui dépend de la séquence de lots σ et qui représente le nombre de lots.
2. $\forall j \in [1, K_\sigma] \quad , \quad 1 \leq \sigma_j \leq c$.
3. $\sum_{j=1}^{K_\sigma} \sigma_j = n$.

Nous définissons également une "séquence de lots partielle" de la manière suivante :

Définition 2 Une séquence de lots partielle est définie comme étant une séquence de lots pour un nombre de produits n' inférieur à la demande totale du client ($n' < n$). Ces produits correspondent aux n' derniers produits demandés par le client.

L'espace de recherche des solutions est alors défini comme suit :

Définition 3 On note $U_{n,c}$ l'ensemble des séquences de lots pour une demande totale de n produits et une capacité de chargement c du transporteur.

2.3.3 Fonction objectif

Soit une séquence de lots σ appartenant à l'espace de recherche $U_{n,c}$.

- L'attente d'un produit i chez le fournisseur est définie comme étant la différence entre sa date de chargement $x_i(\sigma)$ et sa date de fin de production $w_i(\sigma)$, calculées pour la séquence σ . Si α est le coût de stockage par unité de temps chez le fournisseur, alors, le coût de stockage du produit i est donné par $\alpha \cdot (x_i(\sigma) - w_i(\sigma))$. Ainsi, le coût de stockage chez le fournisseur, noté $C_f(\sigma)$, de tous les produits est exprimé par la relation suivante.

$$C_f(\sigma) = \alpha \cdot \sum_{i=1}^n (x_i(\sigma) - w_i(\sigma)) \quad (2.1)$$

- De même, l'avance de chaque produit i chez le client est définie par la différence entre la date due yd_i et la date de déchargement $y_i(\sigma)$ calculée pour σ . Si β est le coût de stockage par unité de temps chez le client. Le coût de stockage chez le client, noté $C_c(\sigma)$, de l'ensemble des produits est obtenu comme suit :

$$C_c(\sigma) = \beta \cdot \sum_{i=1}^n (yd_i - y_i(\sigma)) \quad (2.2)$$

- Un coût fixe γ est occasionné pour chaque livraison indépendamment de la quantité transportée de produits. Si le nombre de livraisons nécessaires pour satisfaire le demande du client est K_σ , alors, le coût de transport, noté $C_t(\sigma)$, est obtenu par le produit de K_σ et de γ .

$$C_t(\sigma) = \gamma \cdot K_\sigma. \quad (2.3)$$

- Dans le cadre du problème traité, le nombre de produits demandés par le client est toujours fixe. Le coût de fabrication est alors constant quelque soit la séquence de lots choisie. De ce fait, ce coût n'est pas pris en compte dans l'optimisation. Dans la pratique, un coût de réglage de la production doit être pris en compte pour chaque lot de production. Si la séquence de production est la même que la séquence de livraison, le coût unitaire de réglage de la production peut être assimilé avec le coût de transport unitaire γ . Si ce coût est important, le problème posé devient plus complexe. Il s'agit de calculer deux séquences de lots différentes : une pour la production et l'autre pour la livraison. De ce fait, nous avons fait l'hypothèse que le coût de réglage de la production est négligeable par rapport aux autres coûts.

Ainsi, la fonction objectif du problème traité n'est autre que la somme des trois coûts formulés précédemment :

$$\text{Min } z(\sigma) = C_f(\sigma) + C_c(\sigma) + C_t(\sigma) \quad (2.4)$$

2.3.4 Formulation des contraintes

Les différentes contraintes du problème et leurs formulations mathématiques peuvent être résumées comme suit :

- Afin de respecter les délais imposés par le client final, tous les produits doivent arriver avant leurs dates désirées. Cette contrainte peut être formulée comme suit :

$$\forall \sigma \in U_{n,c}, \forall i \in [1, n], y_i(\sigma) \leq yd_i(\sigma) \quad (2.5)$$

- La capacité de chargement c du transporteur doit également être respectée. Si deux produits appartiennent au même lot, la différence entre leurs dates de chargement doit être un multiple de la durée de chargement t_d d'un produit chez le fournisseur. En plus, ce multiple doit être au plus égal à la capacité de chargement c du transporteur.

$$\begin{aligned} &\forall \sigma \in U_{n,c}, \forall i, j \in [1, n]^2, \\ &\text{Si } [x_j(\sigma) - x_i(\sigma) = (j - i) \cdot t_c] \text{ alors } [j - i \leq c] \end{aligned} \quad (2.6)$$

- Les dates de fin de production $w_i(\sigma)$ et $w_{i+1}(\sigma)$ de deux produits successifs i et $(i + 1)$ appartenant au même lot, sont séparées par un intervalle de temps égal à la durée de traitement t_p d'un produit chez ce fournisseur. Si on note ι_k l'indice du premier produit du lot k d'une séquence de lots σ , cette contrainte peut être formulée comme suit :

$$\forall \sigma \in U_{n,c}, \forall k \in [1, K_\sigma], \forall i \in [0, \sigma_k - 2], w_{\iota_k+i+1}(\sigma) - w_{\iota_k+i}(\sigma) = t_p \quad (2.7)$$

Avec : $\iota_k = 1 + \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j$ pour $k \neq 1$ et $\iota_1 = 1$.

Par contre, si les deux produits appartiennent à deux lots différents, alors, leurs dates de fin de traitement sont séparées par un intervalle de temps au moins égal

au temps de production d'un produit.

$$\begin{aligned} & \forall \sigma \in U_{n,c}, \forall k \in [1, K_\sigma], \forall i \in [1, n], \\ & \text{Si } [i = \iota_{k+1} - 1] \text{ alors } [w_{i+1}(\sigma) - w_i(\sigma) \geq t_p] \end{aligned} \quad (2.8)$$

- Les dates de chargement $x_i(\sigma)$ et $x_{i+1}(\sigma)$ des produits i et $(i+1)$, appartenant à un même lot, sont séparées par un intervalle de temps égal aux temps de chargement t_c d'un produit chez le fournisseur. Si au contraire, ces deux produits appartiennent à deux lots différents, la durée t_t d'un voyage entre les deux sites du maillon devra être pris en considération. Ces deux contraintes sont formulées comme suit :

$$\forall \sigma \in U_{n,c}, \forall k \in [1, K_\sigma], \forall i \in [0, \sigma_k - 2], x_{\iota_k+i+1}(\sigma) - x_{\iota_k+i}(\sigma) = t_c \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} & \forall \sigma \in U_{n,c}, \forall k \in [1, K_\sigma], \forall i \in [1, n], \\ & \text{Si } [i = \iota_{k+1} - 1] \text{ alors } [x_{i+1}(\sigma) - x_i(\sigma) \geq t_t] \end{aligned} \quad (2.10)$$

- De même, Les dates de déchargement $y_i(\sigma)$ et $y_{i+1}(\sigma)$ des produits i et $(i+1)$ appartenant au même lot, sont séparées par le temps de déchargement t_d d'un produit chez le client . La durée t_t d'un voyage entre les deux sites du maillon devra être pris en considération dans le cas contraire. Ces deux contraintes sont formulées comme suit :

$$\forall \sigma \in U_{n,c}, \forall k \in [1, K_\sigma], \forall i \in [0, \sigma_k - 2], y_{\iota_k+i+1}(\sigma) - y_{\iota_k+i}(\sigma) = t_d \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} & \forall \sigma \in U_{n,c}, \forall k \in [1, K_\sigma], \forall i \in [1, n], \\ & \text{Si } [i = \iota_{k+1} - 1] \text{ alors } [y_{i+1}(\sigma) - y_i(\sigma) \geq t_t] \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.3.5 Problème à optimiser

Après avoir défini les solutions du problème, formulé la fonction objectif et l'ensemble des contraintes à respecter, nous récapitulons la formulation mathématique du problème posé par le système suivant :

$$\text{Min } z(\sigma) = \alpha \cdot \sum_{i=1}^n (x_i(\sigma) - w_i(\sigma)) + \beta \cdot \sum_{i=1}^n (y_i(\sigma) - d_i(\sigma)) + \gamma \cdot K_\sigma$$

Sous les contraintes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \sigma \in U_{n,c}, \forall k \in [1, K_\sigma], \\ \forall i \in [1, n], y_i(\sigma) \leq d_i(\sigma) \\ \forall i, j \in [1, n]^2, \text{ Si } [x_j(\sigma) - x_i(\sigma) = (j - i) \cdot t_c] \text{ alors } [j - i \leq c] \\ \forall i \in [0, \sigma_k - 2], \left\{ \begin{array}{l} w_{\iota_k+i+1}(\sigma) - w_{\iota_k+i}(\sigma) = t_p \\ x_{\iota_k+i+1}(\sigma) - x_{\iota_k+i}(\sigma) = t_c \\ y_{\iota_k+i+1}(\sigma) - y_{\iota_k+i}(\sigma) = t_d \end{array} \right. \\ \forall i \in [1, n], \text{ Si } [i = \iota_{k+1} - 1] \text{ alors } \left\{ \begin{array}{l} w_{i+1}(\sigma) - w_i(\sigma) \geq t_p \\ x_{i+1}(\sigma) - x_i(\sigma) \geq t_c \\ y_{i+1}(\sigma) - y_i(\sigma) \geq t_d \end{array} \right. \end{array} \right.$$

2.4 Analyse du modèle

La résolution de ce problème consiste à choisir parmi l'ensemble des séquences de lots possibles, celle dont le coût global est le plus faible. Pour évaluer une séquence de lots donnée σ , les formulations mathématiques des différents coûts données précédemment nous amènent à calculer les dates de fin de production $w_i(\sigma)$ et les dates de chargement $x_i(\sigma)$ chez le fournisseur, et les dates de déchargement $y_i(\sigma)$ chez le client de tout les produits i . Nous commençons donc cette section par présenter les politiques de production et de livraison adoptées qui permettent de calculer ces dates.

La solution optimale est choisie parmi l'ensemble des séquences de lots possibles qui forment l'espace de recherche $U_{n,c}$. Nous donnons également quelques propriétés intéressantes sur le dénombrement des solutions. Nous nous appuyons sur ces propriétés pour montrer que l'énumération explicite de toutes les solutions est impossible pour des problèmes dont la taille est importante.

2.4.1 Formulation des dates pour une séquence donnée

Les formulations des différentes dates chez le fournisseur et chez le client doivent être établies en fonction d'un choix judicieux des politiques de production et de livraison.

Étant donné que la commande totale du client est a priori connue et afin de satisfaire les délais imposés par le client, une production et une livraison dans un contexte de juste à

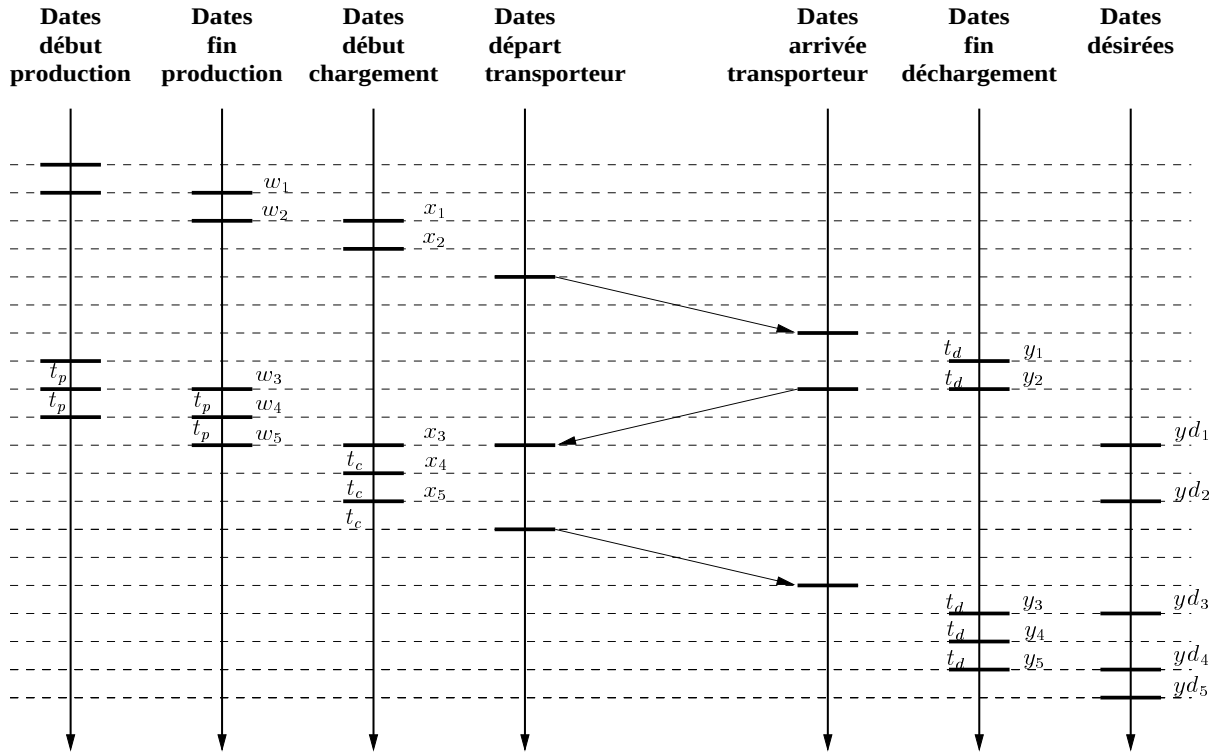


FIG. 2.2 – Schématisation des dates de production et de livraisons pour la séquence 2-3.

temps semblent les plus appropriées pour répondre à ces objectifs. En effet, dans le travail de thèse d'Elmahi [30], le même maillon logistique a été étudié et un modèle mathématique basé sur les outils de l'algèbre $(\max, +)$ a été proposé. Grâce à ce modèle, il a été démontré que l'application des politiques de production et de livraison en juste à temps sont les plus optimales pour calculer les dates des produits dans le cas où la séquence optimale de lots est connue. De telles politiques permettent de réduire les avances des produits chez le client par rapport à leur dates désirées, et aussi réduire les écarts entre les dates de chargement et les dates de production chez le fournisseur.

Le choix d'une politique de livraison en juste à temps nous amène à formuler les différentes dates des produits en utilisant des techniques à flux tendus basées sur des équations récursives. Il s'agit tout d'abord de déterminer les dates de déchargement, puis les dates de chargement et enfin les dates de fin de production. La formulation de ces différentes dates est obtenue, elle aussi, par rétropropagation à partir du dernier lot vers le premier lot de la séquence de lots considérée. La figure 2.2 illustre un exemple de calcul de ces dates pour la séquence (2, 3), avec comme données $t_c = t_d = t_p = 1$ u.t et $t_t = 2$ u.t.

Soit une séquence de lots $(\sigma_j)_{1 \leq j \leq K_\sigma}$ appartenant à $U_{n,c}$. Les formulations mathé-

matiques des différentes dates pour un lot k de σ qui contient σ_k produits sont données ci-dessous.

2.4.1.1 Dates de déchargement chez le client

Les dates de déchargement des produits chez le client doivent être les plus tardives possibles afin de réduire le coût de stockage. Les produits d'un même lot auront des dates de déchargement séparées par un intervalle de temps égal au temps de déchargement t_d . Afin d'assurer que tous les produits arrivent avant leurs dates désirées, il est nécessaire de faire correspondre la date désirée d'un des produit du lot, avec sa date de déchargement. Cette correspondance est établie en fonction de la durée de déchargement et aussi en fonction des dates désirées de l'ensemble des produits du lot. Par exemple, pour la séquence de lots $\sigma = (2, 3)$ de la figure 2.2, il s'agit de faire correspondre la date de déchargement du premier produit du dernier lot avec sa date désirée ($y_3(\sigma) = yd_3$).

Les durées de chargement des produit chez le fournisseur et la durée du transport entre les deux sites doivent également être prises en considération lors du calcul des dates pour deux lots successifs. Ainsi, les dates de déchargement des produits d'un lot k de la séquence σ sont données par le lemme suivant :

Lemme 1 – Si on note ι_k l'indice du premier produit du lot k , sa date de déchargement, que l'on note $y_{\iota_k}(\sigma)$, est formulée comme suit :

$$y_{\iota_k}(\sigma) = \min \left[\min_{i=0}^{\sigma_k-1} (yd_{\iota_k+i} - i \cdot t_d), \Upsilon_k(\sigma) \right] \quad (2.13)$$

Avec

$$\begin{aligned} \iota_k &= 1 + \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j \text{ si } k \neq 1, \iota_1 = 1 \\ \Upsilon_k(\sigma) &= \begin{cases} \infty & \text{si } k = K_\sigma \\ y_{\iota_{k+1}}(\sigma) - 2 \cdot t_t - \sigma_{k+1} \cdot t_c - \sigma_k \cdot t_d & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

– Les dates de déchargement des autres produits du lot k sont obtenues par l'équation suivante :

$$\forall i \in [1, \sigma_k - 1], y_{\iota_k+i}(\sigma) = y_{\iota_k}(\sigma) + i \cdot t_d \quad (2.14)$$

Preuve : Les dates de déchargement du dernier lot K_σ de la séquence σ doivent

satisfaire les inégalités suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{\iota_{K_\sigma}}(\sigma) \leq yd_{\iota_{K_\sigma}} \\ y_{\iota_{K_\sigma}+1}(\sigma) \leq yd_{\iota_{K_\sigma}+1} \\ \vdots \\ y_{\iota_{K_\sigma}+\sigma_{K_\sigma}-1}(\sigma) \leq yd_{\iota_{K_\sigma}+\sigma_{K_\sigma}-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y_{\iota_{K_\sigma}}(\sigma) \leq yd_{\iota_{K_\sigma}} \\ y_{\iota_{K_\sigma}}(\sigma) \leq yd_{\iota_{K_\sigma}+1} - t_d \\ \vdots \\ y_{\iota_{K_\sigma}}(\sigma) \leq yd_{\iota_{K_\sigma}+\sigma_{K_\sigma}-1} - (\sigma_{K_\sigma} - 1) \cdot t_d \end{array} \right.$$

Par conséquent, la date de déchargement du premier produit du dernier lot est calculée par l'équation suivante :

$$y_{\iota_{K_\sigma}}(\sigma) = \min_{i=0}^{\sigma_{K_\sigma}-1} (yd_{\iota_{K_\sigma}+i} - i \cdot t_d)$$

Pour deux lots successifs k et $k+1$ de la séquence σ , il est nécessaire de vérifier également que la durée de chargement des produits chez le fournisseur et la durée du transport sont respectées. La date de déchargement du premier produit d'un lot k doit ainsi vérifier les inégalités suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{\iota_k}(\sigma) \leq yd_{\iota_k} \\ y_{\iota_k}(\sigma) \leq yd_{\iota_k+1} - t_d \\ \vdots \\ y_{\iota_k}(\sigma) \leq yd_{\iota_k+\sigma_k-1} - (\sigma_k - 1) \cdot t_d \\ y_{\iota_k}(\sigma) \leq y_{\iota_{k+1}}(\sigma) - 2 \cdot t_t - \sigma_{k+1} \cdot t_c - \sigma_k \cdot t_d \end{array} \right.$$

Par conséquent, la date de déchargement de ι_k pour ($k \neq K_\sigma$) est calculée comme suit :

$$y_{\iota_k}(\sigma) = \min \left[\min_{i=0}^{\sigma_k-1} (yd_{\iota_k+i} - i \cdot t_d), y_{\iota_{k+1}}(\sigma) - 2 \cdot t_t - \sigma_{k+1} \cdot t_c - \sigma_k \cdot t_d \right]$$

Les dates de déchargement des autres produits du lot k forment une suite arithmétique dont la raison est égale au temps de déchargement t_d d'un produit chez le client. Ces dates sont obtenues donc par :

$$\forall i \in [1, \sigma_k - 1], y_{\iota_k+i}(\sigma) = y_{\iota_k}(\sigma) + i \cdot t_d$$

2.4.1.2 Dates de chargement chez le fournisseur

Afin que les produits du lot k arrivent en juste à temps chez le client, il est nécessaire que le transporteur arrive une unité de déchargement avant la date de déchargement $y_{t_k}(\sigma)$ du premier produit du lot k . La date de départ du transporteur de chez le fournisseur, notée $d_k(\sigma)$, est obtenue en lui retranchant la durée d'un voyage entre les deux sites :

$$d_k(\sigma) = y_{t_k}(\sigma) - t_d - t_t$$

Cette date doit correspondre à la date de fin de chargement du dernier produit du lot k . Les autres dates de chargement sont données par le lemme suivant.

Lemme 2 *Les dates de début de chargement des produits du lot k , notées $x_{t_k+i}(\sigma)$ sont calculées par l'équation suivante :*

$$\forall i \in [0, \sigma_k - 1] , x_{t_k+i}(\sigma) = d_k(\sigma) - (\sigma_k - i + 1) \cdot t_c \quad (2.15)$$

Preuve : *Les dates de chargement des produits i d'un même lot forment une suite arithmétique dont la raison est égale à la durée de chargement t_c d'un produit chez le fournisseur. Il suffit alors de retrancher les durées t_c à partir de la date de départ du transporteur pour trouver la date de chargement de chaque produit.*

2.4.1.3 Dates de fin de production

La politique de production adoptée dans notre approche est aussi basée sur le principe du juste à temps. En effet, afin de réduire les coûts de stockage chez le fournisseur, l'attente globale des produits entre leurs dates de fin de production et leurs dates de chargement doit être minimale.

Même si les coûts de réglage de la production sont négligeables par rapport aux autres coûts, nous avons fait l'hypothèse que la fabrication des produits d'un même lot se fait d'une manière continue. Nous avons aussi supposé que le chargement des produits d'un même lot dans le transporteur ne peut commencer qu'une fois que la fabrication de tous les produits du lot soit finie.

Ainsi, les dates de fin de production des produit d'un lot k sont calculées par le lemme suivant.

Lemme 3 *Les dates de fin de production des σ_k produits d'un lot k , notées $w_{t_k+i}(\sigma)$, sont*

formulées avec l'équation suivante :

$$\forall i \in [0, \sigma_k - 1] , w_{\iota_k+i}(\sigma) = \min \{x_{\iota_k}(\sigma) , w_{\iota_{k+1}}(\sigma)\} - (\sigma_k - 1 - i) \cdot t_p \quad (2.16)$$

$x_{\iota_k}(\sigma)$ et $w_{\iota_{k+1}}(\sigma)$ sont respectivement la date de chargement du premier produit du lot k et la date de fin de production du premier produit du lot $(k + 1)$.

Preuve : Les hypothèses posées sur la production et le chargement nous amènent à faire correspondre, pour le dernier lot K_σ la date de début de chargement $x_{\iota_{K_\sigma}}$ du premier produit avec la date de fin de fabrication $w_n(\sigma)$ du dernier produit du lot, donc du dernier produit n .

$$x_{\iota_{K_\sigma}}(\sigma) = w_n(\sigma)$$

Étant donné que nous avons supposé que la fabrication des produits d'un même lot se fait d'une manière continue, les dates de fin de production des autres produits du dernier lot sont obtenues en retranchant à chaque fois le temps de fabrication t_p d'un produit. Elles forment ainsi une suite arithmétique dont la raison est égale à t_p .

$$\forall i \in [0, \sigma_{K_\sigma} - 1] , w_{\iota_{K_\sigma}+i}(\sigma) = x_{\iota_{K_\sigma}}(\sigma) - (\sigma_{K_\sigma} - 1 - i) \cdot t_p$$

Pour les autres lots en amont, il est possible qu'une attente supplémentaire soit engendrée, en particulier lorsque la production est relativement lente par rapport à la livraison. Il est nécessaire, lors du calcul des dates de production des produits d'un lot en aval, de vérifier que la production des produits des lots en amont soit finie. Ainsi, d'une manière générale, les dates de fin de production d'un lot k sont obtenues par :

$$\forall i \in [0, \sigma_k - 1] , w_{\iota_k+i}(\sigma) = \min \{x_{\iota_k}(\sigma) , w_{\iota_{k+1}}(\sigma)\} - (\sigma_k - 1 - i) \cdot t_p$$

L'ensemble de ces équations forment un modèle mathématique qui donne les valeurs optimales des différentes dates dans le cas où la séquence de lots est a priori définie. Ce modèle mathématique proposé peut alors être utilisé comme un critère d'évaluation et de comparaison entre les solutions admissibles du problème. Il est important de signaler que cette approche en juste à temps pour le calcul des dates permet à toutes les séquences

de lots appartenant à l'espace de recherche $U_{n,c}$ d'être des solutions admissibles pour le problème.

Dans le but de démontrer qu'une exploration explicite de toutes les solutions est impossible pour des problèmes de taille importante, quelques propriétés sur le dénombrement des solutions sont données dans la suite de cette section.

2.4.2 Espace de recherche des solutions

La dimension de l'espace de recherche des solutions dépend non seulement de la demande totale n du client, mais aussi de la capacité de chargement c du transporteur. Plus ces paramètres sont importants, plus le nombre de solutions possibles est important.

L'exemple donné ci-dessous illustre les solutions admissibles pour un problème simple.

2.4.2.1 Exemple

Soit à transporter 5 produits avec un camion dont la capacité de chargement est égale à 3. L'espace de recherche des séquences de lots peut être modélisé sous la forme de l'arborescence de la figure 2.3.

Chaque noeud de l'arborescence correspond à une quantité de produits livrée dans un voyage donné. Par exemple, si le transporteur emmène trois produits au cours de la première livraison, les deux autres produits peuvent être emmenés soit dans le même lot, soit dans deux livraisons différentes. Les séquences $(3, 2)$ et $(3, 1, 1)$ sont donc deux séquences admissibles appartenant à $U_{n,c}$.

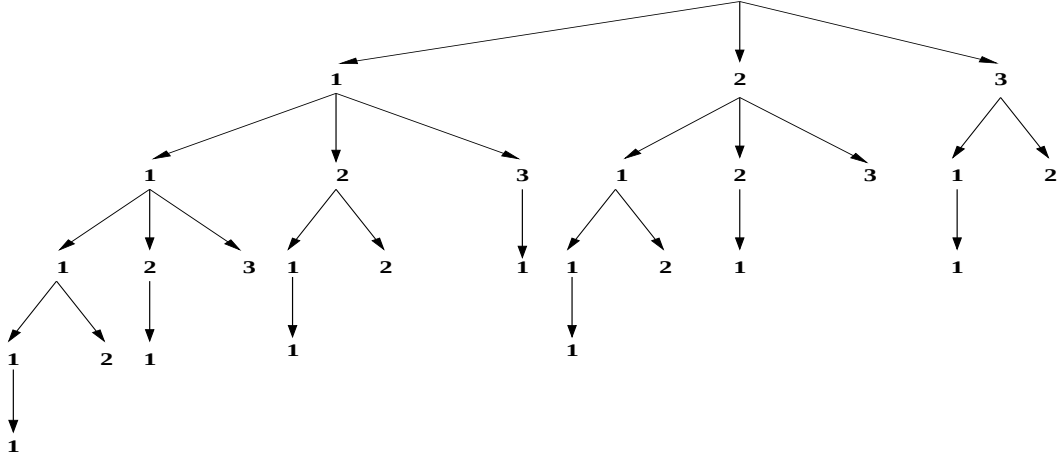
Le nombre de séquences de lots possibles pour cet exemple est alors égal à 13. La résolution du problème peut consister donc à évaluer l'ensemble des 13 séquences et à choisir comme solution la séquence de lots dont le coût est le plus faible.

2.4.2.2 Dénombrement des solutions

Dans le cas général où n produits sont à livrer avec un transporteur dont la capacité de chargement est égale à c , le nombre de séquences de lots possible peut être calculé grâce aux lemmes donnés ci-dessous.

Lemme 4 *Le cardinal, noté $|U_{n,c}|$, de l'ensemble des séquences de lots possibles pour n et c est donné par l'équation suivante :*

$$\forall n > c, |U_{n,c}| = |U_{n-1,c}| + |U_{n-2,c}| + \dots + |U_{n-c,c}| \quad (2.17)$$

FIG. 2.3 – Espace de recherche des séquences de lots pour $n = 5$ et $c = 3$.

Preuve : *La démonstration de ce résultat est évidente. En effet, les séquences de lots dont la somme des lots est égale à n produits sont obtenues en ajoutant les quantités $(1, 2, \dots, c)$ aux séquences partielles dont la somme des lots est égale respectivement à $(n-1), (n-2), \dots, (n-c)$ produits, d'où le résultat donné.*

Un cas particulier est néanmoins intéressant à mettre en évidence. Il s'agit du cas où la capacité de chargement c du transporteur est égale à la demande totale n du client. Ce cas de figure correspond aux problèmes les plus extrêmes en termes de nombre de séquences de lots qui peuvent être rencontrés dans notre étude.

Lemme 5 *Le cardinal de $U_{n,n}$ est obtenu par l'équation suivante :*

$$|U_{n,n}| = 2^{n-1} \quad (2.18)$$

Preuve : *Nous démontrons ce lemme par récurrence :*

- *Il est évident que pour $n = 1$, $|U_{1,1}| = 1 = 2^{1-1}$*
- *Supposons que $(|U_{n,n}| = 2^{n-1})$ soit vraie et montrons que $(|U_{n+1,n+1}| = 2^n)$ est vraie aussi.*

En plus de la possibilité de prendre les $(n+1)$ produits en un seul lot, les séquences de lots de somme égale à $(n+1)$ produits sont obtenues en ajoutant aux séquences dont la somme varie, respectivement, de 1 et n produits les quantités allant de n à 1 produit. Ainsi, $|U_{n+1,n+1}|$ peut s'écrire :

$$|U_{n+1,n+1}| = |U_{n,n}| + |U_{n-1,n-1}| + \dots + |U_{1,1}| + 1$$

TAB. 2.1 – Exemples de dimension de $U_{n,c}$.

$ U_{n,c} $	$c = 1$	$c = 2$	$c = 3$	$c = 4$	$c = 5$
$n = 1$	1				
$n = 2$	1	2			
$n = 3$	1	3	4		
$n = 4$	1	5	7	8	
$n = 5$	1	8	13	15	16
$n = 6$	1	13	24	29	31
$n = 7$	1	21	44	56	61
$n = 8$	1	34	81	108	120
$n = 9$	1	55	149	208	236
$n = 10$	1	89	274	401	464

Ainsi : $|U_{n+1,n+1}| = (\sum_{i=1}^n 2^{n-i}) + 1$.

Cette dernière formulation de $|U_{n+1,n+1}|$ correspond à la somme des n premiers termes d'une suite géométrique dont le premier terme est égal à 1 et dont la raison est égale à 2.

Ce qui implique que :

$$|U_{n+1,n+1}| = 1 * \frac{2^n - 1}{2 - 1} + 1 = 2^n$$

Ce qu'il fallait démontrer.

A noter que ce dernier lemme peut être généralisé également au cas où $(c > n)$. Quelques exemples numériques de $|U_{n,c}|$ sont donnés dans le tableau 2.1.

Les deux lemmes présentés ci-dessus montrent que l'énumération explicite de tout l'espace de recherche devient impossible lorsque la taille du problème est importante. Ce problème étant combinatoire, il est alors nécessaire d'utiliser les outils de la recherche opérationnelle afin de pouvoir trouver soit la séquence optimale de chargement par une

méthode d'optimisation exacte, soit se contenter d'une bonne solution obtenue à l'aide d'une méthode approchée.

Une analyse plus profonde de la formulation mathématique du problème, obtenue dans la section précédente, nous a permis de développer une procédure efficace de Séparation Évaluation Progressive (SEP) que nous présentons dans la section suivante.

2.5 Procédure de Séparation Évaluation Progressive

Nous commençons cette section par donner un bref rappel sur les procédures de SEP. Par la suite, nous démontrons que les propriétés du modèle mathématique proposé dans la section précédente permettent de comparer entre elles des séquences partielles dont la somme des lots est la même. Ainsi, nous avons constaté qu'une relation de dominance peut être établie entre ces séquences. Grâce à cette relation, notre choix s'est porté sur une technique d'exploration de l'espace de recherche par une procédure de SEP dont le principe général est développé dans cette section. Une amélioration a été apportée par la suite à cette SEP en introduisant un calcul de borne inférieure du coût global des séquences partielles, et un calcul d'une borne supérieure de la solution optimale.

2.5.1 Généralités sur les SEP

La méthode d'optimisation proposée, peut être assimilée à une procédure de Séparation Évaluation Progressive (SEP). La SEP, ou Branch & Bound Procedure (BBP) en anglais, est une procédure d'optimisation exacte permettant de résoudre des problèmes combinatoires discrets. Elle permet de réduire l'espace de recherche par une énumération implicite de branches complètes de l'arborescence [38].

Comme son nom l'indique, la SEP est basée sur deux techniques élémentaires : la séparation et l'évaluation. La séparation consiste à diviser le problème en un certain nombre de sous-problèmes qui ont chacun leur ensemble de solutions réalisables, de telle sorte que tous ces ensembles forment un recouvrement de l'ensemble de l'espace de recherche. Ainsi, en résolvant tous les sous-problèmes et en prenant la meilleure solution trouvée, on est assuré d'avoir résolu le problème initial. Ce principe de séparation peut être appliqué de manière récursive à chacun des sous-ensembles de solutions obtenus, et ceci tant qu'il y a des ensembles contenant plusieurs solutions. Les ensembles de solutions (et leurs sous-problèmes associés) ainsi construits ont une hiérarchie naturelle en arbre.

L'évaluation d'un noeud de l'arbre de recherche a pour but de déterminer une borne

de l'ensemble des solutions réalisables associé au noeud en question, ce qui permet de prouver mathématiquement que cet ensemble ne contient pas de solution intéressante pour la résolution du problème. Lorsqu'un tel noeud est identifié dans l'arbre de recherche, il est donc inutile d'effectuer la séparation de son espace de solutions.

En résumé, la séparation permet d'obtenir une méthode générique pour énumérer toutes les solutions tandis que l'évaluation peut éviter l'énumération systématique de toutes les solutions.

L'exploration de l'arborescence de recherche peut se faire soit en favorisant la recherche en profondeur, soit au contraire en favorisant une recherche en largeur d'abord. Le choix se fait en fonction des propriétés du problème posé.

Pour le problème traité, les techniques de séparation et d'évaluation ont pu être appliquées sur l'exploration de l'espace de recherche des solutions grâce à la relation de dominance développée ci-dessous.

2.5.2 Relation de dominance entre séquences partielles

Avant de détailler la relation de dominance, nous introduisons tout d'abord la définition suivante.

Définition 4 Soit une séquence de lots partielle $(\sigma'_j)_{1 \leq j \leq K_{\sigma'}}$, dont la somme des termes est égale à n' produits ($n' < n$).

On définit l'ensemble $\Psi(\sigma')$ comme le sous-ensemble de $U_{n,c}$ qui regroupe toutes les séquences complètes construites à partir de σ' .

$$\Psi(\sigma') = \left\{ \sigma \in U_{n,c} / \forall p \in \mathbb{N}^*, p < K_{\sigma'}, \sigma'_{K_{\sigma'}-p} = \sigma_{K_{\sigma}-p} \right\}$$

On note $\sigma^*(\sigma')$ la séquence complète appartenant à $\Psi(\sigma')$ dont le coût global est le plus faible.

$$\forall \sigma \in \Psi(\sigma'), z(\sigma^*(\sigma')) \leq z(\sigma)$$

Exemple

Soit à livrer 10 produits avec un camion dont la capacité de chargement est égale à 3 produits. On suppose que 7 produits ont déjà été livrés avec la séquence $\sigma' = (1, 1, 3, 2)$. Les autres données du problème sont :

$$Yd = \{100, 101, 102, 120, 122, 140, 141, 142, 143, 144\},$$

$$t_t = 5, t_c = t_d = 1, t_p = 2, \alpha = 10, \beta = 5, \gamma = 15$$

Les séquences complètes qui forment l'ensemble $\Psi(\sigma')$ sont données dans le tableau 2.2. L'application des équations (2.13), (2.14), (2.15) et (2.16) permet de formuler les différentes dates des produits pour chacune des séquences appartenant à $\Psi(\sigma')$ et ainsi estimer leurs coût global.

Parmi ces séquences, la première est celle dont le coût est minimal et qui sera alors notée $\sigma^*(\sigma') : \sigma^*(\sigma') = (3, 1, 1, 3, 2)$.

TAB. 2.2 – Exemple de $\Psi(\sigma')$

Numéro	Séquence Complète	coût
1	(3,1,1,3,2)	1160
2	(1, 2, 1, 1, 3, 2)	1265
3	(2, 1, 1, 1, 3, 2)	1365
4	(1, 1, 1, 1, 1, 3, 2)	1475

En analysant la formulation des différentes dates et des différents coûts du système, nous avons constaté qu'il était possible d'établir une relation de dominance entre des séquences partielles de même somme de lots. La notion de dominance entre deux séquences partielles que nous donnons dans la proposition suivante est basée essentiellement sur la comparaison des coûts de stockages, du coût de transport et de la date d'arrivée du premier produit entre deux séquences partielles de même somme de produits. Une séquence est dominée par une autre si tous les critères de comparaison sont favorables pour cette dernière.

Proposition 1 *Soit deux séquences partielles $(\sigma'_j)_{1 \leq j \leq K_{\sigma'}}$ et $(\omega'_j)_{1 \leq j \leq K_{\omega'}}$ appartenant à l'ensemble $U_{n',c}$.*

Si les deux séquences satisfont :

$$\begin{cases} C_c(\sigma') \leq C_c(\omega') \\ C_f(\sigma') \leq C_f(\omega') \\ C_t(\sigma') \leq C_t(\omega') \\ y_{n-n'+1}(\sigma') - \sigma'_1 \cdot t_c \geq y_{n-n'+1}(\omega') - \omega'_1 \cdot t_c \end{cases}$$

Alors :

$$z(\sigma^*(\sigma')) \leq z(\omega^*(\omega')) \tag{2.19}$$

On dit alors que σ' domine ω' .

$C_c(\sigma')$, $C_f(\sigma')$ et $C_t(\sigma')$ correspondent respectivement aux coûts de stockage des n' produits chez le client et chez le fournisseur et au coût de leur transport, calculés par σ' . $y_{n-n'+1}(\sigma')$ est la date de déchargement du premier produit de la séquence partielle σ' .

Preuve : La preuve de cette proposition est obtenue en utilisant un raisonnement par l'absurde.

On suppose que :

$$z(\sigma^*(\sigma')) > z(\omega^*(\omega')) \quad (2.20)$$

La séquence $\omega^*(\omega')$ est composée de deux parties : la première est la séquence partielle ω' . La seconde est une autre séquence partielle $(\omega''_j)_{1 \leq j \leq K_{\omega''}}$ composée des lots nécessaires pour satisfaire la demande totale du client.

$$(\omega^*(\omega')) = (\omega''_1, \dots, \omega''_{K_{\omega''}}, \omega'_1, \dots, \omega'_{K_{\omega'}})$$

On complète la séquence partielle σ' avec la séquence partielle ω'' . La séquence obtenue est notée σ'' .

$$(\sigma'') = (\omega''_1, \dots, \omega''_{K_{\omega''}}, \sigma'_1, \dots, \sigma'_{K_{\sigma'}})$$

La dernière condition de la proposition permet de déduire assez facilement que les dates d'arrivée des produits chez le client, calculées pour chacune des séquences, vérifient :

$$\forall i \in [1, n - n'], y_i(\sigma'') \geq y_i(\omega^*(\omega'))$$

Ainsi : $\forall i \in [1, n - n'], yd_i - y_i(\sigma'') \leq yd_i - y_i(\omega^*(\omega'))$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n-n'} (yd_i - y_i(\sigma'')) \leq \sum_{i=1}^{n-n'} (yd_i - y_i(\omega^*(\omega')))$$

$$\Rightarrow C_c(\sigma'') \leq C_c(\omega^*(\omega')) \quad (2.21)$$

Comme $C_t(\sigma') \leq C_t(\omega')$ et $C_f(\sigma') \leq C_f(\omega')$, on obtient :

$$C_t(\sigma'') \leq C_t(\omega^*(\omega')) \quad (2.22)$$

$$C_f(\sigma'') \leq C_f(\omega^*(\omega')) \quad (2.23)$$

Par conséquent, l'addition des équations (2.21), (2.22) et (2.23) donne :

$$z(\sigma'') \leq z(\omega^*(\omega')).$$

Ceci signifie qu'il existe une séquence appartenant à $\Psi(\sigma')$ dont le coût global est inférieur à celui de la meilleure séquence construite à partir de ω' . Alors, la supposition (2.20) est fausse, donc (2.19) est vraie.

Grâce à cette proposition, on a la certitude que la meilleure séquence de lots obtenue à partir d'une séquence dominante est plus intéressante que la meilleure séquence de lots obtenue à partir d'une séquence dominée.

Cette proposition est la base de la procédure de Séparation Évaluation Progressive que nous avons développée et dont le principe général est décrit ci-dessous. Son avantage majeur est qu'elle permet lors de l'exploration, de supprimer de l'arborescence de recherche, toutes les branches qui correspondent à des séquences partielles dominées par d'autres séquences partielles.

2.5.3 Principe général de la SEP développée

Les politiques de juste à temps que nous avons adoptées pour la production et la livraison, nous amènent à faire une exploration de l'espace de recherche à partir du dernier lot. Les noeuds situés au premier niveau de l'arborescence des solutions (figure 2.3) correspondent en réalité aux derniers lots des séquences de lots. Le choix d'une telle exploration se justifie par le fait que le calcul des différentes dates se fait toujours de manière récursive. Ainsi, l'exploration en profondeur à partir d'un noeud donné, et donc l'insertion d'un nouveau lot au début de la séquence, ne va pas modifier les dates déjà calculées des lots en aval.

A l'inverse des SEP classiques, la particularité majeure de la SEP développée est qu'elle favorise, en premier lieu, l'exploration en largeur de l'espace de recherche des séquences de lots. La relation de dominance de la proposition 1 permet de comparer entre elles les séquences partielles afin de déterminer les séquences dominantes pour chaque quantités de produits n' . Ainsi, toutes les séquences partielles dominées par d'autres séquences sont automatiquement exclues de l'espace de recherche. Leurs explorations en profondeur n'aboutiront en aucun cas à des solutions de meilleure qualité comparative-ment à celles des séquences partielles retenues.

Le nombre de produits est le critère utilisé pour la séparation de l'espace de recherche des solutions. La séquence optimale est obtenue en construisant progressivement une table

qui regroupe à chaque niveau n' ($n' = 1, \dots, n$) un ensemble de séquences partielles dont la somme des lots est égale à n' . Chacune de ces séquences partielles est caractérisée par le fait qu'elle est une séquence dominante au sens de la proposition 1. Son exploration en profondeur peut éventuellement aboutir vers la solution optimale du problème. Chacune de ces séquences dominantes est construite à partir d'une des séquences dominantes retenues aux niveaux précédents de l'arborescence.

Ce principe d'exploration est inspiré des techniques de programmation dynamique qui consistent à décomposer un problème donné en plusieurs sous-problèmes similaires au problème initial mais plus simples à résoudre. La combinaison des solutions des sous-problèmes permet d'avoir la solution optimale du problème global.

Pour le niveau suivant ($n' + 1$) de la table, on construit toutes les séquences partielles dont la somme des lots est égale à ($n' + 1$) produits à partir des séquences dominantes retenues dans les niveaux précédents. Les quantités $(1, 2, \dots, c)$ sont respectivement ajoutées à l'ensemble des séquences partielles dominantes des niveaux précédents ($n', n' - 1, \dots, n' - c + 1$). Une fois que toutes les séquences partielles possibles ont été construites selon ce principe, on applique la relation de dominance définie par la proposition 1 pour chaque paire de solution partielle afin de réduire la cardinalité de l'ensemble. Seules les séquences non dominées sont retenues pour le niveau ($n' + 1$) de la table.

Les deux principes de séparation et d'évaluation sont appliqués progressivement à chaque niveau de la table jusqu'au dernier niveau n qui contient des séquences de lots complètes. Pour obtenir la solution optimale du problème, il suffit de choisir la solution ayant le plus faible coût.

Afin de réduire le nombre de séquences partielles dominantes retenues dans chaque niveau de la table, l'amélioration, que nous présentons ci-dessous, a été introduite.

2.5.4 Amélioration de la SEP

L'amélioration des performances de la SEP que nous proposons est basée essentiellement sur deux calculs :

- Un calcul d'une borne supérieure de l'évaluation de la solution optimale, notée $Sup(\sigma^*)$.
- Un calcul d'une borne inférieure du coût global engendré si on décide de continuer l'exploration en profondeur d'une séquence partielle σ' . En d'autres termes, il s'agit de calculer la borne inférieure de l'ensemble $\Psi(\sigma')$.

Ainsi, lors de la construction de la table, toutes les séquences partielles σ' dont la borne inférieure $\Psi(\sigma')$ est supérieure à $Sup(\sigma^*)$, sont automatiquement supprimées de l'exploration.

La borne supérieure de l'évaluation de la meilleure solution $Sup(\sigma^*)$ peut correspondre, au départ, au coût global d'une bonne solution, obtenue par une heuristique efficace, puis par la suite, au coût global de la meilleure séquence de lots "complète" obtenue jusqu'à présent lors de l'exploration. La séquence de départ est construite en utilisant une méthode glouton décrite comme suit.

2.5.4.1 Construction d'une séquence de départ par glouton

Pour déterminer qu'un ensemble de solutions réalisables ne contient pas la solution optimale, la méthode la plus utilisée dans les explorations par SEP consiste à déterminer une borne supérieure pour l'évaluation de la solution optimale. Si on arrive à trouver une borne inférieure qui est supérieure au coût de la meilleure solution trouvée jusqu'à présent, on a alors l'assurance que le sous-ensemble ne contient pas l'optimum. Les techniques les plus classiques pour le calcul de bornes sont basées sur l'idée de relaxation de certaines contraintes : relaxation continue, relaxation lagrangienne,...

Dans notre cas, la borne supérieure $Sup(\sigma^*)$ est donnée par le coût global d'une bonne séquence complète de chargement. Cette séquence, appelée séquence de départ, est construite progressivement en utilisant une méthode glouton basée sur un critère de coût global. Le principe de cette méthode est similaire à celui de l'exploration de l'espace de recherche décrit précédemment.

Pour chaque quantité n' de produits, les séquences partielles dont la somme des lots est égale à n' sont comparées entre elles et seule la séquence dont le coût est le plus faible est retenue pour ce niveau. Pour construire la séquence partielle de $(n'+1)$ produits, seules les séquences retenues des niveaux précédents sont à considérer. Les quantités $(1, 2, \dots, c)$ produits sont ajoutées aux séquences dont la somme des lots est égale respectivement à $(n', n' - 1, \dots, n' - c + 1)$. Ces dernières sont évaluées et seule la séquence dont le coût global est le plus faible est gardée. Ce principe est répété jusqu'à obtenir une séquence de lots complète. Le coût global de cette séquence, noté $Sup(\sigma^*)$, est retenu comme la borne supérieure de l'évaluation de la solution optimale.

Si au dernier niveau n de la table, on construit une séquence de lots "complète" dont le coût global est inférieure à $Sup(\sigma^*)$, cette dernière est automatiquement remplacée par le coût de cette solution.

2.5.4.2 Borne inférieure du coût global d'une séquence partielle

Pour chaque séquence partielle σ' , la borne inférieure de $\Psi(\sigma')$, peut être calculée par la proposition suivante. Cette borne correspond à une estimation du coût global pouvant être généré si on décide d'explorer cette séquence partielle.

Proposition 2 *Soit une séquence partielle $(\sigma'_j)_{1 \leq j \leq K_{\sigma'}}$, pour n' produits.*

La borne inférieure de l'ensemble $\Psi(\sigma')$, notée $\inf(\sigma')$, peut être exprimée par :

$$\inf(\sigma') = z(\sigma') + \min_{v=v_{min}}^{v_{max}} \left[\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \varrho \cdot (t_p + t_c) + \gamma \cdot v \right] \quad (2.24)$$

On a alors :

$$\forall \sigma \in \Psi(\sigma') \quad , \quad z(\sigma) \geq \inf(\sigma')$$

Avec :

$$\begin{aligned} v_{min} &= \begin{cases} E[(n - n')/c] & \text{si } (n - n')/c \in \mathbb{N} \\ E[(n - n')/c] + 1 & \text{si } (n - n')/c \notin \mathbb{N} \end{cases} \\ v_{max} &= (n - n') \\ \varrho &= (n - n') \left(\frac{n - n'}{v} - 1 \right) \end{aligned}$$

Preuve :

Tout d'abord, nous commençons par donner le coût de stockage chez le fournisseur pour le dernier lot $K_{\sigma'}$.

Les dates de fin de production des produits de ce lot sont séparées par un intervalle de temps égal à t_p . De même, les dates de début de chargement des produits de $K_{\sigma'}$ sont séparées par un intervalle de temps égal à t_c . La date de chargement du premier produit du lot correspond à la date de fin de production du dernier produit du lot. Ainsi, le coût global de stockage chez le fournisseur pour le lot $K_{\sigma'}$ est calculé par :

$$C_f(\sigma'_{K_{\sigma'}}) = \alpha \sum_{i=1}^{\sigma'_{K_{\sigma'}}} (i - 1)(t_p + t_c) = \frac{1}{2} \alpha \cdot \sigma'_{K_{\sigma'}} \cdot (\sigma'_{K_{\sigma'}} - 1)(t_p + t_c)$$

L'attente globale des σ'_k produits d'un lot k chez le fournisseur peut éventuellement être majorée par un temps supplémentaire si la production des lots en amont n'est pas encore terminée. Ainsi, l'expression $\left[\frac{1}{2} \alpha \cdot \sigma'_k \cdot (\sigma'_k - 1)(t_p + t_c) \right]$ peut être utilisée comme borne inférieure du coût de stockage chez le fournisseur pour un lot k donnée.

La séquence (σ') a permis de livrer n' produits. $(n - n')$ produits doivent alors être livrés pour satisfaire la demande totale du client. Sachant que le nombre de lots fabriqués

correspond au nombre de lots transportés, et étant donné que le coût de stockage est proportionnel à la somme des carrés des tailles des différents lots fabriqués, le minimum du coût de stockage chez le fournisseur pour un nombre de voyages v , sera obtenu pour des tailles de lot constantes égales au rapport entre le nombre de produits restants et le nombre de voyage v . Par conséquent, il faudra envisager toutes les possibilités de livraisons quelque soit le nombre de voyages v . Le nombre de voyage minimale v_{min} correspond au cas où le transporteur effectue des voyages avec c produits à chaque fois, et v_{max} correspond au cas où un seul produit est transporté par voyage. La quantité moyenne transportée par voyage est obtenue par le rapport entre $(n - n')$ et v .

$$\forall v \in [v_{min}, v_{max}] \quad ; q_v = \frac{n - n'}{v}.$$

Une estimation minimale du coût de stockage et du coût de transport peut alors être obtenue en choisissant la valeur la plus faible parmi toutes les possibilités de livraisons v avec des lots de taille identique. Le coût global de la séquence partielle σ' additionné avec cette estimation est retenu comme une borne inférieure de l'ensemble $\Psi(\sigma')$. Toutes les séquences appartenant à $\Psi(\sigma')$ auront un coût global dont la valeur est supérieure ou égale à $\inf(\sigma')$.

$$\inf(\sigma') = z(\sigma') + \min_{v=v_{min}}^{v_{max}} \left[\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \varrho \cdot (t_p + t_c) + \gamma \cdot v \right]$$

Une autre possibilité pour le calcul de la borne inférieure pour le coût global généré à partir d'une séquence partielle σ' peut être envisagée en considérant le sous problème (P') avec les $(n - n')$ produits restants. En effet, à partir des dates demandées de ces produits, il est possible de trouver la séquence de lots optimale qui minimisera le coût global du système pour ces $(n - n')$ produits. Pour cela, il suffit d'appliquer la SEP pour résoudre le problème (P') . L'évaluation de la séquence optimale trouvée à laquelle on ajoute l'évaluation de la séquence partielle σ' peut donc être considérée comme borne inférieure pour l'ensemble $\Psi(\sigma')$.

2.5.5 Algorithme de la SEP

Les différentes phases de l'algorithme décrites tout au long de cette section, peuvent être récapitulées comme suit :

1. Construire une bonne séquence de lots complète de départ en utilisant une méthode glouton puis l'évaluer.
2. $n' = 1$
3. Tant que : $(n' \leq n)$
 - Construire toutes les séquences partielles de somme n' à partir des séquences dominantes des niveaux précédents.
 - Appliquer la proposition (1) afin de supprimer les séquences partielles non dominantes.
 - Évaluer la borne inférieure du coût global de chacune des séquences partielles restantes par la proposition (2).
 - Supprimer les séquences partielles dont la borne inférieure est supérieure au coût global de la séquence de départ.
 - $n' = n' + 1$.
4. La séquence dont le coût global est le plus faible est la séquence de lots optimale.

L'efficacité de la SEP développée est illustrée par les résultats expérimentaux présentés dans la section suivante.

2.6 Résultats expérimentaux

Un ordinateur possédant un processeur Pentium IV de fréquence 2.66 G-Hz et une RAM de 512 Ko a été utilisé pour effectuer ces tests. Avant de présenter l'influence de quelques données du problème, nous commençons d'abord par présenter l'application de la SEP sur un problème test généré d'une manière aléatoire.

2.6.1 Exemple d'application de la SEP

Les données du problème sont résumées dans le tableau 2.3. L'application de la SEP a permis de trouver la séquence de lots optimale $\sigma^* = (4, 3, 4, 7, 2)$. Les dates de production, de chargement et de déchargement, l'attente chez le fournisseur et l'avance chez le client des produits sont résumées dans le tableau 2.4.

Pour chaque quantité de produits $n' \in [1, 20]$, nous donnons également dans le tableau 2.5 le nombre de séquences de lots partielles possibles (SP) ainsi que le nombre de séquences de lots dominantes restantes (SD) à chaque niveau n' grâce à l'application des propositions (1) et (2). Le pourcentage de coupe est calculé par l'expression :

TAB. 2.3 – Données de l'exemple de test

	Fournisseur	Client	Transporteur
Coûts unitaires	$\alpha = 5$	$\beta = 10$	$\gamma = 2$
Durées opérations	$t_p = 1$ $t_c = 4$	$t_d = 3$	$t_t = 20$
Dates désirées Demande client Capacité	$Yd = \{159, 168, 180, 195, 220, 225, 260, 290, 291, 295, 350, 360, 361, 371, 373, 380, 390, 400, 450, 451\}$ $n = 20$ $c = 10$		

$$\text{Pourcentage coupe} = 100 \cdot \frac{(SP - SD)}{SP}$$

- Le coût de stockage chez le fournisseur pour les 20 produits est égal à 925.
- Le coût de stockage chez le client pour les 20 produits est égal à 3090.
- Le coût de transport est égal à 10.

Le coût globale est donc égal à 4025. Le temps de résolution pour trouver la solution optimale est de l'ordre de 15 ms. Le pourcentage moyen de coupe pour cet exemple est de 77%.

2.6.2 Génération des problèmes tests

La dimension du problème est fortement liée aux deux paramètres n et c comme nous l'avons montré précédemment. Il est clair alors que ces deux paramètres influent sur l'efficacité de la SEP développée. Les dates dues des produits chez le client ont aussi un rôle sur la rapidité de convergence de la SEP. En effet, les outils utilisés par la SEP pour couper les branches de l'espace de recherche sont les propositions (1) et (2). Ces dernières sont fortement basées sur le calcul des coûts donc des différentes dates. Si les dates désirées sont espacées ou au contraire rapprochées, le comportement de la SEP sera différent. De même, les coûts unitaires de stockage α et β respectivement chez le fournisseur et chez le client, ainsi que le coût unitaire de transport γ vont être déterminant sur le choix de la séquence. Selon ces valeurs, il sera plus judicieux de stocker les produits chez le client ou au contraire chez le fournisseur. Si les coûts de stockages sont dominants par rapport au coût de transport, la séquence optimale sera composée de plusieurs lots de petites tailles. Dans le cas contraire (coût de transport dominant), les tailles des lots de la séquence

TAB. 2.4 – Dates calculées pour la séquence (4, 3, 4, 7, 2)

Indice lot	Indice produit	dates client		dates fournisseur		durées stockage	
		dues	déchargement	chargement	fin production	client	fournisseur
1	1	159	149	110	107	10	3
	2	168	152	114	108	16	6
	3	180	155	118	109	25	9
	4	195	158	122	110	37	12
2	5	220	213	178	176	7	2
	6	225	216	182	177	9	5
	7	260	219	186	178	41	8
3	8	290	278	239	236	12	3
	9	291	281	243	237	10	6
	10	295	284	247	238	11	9
	11	350	287	251	239	63	12
4	12	360	358	307	301	2	6
	13	361	361	311	302	0	9
	14	371	364	315	303	7	12
	15	373	367	319	304	6	15
	16	380	370	323	305	10	18
	17	390	373	327	306	17	21
	18	400	376	331	307	24	24
5	19	450	448	417	416	2	1
	20	451	451	421	417	0	4

optimale seront plus importantes afin de réduire le nombre de voyages.

N'ayant pas rencontré dans littérature des travaux qui traitent le même problème posé, nous avons généré aléatoirement plusieurs instances de problèmes dont les paramètres $(c, yd_i, t_c, t_p, \dots)$ varient d'un problème à un autre. Ces problèmes sont regroupés en deux familles :

- Les problèmes appartenant à la première classe ont la particularité d'avoir une durée et un coût de transport unitaire importants comparativement aux autres paramètres du problème. Chaque donnée du problème est tirée aléatoirement selon une distribution uniforme sur l'intervalle limité par les valeurs minimale et maximale données dans le tableau 2.6. On utilise l'abréviation (Pb-T) pour désigner cette classe.
- Pour la deuxième classe, toutes les données du problème sont générées aléatoirement selon une distribution uniforme sur les intervalles donnés dans le tableau 2.6. L'abréviation (Pb-G) est utilisée pour cette classe.

TAB. 2.5 – Nombre de séquences partielles et nombre de séquences dominantes

n'	Nombre de séquences possibles	nombre de séquences dominantes	Pourcentage coupe
1	1	1	0
2	2	2	0
3	4	3	25
4	8	4	50
5	16	7	56.25
6	32	10	68.75
7	64	16	75
8	128	15	88.28
9	256	20	92.19
10	512	19	96.29
11	1023	14	98.63
12	2045	14	99.32
13	4088	13	99.68
14	8172	13	99.98
15	16336	8	99.99
16	32656	6	99.99
17	65280	7	99.99
18	130496	6	99.99
19	260864	3	99.99
20	521472	2	99.99

Dans le but d'évaluer l'influence des différents paramètres cités ci-dessus sur la SEP développée, plusieurs tests ont été effectués sur ces deux classes de problèmes. Nous commençons par étudier l'influence de n et c . Ensuite, afin de montrer l'apport apportée par chacune des propositions 1 et 2, une deuxième série de tests est effectuée.

2.6.3 Influence de la dimension du problème sur la SEP

Pour mesurer l'impact de la dimension du problème, déterminée par n et c , sur le temps d'exécution de la SEP, nous avons fait varier n entre 10 et 60, et pour chacune de ces valeurs, 10 problèmes de paramètres différents ont été générés pour chacune des deux classes (Pb-T) et (Pb-G).

Chacun des problèmes générés a été résolu par la SEP. Les temps d'exécution de ces tests sont résumés dans le tableau 2.7 et repris dans la figure (2.4). On y trouve la valeur minimale et maximale pour chaque jeu d'essai, ainsi que la valeur moyenne des 10 exécutions pour chaque valeur de n .

TAB. 2.6 – Intervalles de génération des problèmes tests

Donnée	Pb-T		Pb-G	
	Valeur minimale	Valeur maximale	Valeur minimale	Valeur maximale
Capacité de chargement c	1	n	1	n
Durée de production t_p	1	50	1	50
Durée de chargement t_c	1	50	1	50
Durée de déchargement t_d	1	50	1	50
Durée voyage t_t	150	250	1	50
Coût unitaire fournisseur α	1	50	1	50
Coût unitaire client β	1	50	1	50
Coût unitaire transport γ	250	350	1	50
Dates désirées yd_i	10000	20000	10000	20000

TAB. 2.7 – Temps d'exécution de la SEP sur les deux classes de problèmes

n	Pb-T			Pb-G		
	Temps minimum	Temps moyen	Temps maximum	Temps minimum	Temps moyen	Temps maximum
10	0 ms	1.5 ms	15 ms	0 ms	7.8 ms	47 ms
20	0 ms	21.8 ms	63 ms	0	40.6 ms	94 ms
30	47 ms	292 ms	516 ms	16 ms	248.5 ms	485 ms
40	141 ms	2 sec 64 ms	6 sec 625 ms	32 ms	1 sec 871 ms	3 sec 657ms
50	609 ms	38 sec 606 ms	2 min 36 sec	140 ms	7 sec 120 ms	22 sec 984 ms
60	9 sec 750 ms	1mn 30 sec	5 mn 48 sec	3 sec 15 ms	22 sec 248 ms	51 sec 266 ms

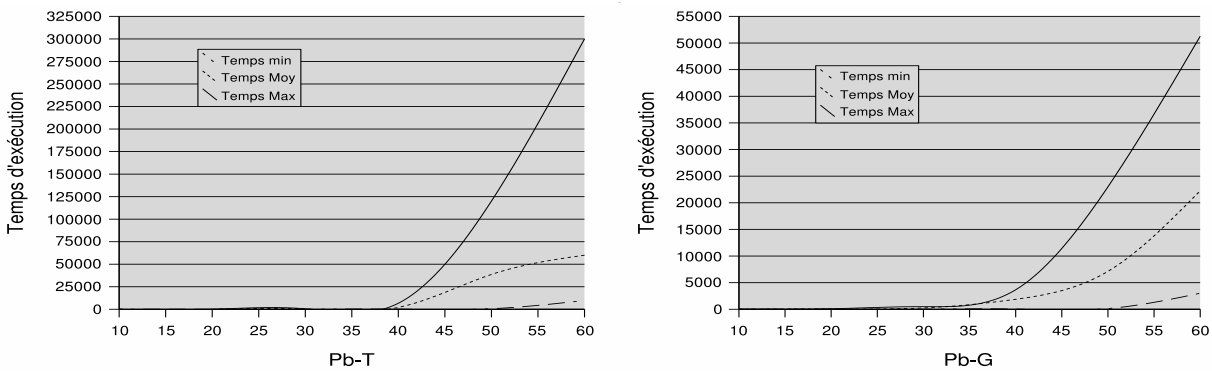


FIG. 2.4 – Évolution des temps d'exécution en fonction de n .

Ces résultats amènent plusieurs remarques : la première est que, pour un même nombre de produits, le temps d'exécution de la procédure diffère d'un problème à un

autre. Ceci montre que la taille du problème n'est pas le seul facteur déterminant pour le temps d'exécution. Même si les temps d'exécution de la SEP augmente d'une manière significative avec le nombre de produits ils sont néanmoins très satisfaisants sachant que l'optimalité de la solution trouvée est assurée.

Cependant, il existe quand même des cas particuliers pour lesquels on peut noter des performances moins bonnes comparativement aux temps moyens d'exécution. Ces cas extrêmes ne sont pas dûs seulement à la taille du problème, mais essentiellement à des combinaisons entre les différents paramètres du système, en particulier entre les coûts de stockages unitaires dans les deux sites et le coût de transport. Le tableau 2.7 illustrent que les temps d'exécution sont en moyenne plus importants lorsque le transport est prépondérant par rapport au stockage.

2.6.4 Apport de la relation de dominance et des calculs des bornes sur la SEP

La deuxième classe de tests a pour but d'étudier l'influence de la proposition (1) sur la rapidité de convergence de l'algorithme vers la solution optimale.

Nous avons fait varier le nombre de produits n entre 10 et 30 et nous avons généré aléatoirement 10 problèmes différents pour chaque valeur de n et pour chacune des classes de problème (Pb-T) et (Pb-G). L'ensemble des problèmes sont résolus par la SEP avec et sans l'utilisation de la proposition (1). Si on note TE_1 et TE_2 les temps d'exécution de la SEP respectivement avec et sans la proposition (1), le gain apporté par cette proposition est calculé par :

$$\text{Gain} = 100 \frac{TE_2 - TE_1}{TE_2}$$

Les gains minimums, moyens et maximums pour chaque quantité de produits n et pour les deux classes de problèmes sont résumés dans le tableau 2.8.

Nous constatons que le gain apporté par la relation de dominance par rapport à une technique de Séparation Évaluation classique est moins significatif lorsque le transport est prépondérant par rapport au stockage. En effet, étant donné que la relation de dominance est essentiellement basée sur le calcul des dates chez le client, donc sur le coût de stockage chez ce dernier, le nombre de séquences partielles restantes à chaque niveau de la table est plus élevé que le cas où les trois coûts unitaires sont de même rang.

De même, afin d'étudier l'influence des calculs de bornes sur les performances de la

TAB. 2.8 – Influence de la relation de dominance sur les performances de la SEP

n	Pb-T (%)			Pb-G (%)		
	Gain Min	Gain Moy	Gain Max	Gain Min	Gain Moy	Gain Max
10	0.0	66.6	100	6.25	68.75	100
15	-93.75	48.18	100	0	66.76	100
20	-6.66	33.64	96.94	75.23	90.28	95.91
25	-781.25	-10.96	99.39	85.42	94.98	99
30	-1082.05	-139.46	98.59	88.34	96.26	97

SEP, nous avons fait varier le nombre de produits entre 10 et 45. Pour chaque valeur de n , 10 problèmes différents ont été générés et résolus par la SEP avec et sans les calculs de bornes. Les temps d'exécution minimums, maximums et moyens des 10 exécutions pour chaque instance ont été regroupés dans le tableau 2.9.

TAB. 2.9 – Influence des calculs de bornes sur les performances de la SEP

n	Pb-T (%)			Pb-G (%)		
	Gain Min	Gain Moy	Gain Max	Gain Min	Gain Moy	Gain Max
10	6.25	53.12	100	50	83.33	100
15	-6.66	26.95	100	-6.66	15.35	51.61
20	-127.41	-13.14	82.97	-122.22	-19.07	66.66
25	-25.6	-3.32	35.09	-12.8	0.683	23.78
30	-20.59	-5.65	14.02	-3.14	2.33	20.51
35	-5.28	1.17	7.3	-30.3	-1.98	9.3
40	-11.59	-2.20	5.18	-3.93	-0.29	3.85
45	-4.59	1.19	8.0	-3.78	-0.12	4.94

Même si le calcul de bornes a tendance à légèrement ralentir la SEP, il reste assez efficace pour améliorer certains cas particuliers où on a pu obtenir un gain en temps de calcul avoisinant les 100%. Ces améliorations sont plus significatives lorsque les coûts de transport sont importants.

Enfin, la dernière série de tests que nous avons effectuée a pour objectif de comparer entre les deux méthodes de calcul de bornes d'une solution partielle que nous notons respectivement SEP-ft et SEP-rec. La SEP-ft utilise la proposition 2 pour estimer la borne inférieure d'une séquence partielle donnée, alors que cette borne est obtenue en appliquant la SEP sur les produits restants pour la SEP-rec (pour SEP récursive). Nous avons fait varier n entre 10 et 45 et pour chaque valeur de n , 10 problèmes différents appartenant à chacune des classes Pb-T et Pb-G ont été générés et résolus avec les deux

TAB. 2.10 – Taux de performance de la SEP-ft par rapport à la SEP-rec

n	Pb-T			Pb-G		
	Gain Min	Gain Moy	Gain Max	Gain Min	Gain Moy	Gain Max
10	-6.66	64.44	100	-	-	-
15	3.12	41.97	84.04	48.38	87.09	100
20	-197.87	-54.80	33.61	-254.83	8.65	100
25	-18.80	4.52	48.38	-165.95	0.83	67.02
30	-4.58	1.93	20.51	-35.15	0.33	31.20
35	-29.3	-2.09	9.3	-481.32	-36.59	82.79
40	-4.4	- 0.14	3.0	-46.3	5.74	9.65
45	-7.45	0.97	2.85	-11	-1.04	5.92

techniques. Les temps d'exécution minimums, moyens et maximums ont été comparés entre les deux techniques pour chaque valeur de n , ce qui a permis d'obtenir les gains de la SEP-ft par rapport à la SEP-rec, regroupés dans le tableau. 2.10.

Les deux calculs de bornes sont en moyenne assez équivalents lorsque la taille du problème est importante. Dans le cas contraire, une application récursive de la SEP induit un temps d'exécution important. Il est cependant difficile de trancher entre les deux calculs. Certains problèmes sont résolus plus rapidement en utilisant la proposition 2, alors que pour d'autres, l'utilisation de la SEP-rec est plus efficace.

En résumé, lorsque le coût de transport est dominant par rapport aux coûts de stockage chez le fournisseur et chez le client, la proposition (1) s'est avérée plus efficace pour réduire le nombre de branches à explorer. Dans le cas contraire, c'est l'utilisation des bornes inférieures, définies par la proposition (2) ou bien par l'application de la SEP-rec qui s'est montrée plus performante pour arrêter l'exploration des branches conduisant à de mauvaises solutions.

2.7 Conclusion

Notre objectif dans ce chapitre est de trouver la meilleure séquence de production et de livraison entre deux centres de production appelés respectivement fournisseur et client. La séquence retenue devra satisfaire les délais imposés par le client tout en minimisant le coût global de transport et de stockage dans les deux sites.

Après avoir proposé un modèle mathématique du problème, nous avons formulé les dates de production, de chargement et de déchargement chez le client en se basant sur

des politiques de production et de livraison en juste à temps.

L'analyse du modèle proposé nous a permis d'établir une relation de dominance entre des solutions partielles. Cette relation a été la base d'une procédure efficace de Séparation Évaluation Progressive qui obtient la solution optimale en un temps très réduit. Les performances de cette procédure ont été améliorées par la suite grâce essentiellement à deux calculs : un calcul d'une borne supérieure de la solution optimale en utilisant une méthode glouton, et un calcul d'une borne inférieure du coût global de l'ensemble des solutions obtenues à partir d'une séquence partielle. Le gain en temps de calcul par rapport à une énumération explicite de l'espace de recherche permet de traiter une large classe de problèmes de grande taille. Les résultats présentés tout au long de ce chapitre ont fait l'objet des publications suivantes : [53], [54], [55], [56] et [57].

Dans la pratique, les chaînes logistiques sont connues pour être beaucoup plus complexes que le système étudié. Néanmoins, pour certain cas particuliers, ces dernières peuvent être décomposées en un ensemble de chaînes élémentaires similaires au système présenté dans ce chapitre. Les résultats obtenus tout au long de ce chapitre peuvent donc être utilisés à différents niveaux d'une chaîne plus complexe pour optimiser la production et la livraison entre chaque deux entités qui se succèdent.

Chapitre 3

Optimisation de la chaîne linéaire par SEP

3.1 Introduction

Après avoir présenter une technique efficace qui permet d'optimiser les livraisons et la production au sein d'un maillon logistique élémentaire, nous proposons dans ce chapitre de traiter le problème d'une chaîne logistique linéaire constituée de plusieurs sites organisés en cascade. Chaque deux sites qui se succèdent sont reliés entre-eux par un seul moyen de transport. L'objectif est de trouver la séquence de lots globale qui permet d'un coté de satisfaire les contraintes du système et les délais imposés par le client, et d'un autre coté d'optimiser l'ensemble des coûts de transport et de stockage engendrés tout au long de cette chaîne.

La description complète du système étudié ainsi que son fonctionnement sont décrits dans la section suivante. Dans la section 3, le modèle mathématique proposé précédemment pour le cas d'un maillon est généralisé au cas de la chaîne linéaire. Les résultats du chapitre deux sont appliqués à différents niveaux de la chaîne linéaire et ont permis d'établir une borne supérieure du coût global de la solution optimale et aussi une borne inférieure du coût global d'une séquence de lots partielle donnée. Grâce à ces deux calculs de bornes, nous développons, dans la section 4, une procédure de SEP globale qui permet d'aboutir à ces objectif. Nous présentons ensuite quelques résultats expérimentaux afin d'illustrer les performances de la méthode face à différents problèmes.

3.2 Système étudié

Le système étudié dans ce chapitre est une chaîne logistique linéaire composée de plusieurs centres de production organisés en cascade. Le premier site peut être considéré comme le fournisseur de matière première, alors que le dernier site joue le rôle du client final (figure 3.1).

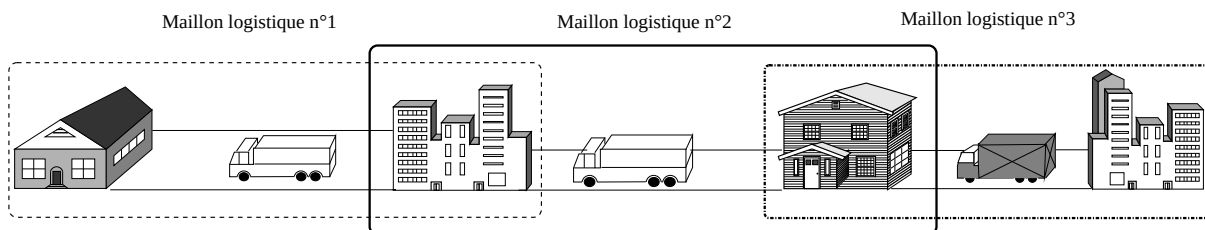


FIG. 3.1 – Exemple d'une chaîne logistique linéaire

Chaque site de la chaîne traite un seul type de produit qui lui est livré à partir du site en amont. Après traitement, les produits obtenus sont acheminés vers le site en aval qui les traite à son tour. Les produits sont ainsi traités dans chaque site, puis transportés aux sites suivants jusqu'à arriver chez le client final. La livraison entre chaque deux sites qui se succèdent est effectuée par un seul moyen de transport dont la capacité de chargement est limitée. Les capacités de chargement des différents transporteurs ne sont pas forcément identiques à travers la chaîne.

Deux zones de stockage dont les capacités sont supposées illimitées sont disposées pour tous les sites : une zone dite "d'entrée" où les produits sont stockés avant leur traitement, et une autre zone dite de "sortie" pour stocker les produits après leur traitement et avant leur livraison au site suivant. Un coût de stockage par unité de temps et par produit est défini pour chaque zone.

La demande totale du client est définie a priori et est caractérisée par des dates dues échelonnées sur un horizon de temps fini. Un temps de chargement, un temps de traitement et un temps de déchargement par produit sont spécifiés pour chaque site de la chaîne. Les capacités de chargement des transporteurs et les durées de transport séparant les différents sites sont également des données du problème et qui doivent par conséquent être prises en considération.

La chaîne logistique linéaire peut être considérée comme une succession de maillons logistiques similaires à celui présenté au chapitre précédent. Chaque maillon est constitué d'un transporteur et de deux centres de production successifs appelés respectivement four-

nisser et client. Pour chaque site de la chaîne, la zone de stockage d'entrée est considérée comme le client du maillon logistique amont, alors que la zone de sortie joue le rôle du fournisseur du maillon aval.

Afin de respecter l'ensemble des contraintes du problème, en particulier les délais imposés par le client final, tous les centres de production en amont doivent coordonner leurs activités et organiser leurs productions et leurs livraisons en lots dont les tailles sont à déterminer. La séquence de lots choisie a pour objectif de minimiser les différents coûts engendrés par les activités de production, de stockage et de transport tout au long de la chaîne.

3.3 Formulation mathématique

Nous commençons d'abord par généraliser les notations données précédemment pour le maillon logistique au cas de la chaîne linéaire. La représentation des solutions tout au long de la chaîne est également présentée dans cette section. Enfin, nous donnons les formulations mathématiques du problème sous forme d'un problème d'optimisation.

3.3.1 Notations

- n : nombre total de produits demandés par le client.
- i : indice des produits.
- l : nombre de maillons logistiques dans la chaîne linéaire.
- m : indice des maillons logistiques.
- c_m : capacité de chargement du transporteur alloué au maillon m .
- $C = [c_1, c_2, \dots, c_l]$: Vecteur des capacités de chargement.
- t_c^m , t_d^m et t_p^m : respectivement le temps de chargement, le temps de déchargement et le temps de traitement d'un produit dans le maillon logistique m .
- t_t^m : durée d'un voyage entre le fournisseur et le client du maillon logistique m .
- α_m et β_m : le coût de stockage par unité de temps et par produit respectivement chez le fournisseur et chez le client du maillon logistique m .
- γ_m : coût de transport par livraison indépendamment de la quantité livrée pour le maillon logistique m .

Les variables et les paramètres du problème à calculer sont notés comme suit :

- σ^m : Séquence de chargement pour le maillon m .
- Σ : Séquence de chargement complète pour toute la chaîne ($\Sigma = (\sigma^m)_{1 \leq m \leq l}$).

- σ'^m : Séquence de chargement partielle pour le maillon m .
- $w_i^m(\Sigma)$ et $x_i^m(\Sigma)$: respectivement la date de fin de traitement et la date de chargement du produit i chez le fournisseur du maillon logistique m , calculées pour la séquence Σ .
- $y_i^m(\Sigma)$ et $yd_i^m(\Sigma)$: respectivement la date réelle d'arrivée et la date désirée du produit i chez le client du maillon logistique m , calculées pour la séquence Σ .
- $C_f^m(\Sigma)$: coût de stockage chez le fournisseur du maillon m calculé pour la séquence Σ .
- $C_c^m(\Sigma)$: coût de stockage chez le client du maillon m obtenu pour la séquence Σ .
- $C_t^m(\Sigma)$: coût de transport du maillon m obtenu pour la séquence Σ .
- $U_{n,C}$: Ensemble de toutes les solutions du problème.

Le problème posé peut être formulé comme un problème d'optimisation :

- Les solutions du problème sont les successions des séquences de lots entre chaque deux sites qui se succèdent.
- La fonction objectif correspond au coût global engendré tout au long de la chaîne.
- Les contraintes à respecter sont les délais imposés par le client, les capacités de chargement des transporteurs, les temps de chargement, de déchargement, de traitement et de voyage pour chaque maillon.

3.3.2 Définition des solutions

Définition 5 Nous définissons une séquence de lots σ^m pour un maillon logistique m comme étant une suite $(\sigma_j^m)_{1 \leq j \leq K_{\sigma^m}}$ qui vérifient les conditions suivantes :

1. K_{σ^m} est un entier strictement positif et fini qui correspond au nombre de lots de la séquence σ^m .
2. $\forall j \in [1, K_{\sigma^m}] \quad , \quad 0 < \sigma_j^m \leq c_m$.
3. $\sum_{j=1}^{K_{\sigma^m}} \sigma_j^m = n$.

Définition 6 Une solution Σ du problème, appelée "séquence de lots pour la chaîne logistique", est définie comme étant la succession des séquences de lots pour tous les maillons logistiques m .

$$\Sigma = (\sigma^1, \sigma^2, \dots, \sigma^l) \tag{3.1}$$

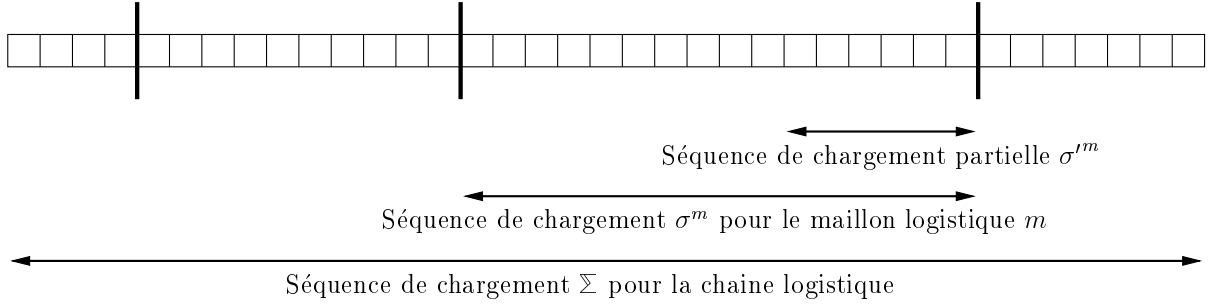


FIG. 3.2 – Représentation des solutions du problème

3.3.3 Fonction objectif

De même que précédemment, nous supposons que les coûts de production sont constants et les coûts de réglage de la production sont négligeables par rapports aux autres coûts du système. Seuls les coûts de transport et de stockage tout au long de la chaîne sont à minimiser. La chaîne linéaire étant considérée comme une succession de maillons logistiques, l'optimisation du coût global revient à optimiser la somme des coûts engendrés pour chaque maillon.

- Le fournisseur d'un maillon logistique m correspond à la zone de stockage de sortie du premier site. Minimiser le coût de stockage dans cette zone revient à minimiser l'attente globale de tous les produits i entre leurs dates de fin de traitement $w_i^m(\Sigma)$ et leurs dates de chargement $x_i^m(\Sigma)$. Ce coût est donc formulé comme suit :

$$C_f^m(\Sigma) = \alpha_m \sum_{i=1}^n (x_i^m(\Sigma) - w_i^m(\Sigma)) \quad (3.2)$$

- De même, les zones d'entrée des produits des sites correspondent aux clients des différents maillons logistiques m . La minimisation du coût de stockage du client du maillon m est obtenu en réduisant l'attente globale des produits i entre leurs dates désirées $yd_i^m(\Sigma)$ et leurs dates de déchargement $y_i^m(\Sigma)$. Le coût de stockage chez le fournisseur est formulé comme suit :

$$C_c^m(\Sigma) = \alpha_m \sum_{i=1}^n (yd_i^m(\Sigma) - y_i^m(\Sigma)) \quad (3.3)$$

Étant donné qu'un seul transporteur est alloué à chaque maillon m pour effectuer les livraisons entre le fournisseur et le client, le coût de transport est obtenu par le produit du nombre de lots K_{σ^m} de la séquence σ^m et le coût unitaire d'un

transport, soit :

$$C_t^m(\Sigma) = \gamma_m \cdot K_{\sigma^m}. \quad (3.4)$$

Ainsi, la fonction objectif du problème traité est obtenue comme suit :

$$\text{Min } z(\Sigma) = \sum_{m=1}^l (C_f^m(\Sigma) + C_c^m(\Sigma) + C_t^m(\Sigma)) \quad (3.5)$$

3.3.4 Formulation des contraintes

- Les délais imposés par le client final exigent que tous les produits doivent arriver avant leurs dates désirées du client final de la chaîne. Nous avons généralisé cette contrainte à tous les autres clients des maillons en amont. Elle peut être formulée comme suit :

$$\forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall i \in [1, n], y_i^m(\Sigma) \leq yd_i^m(\Sigma) \quad (3.6)$$

- Il est nécessaire aussi de respecter la capacité de chargement c_m du transporteur alloué à chaque maillon logistique m . La généralisation de la formulation proposée au chapitre deux peut s'écrire comme suit

$$\begin{aligned} &\forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall i, j \in [1, n]^2, \\ &\text{Si } [x_j^m - x_i^m = (j - i) \cdot t_c^m] \text{ alors } [j - i \leq c_m] \end{aligned} \quad (3.7)$$

- Si deux produits successifs i et $(i + 1)$ appartiennent au même lot, leurs dates de fin de traitement $w_i^m(\Sigma)$ et $w_{i+1}^m(\Sigma)$ chez le fournisseur d'un maillon m doivent être séparées par un intervalle de temps égal à la durée de traitement t_p^m d'un produit chez ce fournisseur. Si on note ι_k l'indice du premier produit du lot k d'une séquence de lots σ^m du maillon m , on obtient :

$$\begin{aligned} &\forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall k \in [1, K_{\sigma^m}], \forall i \in [0, \sigma_k^m - 2], \\ &w_{\iota_k+i+1}^m(\Sigma) - w_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = t_p^m \end{aligned} \quad (3.8)$$

Avec

$$\iota_k = 1 + \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j^m$$

Si les deux produits appartiennent à deux lots différents, alors, leurs dates de fin de traitement sont séparées par un intervalle de temps au moins égal au temps de

production d'un produit.

$$\begin{aligned} & \forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall k \in [1, K_{\sigma^m}], \forall i \in [1, n], \\ & \text{Si } [i = \iota_{k+1} - 1] \text{ alors } [w_{i+1}^m(\Sigma) - w_i^m(\Sigma) \geq t_p^m] \end{aligned} \quad (3.9)$$

- Les dates de chargement $w_i^m(\Sigma)$ et $w_{i+1}^m(\Sigma)$ des produits i et $(i+1)$, appartenant à un même lot, sont séparées par un intervalle de temps égale aux temps de chargement t_c^m d'un produit chez le fournisseur du maillon m . Si au contraire, ces deux produits appartiennent à deux lots différents, la durée t_t^m d'un voyage entre les deux sites du maillon devra être prise en considération. Ces deux contraintes sont formulées comme suit :

$$\begin{aligned} & \forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall k \in [1, K_{\sigma^m}], \forall i \in [0, \sigma_k^m - 2], \\ & x_{\iota_k+i+1}^m(\Sigma) - x_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = t_c^m \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} & \forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall k \in [1, K_{\sigma^m}], \forall i \in [1, n], \\ & \text{Si } [i = \iota_{k+1} - 1] \text{ alors } [x_{i+1}^m(\Sigma) - x_i^m(\Sigma) \geq t_t^m] \end{aligned} \quad (3.11)$$

- Les dates de déchargement $y_i^m(\Sigma)$ et $y_{i+1}^m(\Sigma)$ des produits i et $(i+1)$ appartenant au même lot, sont séparées par le temps de déchargement t_d^m d'un produit chez le client du maillon m . La durée t_t^m d'un voyage entre les deux sites du maillon devra être prise en considération dans le cas contraire. Ces deux contraintes sont formulées comme suit :

$$\begin{aligned} & \forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall k \in [1, K_{\sigma^m}], \forall i \in [0, \sigma_k^m - 2], \\ & y_{\iota_k+i+1}^m(\Sigma) - y_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = t_d^m \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} & \forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall k \in [1, K_{\sigma^m}], \forall i \in [1, n], \\ & \text{Si } [i = \iota_{k+1} - 1] \text{ alors } [y_{i+1}^m(\Sigma) - y_i^m(\Sigma) \geq t_t^m] \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.3.5 Problème à optimiser

Le problème d'optimisation posé est récapitulé par le système suivant :

$$\text{Min } z(\Sigma) = \sum_{m=1}^l (C_f^m(\Sigma) + C_c^m(\Sigma) + C_t^m(\Sigma))$$

Sous les contraintes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \Sigma \in U_{n,C}, \forall m \in [1, l], \forall k \in [1, K_{\sigma^m}], \\ \forall i \in [1, n], y_i^m(\Sigma) \leq yd_i^m(\Sigma) \\ \forall i, j \in [1, n]^2, \text{ Si } [x_j^m(\Sigma) - x_i^m(\Sigma) = (j - i) \cdot t_c^m] \text{ alors } [j - i \leq c_m] \\ \forall i \in [1, \sigma_k^m - 2], \left\{ \begin{array}{l} w_{\iota_k+i+1}^m(\Sigma) - w_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = t_p^m \\ x_{\iota_k+i+1}^m(\Sigma) - x_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = t_c^m \\ y_{\iota_k+i+1}^m(\Sigma) - y_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = t_d^m \end{array} \right. \\ \forall i \in [1, n], \text{ Si } [i = \iota_{k+1} - 1] \text{ alors } \left\{ \begin{array}{l} w_{i+1}^m(\Sigma) - w_i^m(\Sigma) \geq t_p^m \\ x_{i+1}^m(\Sigma) - x_i^m(\Sigma) \geq t_t^m \\ y_{i+1}^m(\Sigma) - y_i^m(\Sigma) \geq t_t^m \end{array} \right. \end{array} \right.$$

3.4 Généralisation de la formulation des dates pour le cas de la chaîne linéaire

L'évaluation d'une séquence de lots Σ donnée nous amène à calculer les différentes dates de fin de production $w_i^m(\Sigma)$, de chargement $x_i^m(\Sigma)$, de déchargement $y_i^m(\Sigma)$ et les dates désirées $yd_i^m(\Sigma)$ de tous les produits i et dans chaque site de la chaîne. De même que pour le cas d'un seul maillon logistique, les politiques de production et de livraison adoptées dans le cas d'une chaîne linéaire sont aussi basées sur des contextes de juste à temps. Cependant, pour que ces politiques en juste à temps soient optimales, il est nécessaire que les coûts de stockage soient croissants à travers la chaîne puisqu'elles favorisent toujours le stockage chez le client. Nous avons donc adopté cette supposition pour notre travail.

Étant donné que seules les dates désirées du client final sont connues, les différentes dates pour chaque produit et dans chaque site sont alors formulées en utilisant des équations de rétropropagation en commençant par le dernier maillon vers le premier. Pour chaque maillon m , nous formulons d'abord les dates de déchargement, puis les dates de chargement, et enfin les dates de traitement en partant du dernier lot vers le premier. Le passage au maillon en amont $(m - 1)$ se fait en correspondant les dates de début de

traitement du maillon m avec les dates désirées du maillon $(m - 1)$.

Soit $\Sigma = (\sigma^1, \sigma^2, \dots, \sigma^l)$ une séquence de lots de la chaîne logistique linéaire.

3.4.1 Dates de déchargement

Les dates de déchargement des produits chez le client d'un maillon logistique m peuvent être formulées par le lemme suivant.

Lemme 6 – *La date de déchargement du premier produit ι_k d'un lot k de la séquence de lots σ^m du maillon logistique m , notée $y_{\iota_k}^m(\Sigma)$, est formulée comme suit :*

$$y_{\iota_k}^m(\Sigma) = \min \left[\min_{i=0}^{\sigma_k^m-1} (y_{\iota_k+i}^m(\Sigma) - i \cdot t_d^m), \Upsilon_k^m(\Sigma) \right] \quad (3.14)$$

Avec :

$$\Upsilon_k^m(\Sigma) = \begin{cases} \infty & \text{Si } k = K_{\sigma^m} \\ y_{\iota_{k+1}}^m(\Sigma) - 2 \cdot t_t^m - \sigma_{k+1}^m \cdot t_c^m - \sigma_k^m \cdot t_d^m & \text{Sinon} \end{cases}$$

– *Les dates de déchargement des autres produits du lot k sont obtenues par l'équation suivante :*

$$\forall i \in [1, \sigma_k^m] \quad , \quad y_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = y_{\iota_k}^m(\Sigma) + i \cdot t_d^m \quad (3.15)$$

Preuve : *La démonstration de ce lemme est similaire à la démonstration proposée au chapitre précédent.*

3.4.2 Dates de chargement chez le fournisseur

On note $d_k^m(\Sigma)$ la date de départ du transporteur de chez le fournisseur du maillon m , pour livrer le lot k de la séquence σ^m . Cette date est calculée comme suit :

$$d_k^m(\Sigma) = y_{\iota_k}^m(\Sigma) - t_d^m - t_t^m$$

Le transporteur ne peut démarrer de chez le client que si tous les produits du lot k sont chargés. La date $d_k^m(\Sigma)$ correspond donc à la date de fin chargement du dernier

produit du lot. Les dates de chargement des autres produits sont obtenues par le lemme suivant.

Lemme 7 *Les dates de début de chargement des produit i d'un lot k d'une séquence de lots σ_k^m d'un maillon logistique m sont calculées par l'équation suivante :*

$$\forall i \in [0, \sigma_k^m - 1] , \ x_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = d_k^m - (\sigma_k^m - i + 1) \cdot t_c^m \quad (3.16)$$

Preuve : *Évidente.*

3.4.3 Dates de fin de traitement chez le client

Pour chaque maillon de la chaîne, la production se fait par lots de produits. Le chargement des produits du lot dans le transporteur ne peut commencer qu'une fois la fabrication de tous les produits du lot finie. Les dates de fin de production d'un lot donné forment alors une suite arithmétique dont la raison est égale au temps de traitement t_p^m d'un produit.

Lemme 8 *Les dates de fin de production des produits d'un lot k , notée $w_{\iota_k+i}^m$ sont formulées avec l'équation suivante :*

$$\forall i \in [0, \sigma_k^m - 1] , \ w_{\iota_k+i}^m(\Sigma) = \min \left\{ x_{\iota_k}^m(\Sigma) , \ w_{\iota_{k+1}}^m(\Sigma) \right\} - (\sigma_k^m - 1 - i) \cdot t_p^m \quad (3.17)$$

$x_{\iota_k}^m(\Sigma)$ et $w_{\iota_k}^m(\Sigma)$ sont respectivement les dates de début de chargement et de fin de traitement du premier produit du lot k chez le fournisseur du maillon m .

Preuve : *Évidente.*

3.4.4 Dates désirées

Elles sont formulées grâce au lemme suivant :

Lemme 9 *Les dates désirées $yd_i^m(\Sigma)$ des produit i chez le client d'un maillon logistique m sont formulées comme suit :*

$$\forall i \in [1, n] \quad , \quad yd_i^m(\Sigma) = w_i^{m+1}(\Sigma) - t_p^{m+1}. \quad (3.18)$$

Preuve : Comme nous l'avons mentionné précédemment, le passage d'un maillon $(m+1)$ vers le maillon en amont m se fait en correspondant les dates de début de traitement de chaque produit i chez le fournisseur du maillon $(m+1)$ avec la date désirée du même produit i chez le client du maillon m , d'où le résultat.

L'ensemble de ces formulations nous permet d'obtenir un modèle mathématique pour évaluer chaque séquence de lots Σ appartenant à l'espace de recherche $U_{n,C}$. Afin de trouver la solution optimale du problème, nous proposons dans la section suivante une procédure de type SEP qui s'appuie principalement sur les résultats du chapitre deux.

3.5 Procédure de Séparation Évaluation Progressive Globale

La SEP développée précédemment pour le cas d'un maillon ne peut être appliquée directement pour optimiser chaque maillon de la chaîne logistique linéaire et ensuite reconstruire la solution optimale du problème. En effet, chaque maillon m est fortement dépendant du maillon suivant $(m+1)$, puisque les dates désirées du maillon m sont les dates de début de traitement du maillon $(m+1)$. Étant donné que seules les dates désirées du dernier maillon sont connues, l'application de la SEP permet d'obtenir la séquence de lots optimale pour ce dernier maillon. Une fois que toutes les dates sont calculées pour ce dernier maillon, il est possible de déduire les dates désirées du maillon en amont en utilisant l'équation 3.18. L'application de la SEP sur ce maillon permet de trouver sa séquence optimale, et ainsi de suite jusqu'au premier maillon de la chaîne [58].

Cependant, les séquences obtenues par l'application successive de la SEP ne constituent pas forcément la solution optimale du problème. Les séquences obtenues pour les différents maillons sont considérées comme des optimums locaux et leur succession ne permet pas d'assurer l'optimalité globale de la solution finale trouvée. En effet, l'exemple donné dans le tableau 3.1 permet de constater que l'application successive du glouton, développé au chapitre précédent, permet d'obtenir une solution globale dont l'évaluation est meilleure que celle obtenue par la succession des SEP. Les solutions trouvées par les deux techniques ainsi que leurs évaluations sont données dans le tableau 3.2.

La nombre de séquences de lots $|U_{n,c_m}|$ pour un maillon logistique m peut être calculé par les lemmes 4 et 5 du chapitre précédent. Si la chaîne logistique est composée de l maillons logistiques, la cardinalité de l'espace de recherche des solutions, que l'on

TAB. 3.1 – Données d’un exemple où la succession des SEP ne donne pas la solution optimale

	Premier maillon	Deuxième maillon	Troisième maillon
Capacité de chargement	$c_1 = 6$	$c_2 = 15$	$c_3 = 5$
Coûts unitaires fournisseurs	$\alpha_1 = 20$	$\alpha_2 = 20$	$\alpha_3 = 20$
Coûts unitaires clients	$\beta_1 = 1000$	$\beta_2 = 500$	$\beta_3 = 50$
Coûts unitaires transport	$\gamma_1 = 5$	$\gamma_2 = 1$	$\gamma_3 = 100$
Durée d’un voyage	$t_t^1 = 15$	$t_t^2 = 15$	$t_t^3 = 15$
Durée de traitement	$t_p^1 = 1$	$t_p^2 = 1$	$t_p^3 = 1$
Durée de chargement	$t_c^1 = 0$	$t_c^2 = 10$	$t_c^3 = 2$
Durée de déchargement	$t_d^1 = 0$	$t_d^2 = 10$	$t_d^3 = 1$
Dates désirées	$Yd = \{1000, 1001, 1002, 1020, 1022, 1040, 1041, 1042, 1043, 1044, 1060, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1080, 1081, 1082\}$		

note $|U_{n,C}|$ est calculé par l’équation suivante :

$$|U_{n,C}| = |U_{n,c_1}| \cdot |U_{n,c_2}| \cdots |U_{n,c_l}| = \prod_{m=1}^l |U_{n,c_m}| \quad (3.19)$$

L’exploration explicite de $U_{n,C}$ devient donc impossible lorsque la taille du problème est importante. Il est alors nécessaire de s’appuyer sur des techniques d’optimisation permettant de trouver la séquence de lots optimale en un temps réduit.

L’efficacité de la SEP du chapitre 2 pour résoudre le cas d’un seul maillon, nous a permis de proposer une autre SEP pour le cas de la chaîne linéaire.

3.5.1 Principe général de la méthode

Étant donné que la construction d’une séquence d’un maillon m dépend fortement des dates dues du maillon en aval ($m-1$), et donc de la séquence trouvée pour ce maillon, il ne nous a pas été possible d’établir une relation de dominance entre des séquences partielles

TAB. 3.2 – Résultats d'application successive de la SEP et du glouton sur l'exemple 3.1

		Application de la SEP	Application du glouton
Premier maillon	Séquence	(2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3)	(2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3)
	Coût	16360	13305
Deuxième maillon	Séquence	(2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3)	(2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3)
	Coût	10934	11059
Troisième maillon	Séquence	(2, 5, 5, 5, 3)	(2, 5, 5, 5, 3)
	Coût	39990	39990
Coût global		67284	64354

de même rang. Par conséquent, à l'inverse de la SEP développée pour un seul maillon, la SEP développée pour l'ensemble de la chaîne, qu'on appellera "SEP globale (SEP-G)" pour la distinguer de la SEP pour un maillon, favorise l'exploration de l'arborescence en profondeur et non en largeur.

A l'instar de toutes les SEP, SEP-G est constituée d'une partie séparation qui permet de décomposer un ensemble de solutions en plusieurs sous-ensembles de solutions, et d'une partie évaluation visant à calculer une borne minimale pour chaque ensemble considéré.

La construction d'une solution commence par la définition de la séquence de lots du dernier maillon puis remonte jusqu'à celle du premier maillon. Pour un maillon donné, les lots sont construits en commençant par regrouper les derniers produits et en remontant jusqu'aux premiers. La séquence de lots allant d'un noeud donné jusqu'à la racine correspond à une séquence de lots partielle.

Le principe de séparation est mis en oeuvre en envisageant pour le prochain lot toutes les possibilités de transport de produits dans la limite de la capacité du transporteur et du nombre de produits restants.

Le principe d'évaluation d'une solution partielle σ^m tient compte d'une part de l'évaluation courante de cette solution en fonction des lots qui sont déjà connus. D'autre part, nous ajoutons une borne minimum, notée $B(\sigma^m)$ pour l'évaluation des lots non encore définis pour σ^m . L'intérêt d'avoir une borne minimum pour une séquence partielle donnée permet de la comparer avec la borne supérieure de l'évaluation de la solution optimale, notée $Sup(\Sigma^*)$, qui peut être obtenue par l'évaluation d'une bonne séquence choisie au départ. Il est ainsi possible de déterminer avec exactitude s'il est intéressant de continuer la construction à partir de cette séquence, ou au contraire, arrêter son exploration immédiatement. En effet, si $B(\sigma^m)$ est supérieure à $Sup(\Sigma^*)$, on est certain que l'exploration en profondeur de la séquence partielle σ^m aboutira inévitablement vers

une solution dont l'évaluation est plus mauvaise que $Sup(\Sigma^*)$. Cette branche est alors automatiquement supprimée de l'espace de recherche des solutions.

Dans le cas où plusieurs lots peuvent être considérés, le choix du premier noeud à explorer s'effectue en se basant sur une "heuristique de coût moyen". Le principe de cette heuristique consiste à calculer pour tous les noeuds du niveau suivant, le coût global moyen par produit engendré en ajoutant ce lot à la séquence σ^m déjà construite. Le premier noeud à explorer en profondeur sera donc celui dont le coût moyen par produit est le plus faible. Les autres noeud ne seront traités que lorsque l'exploration en profondeur du noeud choisi a été interrompue ou a abouti à une solution complète.

Une fois qu'une séquence de lots pour un maillon donné m a été trouvée, l'exploration des séquences du maillon $(m - 1)$ est effectuée en considérant comme dates désirées les dates de début de production calculées pour la séquence du maillon m . Ces étapes d'exploration sont répétées jusqu'au deuxième maillon de la chaîne. Une fois que les dates désirées du premier maillon sont calculées, il est inutile de faire une exploration des séquences de ce maillon, puisque l'application de la SEP permet de trouver directement la séquence de lots optimale de ce maillon qui correspond à ces dates désirées.

Si au cours de l'exploration, l'algorithme trouve une solution dont l'évaluation est meilleure que celle de la séquence de départ, la borne minimale de la solution optimale est automatiquement remplacée par l'évaluation de cette séquence. La solution optimale du problème correspond donc à la dernière séquence retenue lors de l'exploration.

La borne supérieure de la solution optimale peut correspondre au départ à l'évaluation d'une bonne solution de départ obtenue par une heuristique efficace, puis par la suite à la meilleur solution rencontrée jusqu'à présent.

3.5.2 Borne supérieure de la solution optimale

Lorsque les dates désirées des produits d'un maillon logistique m sont connues, l'application de la SEP développée au chapitre précédent permet d'avoir la séquence de lots optimale pour ce maillon. Une bonne solution de départ peut alors être obtenue par l'application successive de la SEP sur chacun des maillons de la chaîne à partir du dernier maillon. Lorsque la séquence optimale d'un maillon m est obtenue par la SEP, les dates désirées du maillon $(m - 1)$ en amont peuvent être calculées en les correspondant avec les dates de début de traitement obtenues pour la séquence du maillon courant m . L'évaluation de la solution composée des séquences optimales obtenues pour chaque maillon est considérée comme la borne supérieure de la solution optimale.

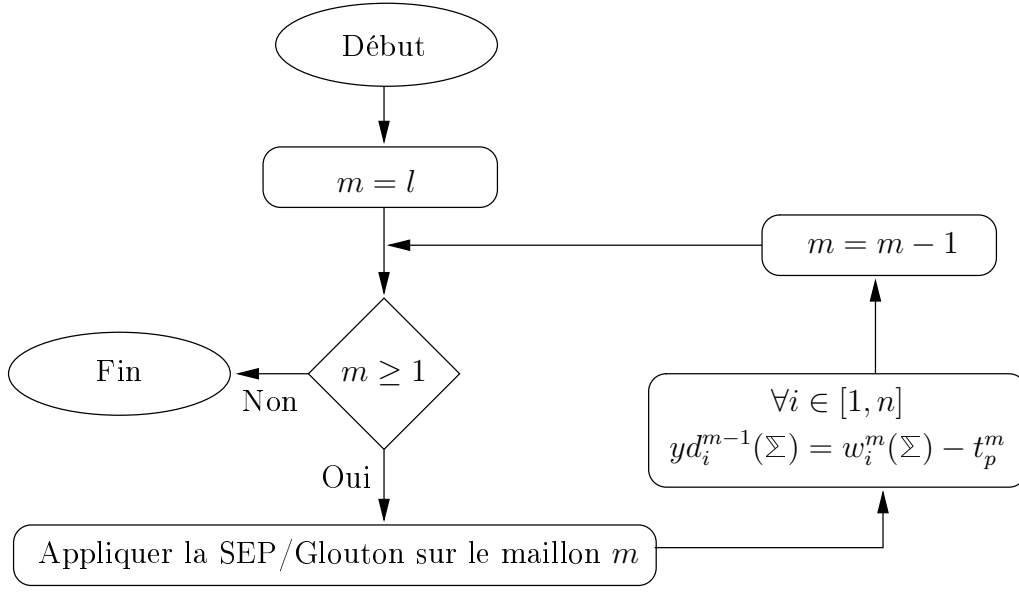


FIG. 3.3 – Algorithme de calcul de la borne supérieure de la solution optimale.

L'application successive du glouton (séquence de départ de la SEP) sur chacun des maillons logistiques permet d'obtenir une autre séquence de lots dont l'évaluation peut s'avérer meilleure que celle obtenue par la succession des SEP. L'application successive du glouton peut s'avérer plus intéressante dans certains cas comme pour le cas de l'exemple précédent. La borne supérieure de la solution optimale à l'initialisation correspond donc à la meilleure évaluation des séquences de lots obtenues par les deux méthodes (voir figure 3.3).

3.5.3 Borne minimum d'une séquence partielle

La borne minimum d'une séquence partielle, que l'on note $B(\sigma'^m)$, est constituée de plusieurs éléments : une borne minimum $B_m(\sigma'^m)$ pour les produits restants à transporter pour le maillon courant m et une borne minimum $B_p(\sigma'^m)$ pour chaque maillon p en amont du maillon courant pour lesquels aucun produit n'a encore été transporté :

$$B(\sigma'^m) = B_m(\sigma'^m) + \sum_{p=1}^{m-1} B_p(\sigma'^m) \quad (3.20)$$

Soit n' le nombre de produits déjà transportés dans le maillon courant m selon la séquence de lots partielle σ'^m . Grâce aux résultats obtenus pour le cas d'un maillon, plusieurs possibilités peuvent être envisagées pour le calcul de $B_m(\sigma'^m)$ et de $B_p(\sigma'^m)$.

3.5.3.1 Calcul de la borne minimum pour le maillon courant

Première possibilité de calcul : Une première possibilité pour estimer cette borne consiste à utiliser la SEP développée pour le cas d'un maillon sur les produits restants. Pour cela, il suffit de résoudre le sous-problème (P) pour lequel les produits envisagés sont les $(n - n')$ premiers produits. L'application de la SEP sur le problème (P) donnera une solution dont l'évaluation est considérée comme la valeur minimale du coût global engendré pour le maillon courant m dans le cas où seuls les $(n - n')$ produits restants sont à transporter. Cependant, si d'autres produits sont à transporter ultérieurement, les dates désirées de ces produits peuvent contraindre d'avancer dans le temps l'ordonnancement des $(n - n')$ premiers produits, ce qui occasionnera un sur-coût au niveau du stockage chez le client. Pour mieux comprendre ce phénomène, nous donnons l'exemple suivant :

Exemple : soient 5 produits demandés aux dates 100, 101, 102, 103 et 104. Le transporteur a un temps de chargement ou de déchargement de 1 et un temps d'aller/retour de 10. Supposons que le dernier lot a déjà été prévu et qu'il ait une taille de 3. Les dates dues des produits imposent au transporteur d'arriver à la date 101, pour décharger aux dates 102, 103 et 104. Les 3 derniers produits étant utilisés à ces mêmes dates, le temps et donc le coût de stockage correspondant seront nuls. Si on cherche maintenant à trouver une borne minimum du coût de stockage du client pour toutes les séquences se terminant par un lot de 3, on peut résoudre le sous-problème restant à 2 produits et trouver la solution optimale qui est un seul lot de 2 produits. Pour cette solution, les produits arriveront aux dates 100 et 101. Cependant ces dates d'arrivées sont incompatibles avec la solution partielle initiale, puisque le transporteur devait arriver à la date 101 pour livrer les 3 derniers produits, ce qui le fait partir au plus tard à la date 96 du fournisseur, en tenant compte du temps d'aller-retour. Partant de cette date, on constate que pour le voyage précédent, le transporteur doit quitter le client à la date 88, pour avoir le temps de revenir chez le fournisseur et de charger les 3 produits finaux. Les 2 produits du premier voyage ne pourront pas être livrés aux dates 100 et 101, mais devront nécessairement être avancés dans le temps d'un décalage au moins égal à la différence entre la dernière date de livraison du lot concerné (101) et la date de départ du transporteur depuis le client (88). Par conséquent, l'attente chez le client sera nécessairement augmentée pour chaque produit restant à livrer de la différence entre la date de livraison du dernier produit restant à emmener (ici 101) et la date de départ du transporteur du client (88).

Dans le cas général, on note $\sigma'^m = (\sigma'_j{}^m)_{1 \leq j \leq K_{\sigma'^m}}$ la solution partielle pour les n' produit déjà livrés, et $S = (S_j)_{1 \leq j \leq K_S}$ la séquence de lots optimale trouvée pour le problème (P) . Si la date d'arrivée du produit dont l'indice est $(n - n')$, calculée pour S , que l'on note $y_{n-n'}(S)$ est supérieure à la date d'arrivée réelle du premier produit de la séquence partielle σ'^m , que l'on note $y_{n-n'+1}(\sigma'^m)$ à laquelle on retranche les durées d'aller-retour et de chargement chez le fournisseur, les dates d'arrivée des produits du dernier lot de la séquence S doivent toutes être décalées d'un intervalle de temps égal à la différence entre ces dates. Ainsi, le sur-coût chez le client, notée $C_c^+(S)$, peut être exprimé comme suit :

$$C_c^+(S) = S_{K_S} \cdot [y_{n-n'}(S) - (y_{n-n'+1}(\sigma'^m) - t_d^m - \sigma'_1{}^m \cdot t_c^m - 2 \cdot t_t^m)] \quad (3.21)$$

Ainsi, la borne minimale $B_m(\sigma'^m)$ de la séquence partielle σ'^m pour le maillon m sera alors donnée par l'expression :

$$B_m(\sigma'^m) = z(S) + \epsilon \quad (3.22)$$

avec

$$\epsilon = \begin{cases} 0 & \text{si } y_{n-n'+1}(\sigma'^m) - t_d^m - \sigma'_1{}^m \cdot t_c^m - 2 \cdot t_t^m < y_{n-n'}(S) \\ C_c^+(S) & \text{sinon} \end{cases}$$

$z(S)$: Coût global de la solution optimale du sous problème (P)

Deuxième possibilité de calcul : Une autre possibilité peut également être envisagée pour le calcul de $B_m(\sigma'^m)$. La borne minimum de l'évaluation des coûts des lots non encore définis pour un maillon m est composée de deux parties : une première borne minimum pour les coûts de transport et de stockage chez le fournisseur, notée bft_m , et une deuxième pour les coûts de stockage chez le client, notée bc_m .

Pour la somme des coûts de transport et de stockage chez le fournisseur, il est possible de l'estimer pour les $(n - n')$ produits restants indépendamment de la séquence partielle σ'^m . Pour cela, il suffit d'appliquer la proposition 2 démontrée au chapitre précédent. Il faudra considéré toutes les possibilités de transports possibles pour livrer les $(n - n')$ produits avec des lots de tailles identiques. La borne minimale du coût de transport et de stockage chez le fournisseur pour ces produits, notée $bft_m(n - n')$ est calculée par

l'équation suivante :

$$bft_m(n - n') = \min_{v=v_{min}}^{v_{max}} [C_f^m(n - n') + v \cdot \gamma_m] \quad (3.23)$$

avec :

$$\begin{aligned} v_{min} &= \begin{cases} E[(n - n')/c_m] & \text{si } (n - n')/c_m \in \mathbb{N} \\ E[(n - n')/c_m] + 1 & \text{si } (n - n')/c_m \notin \mathbb{N} \end{cases} \\ v_{max} &= (n - n') \\ C_f^m(n - n') &= \left[\frac{1}{2} \cdot \alpha_m \cdot (n - n') \cdot \left(\frac{(n - n')}{v} - 1 \right) \cdot (t_p^m + t_c^m) \right] \end{aligned}$$

Pour le coût de stockage chez le client des produits restants à emmener, nous utilisons la SEP pour un maillon tout en considérant que les coûts de transport et de stockage chez le fournisseur sont nuls. De même que pour la première possibilité de calcul de $B_m(\sigma^m)$, le sous problème (P) constitué des $(n - n')$ premiers produits est résolu par la SEP. L'évaluation de la solution optimale trouvée, notée S donnera la borne minimale de stockage chez le client pour les $(n - n')$ produits que l'on note $bc_m(n - n')$. Il est évident aussi qu'un sur-coût $C_c^+(S)$ peut éventuellement être induit si on se trouve dans le cas de figure de l'exemple déjà traité.

Ainsi, la borne $B_m(\sigma^m)$ est calculée par l'équation suivante :

$$B_m(\sigma^m) = bft_m(n - n') + bc_m(n - n') + \epsilon \quad (3.24)$$

3.5.3.2 Calcul de la borne minimum pour les maillons en amont

Il s'agit de calculer une borne minimum que l'on note $B_i(\sigma^m)$ pour chaque maillon i en amont du maillon courant m pour lesquels aucun produit n'a été transporté. Étant donné que le coût de stockage chez le client est calculé en fonction des dates désirées, il n'est pas aisé d'avoir une borne minimale du coût de stockage chez le client. Ces dates désirées ne peuvent être calculées que si la séquence de lots du maillon en aval est connue.

En revanche, les coûts de transport et de stockage peuvent être estimés en appliquant la proposition 2 à chacun des maillons en amont i , en considérant à chaque fois qu'aucun produit n'a été livré. La borne $B_i(\sigma^m)$ pour un maillon en amont i est alors exprimée comme suit :

$$\forall i \in [1, m - 1] \quad , \quad B_i(\sigma^m) = \min_{v_i=v_{min}}^{v_{max}} [C_f^i(n) + v_i \cdot \gamma_i]$$

Avec :

$$v_{min} = \begin{cases} E[n/c_i] & \text{si } n/c_i \in \mathbb{N} \\ E[n/c_i] + 1 & \text{si } n/c_i \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

$$v_{max} = n$$

$$C_f^i(n) = \left\lceil \frac{1}{2} \cdot \alpha_i \cdot n \cdot \left(\frac{n}{v_i} - 1 \right) \cdot (t_p^i + t_c^i) \right\rceil$$

Cependant, pour le cas particulier du maillon en amont $(m-1)$, la borne minimale $B_{m-1}(\sigma^m)$ peut être calculée autrement. En effet, étant donnée que les lots de livraisons sont déjà connus pour les derniers n' produits, les dates désirées de ces produits sont également définies chez le client du maillon $(m-1)$. Il est alors possible de résoudre par la SEP le sous-problème (P') pour lequel seuls les derniers n' produits sont à considérer. L'évaluation de la solution trouvée est choisie comme borne minimale, que l'on note $bftc_{m-1}(n')$, pour le coût global pour ces produits.

Pour les $(n - n')$ produits restants, nous appliquons la proposition 2 pour avoir la borne minimale, notée $bft_{m-1}(n - n')$, du coût de transport et de stockage chez le fournisseur.

$$bft_{m-1}(n - n') = \min_{v=v_{min}}^{v_{max}} [C_f^{m-1}(n - n') + v \cdot \gamma_{m-1}] \quad (3.25)$$

avec :

$$v_{min} = \begin{cases} E[(n - n')/c_{m-1}] & \text{si } (n - n')/c_{m-1} \in \mathbb{N} \\ E[(n - n')/c_{m-1}] + 1 & \text{si } (n - n')/c_{m-1} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

$$v_{max} = (n - n')$$

$$C_f^{m-1}(n - n') = \left\lceil \frac{1}{2} \cdot \alpha_{m-1} \cdot (n - n') \cdot \left(\frac{(n - n')}{v} - 1 \right) \cdot (t_p^{m-1} + t_c^{m-1}) \right\rceil$$

La borne minimale $B_{m-1}(\sigma^m)$ du maillon $(m-1)$ peut alors être formulée par l'équation suivante :

$$B_{m-1}(\sigma^m) = bftc_{m-1}(n') + bft_{m-1}(n - n') \quad (3.26)$$

La somme des bornes minimales $B_i(\sigma^m)$ pour tous les maillons i en amont peut être calculée autrement. Cette borne sera composée de deux parties : une première borne, notée $B_{1,m-1}(n')$, qui représentera la somme des coûts globaux engendrés pour tous les

maillons en amonts pour les n' derniers produits, et une autre borne correspondant aux $(n - n')$ premiers produits.

Afin d'obtenir $B_{1,m-1}(n')$, nous traitons la chaîne logistique composée des $(m - 1)$ premiers maillons pour lesquels seuls les n' derniers produits sont à livrer. Les lots qui ont permis la livraison des n' produits pour le maillon m sont déterminés par la séquence σ^m . Les dates désirées de ces produits chez le client du maillon $(m - 1)$ peuvent alors être calculées. A partir de ces dates, il est possible de trouver la séquence optimale globale pour la livraison de ces n' produits tout au long des $(m - 1)$ premiers maillons. Pour cela, il suffit d'appliquer la SEP-G pour résoudre le sous-problème défini par les $(m - 1)$ premiers maillons et par les n' derniers produits. L'évaluation de cette séquence correspond alors à la borne $B_{1,m-1}(n')$.

Pour les $(n - n')$ produits restants, la borne minimale $bft_i(n - n')$ du coût de transport et du coût de stockage chez le fournisseur est calculée par la proposition 2 pour chacun des maillons i en amont.

$$\forall i \in [1, m - 1] \quad , \quad bft_i(n - n') = \min_{v=v_{min}}^{v_{max}} [C_f^i(n - n') + v \cdot \gamma_i] \quad (3.27)$$

avec :

$$\begin{aligned} v_{min} &= \begin{cases} E[(n - n')/c_i] & \text{si } (n - n')/c_i \in \mathbb{N} \\ E[(n - n')/c_i] + 1 & \text{si } (n - n')/c_i \notin \mathbb{N} \end{cases} \\ v_{max} &= (n - n') \\ C_f^{m-1}(n - n') &= \left[\frac{1}{2} \cdot \alpha_i \cdot (n - n') \cdot \left(\frac{(n - n')}{v} - 1 \right) \cdot (t_p^i + t_c^i) \right] \end{aligned}$$

La somme des bornes minimales pour tous les maillons en amont i est alors obtenue par l'expression :

$$\sum_{i=1}^{m-1} B_i(\sigma^m) = B_{1,m-1}(n') + \sum_{i=1}^{m-1} bft_i(n - n') \quad (3.28)$$

Afin d'évaluer les performances de la SEP-G développée, plusieurs tests que nous présentons dans la section suivante ont été effectués.

TAB. 3.3 – Résultats de l'exemple test

Maillon	Séquence	Dates déchargement	Attente client	Attente fournisseur	Coût total
1	$(1, 1, \dots, 1)$	399.5, 434.5, 469.5, 504.5, 539.5, 574.5, 609.5, 644.5, 679.5, 714.5, 749.5, 784.5, 819.5, 854.5, 889.5, 924.5, 959.5, 994.5, 1029.5, 1064.5	0	0	100
2	$(1, 1, \dots, 1)$	399.5, 434.5, 469.5, 504.5, 539.5, 574.5, 609.5, 644.5, 679.5, 714.5, 749.5, 784.5, 819.5, 854.5, 889.5, 924.5, 959.5, 994.5, 1029.5, 1064.5	5494	0	15494
3	$(2, 5, 5, 5, 3)$	967.0, 968.0, 994.0, 995.0, 996.0, 574.5, 609.5, 644.5, 679.5, 714.5, 749.5, 784.5, 819.5, 854.5, 889.5, 924.5, 959.5, 994.5, 1029.5, 1064.5	377	102	39990

3.6 Résultats expérimentaux

L'ensemble des tests est effectué avec un ordinateur possédant un microprocesseur Pentium IV de fréquence 2.66 G-Hz et une RAM de 512 Ko. Différents problèmes sont générés aléatoirement et résolus avec la SEP-G en choisissant à chaque fois une borne différente.

Nous commençons d'abord par donner un exemple d'application de la SEP-G sur un problème donné.

3.6.1 Application de la SEP-G sur un problème donné

Le problème test que nous avons considéré n'est autre que l'exemple donné précédemment, modélisé par la chaîne logistique à 3 maillons dont les paramètres sont donnés dans le tableau 3.1.

- Le nombre de séquences de lots pour le premier maillon est 463968.
- Le nombre de séquences de lots pour le deuxième maillon est 524240.
- Le nombre de séquences de lots pour le troisième maillon est 400096.

Le nombre de solutions complètes pour cet exemple est donc de 9.73×10^{16} .

Nous avons appliqué la SEP-G sur ce problème en considérant les différents calculs de bornes que nous avons décrit précédemment. La solution optimale trouvée et les dates désirées correspondantes à chaque maillon sont résumées dans le tableau 3.3.

Le coût global de la solution optimale est donc égal à 55584. Rappelons que les solutions obtenues respectivement par la succession des SEP et la succession des gloutons ont des évaluation respectivement égales à 67284 et à 64354. Le gains de la SEP-G par rapport à chacune des deux méthodes est donc égal respectivement à 17.38 % et 13.62%. Ceci montre que ces deux solutions peuvent être considérées comme de bonnes solutions qui peuvent être rapidement obtenues, à l'inverse de la solution optimale qui n'a été obtenue qu'après 2 jours d'exécution de la SEP-G.

3.6.2 Comparaison entre la SEP-G, la succession des SEP et la succession du glouton

Les temps d'exécution de la SEP-G dépendent fortement de la dimension du problème. Les tests que nous effectuons ici ont pour objectif d'illustrer l'influence du nombre de produits n et l'influence du nombre de maillons l de la chaîne sur les performances de la SEP-G. Pour cela, nous effectuons une comparaison entre la qualité de la solution obtenue par la SEP-G, et celles obtenues respectivement par l'application successive de la SEP et du Glouton sur chacun des maillons de la chaîne.

Afin d'évaluer l'influence du nombre de produits n , nous avons fixé le nombre de maillons à ($l = 3$) et nous avons fait varier n entre 10 et 20. Pour chaque valeur de n , nous avons généré aléatoirement 10 problèmes que nous avons résolu avec la SEP-G, la succession des SEP et la succession des gloutons.

Chaque donnée d du problème est tirée aléatoirement selon une distribution uniforme sur l'intervalle $[d_{min}, d_{max}]$. Les valeurs de d_{min} et d_{max} sont données dans le tableau 3.4 et correspondent aux valeurs minimales et maximales que peut prendre la donnée d . Notons que cette classe de problèmes est caractérisée par le fait que les durées et les coûts de transport sont prépondérants par rapport aux autres données du problème. Le choix de cette classe se justifie par le fait que la SEP-G est essentiellement basée sur la proposition 2 qui est utilisée à différents niveaux de la chaîne pour le calcul des bornes des maillons en amont. Nous rappelons que nous avons constaté lors du chapitre précédent, que cette dernière est plus efficace lorsque le transport est prépondérant, d'où notre choix de traiter cette classe particulière de problèmes.

Les gains minimums, moyens et maximums des 10 exécutions de la SEP-G pour chaque valeur de n comparativement aux autres méthodes ont été relevés dans le tableau 3.5. Si $z(\Sigma_{SEP-G}^*)$, $z(\Sigma_{SEP}^*)$ et $z(\Sigma_{Glout}^*)$ sont respectivement les évaluations des solutions obtenues par la SEP-G, la succession de la SEP et la succession du glouton, les gains de la

TAB. 3.4 – Intervalles de génération des problèmes tests

Donnée	Valeur minimale	Valeur maximale
Capacité de chargement	1	n
Durée de production	1	50
Durée de chargement	1	50
Durée de déchargement	1	50
Durée voyage	150	250
Coût unitaire fournisseur	5	50
Coût unitaire client	5	50
Coût unitaire transport	250	350
Dates désirées	10000	20000

TAB. 3.5 – Influence du nombre de produits n sur les performances de la SEP-G

n	Gain de la SEP-G/succession SEP			Gain de la SEP-G/succession glouton		
	Minimum	Moyen	Maximum	Minimum	Moyen	Maximum
10	0.0	4.65	25.22	0.0	9.267	44.51
12	0.0	9.54	37.30	0.0	9.61	37.3
14	0.0	2.71	12.17	0.0	3.56	12.96
15	0.0	14.38	45.92	0.0	14.50	40.14
16	0.0	6.94	46.02	0.0	2.84	19.99
18	0.12	11.85	29.62	0.0	10.00	29.62
20	0.0	6.93	15.35	0.0	4.175	14.5

SEP-G par rapport aux deux autres méthodes, notée $Gain_{SEP-G/SEP}$ et $Gain_{SEP-G/Glout}$ sont calculés par les expressions suivantes :

$$Gain_{SEP-G/SEP} = 100\% \frac{z(\Sigma_{SEP}^*) - z(\Sigma_{SEP-G}^*)}{z(\Sigma_{SEP}^*)}$$

$$Gain_{SEP-G/Glout} = 100\% \frac{z(\Sigma_{Glout}^*) - z(\Sigma_{SEP-G}^*)}{z(\Sigma_{Glout}^*)}$$

Le deuxième paramètre dont l'influence a été étudiée est le nombre l de maillons de la chaîne logistique. Nous avons fixé le nombre de produits à 10 et nous avons fait varier l entre 2 et 8. Pour chaque valeur de l , 10 problèmes différents ont été générés aléatoirement et résolus par la SEP-G. Les valeurs maximales et minimales des données de chaque problème sont les même que celles des tests précédents (voir tableau 3.4). Les gains minimums, moyens et maximums de la SEP-G par rapport aux deux autres méthodes pour chaque valeur de l sont regroupés dans le tableau 3.6.

TAB. 3.6 – Influence du nombre de maillons l sur les performances de la SEP-G

l	Gain de la SEP-G/succession SEP			Gain de la SEP-G/succession glouton		
	Minimum	Moyen	Maximum	Minimum	Moyen	Maximum
2	0.0	0.33	3.33	0.0	0.49	4.89
3	0.0	7.36	37.26	0.0	7.36	37.26
4	0.0	9.04	45.88	0.0	9.04	45.88
5	0.0	10.81	45.07	0.0	10.81	45.07
6	0.0	3.50	16.67	0.0	7.32	38.15
7	0.0	8.6	30.06	0.0	10.01	44.19
8	0.0	10.01	44.19	0.0	13.06	35.05

Ces résultats permettent de constater que pour plusieurs cas, la solution optimale du problème peut être très rapidement obtenue par l'application successive du glouton ou de la SEP sur chacun des maillons de la chaîne. Dans le cas où l'optimalité de la solution n'a pas été assurée, ces deux techniques permettent d'avoir en général une bonne solution dont la qualité est assez proche de la solution optimale. Par conséquent, les successions du glouton ou de la SEP peuvent être utilisées pour obtenir des solutions de qualité dans le cas où la SEP-G devient trop coûteuse en temps pour produire la solution optimale.

3.6.3 Comparaison entre les différentes possibilités de calcul de bornes

Afin d'illustrer l'influence des différents calculs de bornes du coût global d'une séquence partielle donnée sur le temps d'exécution de la SEP-G, les mêmes tests que précédemment ont été effectués en choisissant à chaque fois une possibilité de calcul différente :

- Dans un premier temps, le coût global du maillon courant est calculé en utilisant la SEP sur le sous problème composé des produits restants. La borne du coût des maillons en amont est calculée par l'application de la proposition 2. On note cette possibilité : SEP-G-SEP1 (voir figure 3.4).
- La deuxième possibilité de calcul consiste à calculer la borne du maillon courant en deux étapes : les coûts de transport et de stockage chez le fournisseur sont estimés par la proposition 2, et le coût de stockage chez le client est estimé en résolvant le sous problème avec les produits restants, tout en considérant les coûts de transport et de stockage chez le fournisseur nuls. On note cette possibilité SEP-G-ffc (voir figure 3.5).

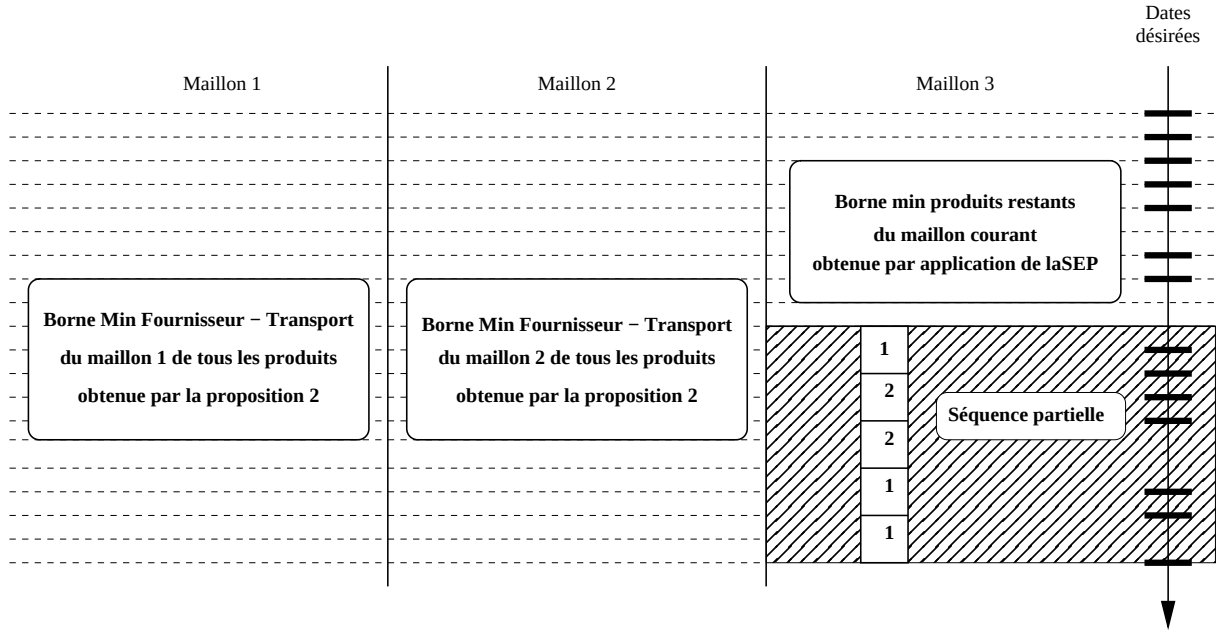


FIG. 3.4 – Première possibilité de calcul de bornes pour une séquence partielle donnée

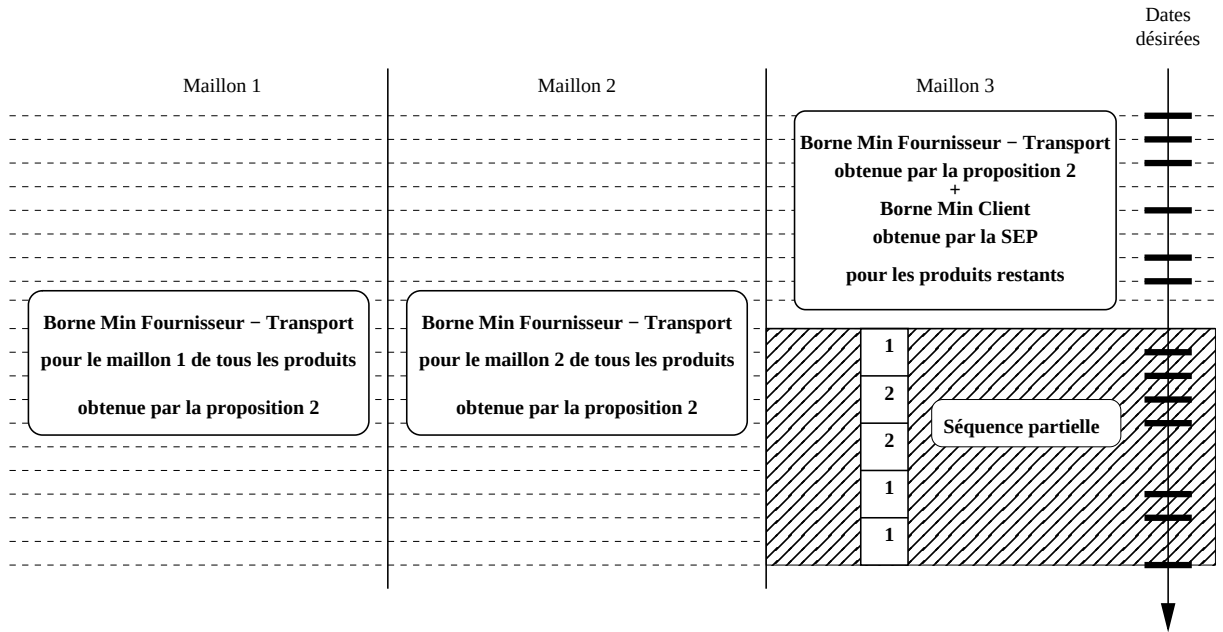


FIG. 3.5 – Deuxième possibilité de calcul de bornes pour une séquence partielle donnée

- Enfin, la borne minimale du maillon courant est calculée de la même manière que celle de la possibilité précédente. Nous utilisons la proposition 2 pour calculer la borne minimale des coûts de transport et de stockage chez le fournisseur de tous les maillons i en amont tel que $i = 1, \dots, m - 2$. Pour le maillon $m - 1$, on

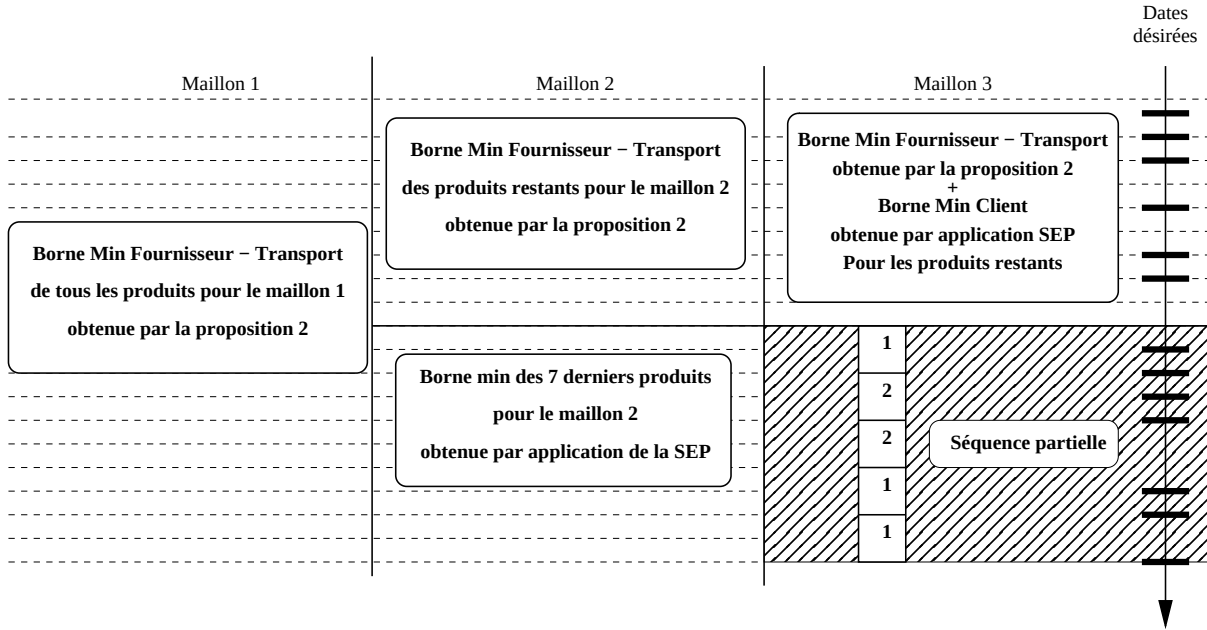


FIG. 3.6 – Troisième possibilité de calcul de bornes pour une séquence partielle donnée

applique la SEP pour calculer le coût global des derniers produits, et on applique la proposition 2 pour estimer le coût de transport et le coût de stockage chez fournisseur pour les produits restants. On note cette possibilité SEP-G-SEP2 (voir figure 3.6).

10 problèmes différents ont été générés et résolus par la SEP-G avec ces trois possibilités de calculs pour chaque valeurs de n ($n = 10, \dots, 18$), puis pour chaque valeur de l ($l = 2, \dots, 8$). Les temps minimums, moyens et maximums des 10 exécutions pour chaque SEP-G sont donnés respectivement dans les tableaux 3.7 et 3.8.

Les temps d'exécution de la SEP-G sont assez similaires pour des petites instances pour les trois possibilités de calcul de bornes et augmentent d'une manière significative lorsque la dimension du problème devient importante. Étant donné que les coûts de transport sont les plus importants, l'estimation du coûts de stockage chez le client ne permet pas d'améliorer sensiblement la borne d'une séquence partielle donnée. L'utilisation de la SEP sur un maillon induit donc un temps de calcul supplémentaire sans pour autant augmenter considérablement la borne de cette séquence partielle.

Par contre, lorsque la dimension du problème devient importante, nous constatons que la SEP-G-ftc devient plus lente comparativement aux deux autres méthodes. L'application de la SEP à différents niveaux permet donc d'augmenter la valeur de la borne minimale des séquences partielles. Par conséquent, les branches qui aboutiront inévitable-

TAB. 3.7 – Influence du nombre de produits n sur les temps d'exécution de la SEP-G

n	SEP-G-ftc			SEP-G-SEP1		
	Tempsmin	Temps Moy	Temps Max	Tempsmin	Temps Moy	Temps Max
10	17sec 594ms	18sec 864ms	19sec 844ms	18sec 78ms	18sec 864ms	19sec 891ms
12	20sec 797ms	21sec 693ms	23sec 188ms	20sec 781ms	21sec 979ms	23sec 421ms
14	25sec 109ms	40sec 276ms	2min 16sec	25sec 31ms	45sec 281ms	2min 17sec
16	32sec 609ms	5min 25sec	17min 1sec	31sec 953ms	2min 54sec	8min 43sec
18	1mn 17sec	3h 6sec	14h 28sec	31sec 406ms	53mn 43sec	3h 13mn

n	SEP-G-SEP2		
	Tempsmin	Temps Moy	Temps Max
10	18sec 219ms	18sec 892ms	19sec 609ms
12	20sec 734ms	21sec	967ms
14	25sec 125ms	45sec 445ms	2min 18sec
16	31sec 437ms	2min 42ms	9min 20sec
18	30sec 579ms	43mn 39sec	3h 19mn

ment vers de mauvaises solutions sont coupées plus rapidement.

Il est important de signaler que les temps d'exécution minimums et maximums pour chaque valeur de n et l ne sont pas forcément obtenus pour le même problème. En effet, une analyse plus profonde nous a permis de constater qu'en fonction des paramètres du problème traité, en particuliers les dates dues des produits, le choix d'une méthode était plus judicieux par rapport aux choix d'une autre. Pour un problème de 18 produits et 3 maillons par exemple, les gains en temps de calcul de la SEP-G-SEP1 par rapport à la SEP-ftc et la SEP-G-SEP2 étaient respectivement de l'ordre de 18,91% et 51%. Pour la même dimension ($n = 18$ et $l = 3$), c'est la SEP-G-SEP2 qui était la plus performante puisque les gains par rapport à SEP-G-ftc et SEP-G-SEP1 sont respectivement égaux à 76,84% et 49,96%. Un test des deux possibilités devient donc nécessaire .

Nous avons également combiné entre ces deux méthodes en proposant d'appliquer la SEP pour calculer la borne minimale du maillon courant et celle des produit déjà transportés pour le maillon en amont. Les résultats expérimentaux effectués n'ont pas amélioré d'avantage les performances de la SEP-G. De même, l'application d'une SEP-G "récursive" pour calculer la borne minimale des maillons en amont était très lourde en temps d'exécution.

TAB. 3.8 – Influence du nombre de maillons l sur les temps d'exécution de la SEP-G

l	SEP-G-ftc			SEP-G-SEP1		
	Tempsmin	Temps Moy	Temps Max	Tempsmin	Temps Moy	Temps Max
2	12sec 844	13sec 185ms	13sec 609ms	12sec 688ms	13sec 322ms	15sec 297ms
4	27sec 15ms	32sec 270ms	52sec 110ms	27sec 187ms	32sec 934ms	53sec 406ms
6	33sec 94ms	19min 52sec	3h 18min	32sec 766ms	19min 53sec	3h 10min
8	43sec 516ms	2h 19min	> 12h	41sec 687ms	2h 21min	> 12h

n	SEP-G-SEP2		
	Tempsmin	Temps Moy	Temps Max
2	12sec 812ms	13sec 181ms	13sec 813ms
4	27sec 187ms	32sec 929ms	53sec 500ms
6	33sec 47ms	20min 13sec	2h 59min
8	43sec 31ms	2h 22mn	> 12h

3.7 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous nous sommes intéressés à une chaîne logistique linéaire composée de plusieurs centres de production organisés en cascade. Cette chaîne a été considérée comme une succession de maillons logistiques pour lesquels nous avons pu généraliser les résultats obtenus au chapitre précédent.

L'application successive de la SEP sur chacun des maillons de la chaîne permet d'avoir une bonne solution en un temps réduit. Son évaluation peut être utilisée comme borne minimale du coût de la solution optimale. Nous avons également utilisé la SEP et ses propriétés à différents niveaux de la chaîne pour établir une borne minimale du coût global induit à partir d'une séquence partielle donnée.

Grâce à ces deux résultats, nous avons pu établir une procédure efficace de Séparation Évaluation Progressive Globale (SEP-G) qui permet de trouver la solution optimale de problèmes de moyenne taille. Les résultats expérimentaux ont montré que la SEP-G est particulièrement efficace lorsque les coûts et les durées de transport entre chaque deux sites sont prépondérants par rapport aux autres données du problème. Pour les autres classes de problème, la SEP-G est jugée moins performante et les temps de calcul sont assez importants. Néanmoins, un compromis entre la qualité de la solution et le temps de calcul peut être obtenu par l'application successive de la SEP ou du glouton sur chacun des maillons de la chaîne.

Cependant, le problème traité étant un problème combinatoire, il est évident que plus la taille du problème augmente, plus les méthodes exactes, en particulier celles se basant

sur l'exploration de l'espace de recherche, vont devenir lourdes et peu performantes. Ainsi, nous présentons dans le chapitre suivant un algorithme génétique qui permet de traiter, en des temps assez réduits, différentes classes de problème pour lesquelles, la SEP-G est moins performante.

Chapitre 4

Optimisation de la chaîne linéaire par un algorithme génétique

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une méthode d'optimisation exacte à base d'une procédure de Séparation Évaluation Progressive générale (SEP-G) dont l'objectif est d'optimiser le coût global de l'ensemble de la chaîne logistique linéaire. Même si cette procédure garantissait l'exactitude de la solution retenue, les résultats expérimentaux ont démontré que cette procédure était peu efficace lorsque la taille du problème à traiter est importante. Les techniques d'exploration et de coupe de l'espace de recherche ont malheureusement montré leurs limites face à certaines classes de problème, ce qui a engendré des temps d'exécution assez importants.

Au cours de ce chapitre, nous proposons de compléter notre travail par une approche d'optimisation approchée dont l'objectif est de pouvoir traiter des problèmes de taille importante. L'approche proposée est une métaheuristique à base d'algorithme génétique qui permet d'assurer un bon compromis entre la qualité de la solution et le temps de calcul.

Ce chapitre est organisé comme suit : Tout d'abord, nous présentons le principe général des algorithmes génétiques et les différents opérateurs qui le forment. Nous enchaînons par la suite en présentant la mise en oeuvre de ces opérateurs afin d'aboutir à une bonne solution du problème étudié. Des résultats expérimentaux ont été effectués pour illustrer l'efficacité de l'algorithme génétique développé. Une comparaison avec les résultats du chapitre précédent est également présentée. Enfin, nous terminons ce chapitre

par une conclusion.

4.2 Généralités sur les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques appartiennent à la classe des algorithmes évolutionnaires qui eux même sont une branche des métaheuristiques à base de population, tout comme les méthodes à base de colonies de fourmis et les méthodes d'optimisation par essaim de particules. Toutes ces métaheuristiques ont comme point commun le fait qu'elles sont toutes inspirées de phénomènes biologiques.

Au milieu du *XIX*^e siècle, Darwin publia son livre, intitulé *L'origine des espèces au moyen de la sélection naturelle ou la lutte pour l'existence dans la nature*. Il constata que l'évolution des différentes espèces vivantes se basait sur deux critères importants : la sélection et la reproduction. La sélection permet de perpétuer les caractéristiques des individus les plus robustes, tandis que la reproduction assure l'évolution de l'espèce.

En 1975, John Holland et son équipe proposèrent le premier modèle formel des algorithmes génétiques canonique (*the canonical genetic algorithm* (AGC)) en publiant le livre intitulé *Adaptation in Natural and Artificial Systems* [41]. Ce modèle servira de base aux recherches ultérieures.

La vulgarisation des algorithmes génétiques a été effectuée par la publication du livre de Goldberg en 1989 [34], [35]. En effet, depuis les années 90, leur champ d'application devient très vaste. A l'instar de toutes les métaheuristiques, les algorithmes génétiques ont la particularité d'être des méthodes génériques qui sont utilisés dans l'optimisation de fonctions, en finances, en théorie du contrôle optimal, ou encore en théorie de jeux répétés et différentiels [10].

4.2.1 Principe des algorithmes génétiques

Indépendamment du problème traité, les algorithmes génétiques partagent sept principes fondamentaux, à savoir :

- Un principe de codage des individus de la population : Cette étape associe à chacun des points de l'espace d'état une structure de données. Elle se place généralement après une phase de modélisation mathématique du problème traité. La qualité du codage des données conditionne le succès de l'algorithme génétique. A l'origine, le codage binaire a été très utilisé. Les codages réels sont désormais plus largement utilisés, notamment pour l'optimisation de problèmes à variables réelles.

- Un mécanisme de génération de la population initiale. Ce mécanisme doit être capable de produire une population d'individus non homogène qui servira de base pour les générations futures. Le choix de la population initiale est important car il peut rendre plus ou moins rapide la convergence vers l'optimum global. Dans le cas où l'on ne connaîtrait rien du problème à résoudre, il est essentiel que la population initiale soit répartie sur tout le domaine de recherche.
- Évaluation de chacune des solutions de la population initiale par une fonction généralement appelée "fitness". Cette dernière a pour objectif d'établir une hiérarchie entre les solutions. Une des propriétés intéressante des algorithmes génétiques est qu'ils utilisent seulement les valeurs de cette fonction d'évaluation et pas de dérivées ou d'autres connaissances auxiliaires.
- Définition du mécanisme de sélection des solutions pour un éventuel couplage. Plusieurs techniques ont été développées allant d'une sélection aléatoire à une sélection favorisant les meilleurs individus de la population.
- Évolution de la population initiale par des opérateurs de croisement, de mutation et éventuellement de diversification. En effet, l'opérateur de croisement recompose les gènes d'individus existant dans la population, alors que l'opérateur de mutation a pour but de garantir l'exploration de l'espace de recherche en introduisant des nouveaux individus.
- Sélection des individus de la nouvelle population.
- Définitions des paramètres de l'algorithme : taille de la population, nombre total de générations ou critère d'arrêt, probabilités d'application des opérateurs de croisement et de mutation, etc.

La figure 4.1 illustre l'organigramme général d'un algorithme génétique.

4.2.2 Codage des variables du problème

La première étape d'un AG est de définir et de coder convenablement les variables du problème à traiter. En effet, le choix du codage dépend de la spécificité du problème et conditionne fortement l'efficacité de l'algorithme.

Historiquement, le codage utilisé par les algorithmes génétiques était représenté sous forme de chaînes de bits contenant toute l'information nécessaire à la description d'une solution du problème posé. Ce type de codage a pour intérêt de permettre de créer des opérateurs simples de croisement et de mutation. C'est également en utilisant ce type de codage que les premiers résultats de convergence théorique ont été obtenus.

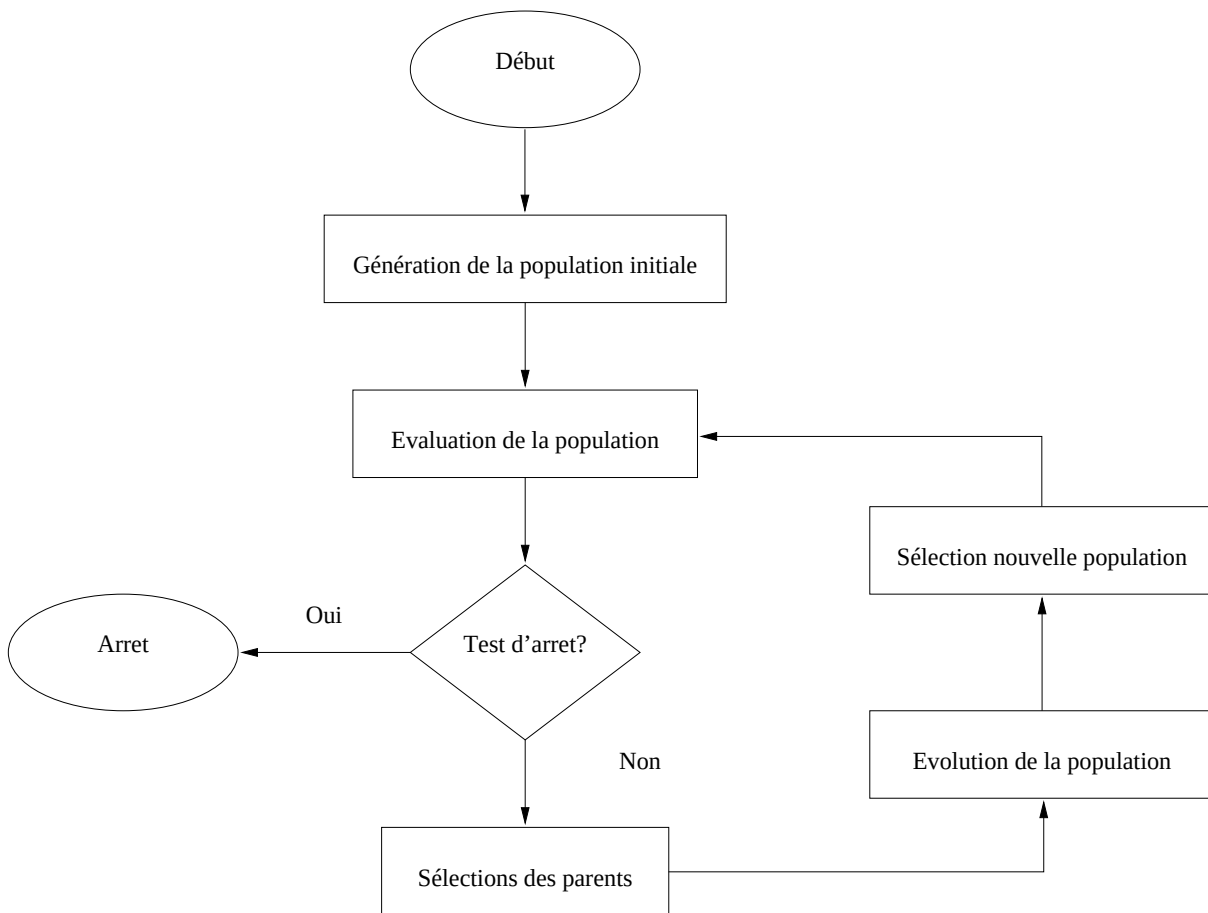


FIG. 4.1 – Organigramme d'un algorithme génétique

Cependant, le codage binaire n'est pas toujours bon pour des problèmes d'optimisation dans des espaces de recherche de très grande taille. Les algorithmes génétiques utilisant des vecteurs réels évitent ce problème en conservant les variables du problème dans le codage de l'élément de population sans passer par le codage binaire intermédiaire. Des codages alphanumériques ont également été utilisés.

4.2.3 Génération de la population initiale

Le choix de la population initiale d'individus conditionne également fortement la rapidité de l'algorithme. Une connaissance de solutions de bonne qualité comme point d'initialisation permettrait à l'algorithme de converger plus rapidement vers l'optimum ou du moins s'y rapprocher. Les individus sont alors générés dans un sous-domaine particulier proche de ces solutions de départ.

Si par contre la position de l'optimum dans l'espace de recherche est totalement

inconnue, il est naturel de générer aléatoirement des individus en faisant des tirages uniformes dans chacun des domaines associés aux composantes de l'espace de recherche, tout en veillant à ce que les individus produits respectent les contraintes.

Dans l'hypothèse où la gestion des contraintes ne peut se faire directement, les contraintes sont généralement incluses dans le critère à optimiser sous forme de pénalités. Les individus de la population sont générés, lorsque c'est possible, de telle façon à respecter les contraintes du problème.

4.2.4 Évaluation de la population

L'évaluation de chaque individu permet d'établir une hiérarchie au sein de la population. Elle détermine donc son aptitude à être sélectionné pour un croisement et à être gardé pour la génération suivante. Il faudra définir pour l'ensemble des générations une fonction d'évaluation appelée généralement fitness. Cette fonction doit être capable d'interpréter les données contenues dans un chromosome et de décider si la solution résultante est optimale ou pas. Un élément de population dont les gènes ne forment pas une bonne solution se verra attribuer une mauvaise fitness et aura une probabilité forte d'être éliminé par le processus de sélection.

Il peut cependant être intéressant de conserver, tout en les pénalisant, les éléments de mauvaise fitness, car ils peuvent permettre de générer des éléments admissibles de bonne qualité. Gérer les contraintes en pénalisant la fonction fitness est difficile, un dosage s'impose pour ne pas favoriser la recherche de solutions admissibles au détriment de la recherche de l'optimum ou inversement. Disposant d'une population d'individus non homogène, la diversité de la population doit être entretenue au cours des générations afin de parcourir le plus largement possible l'espace d'état. C'est le rôle des opérateurs de croisement et de mutation.

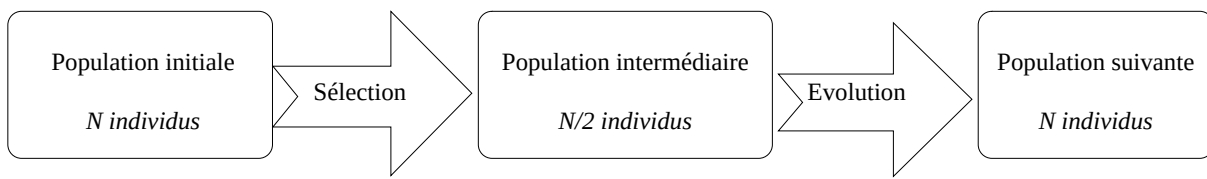
4.2.5 Mécanisme de sélection

Une fois la population initiale créée et évaluée, il faut sélectionner les individus qui participeront à la création d'une nouvelle génération. Dans la littérature, nous avons rencontré deux styles différents de travaux :

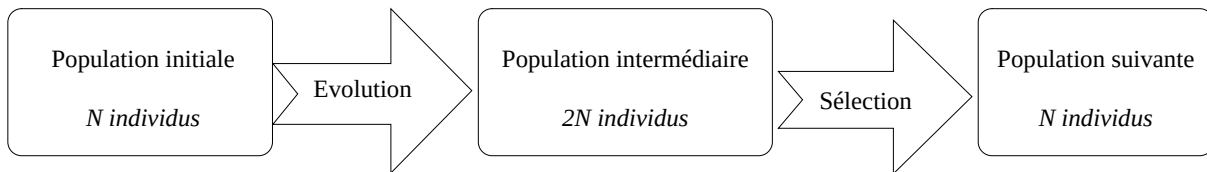
- Dans le premier, une population intermédiaire de $(N/2)$ individus est sélectionnée parmi les N individus de la population initiale. Ces individus, appelés parents, forment une population intermédiaire sur laquelle est appliquée les opérateurs de

croisement et de mutation afin de donner naissance à $N/2$ nouveaux individus appelés enfants. L'ensemble des parents et des enfants forme alors une population de N individus considéré comme la génération suivante (voir figure 4.2.a).

- La deuxième technique consiste à permuter entre les phases de sélection et d'évolution. En effet, les N individus de la population initiale donnent naissance à une population de N enfants qui sont concaténés directement dans la population. Une sélection est alors appliquée afin de revenir au nombre initial N individus (voir figure 4.2.b).



(a) : Sélection puis évolution.



(b) : Evolution puis sélection.

FIG. 4.2 – Mécanismes de sélection des individus

Dans un cas ou dans un autre, les individus peuvent être sélectionnés au moyen de plusieurs techniques que la littérature peut fournir :

4.2.5.1 Sélection aléatoire

La sélection la plus évidente et la plus simple à mettre en oeuvre est la sélection aléatoire des individus, indépendamment de leur évaluation. Si N est la taille de la population, chaque individu aura alors une probabilité de sélection uniforme égale à $(1/N)$. Les résultats expérimentaux ont montré que l'utilisation d'une telle sélection conduisait à une convergence assez lente de l'algorithme [10].

4.2.5.2 Sélection par tournois

L'avantage de cette sélection, par rapport à la sélection aléatoire, est quelle augmente les chances des individus de mauvaise qualité de participer à l'évolution de la population. D'une manière générale, M individus sont pris au hasard parmi les N individus de la population. Ces M individus sont comparés entre eux et seul le meilleur individu est considéré comme vainqueur du tournoi.

Cette étape est répétée jusqu'à ce que la génération intermédiaire soit complétée. Il est tout à fait possible que certains individus participent à plusieurs tournois. S'ils gagnent plusieurs fois, ils auront donc le droit d'être copiés plusieurs fois dans la génération intermédiaire, ce qui favorisera la pérennité de leurs gènes.

Le paramètre M est fixé a priori par l'utilisateur et joue un rôle important dans l'algorithme. En effet, si $M = N$, l'algorithme génétique est réduit à un algorithme de recherche locale travaillant sur une seule solution. L'inconvénient est de converger parfois, rapidement vers un optimum local. Si au contraire, $M = 1$, la sélection devient alors une sélection aléatoire.

4.2.5.3 N/2-élitisme

Dans la sélection N/2-élitisme les individus sont tirés selon leur fonction de fitness. Seule la moitié supérieure de la population, correspondant aux meilleurs chromosomes, est sélectionnée.

4.2.5.4 Sélection par rang

La sélection par rang consiste à attribuer un rang dans la population à chaque individu en fonction de son évaluation. Pour un problème de maximisation par exemple, les individus sont classés selon un ordre croissant de la valeur de la fonction objectif. Le plus mauvais individu aura le rang un, et le meilleur individu aura le rang le plus élevé. Des probabilités de sélection $P(i)$ sont alors calculées pour chaque individu i en fonction de du rang selon la formule suivante :

$$P(i) = \frac{Rang_i}{\sum_{j \in population} Rang_j}$$

4.2.5.5 Sélection par roulette

La méthode la plus courante et la plus utilisée est celle initiée par Holland lui-même en 1975 : "la sélection par roulette" (wheel), qui est une méthode de sélection proportionnelle au niveau de fitness des individus. La probabilité de sélection de chaque individu i est égale à son fitness f_i divisée par la somme des fitness de la population.

$$P(i) = \frac{f_i}{\sum_{j \in \text{population}} f_j}$$

D'autres méthodes de sélection existent mais sont très peu utilisées, telles le "sigma scaling" et la sélection à la Boltzman.

4.2.6 Opérateurs de croisement

Le croisement a pour objectif d'enrichir la diversité de la population en introduisant de nouvelles solutions obtenues par combinaisons des solutions parents. Classiquement, un croisement est envisagé, avec une certaine probabilité communément appelée probabilité de croisement, sur deux parents et engendre deux enfants.

Initialement, le croisement associé au codage par chaînes de gènes est le croisement à découpage de chromosomes (slicing crossover). Pour effectuer ce type de croisement sur des chromosomes constitués de plusieurs gènes, on tire aléatoirement une position dans chacun des parents $P1$ et $P2$. On échange ensuite les deux sous-chaînes terminales de chacun des deux parents, ce qui produit deux enfants $C1$ et $C2$. Ce croisement est aussi appelé croisement en un point (figure 4.3.a). On peut étendre ce principe en découpant les chromosomes non pas en 2 sous-chaînes mais en 3, 4, etc (figure 4.3.b).

4.2.7 Opérateurs de mutation

L'objectif majeur d'un opérateur de croisement est d'apporter à l'algorithme génétique l'aléa nécessaire pour une exploration efficace de l'espace de recherche. Sa mise en oeuvre doit permettre à l'algorithme d'atteindre la plupart des sous-espaces de solution réalisables. En effet, la mutation joue le rôle d'un bruit et empêche l'évolution de se figer. Elle permet donc d'assurer une recherche complète aussi bien globale que locale de l'espace des solutions.

Les propriétés de convergence d'un algorithme génétique sont fortement dépendantes de l'opérateur de mutation. En effet, dans [17], Cerf prouve qu'un algorithme génétique

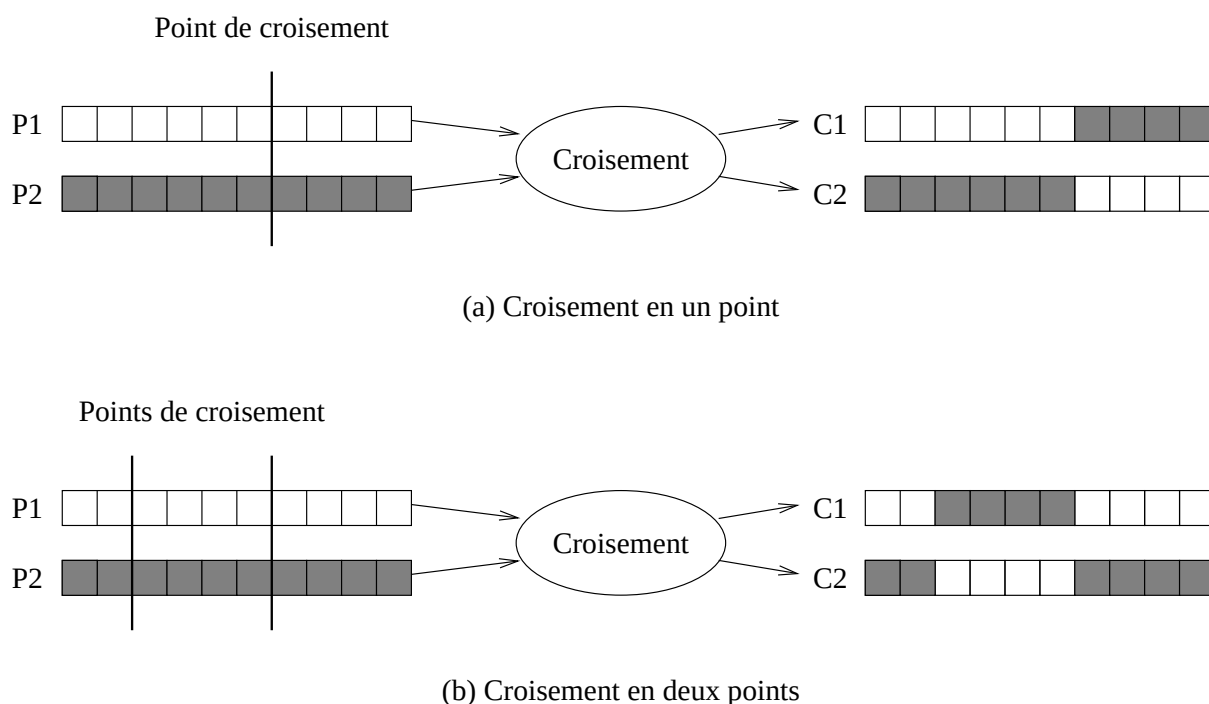


FIG. 4.3 – Croisement de deux parents

peut converger vers une bonne solution sans croisement, rien qu'en utilisant un opérateur de mutation.

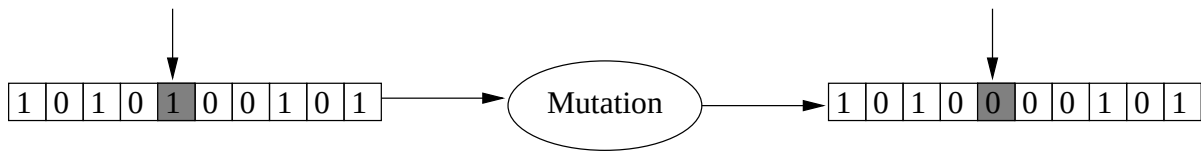
L'opérateur de mutation est utilisé avec une probabilité, appelée probabilité de mutation, généralement choisie faible. Initialement, si le codage utilisé des solutions est un codage binaire, la mutation consiste à sélectionner aléatoirement un gène de l'enfant obtenu après croisement, et à le remplacer par son complément (voir figure 4.18.a). Ceci permet d'avoir des nouveaux gènes, donc des nouvelles caractéristiques, qui n'appartiennent à aucun des deux parents.

Si l'algorithme génétique est à base d'un codage réel, la mutation sur un enfant peut se faire en permutant deux gènes tirés aléatoirement (voir figure 4.18.b).

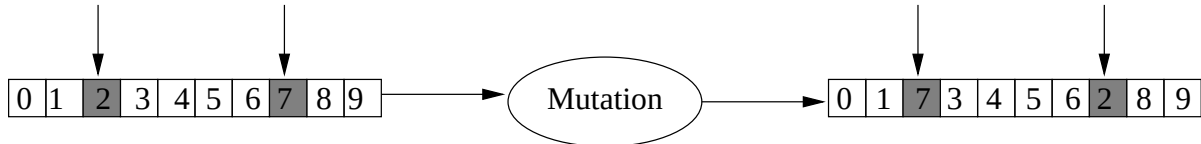
4.2.8 Dimensionnement des paramètres de l'algorithme génétique

La difficulté majeure des algorithmes génétiques ne réside pas dans la mise en oeuvre de l'algorithme lui même, mais plutôt, dans le choix des valeurs adéquates des différents paramètres de ce dernier.

Le réglage de ce paramètre est une question très délicate qui diffère d'un problème à un autre. Cette étape constitue une part très importante du travail de l'utilisateur qui



(a) : Mutation binaire



(b) : Mutation par permutation

FIG. 4.4 – Mutation d'un enfant

doit les adapter à la nature du problème posé et de la fonction fitness à optimiser. Dans la pratique, les paramètres d'un algorithme génétique sont réglés approximativement par tâtonnement jusqu'à trouver une solution assez acceptable. La comparaison avec une autre méthode d'optimisation permettra de s'assurer du bon déroulement de l'algorithme.

Prenons par exemple la taille de la population : cette dernière agit fortement sur la rapidité de convergence de l'algorithme à trouver une bonne solution. En effet, une population trop petite évoluera probablement vers un optimum local qui risque d'être peu intéressant. Une population trop grande rendra le temps de calcul trop excessif.

De même, le test d'arrêt est déterminant dans un algorithme génétique du fait qu'il joue le rôle d'un outil d'évaluation de la qualité la solution retenue.

Les critères d'arrêts peuvent être de deux natures :

- Arrêt après un nombre fixé a priori de générations. Ce nombre doit être raisonnable et doit être choisi de telle façon à réaliser un bon compromis entre temps de calcul et la qualité de la solution trouvée.
- Arrêt dès que la population cesse d'évoluer ou n'évolue plus suffisamment. La population devient alors homogène, en espérant qu'elle se situe à proximité de l'optimum.

Nous avons au court de cette section établi les principes de base qui sont essentiels à la compréhension des algorithmes génétiques. Des variantes ont été proposées dans la littérature afin de les adapter à différents problèmes combinatoires. En effet, pour chacun

des opérateurs de codage, de sélection, de croisement et de mutation, plusieurs possibilités peuvent être envisageables.

Dans le cas de la chaîne logistique linéaire, nous avons pu mettre en oeuvre un algorithme génétique afin de pouvoir traiter les problèmes de grandes instances dont le temps d'exécution de la SEP-G développée au chapitre précédent est excessif.

Les différentes phases de l'algorithme génétique développé sont décrites dans la section suivante.

4.3 Application de l'algorithme génétique sur la chaîne linéaire

Le système étudié au cours de ce chapitre est la même chaîne logistique linéaire décrite dans le chapitre précédent. Les définitions et les notations déjà utilisées restent également valables au cours de ce chapitre. Les nouvelles notations concernant les paramètres de l'algorithme génétique seront introduites au fur et à mesure tout au long de la description de l'algorithme.

Nous commenceront cette section par donner directement le codage choisi pour les solutions.

4.3.1 Codage des solutions

La représentation des solutions doit être de préférence complète, c'est à dire que toutes les solutions possibles du problème doivent pouvoir être codées à l'aide de cette représentation. Il est évident, que si une solution ne peut être représentée, l'algorithme ne pourra jamais la trouver.

Comme nous l'avons vu précédemment, les solutions du problème traité sont constituées chacune de plusieurs séquences de chargement nécessaires pour transporter les n produits d'un site à une autre. Chaque séquence est composée d'un ensemble de lots qui donne directement le nombre de produits livrés dans le voyage qu'il représente. Nous avons donc adopté ce codage réel pour les solutions qui permet de garantir que toutes les solutions admissibles du problème peuvent être représentées et atteintes par l'algorithme. La figure 4.5 donne un exemple d'un individu pour un problème où $n = 10$, $l = 3$, $c_1 = 5$, $c_2 = 3$ et $c_3 = 6$.

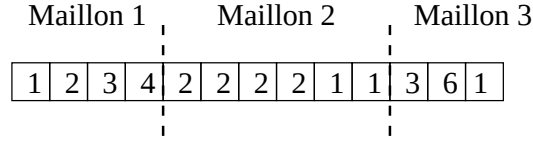


FIG. 4.5 – Codage des solutions

4.3.2 Génération des individus de la population initiale

Il s'agit de créer un ensemble de solutions admissibles qui forment la population initiale. Les applications successive de la SEP et du glouton permettent d'obtenir des séquences de chargement de bonne qualité. Leur présence au sein de la population initiale permettra certainement de meilleures performances de l'algorithme. Toute fois, pour des instances de grandes tailles, nous éviterons d'introduire la solution obtenue par application successive de la SEP afin de ne pas trop ralentir l'algorithme.

Les autres individus de la population initiale sont quant à eux créés d'une manière aléatoire. Lors de la génération des séquences de chargement, seule la contrainte de capacité de chargement des transporteurs alloués à chaque maillon est à respecter. Les autres contraintes liées aux durées de chargement, de déchargement, de traitement, et de voyage entre deux sites sont prises directement dans la fonction d'évaluation.

Pour chaque individu, le choix des différents gènes se fait d'une manière aléatoire. En effet, la valeur d'un gène σ_k^m est tirée selon une distribution uniforme sur l'intervalle compris entre 1 et la valeur minimale entre le nombre de produits non livrés et la capacité de chargement c_m du transporteur alloué à ce maillon.

$$\sigma_k^m \in [1, \min(c_m, n - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j^m)] \quad (4.1)$$

Une génération aléatoire des individus permet ainsi une distribution uniforme des solutions à travers l'espace de recherche et donc une meilleure diversification de la population initiale.

4.3.3 Fonction d'évaluation

La fonction d'évaluation d'un individu Σ de la population, que l'on note $f(\Sigma)$, n'est autre que le coût global de la chaîne linéaire calculé pour la séquence considérée. Une fois que les dates de fin de production $w_i^m(\Sigma)$, les dates de chargement $x_i^m(\Sigma)$, les dates de

chargement $y_i^m(\Sigma)$ et les dates désirées $yd_i^m(\Sigma)$ de chaque produit i pour chaque maillon m sont formulées, l'évaluation de l'individu est calculée par l'équation suivante :

$$f(\Sigma) = \sum_{m=1}^l \left[\left[\alpha_m \cdot \sum_{i=1}^n (x_i^m(\Sigma) - w_i^m(\Sigma)) \right] + [\sigma_m \cdot K_{\sigma^m}] + \left[\beta_m \cdot \sum_{i=1}^n (yd_i^m(\Sigma) - y_i^m(\Sigma)) \right] \right] \quad (4.2)$$

Ainsi, chaque individu aura une évaluation unique qui sera déterminante dans la phase de sélection.

4.3.4 Sélection des parents

Comme nous l'avons présenté précédemment, deux stratégies d'évolution différentes peuvent être adoptées :

- Sélectionner la moitié des individus de la population initiale en tant que parents, puis faire l'évolution en ajoutant les enfants obtenues à ces parents sélectionnés.
- Ajouter les enfants obtenues après évolution directement à la population initiale, puis faire une sélection parmi les parents et les enfants pour revenir à la taille initiale de la population.

C'est cette dernière stratégie que nous avons adopté pour notre algorithme. Les enfants générés par les opérateurs de croisement et de mutations sont ajoutés à la population des parents. Une fois la taille de la population doublée, une sélection parmi l'ensemble des parents et des enfants est appliquée afin de revenir à la taille initiale de la population.

Nous avons dans un premier temps opté pour une sélection par élitisme. Les tests expérimentaux se sont avérés très vite décevants et donnent une solution peu intéressante. En effet, au bout de seulement quelques générations, la population devient homogène et l'algorithme stagne. Cette sélection a été alors remplacée par une sélection par roulette.

Cette sélection permet d'octroyer aux individus ayant une bonne évaluation, plus de chance d'être sélectionnés que ceux ayant une moins bonne évaluation. Une probabilité de sélection, notée $P_s(\Sigma)$, est attribuée à chaque individu (Σ) et peut être calculée par l'équation suivante.

$$P_s(\Sigma) = \frac{f_{max} - f(\Sigma)}{f_{max} - f_{min}} \cdot 100\% \quad (4.3)$$

Avec :

f_{min} : l'évaluation du meilleur individu de la population.

f_{max} : l'évaluation du plus mauvais individu de la population.

Grâce à cette expression, on a la certitude que le meilleur individu de la population, donc celui dont l'évaluation est égale à f_{min} , est toujours sélectionné puisque sa probabilité de sélection est de 100%. Par contre le plus mauvais individu de la population est automatiquement éjecté de la génération suivante. Les résultats expérimentaux n'ont pas montré l'influence de garder ou de ne pas garder cet individu sur la qualité de la solution. Nous avons décidé alors de le supprimer.

Une fois les probabilités de sélection de tous les individus de la population calculées, la sélection d'un parent se fait alors comme suit :

- On calcule S_1 , la somme des probabilités de sélection pour l'ensemble de la population.

$$S_1 = \sum_{i=1}^N P_s(i)$$

- On tire un nombre aléatoire, notée r selon une distribution uniforme sur l'intervalle $[0, S_1]$.
- On calcule une somme S_2 des probabilités de sélection en s'arrêtant dès que cette somme dépasse r .
- Le dernier individu dont la probabilité de sélection vient d'être ajoutée est sélectionné pour jouer le rôle du parent.

Une fois le premier parent sélectionné, on réitère l'opération pour sélectionner un deuxième parent, tout en s'assurant qu'il est différent du premier. L'application des opérateurs de croisement permet alors de générer des nouvelles solutions à partir de ces deux parents.

4.3.5 Opérateurs de croisement

Vu la structure des solutions du problème, plusieurs opérateurs de croisement peuvent être envisagés. En effet, de nouvelles solutions peuvent être générées par croisement entre séquences de chargement d'un même maillon, ou entre des séquences de chargement de maillons différents. De même, les parties à permuter peuvent être soit des séquences de chargement ou juste des séquences partielles. Ces différents opérateurs de croisement sont

décrits ci-dessous.

4.3.5.1 Croisement de séquences de chargement pour un même maillon

Ce croisement consiste à sélectionner aléatoirement un maillon de la chaîne logistique selon une distribution uniforme sur l'intervalle $[1, l]$. Le croisement se fait en intervertissant les séquences de chargement du maillon entre les deux parents (figure 4.6).

Les deux séquences obtenues ont l'avantage d'être des solutions admissibles au problème vu que la capacité de chargement du transporteur est la même pour les deux séquences.

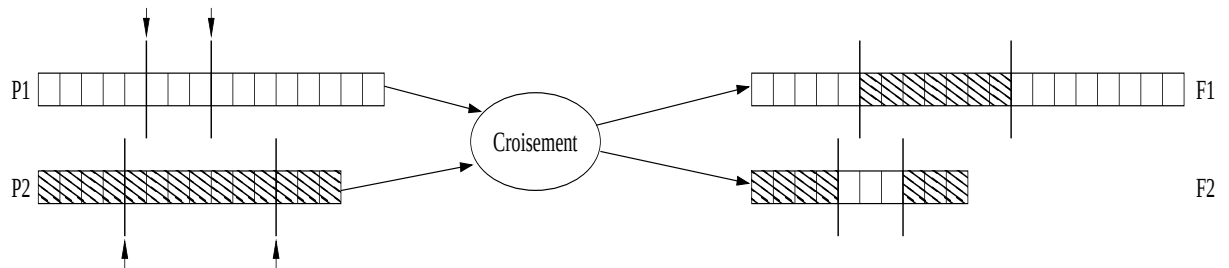


FIG. 4.6 – Croisement de séquences de chargement d'un même maillon

4.3.5.2 Croisement de séquences de chargement pour deux maillons différents

A la différence du premier opérateur de croisement, ce deuxième opérateur s'applique sur deux séquences de chargement issues de deux maillons différents. Après avoir tiré aléatoirement un maillon pour chaque parent, les deux séquences de chargement correspondant aux maillons tirés sont interverties entre les deux parents. (figure 4.7).

Cependant, si les capacités de chargement des deux maillons tirés sont différentes, les deux enfants obtenues peuvent éventuellement ne pas être des solutions admissibles. Une correction ou une élimination de ces séquences est alors nécessaire. Nous reviendrons plus tard sur la technique à utiliser pour y remédier.

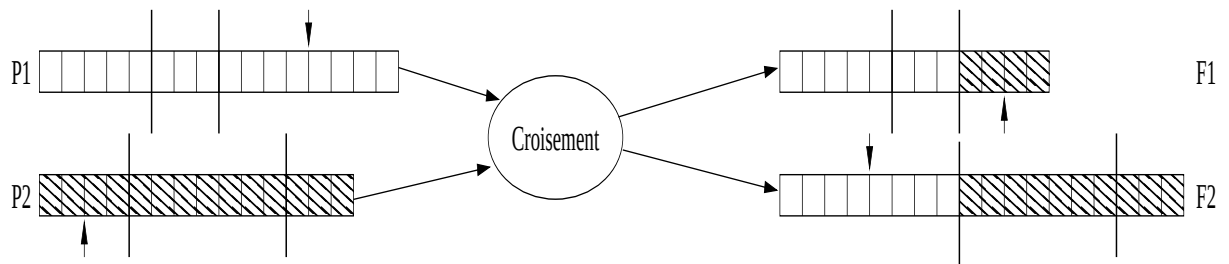


FIG. 4.7 – Croisement de séquences de chargement pour deux maillons

4.3.5.3 Croisement de lots pour un même maillon

Le troisième opérateur de croisement développé est assez similaire au premier (figure 4.8). Sa particularité est qu'il n'intervient pas sur l'ensemble de la séquence de chargement du maillon sélectionné mais uniquement sur une partie de lots. Le croisement se fait alors comme suit :

- On tire aléatoirement un maillon m selon une distribution uniforme sur l'intervalle $[1, l]$.
- Les deux séquences de chargement pour le maillon m sont éventuellement de taille différente. Le point de croisement maximal est alors le minimum entre les deux tailles.
- Nous avons opté pour un croisement des parents en deux points, tirés aléatoirement selon une distribution uniforme sur l'intervalle allant de 1 jusqu'au point de croisement maximal.
- Le croisement des deux parents se fait en intervertissant les lots compris entre les deux points de croisement.

Si la somme des lots à intervertir n'est pas la même pour les deux parents, les deux enfants obtenus risquent également de ne pas être des solutions admissibles au problème. En effet, pour le maillon considéré, la somme des lots pour les deux enfants risque de ne pas être égale au nombre de produits n demandé. Ainsi, de même que pour l'opérateur de croisement précédent, un autre mécanisme de correction des enfants obtenues après ce croisement est également à envisager.

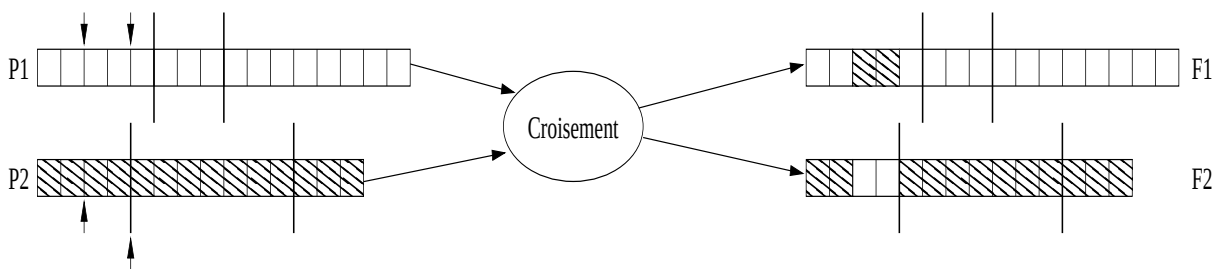


FIG. 4.8 – Croisement de séquences de chargement pour deux maillons différents

4.3.5.4 Croisement de lots pour deux maillons différents

De même que le croisement précédent, cet opérateur de croisement s'appliquera sur une partie des lots pour deux séquences de chargements de deux maillons tirés aléatoirement selon une distribution uniforme sur l'intervalle $[1, l]$.

Ce croisement est illustré par l'exemple de la figure 4.9.

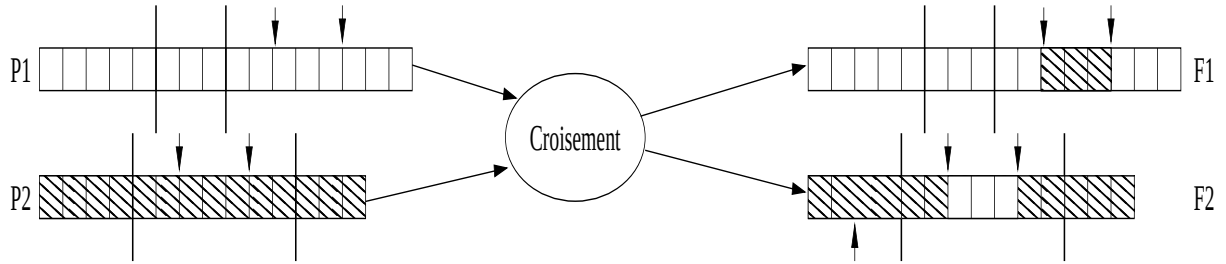


FIG. 4.9 – Croisement de lots pour deux maillons différents

Si la capacité de chargement n'est pas la même pour les deux maillons, ou bien si la somme des lots à intervertir est différentes entre les deux parents, les deux enfants obtenus avec ce croisement ne sont pas des solutions admissibles. Une correction est alors à envisager après ce croisement.

4.3.5.5 Croisement par calcul du point de croisement du second parent

Ce croisement s'applique sur un maillon tiré aléatoirement. Une fois le premier point de croisement du premier parent est tiré aléatoirement, on calcule la somme s_1 des lots à partir du premier lot jusqu'au lot du point de croisement. Pour déterminer le point de croisement du deuxième parent, on calcule la somme s_2 des premiers lots en s'arrêtant dès que cette somme dépasse s_1 . Le dernier lot ajouté correspond au point de croisement du deuxième parent.

4.3.6 Opérateurs de mutations

De même que pour le croisement, nous avons développé plusieurs opérateurs de mutation : une mutation pour des séquences de chargement de deux maillons différents, une mutation de lots de chargement au sein d'un même maillon, une mutation par fusion de lots et une mutation par division de lots. Ces deux opérateurs sont résumés comme suit.

4.3.6.1 Mutation de deux séquences de chargement de deux maillons

Cette mutation consiste à tirer aléatoirement deux maillons logistiques et à intervertir les séquences de chargement pour les enfants engendrés après l'application des opérateurs de croisement (figure 4.10). Afin de respecter les capacités de chargement des

transporteurs des deux maillons, il faudra éventuellement appliquer une correction sur les enfants obtenus.

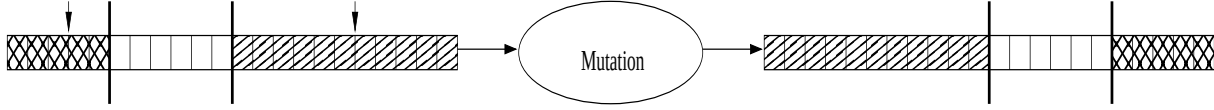


FIG. 4.10 – Mutation de deux séquences de chargement

4.3.6.2 Mutation de lots pour un même maillon

L'application de cet opérateur à chaque enfant obtenu après croisement consiste à tirer aléatoirement un maillon m , puis choisir aléatoirement deux chargements qu'il faudra intervertir (figure 4.11).

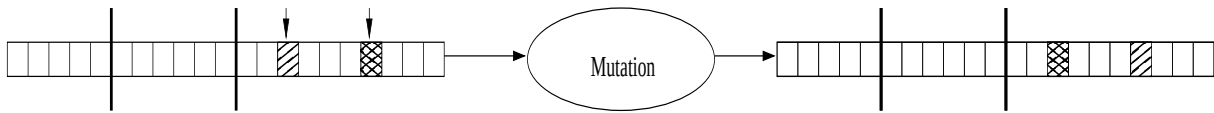


FIG. 4.11 – Mutation de lots pour un même maillon

4.3.6.3 Mutation par fusion de lots

Un maillon et deux lots de la séquence de chargement de ce maillon sont tirés aléatoirement selon une distribution uniforme. Si la somme des deux lots est inférieure ou égale à la capacité de chargement du transporteur du maillon, un des deux lots est supprimé et l'autre lot est remplacé par cette somme (figure 4.12).

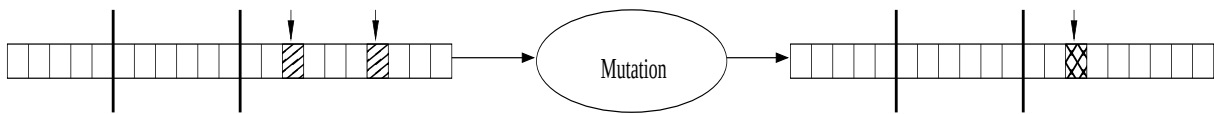


FIG. 4.12 – Mutation par fusion de lots.

4.3.6.4 Mutation par division de lots

Un maillon et un lot de la séquence de chargement de ce maillon sont tirés aléatoirement selon une distribution uniforme. Si la taille du lot sélectionné est supérieure à deux produits, ce lot est remplacé par deux lots dont la somme est égale à la taille du lot initiale (figure 4.13).

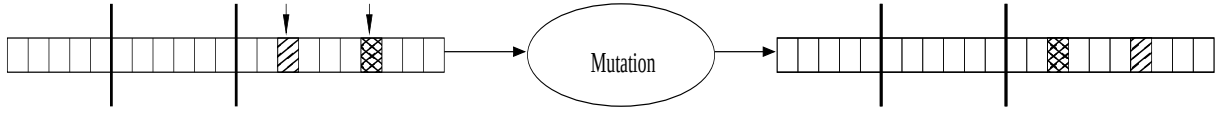


FIG. 4.13 – Mutation par division de lots

4.3.6.5 Mutation par application de la SEP

Il s'agit de tirer aléatoirement un maillon de la chaîne logistique et d'appliquer récursivement la SEP sur chacun des premiers maillons à partir de ce maillon tirée.

4.3.7 Mécanisme de correction des enfants

L'application des différents opérateurs de croisement et de mutation risque d'engendrer des enfants qui n'appartiennent pas à l'espace de recherche des solutions. Deux types d'erreur peuvent être constatés :

- Si les opérateurs de croisement et de mutation sont appliqués sur des séquences de chargement de deux maillons différents, la capacité de chargement de l'un des maillons risque de ne pas être respectée 4.14.

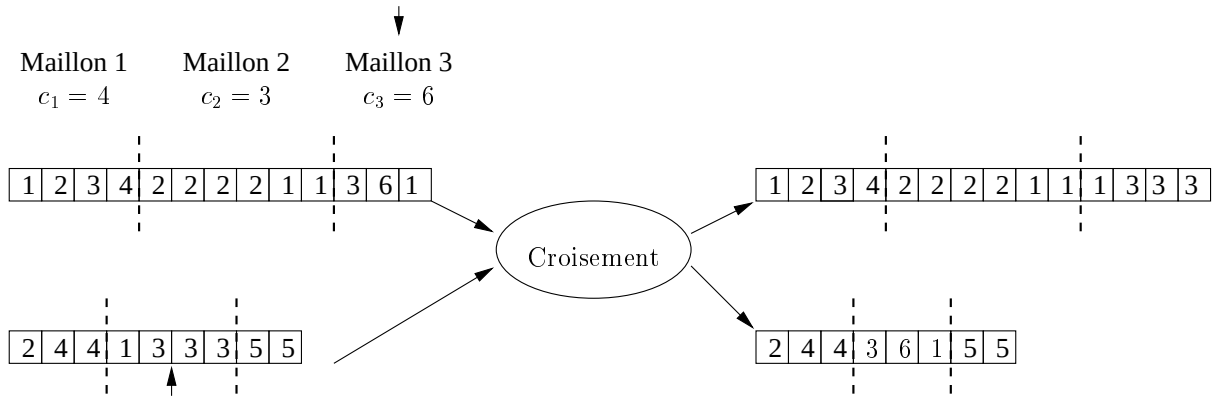


FIG. 4.14 – Exemple de croisement de séquences de chargement de deux maillons différents

- Si les opérateurs de croisement sont appliqués sur des lots de chargement d'un même maillon, les sommes des lots obtenues pour les deux enfants risquent d'être différentes du nombre demandé n de produits. 4.15

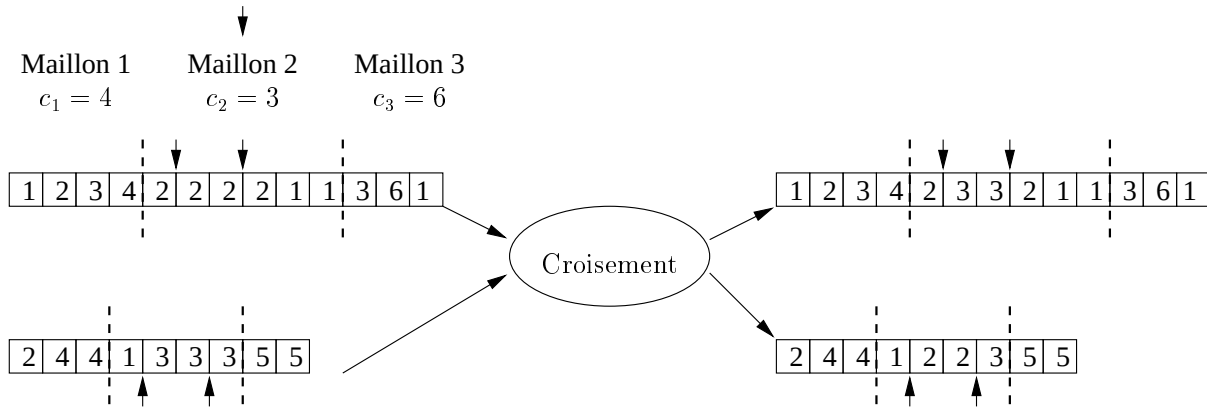


FIG. 4.15 – Exemple de croisement de lots pour un même maillon

Dans les travaux que nous avons rencontrés, trois choix peuvent être effectués lorsque les opérateurs de croisement et de mutations donnent des solutions non admissibles :

- Supprimer les enfants obtenues s'ils ne correspondent pas à des solutions admissibles au problème traité.
- Adapter les opérateurs de croisement et de mutation de telle sorte à ce que les enfants soit toujours des solutions admissibles.
- Appliquer un mécanisme de correction aux enfants qui ne sont pas des solutions admissibles.

Nous avons opté pour ce dernier choix pour notre algorithme. Tous les enfants obtenus après correction sont alors ajoutés à la population suivante ce qui permet une meilleure diversification de cette dernière. Ce mécanisme de correction est résumé comme suit :

- Si l'erreur est constatée au niveau de la capacité de chargement d'un maillon donné, la correction de la séquence concernée consiste à retrancher les quantités en trop des différents lots, puis à créer de nouveaux chargements qui seront ajoutés au début de la séquence. En effet, étant donnée que l'évaluation des individus se fait en utilisant des équations récursives, l'ajout d'un lot au début de la séquence ne modifie pas les dates des lots en amont, comparativement au cas où les lots sont ajoutés à la fin de la séquence (figure 4.16).

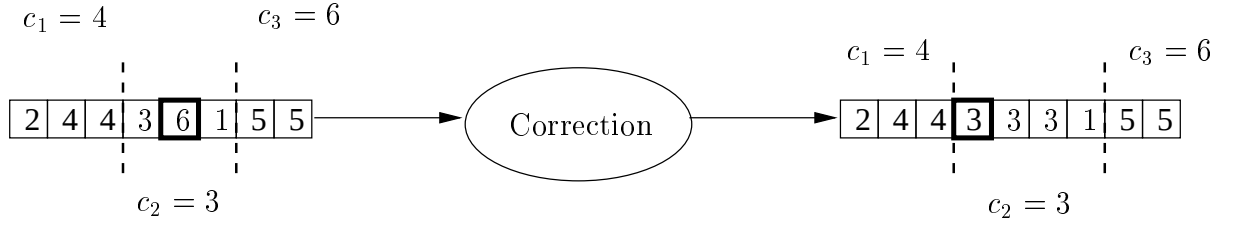


FIG. 4.16 – Exemple de croisement de séquences de chargement de deux maillons différents

- De même, si pour un maillon donné, la somme des lots est inférieure au nombre total n de produits, des nouveaux chargements sont ajoutés au début de la séquence considérée (figure 4.17).
- Par contre, si la somme des lots est supérieure au nombre total n de produits, la quantité en trop est retranchée à partir des premiers lots. Si un lot s'annule, on le supprime et les lots suivants sont traités (figure 4.17).

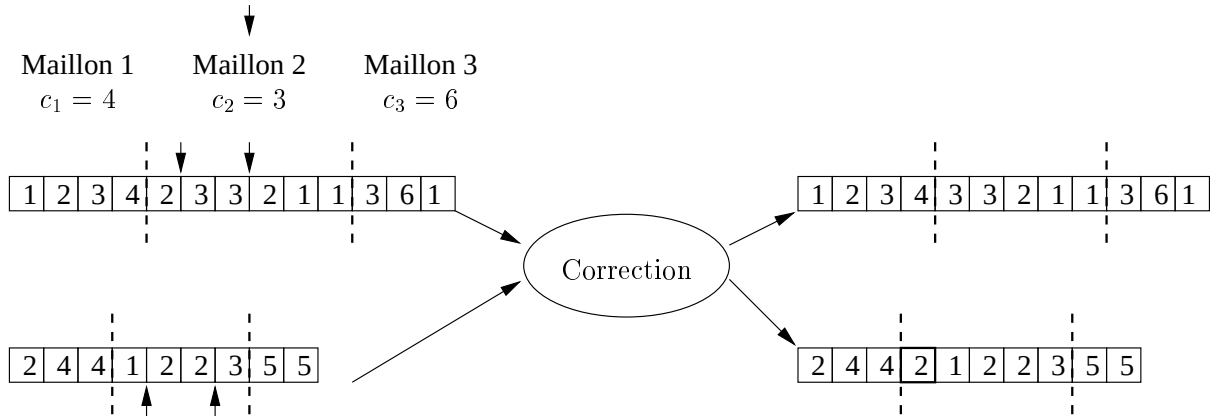


FIG. 4.17 – Exemple de croisement de séquences de chargement de deux maillons différents

Après les opérations de croisement, de mutation et de correction, les enfants obtenus sont ajoutés à la population des parents. Ces opérations sont répétées jusqu'à ce que la taille de la population soit doublée. Il est alors nécessaire d'appliquer par la suite un autre mécanisme de sélection qui permet de revenir à la taille initiale de la population.

Après avoir identifié le meilleur et le plus mauvais individu de la population, les nouvelles probabilités de sélection de chaque solution sont calculées. De même que lors de la sélection des parents, l'application de la technique de la roulette permet de sélectionner les N individus qui constitueront la population suivante.

4.3.8 Mécanisme d'arrêt

L'algorithme génétique s'arrête dès que l'évolution de la population se répète un certain nombre de fois. En plus de la taille de la population, le nombre de génération est l'un des paramètres les plus importants et qui est déterminant sur la qualité et la rapidité de l'algorithme.

Malheureusement, ce paramètre reste une valeur qui est dans la majorité des cas choisie par tâtonnement en fonction des résultats expérimentaux effectués. La valeur choisie pour un problème n'est pas forcément la meilleure valeur pour un autre problème. Nous reviendrons sur ce point dans la section des résultats expérimentaux.

Comme il a été dit précédemment, la difficulté d'un algorithme génétique ne réside pas dans la mise en oeuvre de l'algorithme lui même, mais plutôt dans son paramétrage. En effet, la taille de la population initiale, le nombre de générations et le taux de mutation diffèrent d'un problème à un autre et nécessitent plusieurs tests pour être déterminés. Du choix judicieux de ces paramètres dépend la qualité de la solution et la rapidité de l'algorithme à l'atteindre.

Dans la section qui suit, nous présentons les résultats expérimentaux effectués afin de paramétrer l'algorithme génétique et de l'évaluer.

4.4 Résultats expérimentaux

Pour mettre en évidence l'influence des différents paramètres de l'algorithme génétique, nous avons appliqué ce dernier sur un même problème en changeant à chaque fois, seulement la valeur de l'un des paramètres. Nous nous sommes intéressé en particulier à la taille de la population, puis au nombre de générations et enfin au taux de mutation.

4.4.1 Problème test

Nous avons repris l'exemple de la chaîne logistique composée de 3 maillons que nous avons déjà traité au chapitre précédent et dont les paramètres sont donnés dans le tableau 3.1.

Les premiers tests effectués ont été menés afin de constater l'influence du nombre d'individus sur la qualité de la solution retenue.

TAB. 4.1 – Influence du nombre d'individus sur la qualité de la solution

Nbre individus	Évaluation			Temps d'exécution		
	min	moy	max	min	moy	max
100	60764	62359,5	64354	7sec 758ms	7sec 723ms	8sec 985ms
150	61294	62256,5	64354	9sec 245ms	10sec 970ms	14sec 146ms
200	60169	61254,4	62593	11sec 929ms	13sec 339ms	14sec 601ms
250	59639	61216,9	62459	15sec 718ms	16sec 140ms	17sec 271ms
300	60774	61402,5	61959	17sec 897ms	18sec 398ms	19sec 135ms
350	59434	61082	62459	19sec 143ms	20sec 578ms	21sec 398ms
400	58519	60342,5	61854	21sec 978ms	23sec 281ms	24sec 372ms
450	59429	60376,5	61324	24sec 998ms	25sec 772ms	26sec 920ms
500	60169	60787,5	62229	27sec 297ms	29sec 406ms	31sec 685ms
550	58959	60402,5	61334	28sec 78ms	30sec 449ms	42sec 359ms

4.4.2 Influence du nombre d'individus

Afin d'évaluer l'influence du nombre d'individus sur la qualité de la solution, nous l'avons fait varier entre 100 et 550 individus, tout en fixant le nombre de génération à 500 et le taux de mutation à 20%. Pour chaque instance, 10 exécutions de l'algorithme génétique ont été effectuées et rapportées dans le tableau 4.1. On y trouve la meilleure évaluation, la plus mauvaise évaluation ainsi que la moyenne des évaluations des 10 solutions trouvées. Les temps d'exécutions minimum, maximum et moyens sont également donnés dans ce tableau.

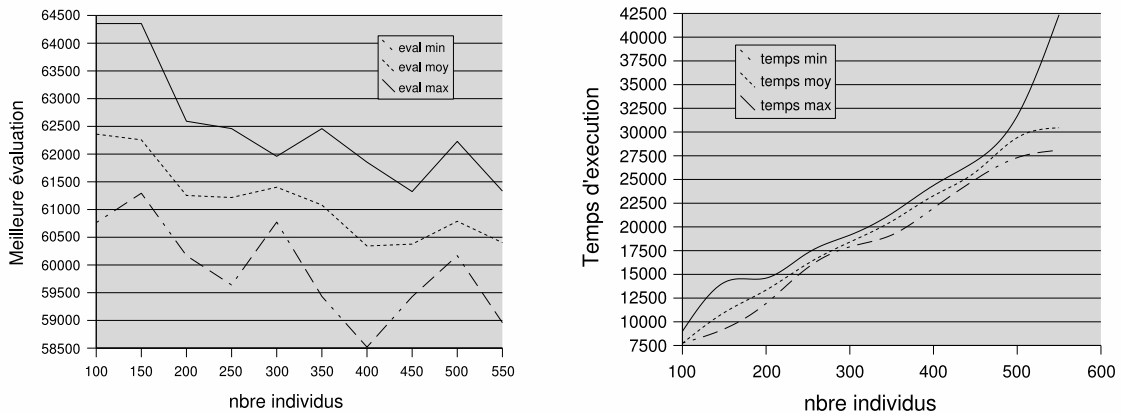


FIG. 4.18 – Evolution de la meilleure solution et des temps d'exécution en fonction du nombre d'individus

TAB. 4.2 – Influence du nombre de générations sur la qualité de la solution

Nbre générations	Évaluation			Temps d'exécution		
	min	moy	max	min	moy	max
100	60714	62466	63869	4sec 916ms	5sec 487ms	6sec 114ms
150	60809	62772	64354	7sec 375ms	7sec 920ms	8sec 636ms
200	60184	61941	62684	9sec 533ms	10sec 274ms	12sec 749ms
250	59124	61768,4	64354	11sec 591ms	11sec 747ms	14sec 638ms
300	59539	61086,5	63159	13sec 357ms	13sec 927ms	17sec 773ms
350	59564	61117	61929	16sec 645ms	17sec 133ms	18sec 3ms
400	59489	60602	61399	19sec 83ms	20sec 327ms	21sec 846ms
450	59344	60623	62019	21sec 683ms	23sec 263ms	23sec 877ms
500	57824	60232,5	61079	23sec 252ms	25sec 672ms	27sec 215ms
550	59579	60574	61564	27sec 94ms	28sec 64ms	29sec 252ms

La meilleure solution trouvée par l'algorithme correspond à une taille de population égale à 400 individus. On constate bien qu'en moyenne, plus le nombre d'individus est important, plus la qualité de la solution est meilleure. A partir de 400 individus, la meilleure évaluation trouvée par l'algorithme reste assez constante. Cependant, les temps de calcul sont, en revanche, plus importants avec l'augmentation de la taille de la population. Selon le problème à traiter, il est alors important de bien fixer ce paramètre afin d'établir un compromis entre la qualité de la solution et la rapidité de l'algorithme.

4.4.3 Influence du nombre de générations

Nous avons fixé la taille de la population initiale à 500 individus, ce qui correspond à la meilleure taille trouvée lors des tests précédent. En fixant le taux de mutation à 20%, nous avons fait varier le nombre de générations entre 100 et 550. Le but est de montrer l'influence de ce paramètre sur la qualité de la solution et aussi sur la rapidité de calcul de l'algorithme. Nous avons relevé dans le tableau 4.2, les évaluations minimales, moyennes et maximales, ainsi que les temps d'exécution minimums, moyens et maximums de 10 exécutions de l'algorithme pour chaque instance.

C'est un nombre de générations égal à 500 qui donne la meilleure solution pour cette série tests, La qualité de la solution s'améliore et les temps d'exécution augmentent en fonction du nombre de générations.

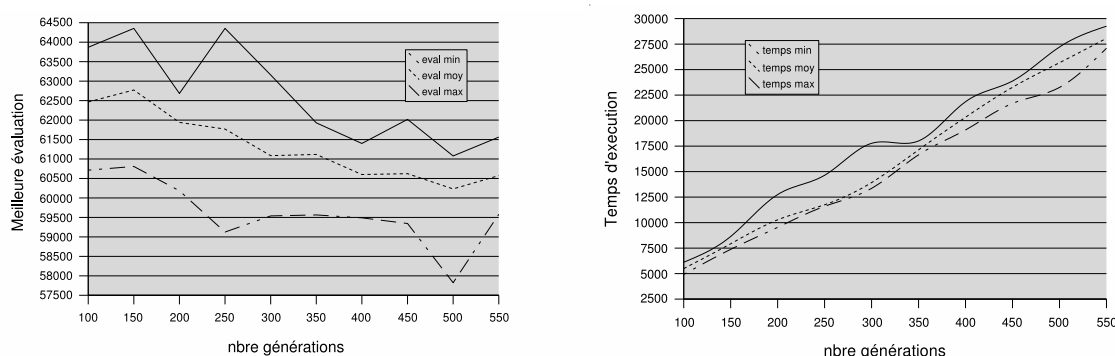


FIG. 4.19 – Evolution de la meilleure solution et des temps d'exécution en fonction du nombre de générations

TAB. 4.3 – Influence du taux de mutation sur la qualité de la solution

Taux mutation	Évaluation			Temps d'exécution		
	min	moy	max	min	moy	max
10	61204	62086	64354	20sec 359ms	21sec 251ms	21sec 811ms
15	59449	60906	62459	21sec 724ms	23sec 110ms	23sec 882ms
20	57357	59194,7	61334	25sec 120ms	29sec 889ms	47sec 919ms
25	59274	60303	61294	25sec 229ms	24sec 807ms	31sec 358ms
30	59974	60233,9	61234	28sec 414ms	23sec 833ms	29sec 662ms
35	58854	60127,5	61334	29sec 859ms	28sec 991ms	38sec 211ms
40	60683	59862,9	60809	31sec 122ms	32sec 282ms	33sec 274ms

4.4.4 Influence du taux de mutation

L'influence du taux de mutation sur la qualité de la solution et sur les temps d'exécution de l'algorithme est étudiée à travers cette dernière série de tests. Le nombre de génération et le nombre d'individus étant fixés à 500, nous avons fait varier le taux de mutation entre 10 et 40%. Les évaluations et les temps d'exécution de l'algorithme sont rapportés dans le tableau 4.3.

Le taux de mutation qui a permis de trouver la meilleure évaluation est égal à 20%. Un faible tât de mutation ne permet pas à la population d'évoluer lentement et l'algorithme converge très vite vers un minimum local, d'où l'interêt de la mutation qui permet de sortir de ce minimum en injectant dans la population des nouveaux individus ne disposant pas des caractéristiques des parents.

Ainsi, la meilleure solution trouvée par l'algorithme génétique dont le coût global est de 57357, correspond est donnée comme suit :

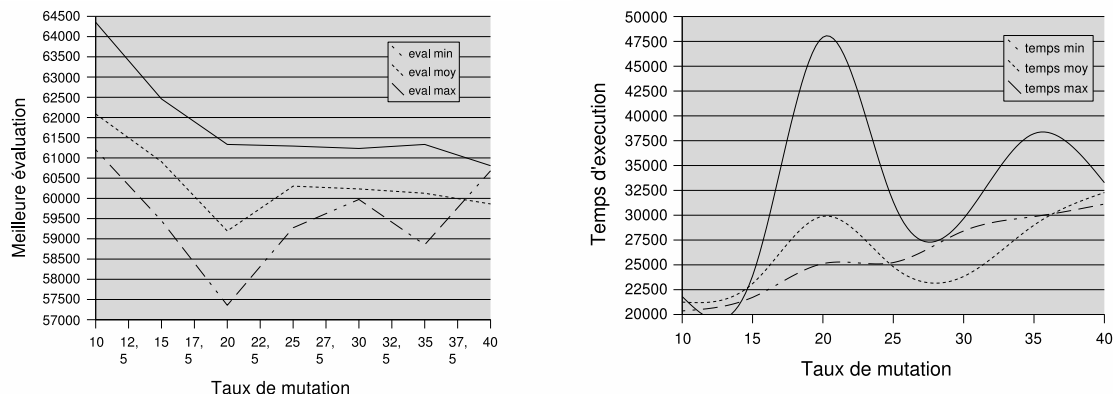


FIG. 4.20 – Evolution de la meilleure solution et des temps d'exécution en fonction du taux de mutation

- Premier Maillon : $(1, 1, \dots, 1)$ dont le coût global égal à 100.
- Deuxième maillon : $(1, 1, \dots, 1)$ dont le coût global est égal à 15487.
- Troisième maillon : $(3, 4, 5, 5, 3)$ dont le coût global est égal à 41770.

Ces trois séries de tests montrent toute la difficulté à paramétrer un algorithme génétique. Si les meilleures valeurs trouvées pour la taille de la population, le nombre de génération et le taux mutation sont respectivement égaux à 400, 500 et 20% pour cet exemple, il est difficile de conclure que la combinaison des trois valeurs donnerait forcément la meilleure solution pour d'autres problèmes. Plusieurs exécutions de l'algorithme sont alors nécessaires pour trouver les paramètres adéquats pour chaque problème.

Les solutions trouvées respectivement par la SEP-G, la succession des SEP et la succession des gloutons sur le problème test et leur coût global sont donnés dans le tableau 4.4. On y trouve également Les gains de l'algorithme génétique par rapport à chacune des deux autres méthodes.

TAB. 4.4 – Comparaison des performances de l'algorithme génétique par rapport aux autres méthodes pour le problème test

	SEP-G	Succession SEP	Succession glouton
Solution	$(1, 1, \dots, 1)$ $(1, 1, \dots, 1)$ $(2, 5, 5, 5, 3)$	$(2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3)$ $(2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3)$ $(2, 5, 5, 5, 3)$	$(2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3)$ $(2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3)$ $(2, 5, 5, 5, 3)$
Évaluations	55584	67284	64354
Gain AG	- 3.19 %	14.75%	10.87%

Même si la solution optimale du problème n'a pas été trouvée par l'algorithme génétique, la solution retenue peut être considérée de bonne qualité puisque son évaluation n'est qu'à 3.19% de l'évaluation de la solution optimale. L'algorithme génétique a également permis d'améliorer les deux solutions trouvées respectivement par les applications successives du glouton et de la SEP sur chaque maillon e la chaîne.

La deuxième parties des tests que nous avons effectués et que nous présentons ci-dessous a pour objectif l'évaluation de la qualité de la solution trouvée par l'algorithme génétique par rapport à la solution optimale.

4.4.5 Évaluation de la qualité de la solution de l'algorithme génétique

Les paramètres de l'algorithme génétique ont été fixés à 500 individus, 500 générations et 20% de mutation.

Afin de déterminer si la solution trouvée par l'algorithme génétique est de bonne qualité, plusieurs problèmes dont les données sont générés aléatoirement selon les intervalles du tableau 3.4 ont été considérés.

Dans un premier temps, nous avons fixé le nombre de maillons à $l = 3$ et nous avons fait varier le nombre de produits n entre 10 et 20. Ensuite, nous avons fixé le nombre de produits à $n = 20$ et nous avons fait varier le nombre de maillon l entre 2 et 8.

Pour chaque valeur de n et pour chaque valeur de l , 10 problèmes différents ont été générés et résolus par la SEP-G pour avoir la solution optimale. La solution de l'algorithme génétique retenue pour ce problème est la meilleure solution trouvée parmi 10 exécutions de l'algorithme sur ce problème. Le taux d'erreur de l'algorithme génétique, noté TE est calculé par :

$$TE = 100\% \frac{z(\Sigma_{AG}^*) - z(\Sigma^*)}{z(\Sigma_{AG}^*)}$$

Avec :

- $z(\Sigma^*)$: coût global de la solution optimale trouvée par la SEP-G.
- $z(\Sigma_{AG}^*)$: coût global de la meilleure solution trouvée par l'algorithme génétique.

Les taux d'erreurs minimums, moyens et maximums de l'algorithme génétiques par rapport à la solution optimale sont donnés dans le tableau 4.5.

Ces résultats montrent que la solution optimale du problème est souvent obtenues par l'algorithme génétique en un temps très réduit comparativement à celui de la SEP-G.

TAB. 4.5 – Évaluation de la qualité de la solution de l'algorithme génétique

n	Taux d'erreur en fonction de n			l	Taux d'erreur en fonction de l		
	Minimum	Moyen	Maximum		Minimum	Moyen	Maximum
10	0.0	0.0	0.0	2	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.65	5.01	3	0.0	0.0	0.0
14	0.0	0.53	6.78	4	0.0	0.0	0.0
15	0.0	0.86	10.54	5	0.0	0.70	14.6
16	0.0	1.52	12.46	6	0.0	0.27	1.96
18	0.0	3.93	23.22	7	0.0	1.34	19.61
20	0.0	3.12	26.22	8	0.0	1.05	6.59

Lorsque l'optimalité de la solution n'est pas assurée, la solution retenue est généralement de bonne qualité puisque l'écart entre son évaluation et celle de la solution optimale est en moyenne très faible. Néanmoins, plusieurs exécutions de l'algorithme doivent être effectuées sur un même problème à cause de tous les paramètres choisis aléatoirement.

4.4.6 Comparaison avec d'autres méthodes approchées

Les derniers tests effectués ont pour but de comparer la qualité de la solution trouvée par l'algorithme génétique à celles obtenues par l'application successive de la SEP et du glouton sur chacun des maillons de la chaîne.

Pour cela, nous avons d'abord fait varier n entre 10 et 40, puis l entre 2 et 10. Pour chaque valeur de n et pour chaque valeur de l , nous avons généré 10 problèmes différents dont les données sont tirées aléatoirement selon des distribution uniforme sur les intervalles du tableau 4.6.

TAB. 4.6 – Intervalles de génération des problèmes tests

Donnée	Valeur minimale	Valeur maximale
Capacité de chargement	1	n
Durée de production	1	50
Durée de chargement	1	50
Durée de déchargement	1	50
Durée voyage	1	50
Coût unitaire fournisseur	5	50
Coût unitaire client	5	50
Coût unitaire transport	5	50
Dates désirées	10000	12000

Chaque problème est résolu 10 fois par l'algorithme génétique et aussi par la succession de la SEP et du glouton. Le gain de l'algorithme génétique par rapport à ces deux méthodes, noté $Gain_{AG/SEP}$ et $Gain_{AG/Glout}$ sont calculés par les expressions suivantes :

$$Gain_{AG/SEP} = 100\% \frac{z(\Sigma_{SEP}^*) - z(\Sigma_{AG}^*)}{z(\Sigma_{SEP}^*)}$$

$$Gain_{AG/Glout} = 100\% \frac{z(\Sigma_{Glout}^*) - z(\Sigma_{AG}^*)}{z(\Sigma_{Glout}^*)}$$

Avec :

- Σ_{AG}^* : Meilleure solution trouvée par l'algorithme génétique.
- Σ_{SEP}^* : Solution trouvée par la succession des SEP.
- Σ_{Glout}^* : Solution trouvée par la succession des gloutons.

Les gains minimums, moyens et maximum de l'algorithme génétique par rapport aux deux autres méthodes sont calculés pour chaque valeurs de n et l et sont donnés dans les tableaux 4.7 et 4.8.

TAB. 4.7 – Comparaison entre les différentes heuristiques en fonction de nombre de produits n

n	Gain de l'AG/Succession SEP			Gain de l'AG/Succession glouton		
	minimale	moyenne	maximale	minimale	moyenne	maximale
10	0	14.23	52.41	0	12.67	52.41
15	0	3.87	19.55	0	4.08	20.70
20	0	9.76	42.44	0	10.69	42.44
25	0	4.08	21.43	0	3.96	21.43
30	0	3.98	16.82	0	4.39	16.82
35	0	14.12	53.01	0	12.98	49.40
40	0	4.03	16.49	0	3.61	9.94

TAB. 4.8 – Comparaison entre les différentes heuristiques en fonction de nombre de maillons l

l	Performance AG/Succession SEP			Performance AG/Succession glouton		
	minimale	moyenne	maximale	minimale	moyenne	maximale
2	0	8.47	42.27	0	7.75	42.27
4	0	12.11	51.93	0	12.17	51.93
6	0	7.55	47.41	0	7.58	47.58
8	5.18	26.19	56.09	5.18	26.19	56.09

Les opérateurs de croisement et de mutations développés permettent d'obtenir une solution dont la qualité est, en moyenne, sensiblement améliorée comparativement à celles

obtenues respectivement par la succession du glouton et par la succession des SEP qui sont déjà injectées dans la population initiale. Pour certains cas particuliers, les solutions obtenues par ces trois méthodes sont identiques et correspondent souvent à la solution optimale du problème. Ceci montre d'avantage que les solutions trouvées par la succession du glouton et par la succession de la SEP sont aussi de bonne qualité et peuvent correspondre souvent à la solution optimale du problème.

4.5 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre un algorithme génétique efficace qui permet de traiter différentes classes de problème en un temps assez réduit. Plusieurs opérateurs de croisement et de mutation ont été développés et ont permis d'améliorer le comportement de l'algorithme face à ces problèmes.

Nous avons pu valider l'efficacité de cet algorithme en comparant la qualité de la solution trouvée avec la solution optimale obtenue par la SEP-G du chapitre précédent pour des problème de taille moyenne. Cette comparaison a été effectuée sur la classe des problèmes où les coûts et les durées de transport sont importants par rapport aux autres données du problème. Pour les autres classes de problèmes où l'application de la SEP-G devient très lourde en temps d'exécution, la qualité de la solution de l'algorithme génétique a été comparée avec les solutions des autres heuristiques développées qui sont les applications successives de la SEP et du glouton sur chacun des maillons. Même si les solutions trouvées par ces méthodes sont considérées comme de bonnes solutions, l'algorithme génétique a permis d'améliorer sensiblement la qualité de la solution sans pour autant nécessiter beaucoup de temps d'exécution.

Conclusion générale

Les coûts de transport et de stockage ont pris une part importante ces dernières années dans le prix de revient des produits. La réduction de ces coûts, appelés également "coûts logistiques" est l'un des leviers de la compétitivité qui assure la survie des entreprises dans un marché caractérisé par une concurrence de plus en plus rude en termes de prix et de délais et également par des clients de plus en plus exigeants.

L'état de l'art effectué aux chapitre 1 nous a montré que dans la plupart des travaux existants dans ce domaine, une hypothèse est très largement admise pour traiter ces problèmes. Cette hypothèse, qui constitue également une contrainte, consiste à supposer que la demande des clients est périodique sur un intervalle de temps infini. Nous avons également établi un parallèle entre le problème étudié et les problèmes de dimensionnement de lot (PDL) qui traitent quant à eux d'une approche couplée de production et de stockage sous une demande apériodique sur un intervalle de temps fini. Nous avons donné les raisons qui nous empêchent d'appliquer directement les techniques de résolution développées pour ces problèmes à ceux de la chaîne logistique linéaire, en particulier, lorsque la demande du client final est caractérisée par des dates au plus tard échelonnées sur un horizon de temps fini.

En adoptant des politiques de production et de livraison en juste à temps, nous avons commencé notre étude par nous intéresser dans le chapitre 2 à la structure élémentaire de la chaîne linéaire qui est le maillon logistique. Après la modélisation du problème sous forme d'un problème d'optimisation, nous avons pu établir un modèle mathématique pour le calcul des dates optimales de production, de chargement et de déchargement pour une séquence donnée de lots. L'analyse de ce modèle nous a permis de constater qu'il était possible d'établir une relation de dominance entre des séquences partielles de lots. Grâce à cette proposition, une procédure efficace de Séparation Évaluation Progressive (SEP) a pu être développée et a permis d'obtenir la solution optimale pour un maillon en un temps très réduit. Nous avons également amélioré la SEP en estimant une borne minimale pour le coût de transport et de stockage chez le fournisseur éventuellement induit à partir d'une

séquence partielle donnée. Dans certains cas particuliers, notamment lorsque le coût de transport est prépondérant par rapport aux autres coûts, le calcul des bornes améliore considérablement les performances de la SEP développée. Cette amélioration n'était pas en moyenne très significative dans le cas général puisque la relation de dominance était la plus utilisée pour réduire l'espace de recherche.

Dans le chapitre 3, nous avons généralisé les formulations mathématiques obtenues au chapitre 2 au cas de la chaîne linéaire, tout en adoptant également des politiques de production et de livraison en juste à temps. Les résultats présentés dans le chapitre 2 ont pu être appliqués à plusieurs niveaux. En effet, d'un côté, l'application successive de la SEP sur chacun des maillons de la chaîne permet d'avoir une bonne solution dont l'évaluation a été utilisée comme borne minimale du coût global de la solution optimale. D'un autre côté, elle a été utilisée pour calculer la borne minimale du coût qui sera induit à partir d'une séquence partielle donnée. Ces deux calculs de bornes sont les bases de la SEP générale (SEP-G) qui permet de trouver la séquence optimale de lots tout au long de cette chaîne. Les résultats expérimentaux, effectués sur plusieurs problèmes générés aléatoirement, ont montré que la SEP-G permet de résoudre des problèmes de taille moyenne avec une préférence pour les problèmes où le transport est le plus important. Les temps d'exécution augmentent d'une manière significative lorsque la taille du problème devient importante.

Un algorithme génétique a ainsi été proposé dans le chapitre 4 afin de pouvoir traiter les problèmes pour lesquels la SEP-G devient trop coûteuse en temps de calcul. La solution obtenue par l'application successive de la SEP a été injectée dans la population initiale, et plusieurs opérateurs de croisement et de mutation ont été développés dans ce chapitre. Une comparaison avec la SEP-G pour des problèmes de petite taille a montré que l'algorithme génétique obtient très souvent la solution optimale du problème. Dans le cas où l'optimalité n'est pas assurée, l'écart entre les évaluations des deux solutions obtenues est assez faible. D'autre part, une comparaison entre la solution de l'algorithme génétique et celles obtenues respectivement par la succession des gloutons et par la succession des SEP montrent que la qualité de la solution de l'algorithme génétique est sensiblement améliorée dans la plupart des cas.

Les résultats obtenus tout au long de nos recherches nous permettent de dégager plusieurs perspectives : une amélioration des calculs de borne du coût global d'une séquence partielle permettrait de réduire d'avantage les temps d'exécution de la SEP-G. Aussi, nous pensons qu'un certain nombre de points restent à explorer pour finaliser ces

résultats, notamment en ce qui concerne la généralisation des méthodes développées aux cas de chaînes logistiques multi-produits ou celles où plusieurs transporteurs sont affectés à chaque maillon. Il serait également intéressant d'adapter ces résultats aux cas des chaînes logistiques dont la structure est convergente ou divergente.

Bibliographie

- [1] L'Association Française de NORmalisation (AFNOR) : Logistique : Terminologie. Norme NF X50-600 (1999).
- [2] Ahuja R.K., Magnanti T. L., Orlin J. B. : Network flows : theory, algorithms, and applications. édition Prentice-Hall, (1993).
- [3] Akbalik A. : Optimisation de la gestion intégrée des flux physiques dans une chaîne logistique : extensions du problème de dimensionnement de lot. Thèse de doctorat obtenue à l'Institut National de Polytechnique de Grenoble. 7 septembre 2006.
- [4] Akbari Jokaar M.R., : Sur la conception d'une chaîne logistque : Une approche globale d'aide à la décision. Thèse de doctorat obtenue à l'Institut National de Polytechnique de Grenoble. 7 septembre 2006. 7 décembre 2001.
- [5] Akbari Jokaar M.R., : L'évolution du concept de logistique. Revue Française de Gestion Industrielle. Vol 21/3, p 5-22 (2002).
- [6] Azi N., M. Gendreau, Potvin J.Y. : An exact algorithm for a single-vehicle routing problem with time windows and multiple routes. European Journal of Operational Research. Vol. 178, p 755-766 (2007).
- [7] Basseur M. : Conception d'algorithmes coopératifs pour l'optimisation multi-objectif : Application au problèmes d'ordonnancement de type flow-shop. Thèse de doctorat de l'université science et technique de Lille. Soutenue le 21 juin 2005.
- [8] Bitran G.R., Yanasse H.H. : Computational Complexity of the capacitated Lot Size Problem. Management Science. Vol 28, No 10, p 1174-1186, (1982).
- [9] Boissière J. : Gestion des stocks dans une chaîne logistique de distribution en coordination avec la production. Thèse soutenue à l'Institut National Polytechnique de Grenoble le 06 décembre 2004.
- [10] Bourazza S. : Variantes d'algorithmes génétiques appliquées aux problèmes d'ordonnancement. Thèse de Doctorat de l'Université du Havre, soutenue le 30/11/2006.

- [11] Brahimi N., Najid N.M., Dauzere-Peres S., Nordli A. : État de l'art sur les problèmes de dimensionnement des lots avec contraintes de capacité. 4ème conférence Francophone de MOdélisation et SIMulation MOSIM'03.Toulouse (France). 23-25 avril 2003.
- [12] Brahimi N., Dauzere-Peres S., Najid N.M et Nordli A. : Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research*. Vol 168/1, p 1-16 (2006).
- [13] Breuzard J.P., Fromentin D. : Gestion pratique de la chaîne logistique : une vision globale des outils de management et de progrès. Les Édition démos (2004)
- [14] Bruggemann W., Jahnke H. : The discrete lot-sizing and scheduling problem : Complexity and modification for batch availability. *European Journal of Operational Research*. Vol 124, p 511-528 (2000).
- [15] Burns L.D., Hall R.W., Blumenfeld D.E, Daganzo C.F. : Distribution strategies that minimize transportation and inventory costs. *Operations Research*. Vol 33-3 : p 469-490, (1985).
- [16] Cattrysse D., Salomon M., Kuik R. and Van Wassenhove L.N. : A dual ascent and column generation heuristic for the Discrete Lotsizing and Scheduling Problem with setup times. *Management Science*. Vol39/4, p 477-486 (1993).
- [17] Cerf R. : Une théorie asymptotique des algorithmes génétiques. Thèse de doctorat de l'Université de Montpellier II (1994).
- [18] Chandra P., Fisher M.L. : Coordination of Production and Distribution Planning. *European Journal of Operational Research*. Vol. 72, p 503-517 (1994).
- [19] Chang P.T., Yao, M.J, Huang S.F., Chen C.T. : A genetic algorithm for solving a fuzzy economic lot-size scheduling problem. *Int. J. Production Economics*. Vol 102, p 265-288 (2006).
- [20] Chou S.Y, Chang S.L & Yang W.D. : Optimal multiple delivery schedule for demand in logistic model. *International Journal of production Economics*. Vol 73, p 241-249 (2001).
- [21] Couture A., Loussararian G. : L'entreprise se transforme : de l'organisation mécanique et figée à l'organisation réactive et vivante. *Revue Française de Gestion Industrielle*. Vol. 18, no. 2 p 73-88 (1999).
- [22] DePuy G.W., Moraga R.J. Whitehouse G.E. : Meta-RaPS : a simple and effective approach for solving the traveling salesman problem. *Transportation Research Part E*. Vol. 41, p 115-130 (2005).

-
- [23] Desgrippes E : Coordination entre la production et la distribution dans une chaîne logistique. Thèse de doctorat obtenue à l'Institut National de Polytechnique de Grenoble. 30 septembre 2005.
 - [24] Despontin-Monsarrat E. : Aide à la décision pour une coopération inter-entreprises dans le cadre de la production à la commande. Thèse de doctorat à l'Université de Toulouse III - Paul Sabatier. Soutenue le 10 décembre 2004.
 - [25] Dréo J., Pétrowski A., Siarry P., Taillard E. : Métaheuristiques pour l'optimisation difficile. Edition Eyrolles, (2003).
 - [26] Drexel A., Kimms A. : Lot sizing and scheduling-Survey and extensions European Journal of Operational Research. Vol 99, p 221-235 (1997).
 - [27] Dupont L. : La gestion industrielle. edition HERMES, (1998).
 - [28] Elmahi I., Merzouk S.E., Grunder O. El Moudni A. : A Genetic Algorithm Approach for the Batches Delivery Optimization in a Supply Chain : case of multiple vehicle. The 2004 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control. Mars 2004, À Taiwan.
 - [29] Elmahi I., Merzouk S.E., Grunder O. El Moudni A. : Genetic algorithm for the batches delivery optimization : aperiodic demand with Single vehicle. First IFAC Symposium on Advanced Automotive Control. Avril 2004 à Salerno, Italie.
 - [30] Elmahi I. : Modélisation et commande des systèmes de chaîne logistiques par les réseaux de Petri et l'algèbre des diïdes. Thèse de doctorat obtenue à l'université de technologie de Belfort Montbéliard et de l'Université de Franche comté (2006).
 - [31] Fleischmann B. : The discrete lot-sizing and scheduling problem. European Journal of Operational Research, Vol 44/3, 337-348 (1990).
 - [32] Fleischmann B. : The discrete lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs. European Journal of Operational Research, Vol 75/2, p 395-404 (1994).
 - [33] Giard V. : Gestion de la production et des flux. édition ECONOMICA, Paris, 3ème édition (2003).
 - [34] Goldberg D. : Genetic Algorithm in search, optimisation and machine learning. Addison Wesley (1989).
 - [35] Goldberg D. : Algorithmes genetiques, Exploration, optimisation et apprentissage automatique. Addison Wesley (1994).

- [36] Hahm, J et Yano C. A. : The economics lot delivery scheduling problem : The single item case *Int. Journal of production Economics*. Vol 28. pp 235-252 (1992).
- [37] Hahm J et YANO C.A. : The economics lot delivery scheduling problem : The common cycle case. *IEEE Transaction*. Vol 27 p 113-125 (1995).
- [38] Hao, J. K Galinier, P., Habib M. : Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes. *Revue d'Intelligence Artificielle* (1999).
- [39] Harris, F. W. : How many parts to make at once. *The magazine of Management*. Vol 10, p 135-136 (1913).
- [40] Heinz M.P. : Network Master Planning for a global manufacturing company. Thèse de doctorat obtenu à Cranfield University, School of Industrial and Manufacturing Science. Février 2006.
- [41] Holland J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. The University of Michigan (1975).
- [42] Hoque, M.A et Goyal, A. : An optimal policy for a single-vendor single-buyer integrated production-inventory system with capacity constraint of the transport equipment. *International Journal of production Economics*. Vol 65. p 305-315 (2000).
- [43] Johnson S.E. Optimal two and three stage production schedules with setup times included. *Naval Research Logistics Quarterly*. Vol 1, p 61-68 (1954).
- [44] Karimi B., Fatemi Ghomi S.M.T et Wilson J.M. : The Capacitated lot sizing problem : a review of models and algorithm. *The International Journal of Management Science OMEGA*, Vol 31. p 365-378. (2003).
- [45] Kim, J.B et Kim K.H. : Determining load pattern for the delivery of assembly components under JIT systems *Int. Journal of Production Economics*. Vol 77. pp 25-38. (2002).
- [46] Kim S.L., Ha D. : A JIT lot-splitting model for supply chain management : Enhancing buyer-supplier linkage. *International Journal of Production Economics*. Vol 86, p 1-10, (2003).
- [47] Kim B.I., Kim S., Sahoo S. : Waste collection vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*. Vol. 33, p 3624-3642 (2006).
- [48] Lee H.L., Billington C. : The evaluation of the supply chain management models and practice at Hewlet-Packard. *Interface*. Vol 25. p 42-63. (1995).
- [49] Lièvre P., Tchernev N., : *La logistique entre management et optimisation*. Hermes Science publications. ISBN 2-7462-0945-4. (2004)

-
- [50] Mason S.J., Ribera P.M., Farris J.A., Kirk R.G. : Integrating the warehousing and transportation functions of the supply chain. *Transportation Research, Part E* Vol 39, p 141 - 159 (2003).
- [51] Manne A.S. : Programming of economic lot sizes. *Management Science*. Vol 4, p 115-135 (1958).
- [52] Marty C. : *Le juste à temps - produire autrement*. Edition Hermes 1997.
- [53] Merzouk S.E, Grunder O. et El Bagdouri M : A Branch & Bound Procedure to optimize loading sequences of A simple supply chain under aperiodic demand. *The 7th IFAC Workshop on Discrete Event Systems*. Reims -France, p 379-384, Septembre 2004.
- [54] Merzouk S.E, Grunder O. et El Bagdouri M : Optimisation des séquences de chargement d'une chaîne logistique élémentaire par séparation et évaluation. *Revue électronique e-STA*, vol. 1, 3ème trimestre. (2004)
- [55] Merzouk S.E, Grunder O. et El Bagdouri M : Proposition d'une méthode exacte pour l'optimisation des coûts d'une chaîne logistique élémentaire ». 6ème congrès de la société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision. ROADEF'05. Tours-France, p 278-279, Février 2005.
- [56] Merzouk S.E, Grunder O. et El Bagdouri M : Optimisation des coûts d'une chaîne logistique élémentaire par une procédure de programmation dynamique ». 6ème congrès international de génie industriel. GI2005. Besançon - France. CD-Rom du congrès, juin 2005.
- [57] Merzouk S.E, Grunder O. et El Bagdouri M : An exact method to optimize holding and transportation costs in simple supply chain. *International Conference on Information Systems, Logistics and Supply chain ILS'06*. Lyon - France. CD-ROM de la conférence ISBN n° : 2-930294-18-3, p 1191-1200, 14-17 mai 2006.
- [58] Merzouk S.E, Grunder O. et El Bagdouri M : Optimization of the holding and the transportation costs in a linear supply chain. *International conference in Service Systems and Service Management IC SSSM'06*. Troyes-France. CD-ROM de la conférence ISBN : 1-4244-0451-7. 25-27 octobre 2006.
- [59] New S.J., Payne P. : Research framework in logistics : three models, seven dinners and a survey. *International Journal of Physical Distribution and logistics management*. Vol 25 n10. p 60-77 (1995).

- [60] Mentzen J.T., DeWitt, W., Keebler, J.S., Soonhoong, M., Nix, N.W., Smith, C.D., Zacharia Z.D. : Defining supply chain management. *International Journal of business Logistics*. Vol. 22, no 2, p 1-25 (2001).
- [61] Oliver, R.K., Webber, M.D. : Supply-chain management : logistics catches up with strategy. *Logistics : The Strategic Issues*. Christopher, M.G. edition p 63-75. (1992).
- [62] Park Y., Kim S.K. : Some properties of discrete lot sizing and scheduling problem with setup times using integral demand. *Proceeding of the 2000 IEEE International Conference on Management of Innovation and Technologie. ICMIT*. Vol 2, p 859-862, 12-15 nov 2000.
- [63] Poirier C., Reiter S.E. : *La supply chain*. Édition Dunod (2001).
- [64] Rogers J. : A computational approach to the economic lot scheduling problem. *Management Science*. Vol 4, p 264-291 (1958).
- [65] Salomon M., Solomon M.M., Van Wassenhove L.N., Dumas Y., Dauzère-Pérès S. : Solving the discrete lotsizing and scheduling problem with sequence dependent set-up costs and set-up times using the Travelling Salesman Problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, Vol 100, 494-513 (1997).
- [66] Sarmah S.P., Acharya D., Goyal S.K. Buyer vendor coordination models in supply chain management. *European Journal of Operational Research* Vol 175, p 1-15 (2006).
- [67] Shen Z.J.M., Qi L. : Incorporating inventory and routing costs in strategic location models. *European Journal of Operational Research*. Vol. 179, p 372-389 (2007).
- [68] Siarry P. : *La méthode du recuit simulé*. Edition Lavoisier (1988).
- [69] Staggemeier A.T et Clark A.R. : A survey of lot-sizing and scheduling models 23rd Annual Symposium of the Brazilian Operational Research Society (SOBRAPO), Compos do Jordao, Brasil, (2001).
- [70] Simchi-Levi D., Kaminsky P., Simchi-Levi E. : *Designing and managing the supply chain : Concepts, strategies and case studies*. Irwin McGraw-Hill (1999).
- [71] Tayur S., Ganeshan R., Magazine M. : *Quantitative models for supply chain management*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [72] Thierry C. : *Gestion de chaînes logistiques : Modèles et mise en oeuvre pour l'aide à la décision à moyen terme*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches soutenu à l'université de Toulouse II Le Mirail. 25 juin 2003.

-
- [73] Tixier D., Mathe H., Colin J. : La logistique d'entreprise, vers un management plus compétitif (2ème édition). Edition Dunod, collection Gestion sup. ISBN : 2100039075 (1996).
- [74] Toth P., Vigo D. : Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem. Discrete Applied Mathematics. Vol. 123, p487-512 (2002).
- [75] Vallin P. : La logistique : Modèles et méthodes du pilotage des flux. Edition Economica, ISBN 2-7178-4681-6, 3ème édition (2003).
- [76] Elizabeth Vergara F., Khouja M.& Michalewicz Z. : An evolutionary algorithm for optimizing material flow in supply chains Computers & Industrial Engineering. Vol 43, p 407-421 (2002).
- [77] Wagner H.M., Whitin T.M. : Dynamic version of the economic lot size model. Management Science. Vol 5-1, p 89-96, (1958).
- [78] Wagelmans A.P.M., van Hoesel S., Kolen A. : Economic lot sizing : an $O(n \log(n))$ algorithm that runs in linear time in the Wagner-Whitin case. Operations Research. Vol 40-1 p 145-156 (1992).
- [79] Wolsey L.A. : Progress with single-item lot-sizing. Vol 86, p395-401 (1995).
- [80] Zhao Q.H., Wang S. Y., Lai K.K. : A partition approach to the inventory routing problem. European Journal of Operational Research. Vol. 177, p 786-802 (2007).