

Année 2008

N° d'ordre : 100

UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE
DE BELFORT-MONTBÉLIARD

UNIVERSITÉ DE
FRANCHE-COMTÉ

École Doctorale *Sciences Pour l'Ingénieur et Microtechniques*

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'Université de Technologie Belfort-Montbéliard
et de l'Université de Franche-comté

DISCIPLINE : **INFORMATIQUE**

MODÉLISATION ET OPTIMISATION DE LA PLANIFICATION DES RÉSEAUX LOCAUX SANS FIL

Par

Alexandre GONDRAN

Soutenue le lundi 8 décembre 2008

Jury

Rapporteur	GORCE Jean-Marie	Professeur, INSA Lyon
Rapporteur	HUDRY Olivier	Professeur, ENST Paris
Examineur	GALINIER Philippe	Professeur, Ecole Polytechnique, Montréal, Canada
Examineur	MINOUX Michel	Professeur, Université Paris VI
Examineur	MORLIER Jean-François	Ingénieur, Orange Lab, France Telecom
Directeurs de Thèse	CAMINADA Alexandre	Professeur, UTBM
	BAALA Oumaya	Maître de Conférence, UTBM

Table des matières

Remerciements	7
Introduction	9
1 Etat de l’art sur la planification	13
1.1 Le développement des réseaux locaux sans fil	15
1.1.1 Variables et données du problème	17
1.1.2 Dimension du problème	19
1.2 Critères de planification	21
1.2.1 Critères économiques	21
1.2.2 Critères de couverture	23
1.2.3 Critères d’interférences	28
1.2.4 Critères de capacité	35
1.3 Performances algorithmiques	40
1.3.1 Stratégies d’optimisation séquentielle et globale	41
1.3.2 Modèle de propagation des ondes radio	42
1.3.3 Taille des problèmes	43
1.4 Méthodes d’évaluation	45
1.4.1 Evaluation analytique et robustesse	46
1.4.2 Evaluation par simulation	47
1.4.3 Retour d’expériences sur quelques déploiements	48
1.5 Synthèse	50
2 Modélisation de la planification	55
2.1 Introduction	57
2.2 Modèle de placement	59
2.2.1 Modèle continu ou discret	59
2.2.2 Sites candidats	61
2.3 Modèle de paramétrage des émetteurs	63
2.3.1 Types d’AP	63
2.3.2 Azimut	64
2.3.3 Puissance d’émission	65

2.3.4	Fréquence d'émission	66
2.4	Modèle de trafic	68
2.4.1	Modèle dynamique ou statique	68
2.4.2	Modèle continu ou discret	70
2.5	Modèle de propagation	72
2.5.1	Principe de calcul	72
2.5.2	Etapes de calcul	73
2.6	Modèle de débit	74
2.6.1	Modèle d'association (de charge)	75
2.6.2	<i>SINR</i> et débit nominal	77
2.6.3	Capacité maximale d'un <i>AP</i> en régime saturé	83
2.6.4	Débit réel	88
2.7	Le problème à optimiser	89
2.7.1	Paramètres de travail	89
2.7.2	Expression de la combinatoire	92
2.7.3	Critères du problème	93
2.7.4	Synthèse	94
2.8	Conclusion	95
3	Optimisation de la planification	97
3.1	Stratégies d'optimisation	100
3.1.1	Optimisation séquentielle	101
3.1.2	Optimisation du placement avec coloration de graphe	102
3.1.3	Optimisation du placement avec brouillage moyen entre <i>AP</i>	104
3.1.4	Optimisation simultanée du placement et de l'affectation	105
3.2	Expérimentations et résultats	105
3.2.1	Critère unique d'évaluation	106
3.2.2	Expérimentations	106
3.2.3	Résultats	107
3.3	Approche algorithmique	111
3.3.1	Algorithme glouton aléatoire de couverture	114
3.3.2	Algorithme d'optimisation à voisinages variables aléatoires	117
3.3.3	Descente avec double contrôle de la dégradation dans les voisinages de suppression, d'ajout et de remplacement	119
3.3.4	Algorithme multi-start d'amélioration du plan de fréquences dans le voisinage fréquentiel	121
3.3.5	Descente dans le voisinage intra-site	121
3.3.6	Synthèse de l'algorithme à Voisins Variables Aléatoires <i>VVA</i>	122
3.4	Critères de Qualité de Service	123
3.4.1	Critère de sécurité	124
3.4.2	Critère géométrique	127

3.5	Conclusion	131
4	<i>T</i>-coloration de graphe et d'hypergraphe	133
4.1	Introduction	135
4.2	Problème simplifié d'allocation de fréquences dans les <i>WLAN</i>	136
4.2.1	Le problème \mathbf{CSP}^{SINR}	137
4.2.2	La <i>T</i> -coloration de graphe : \mathbf{CSP}_g^T	138
4.2.3	La <i>T</i> -coloration d'hypergraphe : \mathbf{CSP}_h^T	142
4.3	Construction des problèmes de <i>T</i> -coloration	150
4.3.1	Problème complet d'allocation de fréquences dans les <i>WLAN</i> .	151
4.3.2	Répartition des clients selon les débits nominaux	153
4.3.3	<i>SINR</i> et débit nominal	155
4.3.4	Construction du problème de <i>T</i> -coloration de graphe associé .	156
	Modèle de capacité à un niveau de <i>SINR</i>	156
	Construction des contraintes binaires	156
4.3.5	Construction du problème de <i>T</i> -coloration d'hypergraphe as- socié	159
4.4	Réduction de graphe et d'hypergraphe	161
4.4.1	Réduction de graphe pour la <i>T</i> -coloration à 13 couleurs	161
4.4.2	Réduction d'hypergraphe et notion de dominance	165
4.5	Optimisation utilisant la <i>T</i> -coloration	166
4.5.1	Catégories de problèmes	166
4.5.2	Exemple d'optimisation utilisant les contraintes de <i>T</i> -coloration	168
4.5.3	Type de voisinage utilisant la <i>T</i> -coloration	170
4.6	Conclusion	171
	Conclusion	173
	Publications	179
	Bibliographie	183

Remerciements

Je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Merci à Olivier Hudry, dont j'avais déjà apprécié la pédagogie hors du commun lorsque j'étais élève à l'ENST, pour les nombreux commentaires et remarques qu'il m'a apportés. Les travaux qu'ont mené Jean-Marie Gorce et sa thésarde Katia Runser m'ont permis d'entamer cette thèse sur des fondations solides. Les remarques de Jean-Marie ont orienté mes travaux. Durant ces trois années, j'ai eu la chance de rencontrer à plusieurs reprises Michel Minoux qui m'a orienté et guidé au niveau de l'optimisation et de la théorie pour mener à bien ces travaux. Je le remercie chaleureusement pour ses précieux conseils. Je remercie également Philippe Galinier pour l'attention qu'il a porté à mon travail et la précision de ses remarques qui m'ont permis de corriger certaines de mes erreurs. Ce travail aurait eu peu d'intérêt sans Jean-François Morlier et plus généralement Orange Labs qui nous ont fourni un problème réel à traiter. Merci à Jean-François pour sa disponibilité, ses analyses et ses validations.

Evidemment ce travail n'aurait pas été ce qu'il est sans l'accompagnement de mes encadrants Oumaya Baala et Alexandre Caminada. Alexandre a été pour moi bien plus qu'un directeur de thèse : je le considère comme un modèle pour ma vie professionnelle et il est aussi devenu un ami. Oumaya a également beaucoup compté pour moi, sa disponibilité, son écoute et sa bonne humeur ont été un soutien et une aide précieuse.

Je remercie, de façon plus générale, tous les membres de notre équipe avec qui j'ai pu échanger et travailler ; tout spécialement Julien Fondrevelle, maître de conférence à l'INSA de Lyon et Hakim Mabed, maître de conférence à Université de Franche-Comté dont j'ai apprécié chez tous deux autant leurs compétences techniques que leurs qualités humaines.

Enfin, je n'aurais pas tant apprécié ces trois années à l'UTBM de Belfort sans les membres du laboratoire Système et Transport, partis ou toujours présents, et je pense en particulier à Chibli Joumaa, Laurent Moalic, Mouhcine Chami, Mounir Boussedjra, Sid Lamrous, Mustapha Oughdi, Isabelle Aldinger, Ariane Glatigny, Salah Merzouk, Nicolas Gaud, Jun Hu, Chris Dumez, Lyamine Bouhafs, Aiman Nouh,

Krim Salah, David Meignan, Isabelle Devarenne, Jean-Nöel Martin, Mohammad Dib, Olivier Grunder, les Maniers, et bien d'autres encore...

Introduction

Les radiocommunications ont connu un développement de grande envergure dans les années 90 avec l'arrivée de la norme *GSM* de téléphonie mobile (*Global System for Mobile Communications*) puis l'*UMTS* (*Universal Mobile Telecommunications System*). Cet essor est d'abord dû à l'émergence de normes internationales reconnues qui a favorisé le déploiement à grande échelle, et aussi à la maîtrise de technologies associant télécommunications, électronique et informatique. Déployer ces réseaux a été un grand défi pour les opérateurs qui ont dû apprendre à maîtriser les ondes radio pour des applications totalement nouvelles par rapport à ce qui se faisait depuis le début du siècle. On est passé de la diffusion, i.e. la même chose pour tous, à l'information personnalisée et à des exigences de qualité de service. De part les enjeux, les opérateurs ont fait énormément progresser la recherche sur les méthodes et outils de planification qui intègrent notamment des modèles de propagation des ondes radio, des modèles d'estimation de qualité de service et des algorithmes d'optimisation du paramétrage.

Dans les années 2000, le besoin de communiquer sans fil s'est porté sur les réseaux informatiques pour l'échange de données. Les réseaux locaux sans fil, ou *WLAN* pour *Wireless Local Area Network*, de norme *IEEE 802.11* (ou de label *Wi-Fi*) ont envahi tous les lieux publics et privés : cafés, restaurants, hôtels, bibliothèques, logements, universités, gares, aéroports, entreprises... Ces réseaux supportent de très hauts débits et permettent d'avoir accès à des services évolués (Internet, *TV*, téléphonie-*IP*...) tout en s'affranchissant de la nécessité de se connecter physiquement au réseau local de l'entreprise ou du bâtiment, apportant ainsi mobilité et flexibilité. Avec ces réseaux, nous retrouvons les mêmes exigences de qualité de service et les mêmes difficultés techniques liées à la maîtrise du médium de communication mais pour un cadre de déploiement à l'intérieur des bâtiments.

Le grand enjeu scientifique et technique actuel des réseaux locaux sans fil est de réussir leur déploiement à grande échelle. En effet, depuis la norme *802.11g* de juin 2003, le marché est passé progressivement d'une niche à un marché d'affaires pour les équipementiers, les opérateurs de réseaux et les fournisseurs d'accès à Internet. Pour exemple, le premier réseau commercial extérieur d'accès à Internet basé sur la norme

802.11g en architecture maillée (communications radio entre les émetteurs et avec les clients) a ouvert en France en juillet 2008 pour couvrir une zone de 8000 salariés. Ainsi, il y a un besoin de passer d'une méthode manuelle basée sur le savoir-faire de l'installateur à une conception plus exigeante avec un grand nombre d'utilisateurs sur des zones très étendues et pour un engagement de Qualité de Service.

L'ensemble de ces éléments conduit à des problèmes complexes dont la résolution nécessite des approches performantes basées sur des méthodes d'optimisation. L'objet de cette thèse est de répondre à ces problèmes en proposant des modèles et des algorithmes pour optimiser la planification des réseaux *WLAN* à grande échelle. La planification consiste d'une part à positionner et à paramétrer des émetteurs dans un bâtiment et d'autre part à leur affecter un canal de fréquence porteuse afin d'offrir un accès sans fil au réseau local. Ce processus se réalise avec des critères de couverture radio pour avoir une connexion, de qualité de service pour avoir un débit, de continuité de service pour permettre la mobilité, tout en minimisant un coût financier.

La qualité de service est le critère le plus difficile à maîtriser. Elle demande une modélisation physique pointue et elle ne peut se faire que lorsque tous les paramètres du réseau sont connus. Dans l'état de l'art des méthodes d'optimisation de la planification des *WLAN*, les paramètres du réseau qui sont les inconnues du problème, sont majoritairement affectés en deux étapes successives : le placement et le paramétrage des émetteurs, puis l'allocation des fréquences. Chacun de ces deux problèmes est un problème combinatoire *NP*-difficile et demande donc des méthodes de résolutions appropriées. Face à cette complexité, quelques travaux vont jusqu'à distinguer aussi le placement (choix du site) et le paramétrage (choix de l'antenne et de la puissance d'émission) des émetteurs ce qui constitue trois étapes au final. Le problème décomposé en sous-problèmes indépendants conduit à l'obtention de minima locaux et donc probablement à des solutions sous-optimales. Une difficulté aujourd'hui est de montrer l'importance de l'écart entre ces solutions et celles qui pourraient être construites via la résolution globale du problème. Un apport important de cette thèse est de traiter simultanément ces deux problèmes et d'en évaluer le gain. D'abord avec une approche basée sur l'utilisation d'un modèle assez physique et ensuite en proposant un modèle plus théorique s'appuyant sur la *T*-coloration d'hypergraphe pour modéliser les interférences multiples.

Dans ce document nous présentons notre travail en quatre chapitres. Le premier est un état de l'art des méthodes de planification de réseaux locaux sans fil de norme *IEEE 802.11*. L'accent est mis sur la qualité de service dont l'importance est prépondérante dans ces réseaux. Le second chapitre propose une modélisation globale du problème de planification *WLAN* basée sur le calcul du débit réel. Elle permet d'optimiser simultanément les problèmes de placement et paramétrage des émetteurs et d'affectation des fréquences. Le troisième chapitre décrit les méthodes

d'optimisation mises en œuvre et présente des résultats comparés avec les méthodes utilisant des sous-problèmes. Enfin, le quatrième chapitre propose des approfondissements théoriques sur la prise en compte des interférences multiples, ce qui permet d'améliorer les algorithmes proposés.

C'est donc dans le premier chapitre que sont présentés les travaux majeurs de planification de réseaux radio aussi bien dans les réseaux cellulaires que dans les *WLAN*. Le problème de planification de réseaux cellulaires (*GSM*, *CDMA*, *UMTS*...) a été très étudié et constitue une base importante. La problématique des *WLAN* diffère sur les aspects économiques et techniques et nécessite une modélisation qui lui est propre. Le critère financier est moins important que dans les réseaux cellulaires car le coût du matériel et des installations est bien moindre. Par contre, les services offerts par les *WLAN* (services Internet à très haut débit) sont bien plus évolués et demandent une qualité de service beaucoup plus importante que dans les réseaux cellulaires. Dans ce chapitre, les critères de qualité de service sont regroupés en trois grandes catégories : les critères de couverture, les critères liés à la gestion des interférences et les critères de capacité du réseau. Nous rappelons ensuite les algorithmes et stratégies de traitement mis en œuvre.

Le second chapitre fournit une modélisation du problème qui intègre tous les paramètres de la planification : les données via la description des bâtiments, des services demandés, du nombre de clients..., les inconnues via la description des emplacements utilisables, des équipements disponibles, des paramètres de chacun d'eux... et les critères utilisés sous forme de contraintes et d'objectifs. Cette modélisation permet une optimisation globale des problèmes de placement des émetteurs et d'allocation des fréquences. Elle est basée sur le calcul du débit réel offert en chaque point de demande de service du réseau. Nous montrons que ce critère de débit réel permet une modélisation complète de la qualité de service. Il unifie les critères de couverture en calculant les puissances reçues en chaque point du réseau, les critères de gestion des interférences en calculant complètement et précisément le rapport signal à interférences plus bruit et les critères de capacité en calculant la charge de chaque émetteur et en modélisant les protocoles de communication (couche *MAC* et procédure *CSMA/CA*). Notons que le calcul du débit réel nécessite de traiter simultanément les problèmes de positionnement des émetteurs et d'allocation des fréquences. C'est à la fois une contrainte pour le problème à optimiser, mais c'est aussi la condition qui permet la synthèse.

Au troisième chapitre, nous comparons les différentes stratégies d'optimisation de la littérature avec notre stratégie globale, basée sur la modélisation du second chapitre, qui optimise simultanément le placement des émetteurs et l'affectation des fréquences. Outre notre stratégie d'optimisation globale, nous proposons également une seconde stratégie d'optimisation, séquentielle, mais qui tient compte lors du placement des émetteurs d'un brouillage moyen entre eux. Tout cela nous permet

de comparer les performances des approches basées sur le problème complet ou décomposé. Ces stratégies sont mises en œuvre par une heuristique de recherche locale nouvelle dite à *Voisinages Variables Aléatoires VVA* : à chaque itération, le type de voisinage est tiré au hasard parmi un ensemble des voisinages possibles. Cet algorithme est très modulaire et permet facilement de combiner les deux sous problèmes (placement et affectation). Une partie du travail a été effectuée en collaboration avec *Orange Labs* pour les calculs de propagation et la production des scénarios de test.

Enfin dans le but d'améliorer les performances des algorithmes précédents, le quatrième chapitre développe un cadre formel pour tenir compte des interférences multiples. Habituellement le cadre formel du traitement des interférences est défini par la T -coloration de graphe qui exprime les contraintes binaires donc les interférences simples. Une analyse de l'impact des interférences dans les réseaux sans fil nous permet de construire plusieurs modèles du problème d'affectation de fréquences. Des problèmes de satisfaction de contraintes, concernant des niveaux de rapport signal à interférence plus bruit à respecter, et des problèmes de T -coloration de graphe sont ainsi construits. Puis nous introduisons une généralisation du problème de T -coloration pour les hypergraphes afin de rendre compte des interférences multiples. Nous définissons alors une procédure dynamique qui construit des problèmes de T -coloration de graphe et d'hypergraphe associés au problème complet d'allocation de fréquences des *WLAN* et nous montrons des résultats sur des scénarios théoriques de test.

Chapitre 1

Etat de l'art sur la planification

Ce chapitre dresse un panorama des différents modèles, outils et méthodes employés pour traiter les problèmes de planification de réseaux locaux sans fil.

Après un bref rappel du développement actuel des *WLAN*, nous évaluons la dimension des instances des problèmes que l'on souhaite résoudre. Puis nous présentons les différents critères de planification qui ont été élaborés dans la littérature : critères économiques, critères de couverture, critères de gestion des interférences et critères de capacité. Le problème de planification de réseaux radio comporte, d'une part, une phase de placement et de paramétrage des émetteurs et d'autre part, une phase d'affectation des fréquences aux émetteurs. Nous passons en revue les différents algorithmes et stratégies d'optimisation (séquentielles ou simultanées) mis en œuvre pour traiter ce problème. Enfin quelques réflexions sur les déploiements de réseaux opérationnels et sur leurs modes d'évaluation sont menées. En conclusion nous mettons en avant les aspects qui nous semblent importants à prendre en compte et qui reflètent les insuffisances constatées dans la littérature. Ces propositions correspondent aux orientations données à nos travaux présentés dans les chapitres suivants.

Sommaire

Introduction	9
-------------------------------	----------

1.1 Le développement des réseaux locaux sans fil

Les réseaux locaux sans fil (*WLAN* pour *Wireless Local Area Network*) sont apparus au milieu des années 90 afin de profiter des principaux avantages des systèmes de type Ethernet, tout en s'affranchissant de la nécessité de se connecter physiquement au réseau, apportant ainsi mobilité et flexibilité. L'émergence de la famille de standards *IEEE 802.11*, il y a quelques années, a fourni un cadre commun pour l'élaboration et la mise au point de réseaux locaux sans fil, ce qui a grandement contribué à l'essor de ce type de technologies. Si la conception de ces réseaux était initialement réalisée manuellement, l'augmentation du nombre d'utilisateurs potentiels et le déploiement à grande échelle conduisent à des problèmes complexes, nécessitant des approches performantes de résolution automatiques.

Le problème de planification de réseaux *WLAN* consiste à positionner et à paramétrer automatiquement des points d'accès sans fil (*AP*, pour *Access Point*) dans un bâtiment afin d'offrir aux clients un accès au réseau local avec la couverture souhaitée et la qualité de service requise, tout en minimisant le coût financier.

Outre la complexité à prévoir la Qualité de Service (*QoS* pour *Quality of Service*) d'un réseau à partir des variables du problème (positions, paramètres et fréquence des *AP*), la planification de réseaux *WLAN* fait face à plusieurs difficultés.

1. D'abord, le **problème de localisation** des *AP* est à lui seul un problème difficile qui correspond au problème d'*ACP* (pour *Automatic Cell Planning*) dans les réseaux cellulaires *GSM* et *UMTS*. Plus généralement, positionner des infrastructures afin de répondre aux demandes des clients répartis sur une aire géographique n'est pas un problème spécifique à la planification *WLAN*. Cette problématique est retrouvée dans de nombreux problèmes dits de localisation (avec ou sans association des clients) comme le *Facility Location Problem*, le problème *dup-median*, ou le *Set Covering Problem (SCP)*, cf. [Bosio et al., 2007]) qui sont tous des problèmes *NP*-difficiles [Kariv & Hakimi, 1979] [Karp, 1972].
2. Les ressources radio étant rares, le **problème d'allocation** de fréquences est lui aussi un problème difficile. L'objectif est d'attribuer à chaque antenne une fréquence afin de minimiser les interférences. Les fréquences disponibles sont fixées par la norme *IEEE 802.11 a, b* ou *g*. Ce problème est appelé *AFP* (pour *Automatic Frequency Planning*). Il est également très étudié en design de réseaux cellulaires et n'est pas spécifique aux *WLAN*. Il peut se ramener à un problème de *k*-coloration ou de *T*-coloration de graphe qui sont des problèmes *NP*-difficiles. Par exemple, considérons la norme *IEEE 802.11b/g* qui définit 14 canaux de fréquence dont 13 sont autorisés en France. Deux canaux espacés de moins de 5 canaux d'écart se chevauchent, ce qui génère des interférences. Il n'existe donc sur cette bande de fréquences que 3 canaux totalement

disjoints. Si nous définissons un graphe dont les sommets correspondent aux point d'accès et les arêtes relient les *AP* voisins, alors nous pouvons modéliser le problème d'allocation de fréquences dans les *WLAN* par un problème de coloration de graphe avec 3 couleurs. Cette modélisation est l'une des plus simples du problème de planification de fréquences pour les *WLAN*. Or le problème de 3-coloration de graphe est déjà un problème *NP*-difficile. Notons que quelques articles de la littérature s'intéressent à la complexité des problèmes de localisation avec l'ajout de contraintes sur la gestion des interférences [Glaß er *et al.*, 2005] [Mathar & Niessen, 2000].

Remarque :

Comme chacun des deux sous problèmes de planification (localisation des installations et affectation des fréquences) est un problème NP-difficile, les problèmes de planification de réseaux locaux (WLAN), comme de réseaux cellulaires (GSM), sont donc des problèmes NP-difficiles.

*De plus, dans un problème classique de couverture (avec ou sans association de clients), l'ajout d'une nouvelle installation ne fait qu'améliorer la qualité de service de la solution, même si elle augmente son coût financier. Dans les problèmes où il existe des interférences, comme dans notre problème de planification, l'ajout d'une nouvelle installation peut améliorer, mais peut aussi dégrader fortement la qualité de service de la solution. Cela rend le problème combinatoire beaucoup plus complexe qu'un problème de couverture. [Gondran & Minoux, 1995] définissent des relations de réduction et d'équivalence au sens fort sur des problèmes d'optimisation combinatoire NP-difficiles, ce qui permet de les classer par ordre de difficulté croissante. Les travaux récents de [Monnot *et al.*, 2003] et de [Paschos, 2004] approfondissent cette notion de forte réduction.*

Dans un premier temps, afin de comprendre l'étendue de notre problème, nous présentons rapidement les données et les variables de ce problème, ainsi que sa dimension.

La planification de réseaux sans fil est un problème qui est largement étudié pour les réseaux cellulaires (*GSM/GPRS/EDGE/UMTS*). Pour les *WLAN*, la problématique est plus récente. Outre que la technologie soit différente, rappelons les principales particularités des *WLAN* :

- L'usage des *WLAN* n'est soumis à aucune licence, le déploiement d'un *WLAN* est libre.
- Le matériel *Wi-Fi*¹ est bon marché par rapport aux équipements des réseaux

1. le terme *Wi-Fi* pour *Wireless-Fidelity* est le nom commercial pour désigner les systèmes basés sur la norme IEEE 802.11.

cellulaires ; le coût d'achat d'un *AP* Wi-Fi commence à 30€ alors qu'il dépasse facilement les 300€ pour une antenne *GSM*. De même les coûts d'installation, de raccordement au réseau filaire et d'exploitation sont bien moindres dans les *WLAN*.

- Les *WLAN* utilisent des bandes de fréquences autour de 2400 MHz et de 5000 MHz tandis que les réseaux *GSM* utilisent les bandes de fréquences 900 MHz et 1800 MHz. La portée d'une onde Wi-Fi est donc bien plus faible - une centaine de mètres maximum - que la portée d'une onde *GSM* qui peut atteindre une cinquantaine de kilomètres. L'affaiblissement d'une onde radio est inversement proportionnelle au carré de la fréquence utilisée (cf. formule de Friis [Friis, 1946]).
- Les *WLAN* concernent le plus souvent des réseaux d'intérieur, avec des phénomènes de propagation spécifiques : réflexion, diffraction, interférence...
- Les services des *WLAN* prétendent à des débits théoriques de 54 Mbps alors que les débits théoriques sont de 9.6 kbps pour le *GSM*, de 171.2 kbps pour le *GPRS*, de 384 kbps pour l'*EDGE* et 1.92 Mbps pour l'*UMTS*.

1.1.1 Variables et données du problème

L'objectif est de concevoir un réseau afin qu'il réponde au mieux aux exigences financières et de qualité de service souhaitées.

La planification de réseaux *WLAN* peut, au même titre que celle des réseaux cellulaires, être décomposée en deux sous-problèmes : **le positionnement des AP**, accompagné éventuellement du choix de son diagramme de rayonnement et du paramétrage de la puissance d'émission et de l'azimut (qui correspond à la direction d'émission dans le cas d'antennes sectorielles), et **l'affectation de fréquences**. Ces deux problèmes sont très souvent traités successivement mais ils peuvent parfois être traités simultanément [Rodrigues *et al.*, 2000], [Lee *et al.*, 2002], [Bahri *et al.*, 2005], [LIN05].

Deux approches différentes peuvent être adoptées pour aborder le problème de positionnement, selon que l'ensemble des positions candidates des *AP* est infini ou fini :

- Une optimisation dite continue, où l'ensemble des positions candidates des *AP* (coordonnées dans le plan pour un problème 2D ou dans l'espace pour un problème 3D) est infini. Si l'on exclut les contraintes de domaine qui imposent par exemple aux *AP* de se trouver à l'intérieur du bâtiment à couvrir, aucune autre restriction ne s'applique généralement pour ces positions.

- Une optimisation combinatoire, pour laquelle les positions envisageables pour les AP se limitent à un ensemble fini de sites candidats. Cette option est fortement recommandée car elle permet de réduire la taille de l'espace de recherche et donc d'accélérer le processus d'optimisation. Par ailleurs, le fait de se limiter à un ensemble fini de positions est également justifié par les propriétés de propagation des ondes. En effet, on peut considérer que la carte de couverture d'un point d'accès varie peu lorsque l'on déplace celui-ci à l'intérieur d'une pièce sans obstacle, ce qui permet de ne considérer qu'un site candidat pour toute la pièce (ceci est bien sûr valable pour des pièces de taille suffisamment petite). De plus, dans ce cas, les calculs de propagation peuvent être effectués avant l'optimisation et non pendant, ce qui accélère considérablement le processus d'optimisation. De nombreux articles de la littérature peuvent avoir une bonne modélisation du problème mais utilisent un modèle de propagation intégré à l'optimisation. D'une part, cette intégration dégrade considérablement la qualité de la solution puisque ces modèles très simples (souvent basés sur la formule de Friis) donnent des estimations de la puissance dans un bâtiment de mauvaise qualité et, d'autre part, elle ralentit considérablement le processus d'optimisation et empêche toute planification à grande échelle. Enfin, lorsque l'ensemble des sites candidats est connu, il est également possible de prendre en compte les propriétés de l'environnement en terme de facilité d'installation (en excluant des sites qui ne permettent pas le raccordement au réseau filaire ou au contraire en incitant des sites propices à ce raccordement). Il permet alors d'estimer le coût financier d'installation d'un AP sur chaque site candidat.

Les données du problème sont donc :

- (1) L'ensemble V_a des emplacements, i.e. positions (x, y, z) des AP candidats. Cet ensemble peut être fini (cas discret) ou infini (cas continu).
- (2) Le nombre maximum d' AP à implanter p_{max} .
- Le modèle de trafic (ou de charge) du réseau. Ce modèle définit comment est représentée la demande en charge du réseau; il donne également un cadre à l'expression de la qualité de service (QoS) souhaitée. Par exemple, on définit :
 - (3) Un ensemble fini et discret V_d de n points de service ou clients.
- (4) Les exigences financières comme le coût d'installation d'un AP : f_j pour $j = 1, \dots, m$. (m étant dans ce cas le nombre d'emplacements possibles).
- (5) La QoS souhaitée.
Ces exigences peuvent se traduire par la définition de paramètres comme :
 - la demande de débit de chaque client : a_i pour $i = 1, \dots, n$.
 - la priorité de chaque client : $priorité_i$ pour $i = 1, \dots, n$.
- (6) Le modèle de propagation des ondes radio.

- (7) La géographie du bâtiment.
- (8) La technologie choisie : *IEEE 802.11 a* ou *b/g*.

Les variables de décision du problème sont les paramètres sur lesquels nous allons pouvoir agir lors de la phase d'optimisation. On compte parmi eux :

- (9) Le choix et le nombre d'emplacements sélectionnés.
- Les paramètres de chaque *AP* sélectionné :
 - (10) son diagramme de rayonnement ; cette variable peut être une donnée du problème si on ne choisit qu'un seul type de diagramme pour tous les *AP* du réseau.
 - (11) son azimuth.
 - Son tilt ; cette variable ne sera pas prise en compte par la suite car elle est peu intéressante en *WLAN* : $tilt = 0$.
 - (12) sa puissance d'émission.
 - (13) son canal de fréquences. Pour la norme *IEEE 802.11* il est nécessaire d'affecter une seule fréquence à chaque antenne.

Prenons pour exemple le cas où l'ensemble des emplacements possibles V_a et l'ensemble des clients V_d sont des ensembles finis. A partir des données (1), (3), (6), (7), (8) et de la variable (9), nous pouvons définir la fonction distance $d : V_a \times V_d \rightarrow \mathbb{R}^+$ correspondant aux puissances (exprimées en dBm) du signal émis par un *AP* et reçu par un client. Elle définit la propagation individuelle du signal de chaque *AP*.

Le problème peut être formulé ainsi : en jouant sur les variables (9) et (13) et sur les variations de la fonction d grâce aux variables (10), (11) et (12), on tente de répondre au mieux aux exigences (2), (4) et (5).

1.1.2 Dimension du problème

Pour estimer la dimension du problème, on se place dans une version combinatoire du problème et on se fixe une taille maximum des problèmes que l'on souhaite résoudre.

Déployer un réseau *WLAN* dans un bâtiment revient à sélectionner un certain nombre de positions, appelés sites, parmi une liste de sites candidats sur lesquels on installe des *AP* afin de couvrir le bâtiment, ce dernier pouvant comporter plusieurs étages. A titre d'exemple, on fixe la taille maximum de la zone à couvrir à un bâtiment cubique de 10 étages, de 100 mètres de long et de 100 mètres de large, ce qui représente 100 000 mètres carré à couvrir.

Nous évaluons d'abord la taille des variables de décision.

Le nombre maximum d'*AP* à placer est de l'ordre d'une centaine : $p_{max} \approx 100$, et nous estimons qu'il est nécessaire de 10 sites candidats pour sélectionner 1 site, ce qui représente environ 1000 sites candidats. Notons que 100 *AP* permettent d'écouler un débit réel d'environ environ 1,3 Gbps (à raison de 13 Mbps par *AP*) soit de servir 2600 clients simultanément à 500 kbps.

Il faut choisir le type d'*AP* à installer sur chaque site sélectionné, un type d'*AP* est caractérisé par son diagramme de rayonnement. Il existe principalement 3 catégories d'*AP* : les *AP* omnidirectionnels (sans direction privilégiée), les *AP* bi-directionnels (avec deux directions privilégiées opposées) et les *AP* directionnels (avec une seule direction privilégiée). On peut se limiter à ces 3 types d'*AP* avec 8 azimuts possibles pour l'*AP* directionnel, 4 azimuts possibles pour l'*AP* bi-directionnel et aucun azimut possible pour l'*AP* omnidirectionnel. Ce qui porte à $8 + 4 + 1 = 13$ possibilités de configurations pour le type d'*AP* avec azimuts.

Il est aussi nécessaire de déterminer la puissance d'émission des *AP* sélectionnés. On peut estimer que nous avons le choix, pour chaque type d'*AP*, entre 4 valeurs possibles environ. De plus, il y a le choix entre 13 canaux de fréquence d'émission pour la norme *IEEE 802.11b* ou *g*. Le nombre total de solutions possibles d'un problème de planification d'un réseau *WLAN* de 100 *AP* est :

$$C_{1000}^{100} \times (13 \times 4 \times (8 + 4 + 1))^{100} = C_{1000}^{100} \times (676)^{100} \sim 10^{422}$$

L'espace des solutions est donc considérable mais **la plus grande difficulté du problème provient de la gestion des interférences**. En effet, si l'on omet le problème d'allocation de fréquence, on est réduit à un problème de couverture, certes avec une grosse combinatoire, mais le problème est **conservatif par rapport à la qualité**, c'est-à-dire que l'ajout d'un nouveau point d'accès par exemple ne fait qu'améliorer la qualité de service de la solution même si elle en augmente le coût financier. Tandis que lorsque l'on considère les interférences, le problème devient bien plus complexe car **l'ajout d'un nouveau point d'accès peut améliorer, mais aussi, peut dégrader fortement la qualité de service de la solution**. La gestion des interférences rend le problème combinatoire beaucoup plus complexe car non conservatif par rapport à la qualité.

Pour définir les zones à couvrir et évaluer une solution, un maillage du bâtiment est souvent nécessaire. Les mailles à couvrir sont appelées points de service. Le nombre de points de service dépend du pas de maille, si celui ci est de un mètre carré, le nombre de points de service total maximal est de 100 000 (pour le bâtiment de 100 000 mètres carrés). Il faudra déterminer si une solution couvre ou pas chacun de ces points de service. Cent mille est donc l'ordre de grandeur du nombre maximum de contraintes de notre problème.

1.2 Critères de planification

Il n'existe pas dans la littérature de modèle unique pour la problématique de conception des réseaux locaux sans fil. Selon les situations et les hypothèses étudiées, différents critères peuvent être considérés et exprimés en termes de contraintes (à respecter obligatoirement) ou en termes d'objectifs (à optimiser). La première distinction consiste à séparer les *critères financiers* des *critères de qualité* du réseau. La nature de ces deux critères étant fondamentalement différente. Ensuite il existe une variété de critères de qualité de services, nous pouvons tout de même les regrouper en trois catégories principales.

- Les *critères de couverture* permettent d'évaluer si une zone est recouverte par le réseau, c'est-à-dire si elle reçoit des signaux à des puissances suffisamment importantes pour établir une communication. Ces critères ne tiennent pas compte des interférences qui peuvent exister dans le réseau.
- Les *critères d'interférences* sont tous les indicateurs permettant d'évaluer l'impact des interférences dans un réseau. Cela peut simplement être le calcul des zones de recouvrement entre deux *AP* ou le calcul du rapport signal à bruit plus interférence (*SINR*) avec allocation des fréquences pour les cas les plus évolués. La gestion des interférences est l'aspect difficile du problème de planification car il rend le problème chaotique : un petit changement dans le plan de fréquence a des conséquences sur toute la qualité de service du réseau. Contrairement au problème de couverture, le problème d'allocation de fréquence est difficilement décomposable.
- Les *critères de capacité* du réseau évaluent la capacité en débit ou en nombre de clients d'un *AP* ou du réseau.

Nous allons présenter d'abord les critères économiques rencontrés dans la littérature puis les critères de couverture, d'interférences et enfin de qualité.

1.2.1 Critères économiques

Derrière un objectif générique de minimisation de "*coût financier du réseau*", on peut retrouver plusieurs situations bien distinctes, en fonction des éléments pris en compte dans le calcul de ce coût. Celui-ci peut se limiter simplement au *nombre d'AP à installer*, au *coût d'achat des AP* ou considérer également les *opérations de raccordement au réseau filaire* (*LAN, Local Area Network*), voire à plus long terme, *l'exploitation et la gestion du réseau*. Cependant l'existence ou non de *LAN* n'est jamais prise en compte directement comme critère économique dans les articles que nous avons référencés. On suppose toujours qu'un *LAN* existe

et donc qu'il n'y a pas d'autre équipement à installer que les bornes radio, et qu'il n'y a pas de câbles de connexion au réseau ou d'alimentation électrique à installer. Or dans un *WLAN* la partie la plus onéreuse du réseau est constituée par la partie filaire (coût de pose des câbles) et par les équipements actifs de cette partie (concentrateurs, commutateurs...).

Le nombre d'*AP* à installer est très largement le critère économique le plus utilisé dans la littérature. Le problème revient alors à minimiser ce nombre comme dans [Bahri *et al.*, 2005]. Rappelons cependant que dans le contexte de la planification des réseaux de téléphonie mobile (par exemple, les réseaux *GSM*) la problématique financière constitue un enjeu fondamental, du fait du coût unitaire des stations de base (de l'ordre de 300 000 €). Ce n'est plus véritablement le cas pour les réseaux de type *WLAN*, pour lesquels le coût est beaucoup plus faible (de 40 à quelques centaines d'euros). En outre, les dimensions des zones à couvrir sont beaucoup moins importantes (il s'agit de réseaux locaux qui n'excèdent pas la centaine d'antennes), tandis que pour les réseaux cellulaires, le déploiement peut se faire à l'échelle d'un pays. Par conséquent, le critère du nombre d'*AP* a plutôt tendance à être formulé comme une contrainte du problème, en étant par exemple limité inférieurement (nombre d'*AP* minimum pour assurer la couverture) et / ou supérieurement (budget maximal autorisé) [Unbehaun & Kamenetsky, 2003]. Une seconde possibilité consiste à l'inclure dans une fonction de coût en l'agrégeant à d'autres critères [MacGibney & Klepal, 2005], ou à l'optimiser conjointement à d'autres fonctions dans un cadre multi-objectif [Tang *et al.*, 2001], [Maksuriwong *et al.*, 2003]. Enfin, un certain nombre de travaux supposent tout simplement que le nombre d'*AP* soit un paramètre fixé a priori, déterminé en amont [Ji *et al.*, 2002].

Le critère du coût économique du réseau ne peut pas être utilisé seul, un critère de qualité de service doit obligatoirement lui être associé. Un problème économique très standard que l'on retrouve dans de nombreux domaines est le problème de couverture (*SCP*, *Set Covering Problem*). Il a pour objectif de minimiser le coût d'installation des *AP* sous la contrainte d'une couverture complète des clients.

Remarque :

Dans les problèmes de planification de réseaux radio, les interférences transforment radicalement le problème de couverture. S'il est toujours vrai que plus il y a d'antennes plus on couvre le bâtiment, on sait aussi que plus il y a d'antennes, plus il y a d'interférences et donc moins on couvre le bâtiment. Ces deux phénomènes ont des effets antagonistes sur le nombre d'antennes à installer. Il en résulte un équilibre qui gère le nombre total d'antennes.

La remarque précédente montre que si l'on traite les phénomènes de couverture et d'interférences simultanément, il n'est pas forcément nécessaire d'optimiser le

nombre d'*AP* à installer. Cependant si l'on souhaite vraiment estimer le prix d'un *WLAN* qui tienne compte à la fois du coût d'achat des *AP* et de leur raccordement au réseau filaire, alors il est nécessaire d'avoir une liste finie de sites potentiels pour lesquels on a défini un coût financier d'installation (main d'œuvre et raccordement au *LAN* et au réseau éclectique). Nous intégrerons ce type de critère financier, non encore étudié dans la littérature, dans notre modélisation présentée au chapitre 2.

1.2.2 Critères de couverture

Le premier critère de qualité de service d'un réseau sans fil est sa couverture, c'est-à-dire la zone de l'espace couverte par ce réseau. L'estimation de la couverture nécessite d'utiliser un modèle de propagation d'ondes radio qui calcule la puissance des signaux reçus en tout point de l'espace. Le terme de couverture est ambigu, nous précisons donc les termes suivants. Un point de l'espace est *couvert en puissance* s'il reçoit d'un *AP* un signal dont la puissance est supérieure à un seuil p_{min} donné. Dans la littérature, la couverture en puissance est simplement appelé couverture et nous adopterons cette appellation. Un point de l'espace est *couvert en service* si le rapport signal à interférence plus bruit calculé en ce point est supérieur à un seuil $SINR_{min}$ donné. Un client situé sur ce point de l'espace aura une qualité radio suffisante pour établir une connexion avec le réseau local. La couverture en service implique la couverture en puissance mais l'inverse est faux car la couverture en service tient compte des interférences. Les interférences se produisent principalement à cause d'autres *AP* utilisant le même canal de fréquences ou des canaux de fréquences voisins. Dans cette partie "*Critères de couverture*", on ne traite que la couverture en puissance. La couverture en service est traitée dans le paragraphe 1.2.3 avec les critères concernant les interférences.

Introduire un critère de couverture implique nécessairement de définir des *points de service*, c'est-à-dire des zones ou points de l'espace pour lesquels nous calculons la puissance reçue provenant des *AP*. Selon les articles de la littérature les points de service sont appelés points de test, points de demande, usagers, clients, stations ou blocs rectangulaires homogènes quand il s'agit de zones. Les caractéristiques associées à un point de service sont plus ou moins évoluées. [Battiti *et al.*, 2003], [Rodrigues *et al.*, 2000] et [Wertz *et al.*, 2004] attribuent à chaque point de service un *coefficient de priorité* traduisant l'importance relative des différentes régions de l'espace à couvrir. En général, c'est un nombre entier compris entre 0 et 5. Il peut être également associé un coefficient rendant compte de la superficie correspondant au point de service [Rodrigues *et al.*, 2000].

On remarque que dans la grande majorité des articles de la littérature, les auteurs supposent que chaque point de service se connecte avec l'*AP* qui lui offre le plus

fort signal. Cette association client/serveur est appelée **association au meilleur serveur**. Dans ce cas, on note :

- I est l'ensemble des points de service du réseau.
- J est l'ensemble des AP potentiels du réseau.
- \mathbf{x} est la variable de décision d'ouverture ou de fermeture des AP .
 $x_j = 1$ si l' AP j est ouvert et $x_j = 0$ si le point d'accès j n'est pas ouvert.
- $(p_{ij})_{\substack{i \in I \\ j \in J}}$ est la matrice des puissances reçues au point de service i et provenant de l' AP j .
- p_i est la puissance maximale reçue par le point de service i : $p_i = \max_{j \in J}(p_{ij}x_j)$
- $(a_{ij})_{\substack{i \in I \\ j \in J}}$ est la matrice binaire telle que : $a_{ij} = 1$ si $p_{ij} \geq p_{min}$ et $a_{ij} = 0$ sinon.

Notons que :

$$p_i \geq p_{min} \Leftrightarrow \max_{j \in J}(p_{ij}x_j) \geq p_{min} \Leftrightarrow \max_{j \in J}(a_{ij}x_j) = 1 \Leftrightarrow \sum_{j \in J} a_{ij}x_j \geq 1 \quad (1.1)$$

Pour cette raison, certains auteurs [Mathar & Niessen, 2000] considèrent cette matrice qu'ils appellent matrice de couverture des points de service, plutôt que la matrice des puissances.

Dans ce cas l'association client/serveur est un problème à part entière ; ce problème est intéressant lorsque l'on considère que la capacité de chaque AP est limitée, il est alors utile de transférer des points de service d'un AP surchargé vers un AP moins chargé : c'est l'équilibrage de charge (en anglais, *load balancing*). Nous en reparlerons dans le paragraphe 1.2.4 traitant justement des critères de capacité.

Remarque :

Un critère de couverture nécessite de calculer les puissances reçues aux points de service. Ce calcul est, soit préalable à la phase d'optimisation, soit effectué durant l'optimisation. Pour effectuer le calcul durant l'optimisation, les auteurs définissent généralement un modèle empirique de propagation du signal fondé sur la formule de [Friis, 1946]. Comme ce modèle de propagation est peu fiable, il est préférable d'avoir défini un nombre de sites candidats finis et de calculer préalablement les puissances reçues aux différents points de service. De plus, effectuer le calcul des puissances durant l'optimisation ralentit considérablement l'exécution de l'algorithme. Pratiquement cela rend non envisageable le traitement des problèmes de grande taille. Seul [Runser, 2005] a construit un modèle de propagation fondé sur une véritable propagation de proche en proche du signal. Ce modèle fournit une bonne estima-

tion de la puissance reçue aux points de service et le calcul est rapide, de l'ordre de la seconde par carte de couverture, ce qui permettra sous certaines conditions de l'intégrer à la phase d'optimisation.

On distingue en général trois critères de couverture : un critère de maximisation des puissances reçues, un critère basé sur un seuil minimal des puissances reçues (problèmes de couverture) et un critère de couverture homogène.

Maximisation des puissances reçues

Le critère le plus simple consiste à *maximiser les puissances reçues* aux points de service :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui maximise } \sum_{i \in I} p_i,$$

avec $p_i = \max_{j \in J} (p_{ij} x_j)$ la puissance maximale reçue par le point de service i . Nous le trouvons dans [Rodrigues *et al.*, 2000] [Lee *et al.*, 2002] où il est pondéré par les coefficients de priorité et surfacique. Evidemment, maximiser les puissances reçues équivaut à minimiser l'affaiblissement du signal; les formalismes basés sur celui de [Sherali *et al.*, 1996] tels que [Ji *et al.*, 2002] [Kamenetsky & Unbehaun, 2002] [Unbehaun & Kamenetsky, 2003] [Kouhbor *et al.*, 2005] utilisent ce critère combiné avec d'autres. Optimiser la moyenne des rapports signal à bruit (*Signal-to-Noise-Ratio*, *SNR*) comme le fait [Maksuriwong *et al.*, 2003] revient exactement au même problème. [Eisenblätter *et al.*, 2007] approxime le débit des points de service i par une fonction polynomiale de p_i , le problème est alors de :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui maximise } \sum_{i \in I} ap_i^2 + bp_i + c,$$

avec $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Problèmes de couverture

Le second critère de couverture rencontré dans la littérature fait intervenir un *seuil de puissance minimal* p_{min} . Nous rappelons qu'un point de service i est couvert (en puissance) si la plus forte puissance qu'il reçoit est supérieure au seuil : $p_i \geq p_{min}$ i.e. $\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geq 1$. Ce critère est le plus commun, il peut être exprimé en contrainte ou en objectif du problème. Nous appelons problèmes de couverture les problèmes faisant intervenir ce seuil. Parfois le terme de problème de recouvrement

est employé de façon analogue au problème de couverture, nous n'utiliserons cette appellation car nous réservons ce terme de recouvrement pour signifier qu'une zone est couverte par au moins deux AP à la fois.

Lorsqu'il est exprimé en contrainte, le problème peut être formulé [Amaldi *et al.*, 2004b] comme un problème de couverture simple dit SCP , pour *Set Covering Problem* :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \sum_{j \in J} f_j x_j \text{ s.c. } \forall i \in I, \sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geq 1, \quad (1.2)$$

avec f_i le coût d'installation du point d'accès j .

[Prommak *et al.*, 2002], [Bahri *et al.*, 2005] n'imposent pas forcément la couverture totale et autorisent une certaine proportion des points de service à ne pas être couverts, nous parlons alors de couverture partielle à $t_x\%$:

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \sum_{j \in J} f_j x_j \text{ s.c. } \sum_{i \in I} \max_{j \in J} (a_{ij} x_j) \geq t_x |I|.$$

En effet $\max_{j \in J} (a_{ij} x_j) = 1$ si et seulement si $p_i \geq p_{min}$ et zéro sinon d'après l'équation (1.1) et donc $\sum_{i \in I} \max_{j \in J} (a_{ij} x_j)$ correspond au nombre de points de service couverts.

[Anderson & McGeehan, 1994] définissent une pénalité pour chaque point de service i non couvert égale à l'écart entre la puissance reçue (p_i) et la puissance seuil (p_{min}), le problème d'optimisation est alors :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \sum_{i \in I} \max(0, p_{min} - p_i).$$

Ce critère exprimé en objectif du problème est utilisé par [Sherali *et al.*, 1996] et tous les autres formalismes basés sur celui-ci ([Ji *et al.*, 2002] [Kamenetsky & Unbehau, 2002] [Unbehau & Kamenetsky, 2003] [Kouhbor *et al.*, 2005]). [Runser, 2005] considère également ce critère mais lui fixe une valeur maximale puisque ce critère n'est pas borné.

Remarque :

En réalité [Anderson & McGeehan, 1994] considèrent la somme des carrés des écarts $\sum_{i \in I} (\max(0, p_{min} - p_i))^2$. En effet, plusieurs auteurs préfèrent des formulations quadratiques. En particulier [Runser, 2005] évalue tous les critères $(f_i)_{i \in I}$ concernant les points de service par le calcul de la norme euclidienne pondérée : $\|\mathbf{f}\|_\mu = \sqrt{\sum_{i \in I} \mu_i f_i^2}$ avec μ_i le pourcentage de surface couvert par le point de service i par rapport à la

surface totale à couvrir. En effet la norme euclidienne représente à la fois la valeur moyenne et l'écart type de la mesure : $\|\mathbf{f}\|_{\mu} = \sqrt{\sigma_{\bar{f}}^2 + \bar{f}^2}$, où $\bar{f} = \sum_{i \in I} \mu_i f_i$ est la moyenne de \mathbf{f} pondéré par μ et $\sigma_{\bar{f}} = \sqrt{\sum_{i \in I} \mu_i (f_i - \bar{f})^2}$ est son écart type.

Une autre façon de traiter en objectif ce critère est de maximiser le nombre de points de service couverts :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui maximise } \sum_{i \in I} \max_{j \in J} (a_{ij} x_j).$$

Cette façon de maximiser la zone de couverture est utilisée par [Tang *et al.*, 2001], [Battiti *et al.*, 2003] et [MacGibney & Klepal, 2005] ou par [Fortune *et al.*, 1995] et [Wright, 1998] qui expriment cela en pourcentage de couverture.

Enfin, certains auteurs comme [Sherali *et al.*, 1996] ou [Rodrigues *et al.*, 2000] introduisent plusieurs seuils permettant de caractériser plusieurs niveaux de qualité du signal reçu. A chaque seuil est alors associée une pénalité spécifique, qui croît à mesure que la qualité du signal se dégrade. L'approche de [He *et al.*, 2004] qui minimise le taux d'erreur binaire (*BER*, *Bit Error Rate*) correspond à définir une suite continue de pénalités en fonction du niveau de puissance. Selon le service que l'on souhaite mettre en place, [Runser *et al.*, 2003] associent à chaque point de service, un seuil minimal de puissance reçue à respecter : p_i^{\min} .

Homogénéité de la couverture

Enfin les derniers critères de couverture présentés sont des critères d'homogénéité de la couverture. Par exemple [Battiti *et al.*, 2003] maximise la plus faible puissance reçue par les points de service (le plus mauvais best serveur) :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui maximise } \min_{i \in I} (p_i).$$

De façon analogue [Sherali *et al.*, 1996] (et tous les autres formalismes basés sur celui-ci [Ji *et al.*, 2002] [Kamenetsky & Unbehau, 2002] [Unbehau & Kamenetsky, 2003] [Kouhbor *et al.*, 2005]) minimisent la perte maximale de signal comme [Tang *et al.*, 2001] et utilisent ce critère accompagné de deux autres critères de couverture.

Enfin [Runser, 2005] définit un critère de couverture homogène sous forme quadratique :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \|\max(0, \bar{p} - p_i)\|_{\mu},$$

où $\bar{p} = \sum_{i \in I} \mu_i p_i$ est la moyenne des puissances reçues sur les points de service et $\|f_i\|_{\mu} = \sqrt{\sum_{i \in I} \mu_i f_i^2}$.

Remarque :

[MacGibney & Klepal, 2005] introduisent la notion de **zones interdites** ou zones restreintes correspondant à des endroits qu'ils ne souhaitent pas couvrir. Ils pénalisent alors leur fonction objectif si la zone interdite est couverte.

1.2.3 Critères d'interférences

La gestion des interférences est l'aspect critique du problème de planification car, comme nous l'avons rappelé, ce problème est non conservatif par rapport à la qualité de service, chaotique et difficilement décomposable.

Le rapport signal à interférences plus bruit (*SINR*, *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio*) mesure précisément le niveau d'interférence aux points du réseau. Cependant son calcul nécessite de connaître à la fois les puissances provenant des antennes et l'affectation des fréquences ; il ne peut donc être calculé que si les problèmes de localisation et d'affectation sont réalisés simultanément.

Or habituellement en planification de réseau, le problème d'allocation des fréquences est traité après le problème de positionnement des antennes. Dans ce cas les concepteurs de réseaux doivent ajouter au problème de positionnement des *AP* des contraintes liées aux interférences afin de faciliter le problème d'allocation de fréquences dans un second temps. Ces contraintes portent sur le **recouvrement entre zones de couverture des *AP*** ou sur des approximations du *SINR* : **écarts de puissances entre le signal porteur et les signaux interférents, calcul du *SINR* sans allocation de fréquences.**

Notons que quelques travaux traitent conjointement les problèmes de positionnement des antennes et d'allocation des fréquences, ce qui permet de calculer le *SINR* de façon plus complète.

Remarque :

*Certains travaux ne tiennent pas compte des interférences : cela revient à considérer tous les *AP* indépendamment les uns des autres. La couverture du réseau est simplement la somme des couvertures de chaque point d'accès. Ce problème se réduit alors à un problème de couverture. Cette approximation reste tout de même correcte pour les deux cas suivants :*

- *Les *AP* sont très éloignés les uns des autres ; c'est-à-dire qu'il n'existe pas de zone de recouvrement (une zone de recouvrement est une zone de l'espace couverte par au moins deux *AP* à la fois).*

- *Tous les AP travaillent sur des canaux différents. C'est en réalité rarement le cas ; en effet pour la norme IEEE 802.11b ou g, par exemple, il existe seulement 3 canaux totalement disjoints, ce qui a pour conséquence que des interférences peuvent apparaître à partir du positionnement de quatre AP.*

Recouvrement entre zones de couverture des AP

Une zone de recouvrement est une zone de l'espace couverte par au moins deux AP à la fois. Toute zone de recouvrement ne sera pas forcément une zone d'interférence puisque l'on a plusieurs canaux de fréquences à notre disposition. Pénaliser toutes les zones de recouvrement revient donc à sur-contraindre le problème. [Bosio *et al.*, 2007] présentent une modélisation dont l'objectif est de minimiser les zones de recouvrement entre cellules sous contraintes de couverture totale :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_{ij} x_j \text{ s.c. } \forall i \in I, \sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geq 1. \quad (1.3)$$

Remarque :

[Bosio *et al.*, 2007] font remarquer que si on pose comme coût d'installation de l'AP j : $f_j = \sum_{i \in I} a_{ij}$ qui correspond au nombre de points de service couverts par l'AP, alors ce problème (1.3) est un cas particulier du problème de couverture SCP formulé en (1.2).

[Mathar & Niessen, 2000] minimisent aussi le recouvrement entre cellules.

Sachant que la norme IEEE 802.11b/g définit trois canaux de fréquence disjoints, le recouvrement ne serait pénalisé que lorsqu'un point de service est couvert par plus de trois AP.

La notion de recouvrement amène souvent les auteurs à définir un graphe de recouvrement [Lee *et al.*, 2002] :

$G_r(J, V)$ est le graphe de recouvrement. Les sommets sont les AP et une arête relie deux AP dont les zones de couverture se recouvrent ; c'est-à-dire potentiellement interférents.

$(b_{jj'})_{j, j' \in J}$ est la matrice d'adjacence du graphe de recouvrement $G_r(J, V)$: $b_{jj'} = \max_{i \in I} (a_{ij} a_{ij'})$ avec $j, j' \in J$. [Eisenblätter *et al.*, 2007] attribuent un coefficient de pondération $b'_{jj'}$ à chaque arête du graphe correspondant à l'importance du recouvrement.

Dans ce cas, il est possible d'interdire ou de minimiser la sélection de deux AP voisins

(graphe de sites incompatibles [Mathar & Niessen, 2000]) : $\forall j, j' \in J, b_{jj'}x_jx_{j'} = 0$; on peut aussi contraindre la sélection des AP afin qu'il n'y ait pas plus de deux voisins sélectionnés en même temps : $\forall j \in J, \sum_{j' \in J \setminus \{j\}} b_{jj'}x_jx_{j'} \leq 2$.

Le rapport signal à interférences plus bruit

Les critères de recouvrement sont des critères cellulaires ; c'est-à-dire qu'ils concernent les AP . Pourtant les interférences sont mesurées au niveau de chaque point de service i grâce au $SINR$:

$$SINR_i = \frac{[p_i]_{mW}}{\sum_{\text{interférénts}} [p_{\text{interférént}}]_{mW} \times \gamma(|c_{\text{serveur}} - c_{\text{interférént}}|) + [p^B]_{mW}}$$

où p^B est la puissance du bruit thermique, $p^B = -100 \text{ dBm}$ pour la norme *IEEE 802.11b/g*, $p_{\text{interférént}}$ est la puissance du signal émis par une antenne interférente et reçue par le point de service i , c_{serveur} est le numéro du canal utilisé par l' AP serveur du point de service i et $c_{\text{interférént}}$ est le numéro du canal utilisé par l'antenne interférente. $\gamma(\cdot)$ est le facteur de protection ; Il correspond à l'atténuation de puissance entre deux signaux portés par des canaux de fréquences différents et dépend de cet écart de canaux de fréquences. C'est une fonction définie sur $\llbracket 0; 12 \rrbracket$ à valeur dans $[0; 1]$ pour les normes *802.11b/g*. Elle est décroissante et égale à 0 à partir de la valeur 5 : $\gamma(0) = 1$ (pas d'atténuation) et $\gamma(x) = 0$ (atténuation totale) pour $5 \leq x \leq 12$. Dans cette formule les puissances sont exprimées en Watt.

Pour un point de service i , il existe deux types de signaux interférents : les signaux provenant des autres AP que l' AP serveur de i et les signaux provenant des autres clients du réseau. Actuellement seuls les signaux provenant des AP sont pris en compte pour calculer le $SINR$ à l'exception de [Runser, 2005] et [Wong *et al.*, 2003]. Les signaux provenant des AP sont appelés signaux descendants (*downlink* en anglais) et les signaux provenant des clients sont appelés signaux montants (*uplink* en anglais). On dit par extension que le $SINR$ est calculé sur le lien descendant lorsque l'on ne considère que les signaux provenant des AP :

$$SINR_i = \frac{[p_i]_{mW}}{\sum_{j \in J \setminus \{j^*\}} x_j [p_{ij}]_{mW} \times \gamma(|c_{\text{serveur}} - c_j|) + [p^B]_{mW}}$$

où j^* désigne l' AP serveur du point de service i : $p_i = p_{ij^*} = \max_{j \in J} (p_{ij}x_j)$.

Plus le $SINR$ est important plus la qualité de la liaison radio est bonne et plus il est possible de mettre en place un codage et une modulation du signal complexe qui permet un haut débit nominal. Un point de service peut établir une connexion avec un AP si et seulement si son $SINR$ est supérieur à un seuil $SINR_{\text{min}}$.

Remarque :

Si nous considérons $\gamma(|c_{\text{serveur}} - c_j|) = 0$, c'est-à-dire qu'il n'y a aucune interférence dans le réseau, alors $SINR_i = \frac{[p_i]_{mW}}{[p^B]_{mW}} = [p_i - p^B]_{\text{linéaire}}$ et la contrainte $SINR_i \geq SINR_{\min}$ devient $p_i \geq p^B + [SINR_{\min}]_{dB} = p_{\min}$. Nous retombons dans ce cas sur un problème de niveau de puissance que l'on a déjà présenté dans les critères de couverture.

Approximation du SINR sans allocation de fréquences

Une première approximation du SINR est de considérer $\gamma(|c_{\text{serveur}} - c_j|) = 1$, cela permet de ne pas faire d'allocation de fréquence. Si, de plus, nous négligeons le bruit thermique, alors le SINR devient :

$$SINR_i = \frac{[p_i]_{mW}}{\sum_{j \in J \setminus \{j^*\}} x_j [p_{ij}]_{mW}},$$

c'est-à-dire le rapport entre le signal le plus élevé et la somme des autres signaux.

[Stamatelos & Ephremides, 1996] font cette approximation et minimisent le nombre de points de service non couverts, c'est-à-dire n'ayant pas un SINR suffisant pour établir une communication :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \sum_{i \in I} \delta_{SINR_i < SINR_{\min}} \quad (1.4)$$

avec $\delta_{SINR_i < SINR_{\min}} = 1$ si $SINR_i < SINR_{\min}$ et $\delta_{SINR_i < SINR_{\min}} = 0$ sinon.

[Anderson & McGeehan, 1994] complètent leur modèle de maximisation de la couverture en ajoutant une pénalité supplémentaire tenant compte du rapport signal à interférences souhaité :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \sum_{i \in I} \max(0, SINR_{\min} - SINR_i). \quad (1.5)$$

Ecart de puissances

Au lieu de considérer la somme des signaux interférents pour le calcul du SINR, certains auteurs se limitent à ne considérer qu'un seul signal interférent à la fois, l'approximation du SINR pour l'AP interférente j est la suivante :

$$SINR_i = \frac{[p_i]_{mW}}{[p_{ij}]_{mW}} = [p_i - p_{ij}]_{\text{linéaire}}.$$

Dans ce cas la contrainte $SINR_i \geq SINR_{min}$ est ramenée à considérer un écart de puissance : $p_i - p_{ij} \geq [SINR_{min}]_{dB}$. [Aguado-Agelet *et al.*, 2002] traitent ce cas en maximisant l'écart entre le serveur et le plus fort des interférents :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui maximise } \sum_{i \in I} \min_{j \in J \setminus \{j^*\}} (p_i - p_{ij} x_j).$$

Les écarts de puissances sont plus simples à calculer que le $SINR$ puisqu'il s'agit de simple comparaison de valeurs entre elles. La modification du paramétrage d'un AP implique de recalculer seulement ses valeurs de puissance reçue. La couverture, basée sur la mesure du rapport signal à interférences, demande un effort de calcul plus important puisqu'il s'agit de combiner l'ensemble des signaux reçus pour calculer une valeur unique comparée à un seuil. Toute modification du paramétrage d'un AP implique de recalculer aussi les combinaisons de $SINR$.

En GSM , [Reininger & Caminada, 2001] et [Jedidi, 2004] identifient **les signaux interférents désirables** qui servent au handover² et qui ne poseront pas de problème d'interférences. Il sera possible d'allouer à ces signaux un canal de fréquences non interférent avec le canal de fréquences du serveur. Les autres signaux poseront des problèmes d'interférences et sont donc appelés **signaux interférents indésirables**. Les signaux interférents sont ordonnés par ordre de puissance décroissante et les h premiers signaux interférents sont alors considérés désirables, les suivantes indésirables.

h est le nombre de signaux interférents désirables.

Pour les GSM , $h = 6$ c'est-à-dire que les six premiers signaux interférents servent au handover, les autres sont indésirables. Les auteurs souhaitent que les signaux interférents indésirables soient inférieurs à un seuil de puissance donné p_{min_2} :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \sum_{i \in I} \sum_{\substack{j \in \text{interférents} \\ \text{indésirables}}} x_j \max(p_{ij} - p_{min_2}, 0).$$

Le handover est pas défini par la norme *802.11* mais cette modélisation peut être vue comme une stratégie de gestion des interférents : les h premiers signaux interférents ne poseront pas de problème d'interférence car il sera possible de leur allouer un canal de fréquence non interférent avec le canal du serveur. [Runser, 2005] reprend ce critère pour le *802.11* et minimise l'écart du seuil avec le premier signal interférent indésirable, en $802.11b/g$, c'est le troisième signal interférent : $h = 3$.

2. Le handover (transfert automatique intercellulaire) est l'ensemble des mécanismes mises en œuvre permettant qu'une station mobile puisse changer de cellule sans interruption de service.

***SINR* avec allocation de fréquences**

Dans le cas des réseaux cellulaires, la taille des entrées des problèmes ne permet pas de concevoir un algorithme qui fournisse une bonne approximation de la solution optimale de façon efficace i.e. en temps polynomial. Les deux problèmes sont traités séparément avec des interactions successives jusqu'à l'obtention d'une solution globalement satisfaisante. Mais dans le cas des réseaux *WLAN*, la dimension réduite de l'espace de travail et du nombre de fréquences rendent la plupart des problèmes réels d'ingénierie abordables. Quelques articles témoignent de travaux menés en ce sens, cependant, nous pouvons regretter que les jeux de données ne concerne que des problèmes de petite taille (quelques *AP*, 5 ou 6).

L'objectif de l'étape d'affectation de fréquences est de faire en sorte que les zones de couverture de deux *AP* qui se chevauchent ne partagent pas le même canal (interférences co-canal), ce qui entraînerait des phénomènes d'interférences et donc une dégradation des performances du réseau. En dehors des interférences co-canal, l'utilisation des canaux adjacents pour des *AP* voisins dépend du système : pour la norme *a* les canaux sont totalement disjoints ce qui autorise l'utilisation de canaux adjacents sur le spectre ; pour les normes *b/g*, les canaux adjacents se recouvrent partiellement (un écartement de 5 canaux sur le spectre de fréquences est nécessaire pour que deux canaux soient totalement disjoints) et il est donc nécessaire d'écarter le maximum possible les canaux pour des *AP* voisins.

Les travaux de la littérature qui traitent les deux problèmes simultanément ne considèrent que les interférences co-canal. Nous notons :

- K est l'ensemble des canaux de fréquences autorisés par la norme.
- y_{jk} est la variable d'affectation du canal $k \in K$ à l'AP $j \in J$.
 $y_{jk} = 1$ si on affecte le canal k à l'AP j et $y_{jk} = 0$ sinon.
- j^* est l'AP serveur du point de test i , $j^* \in J$.

Le *SINR* co-canal est alors :

$$SINR_i = \frac{[p_i]_{mW}}{\sum_{k \in K} \sum_{j \in J \setminus \{j^*\}} y_{jk} y_{j^*k} x_j [p_{ij}]_{mW}}. \quad (1.6)$$

Le travail présenté par [Wertz *et al.*, 2004] inclut dans la fonction de coût ce calcul du *SIR* co-canal avec 3 canaux de fréquences seulement.

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{y} \text{ qui maximise } \sum_{i \in I} SINR_i.$$

Il est envisageable de reprendre les modélisations (1.4) et (1.5) avec la nouvelle définition du *SINR* et la variable de décision supplémentaire \mathbf{y} .

[Prommak *et al.*, 2002] formulent un problème de satisfaction de contraintes qui impose que la somme des signaux interférents utilisant la même fréquence que le signal porteur soit inférieure à un seuil donné p_{min_3} ; cela correspond aux contraintes :

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \sum_{j \in \mathcal{I} \setminus \{j^*\}} y_{jk} y_{j^*k} x_j p_{ij} \leq p_{min_3}.$$

[Bahri *et al.*, 2005] utilisent aussi cet type de contrainte mais les calculs sont effectués non pas au niveau des points de service mais seulement au niveau des *AP*. La notion de seuil est critique car difficile à déterminer. [Prommak *et al.*, 2002] utilisent trois classes de service correspondant chacune à un niveau de qualité radio et à un seuil donné. Il aurait été intéressant de prendre $p_{min_3} = p_i + [SINR_{min}]_{dBm}$ pour relier le seuil directement au $SINR_i$ de l'équation (1.6).

Nous retrouvons dans [Rodrigues *et al.*, 2000], [Lee *et al.*, 2002], [Mathar & Niessen, 2000] des contraintes portant sur la distance minimale en canaux à respecter pour des sites potentiellement interférents, ces sites étant représentés par le graphe de recouvrement $G_r(J, V)$ que nous avons présenté page 29. Sa matrice d'incidence était $(b_{jj'})_{j, j' \in J}$. Deux *AP* voisines ne devraient pas utiliser le même canal de fréquence. [Mathar & Niessen, 2000] minimisent alors l'utilisation simultanée de ces *AP* :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{y} \text{ qui minimise } \sum_{k \in K} \sum_{j, j' \in J} b_{jj'} y_{jk} y_{j'k} x_j x_{j'}.$$

Dans [Rodrigues *et al.*, 2000], [Lee *et al.*, 2002] les critères de gestion des interférences sont mis en contrainte du problème :

$$\forall k \in K, \forall (j, j') \in V, y_{jk} x_j + \sum_{l \in \{\max(1, k-d+1), \dots, \min(k+d-1, |K|\}\}} y_{j'l} x_{j'} \leq 1$$

où d est le nombre de canaux de fréquences d'écart à respecter entre les *AP* voisines. [Rodrigues *et al.*, 2000] ont déterminé lors d'une démarche expérimentale la valeur $d = 3$ pour la norme *IEEE 802.11b*. Ce problème aurait pu être modélisé en T -coloration de graphe (cf. définition 4.1, page 139) avec des valeurs de d variables pour chaque arête du graphe. Cependant, en fixant $d = 3$ pour tout le graphe on se ramène à des contraintes (non nécessaires) d'un problème de 4-coloration de graphe car sur une bande de 13 canaux, il n'y a que quatre canaux qui soient espacés d'au moins $d = 3$ canaux entre eux.

[Eisenblätter *et al.*, 2007] sont les seuls qui utilisent tous les canaux de fréquences et considèrent ainsi les interférences adjacentes (i.e. entre canaux qui se chevauchent partiellement). Si deux sites voisins sont sélectionnés, une pénalité $\left(\frac{b'_{jj'}}{(1+|k-k'|)^2}\right)$ inversement proportionnelle à l'écart de canaux $|k - k'|$ affectés aux *AP* est ajoutée à

la solution :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{y} \text{ qui minimise } \sum_{j,j' \in J} \sum_{d=|k-k'|=0}^{|K|} \frac{b'_{jj'} y_{jk} y_{j'k} x_j x_{j'}}{(1 + |k - k'|)^n},$$

avec $b'_{jj'}$ la pondération de chaque arête du graphe G_r que nous avons présenté dans la partie 1.2.3. Les auteurs prennent dans leur exemple $n = 2$. Cette formulation est intéressante car elle intègre implicitement un problème de T -coloration de graphe à 13 couleurs au problème de positionnement des AP .

1.2.4 Critères de capacité

Pour évaluer la performance d'un réseau, quel qu'il soit, une mesure fondamentale et assez naturelle consiste à estimer sa capacité à écouler le trafic demandé (ou émis) par les différents utilisateurs. Ce n'est cependant pas le cas de toutes les études de la littérature, dont un grand nombre considère implicitement ou explicitement [Tang *et al.*, 2001] que la capacité des AP est largement suffisante pour absorber l'ensemble du trafic des utilisateurs.

On distingue dans la littérature deux types de contraintes sur la capacité des AP .

Soit cette **capacité est fixe** et nous retrouvons les contraintes habituelles des problèmes d'installation d'infrastructures avec capacité. Dans ce cas nous nous intéressons au nombre de clients associés à chaque AP ou de façon plus précise à la demande des clients associés à chaque AP .

Soit la **capacité des AP est variable** selon les paramètres du problème. Il est nécessaire dans ce cas d'analyser les protocoles d'accès au canal pour la norme *IEEE 802.11* [Bianchi, 2000]. Nous nous apercevons alors que la capacité varie non seulement selon le nombre de clients associés à chaque AP mais aussi en fonction de la répartition de ces clients selon leur débit nominal. Nous introduisons les notations suivantes :

- z_{ij} est la variable d'association entre le point de service i et l'AP j : $z_{ij} = 1$ si le point de service i est associé à l'AP j et $z_{ij} = 0$ si le point de service i n'est pas associé à l'AP j . L'AP doit nécessairement être ouverte pour qu'un point de service lui soit associé donc : $\forall i \in I, j \in J, z_{ij} \leq x_j$
 Comme nous l'avons déjà signalé, la grande majorité de la littérature considère l'association au meilleur serveur, c'est-à-dire que $z_{ij} = 1$ pour $j = j^*$ avec $p_{ij^*} = \max_{j \in J}(p_{ij}x_j)$. Dans ce cas cette variable n'est plus une variable de décision puisqu'elle dépend totalement de \mathbf{x} . Cependant quelques articles, dont en particulier [Lee *et al.*, 2002], considèrent l'association point de service/AP comme une variable de décision qui permet d'équilibrer les charges entre les AP.
- d_i est la demande en débit du point de service $i \in I$.
- C_j est la capacité de l'AP $j \in J$. $C_j = C_{AP}$ si la capacité est fixe.

Nombre maximum de clients par AP

Une première manière relativement simple et naturelle pour modéliser la capacité des AP sous forme de contrainte consiste à limiter le nombre des clients associés à chaque AP [Rodrigues *et al.*, 2000].

$$\forall j \in J, \sum_{i \in I} z_{ij} \leq nb_{max} \quad (1.7)$$

où nb_{max} est le nombre de points de service maximal par AP.

Capacité maximale et minimale par AP

[Prommak *et al.*, 2002] et [Bahri *et al.*, 2005] imposent que la capacité de chaque AP C_{AP} soit suffisante pour permettre l'écoulement du trafic des points de demande qui lui sont rattachés :

$$\forall j \in J, \sum_{i \in I} d_i z_{ij} \leq C_{AP} \quad (1.8)$$

En effet $\sum_{i \in I} d_i z_{ij}$ est la demande écoulee par l'AP j . A cette capacité maximale, [Prommak *et al.*, 2002] garantissent également qu'une portion $\alpha \in \llbracket 0, 1 \rrbracket$ de la demande totale $\left(\sum_{i \in I} d_i \right)$ est réellement servie ; c'est une contrainte de capacité minimale :

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I} d_i z_{ij} \geq \alpha \sum_{i \in I} d_i$$

Equilibrage de charge et handover

Il est possible de répartir équitablement les points de service en agissant sur la variable \mathbf{z} afin de respecter les contraintes des équations (1.8) et (1.7). [Lee *et al.*, 2002] tentent d'homogénéiser les charges des *AP* en minimisant la charge de l'*AP* la plus chargée.

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{z} \text{ qui minimise } \max_{j \in J} \sum_{i \in i} d_i z_{ij}. \quad (1.9)$$

Ils proposent de faire évoluer leur modèle en considérant une capacité d'*AP* variable C_j

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{z} \text{ qui minimise } \max_{j \in J} \frac{\sum_{i \in i} d_i z_{ij}}{C_j}.$$

Débit par client

Certaines études estiment de façon plus précise la capacité réelle des *AP*. Il est nécessaire de rendre compte du protocole d'accès au canal *CSMA/CA* (*Carrier Sensing Multiple Access with Collision Avoidance*) de la couche *MAC* de la norme *IEEE 802.11*. Une étude très référencée a été réalisée par [Bianchi, 2000] pour calculer la probabilité des clients d'accéder au canal et in fine la capacité de l'*AP* en régime saturé en fonction du nombre de clients et de la répartition des clients selon leur débit nominal. Elle utilise une chaîne de Markov pour modéliser l'accès au canal.

[Ling & Yeung, 2005] utilisent les calculs de [Bianchi, 2000] pour déterminer la probabilité d'accéder au canal d'un point de service i . Ils maximisent alors la somme des débits de chaque point de service :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{z} \text{ qui maximise } \beta \sum_{i \in I} d_i^r.$$

avec :

$p_i^{\text{accès}}$ est la probabilité d'accéder au canal du point de service i :
 $p_i^{\text{accès}}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$. Son calcul est basé sur les travaux de [Bianchi, 2000].

d_i^r est le débit réel du point de service i :

$$d_i^r = p_i^{\text{accès}} \times d_i^n \times \text{efficacité}_i.$$

d_i^n est le débit nominal du point de service i ; dans les modèles de la littérature, il dépend uniquement de la puissance reçue par le point de service i : $d_i^n(p_i)$. On verra dans le chapitre suivant qu'**il est fonction aussi du SINR** : $d_i^n(\text{SINR}_i)$. C'est une remarque très importante car cela permet d'intégrer l'allocation des fréquences au calcul du débit, ce qui n'est pas le cas dans [Runser, 2005] et [Ling & Yeung, 2005] pour lesquels il est nécessaire d'ajouter d'autres critères concernant les interférences.

efficacité_i est le rapport entre les données utiles et les données transmises par le point de service i . Elle dépend du débit nominal du point de service i : $\text{efficacité}_i(d_i^n)$.

β est un coefficient d'homogénéité du débit entre les points de service :

$$\beta = \frac{(\sum_{i \in I} d_i^r)^2}{|I| \sum_{i \in I} (d_i^r)^2}.$$

Le modèle analytique de [Lu & Valois, 2006] approfondit l'étude de [Bianchi, 2000] et calcule la probabilité d'accès au canal d'un point de service i en fonction de la répartition des clients de la cellule selon leur débit nominal $p_i^{\text{accès}}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{d}^n)$. Au final [Jaffrès-Runser *et al.*, 2008] minimisent l'écart entre le débit souhaité et le débit fourni au point de service i (l'association point de service/AP est au best serveur alors \mathbf{z} n'est pas une variable de décision) :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ qui minimise } \|\max(0, d_i - d_i^r)\|_{\mu}.$$

Zones de blocage

[Amaldi *et al.*, 2004a] [Amaldi *et al.*, 2004b] ont une démarche originale : ils se penchent sur le mécanisme d'accès au canal CSMA/CA qui limite la capacité d'accès au réseau lorsqu'il y a des interférences entre cellules. En effet, un client, situé dans une zone d'interférences, appartient à plusieurs cellules à la fois. Il reçoit des signaux de différents AP et s'associe avec l'un d'entre eux (AP serveur). Lorsqu'il communique avec son AP serveur, **il bloque les communications des clients de l'ensemble des cellules auxquelles il appartient.**

Ils définissent donc des zones de blocages que l'on peut représenter par une matrice $(u_{ii'})_{i,i' \in I}$ telle que : $u_{ii'} = \max_{j \in J} (a_{ij} a_{i'j} x_j)$ avec $(a_{ij})_{i \in I, j \in J}$ la matrice binaire de couverture définie dans la partie 1.2.2. En pratique, on a $u_{ii'} = 1$ si les points de service i et i' peuvent être couverts par le même AP et $u_{ii'} = 0$ dans le cas contraire. Cette matrice est la matrice d'adjacence d'un graphe dont les sommets sont les points de service et les arêtes relient deux points de service ne pouvant pas accéder simultanément au canal, les points de service se bloquent mutuellement. En effet, lorsqu'un point de service envoie des données à son AP serveur, il occupe le canal et empêche donc un certain nombre d'autres points de service d'accéder au canal. [Bosio *et al.*, 2007] réalisent l'affectation des canaux de fréquences en même temps que le positionnement, ils élargissent donc la définition en posant : $v_{ii'} = \sum_{k \in K} y_{ik} y_{i'k} u_{ii'}$. $\sum_{i' \in I} v_{ii'}$ représente donc le nombre de points de service bloqué par le point de service i , c'est aussi le nombre de points de service qui bloqueront le point de service i . En supposant la demande uniforme, les auteurs estiment donc le débit du point de service i inversement proportionnel au nombre de points de service bloquants. Leur objectif est alors de maximiser la capacité totale, somme des débits de tous les points de service :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{y} \text{ qui maximise } \sum_{i \in I} \frac{1}{\sum_{i' \in I} v_{ii'}}.$$

Ils formulent aussi leur objectif sous forme quadratique et proposent également une optimisation homogène qui tente à maximiser les points de service pénalisant le plus la capacité du réseau :

$$\text{trouver } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{y} \text{ qui maximise } \min_{i \in I} \frac{1}{\sum_{i' \in I} v_{ii'}}.$$

La majorité des modélisations de la littérature optimisent selon plusieurs des critères de qualité de service que nous avons présentés. Ces critères sont traités soit en objectifs, soit en contraintes du problème. Certains comme [Prommak *et al.*, 2002] ont une formulation uniquement en satisfaction de contraintes, mais la majorité des modèles agrègent les différents critères à optimiser dans une formulation mono-objectif. Nombreux articles [Runser, 2005], [Kouhbor *et al.*, 2005] posent alors **la difficile question des pondérations relatives entre les différents critères de qualité de service**. Pour pallier cet inconvénient, [Jaffrès-Runser *et al.*, 2008] proposent des optimisations multi-objectifs entre les critères de qualité de service. Ils présentent aussi des approches bi-objectifs plus classiques : économique *vs* qualité. Mais la diversité des critères de qualité de service (couverture, interférence et capacité) et la façon de les considérer les uns par rapport aux autres demeurent un inconvénient majeur pour comparer les modèles. La table 1.1 récapitule les critères utilisés dans la littérature.

	Eco.	Couverture			Interférences				Capacité		
		max puiss.	pb couv.	homog.	recouv.	écart puiss.	SINR	AFP	fixe	équi.	débit
[Aguado-Agelet <i>et al.</i> , 2002]		×	×		×						
[Amaldi <i>et al.</i> , 2004b]	×		×		×						×
[Anderson & McGeehan, 1994]	×		×					×			
[Bahri <i>et al.</i> , 2005]	×		×			×		×	×		
[Bosio <i>et al.</i> , 2007]	×		×					×			×
[Eisenblätter <i>et al.</i> , 2007]	×	×		×				×			
[Fortune <i>et al.</i> , 1995]			×								
[He <i>et al.</i> , 2004]			×			×					
[Jaffrès-Runser <i>et al.</i> , 2008]			×	×		×					×
[Ji <i>et al.</i> , 2002]		×	×	×							
[Kamenetsky & Unbehaun, 2002]		×	×	×							
[Kouhbor <i>et al.</i> , 2005]		×	×	×							
[Lee <i>et al.</i> , 2002]			×		×			×	×	×	
[Ling & Yeung, 2005]								×			×
[Lu <i>et al.</i> , 2006]			×	×		×					×
[Maksuriwong <i>et al.</i> , 2003]	×	×									
[Mathar & Niessen, 2000]	×		×		×			×			
[Prommak <i>et al.</i> , 2002]			×				×	×	×		
[Rodrigues <i>et al.</i> , 2000]	×	×			×			×			
[Jaffrès-Runser <i>et al.</i> , 2006]			×	×		×					×
[Sherali <i>et al.</i> , 1996]		×	×	×							
[Stamatelos & Ephremides, 1996]			×				×				
[Tang <i>et al.</i> , 2001]	×	×	×	×							
[Wertz <i>et al.</i> , 2004]			×				×	×			
[Wong <i>et al.</i> , 2003]	×		×				×				

TABLE 1.1 : Tableau récapitulatif des critères d'optimisation de la littérature

Abréviations de la table 1.1 :

Eco.	signifie qu'un critère économique (coût financier ou nombre d'AP) est considéré.
Couverture	max puiss. : maximisation des puissances reçues.
	pb. couv. : problèmes de couverture (fait intervenir un seuil de puissance minimale).
	homog. : critère d'homogénéité de la couverture.
Interférences	recouv. : critère de recouvrement entre zones de couverture des AP.
	écart puiss. : critère sur les écarts de puissances.
	SINR : calcul même approché du SINR.
	AFP : <i>Automatic Frequency Planning</i> , signifie que l'allocation de fréquences est intégrée au problème de positionnement.
Capacité	fixe : la capacité maximale d'un AP est considérée mais elle est fixe.
	équi. : critère d'équilibrage de charge et handover. Le problème fait intervenir une variable de décision supplémentaire qui est l'association client/AP ; cela permet d'équilibrer la charge totale entre les AP.
	débit : le critère de débit est considéré.

1.3 Performances algorithmiques

Comme nous venons de le remarquer, il existe une multitude de formulations possibles pour le problème de planification de réseaux *WLAN*. Les algorithmes utilisés pour résoudre ces problèmes sont aussi très variés et une classification par algorithme ne comporte que peu d'intérêt. Par contre il est intéressant de faire ressortir trois

caractéristiques importantes de ces algorithmes. D'abord il y a la **stratégie d'optimisation** utilisée : soit le problème de placement des émetteurs est traité séparément du problème d'affectation des fréquences, la stratégie d'optimisation est dite séquentielle ; soit les deux problèmes sont traités conjointement, la stratégie d'optimisation est dite globale. La seconde caractéristique importante est le **modèle de propagation des ondes radio** que le système utilise. En effet, la précision du modèle influe fortement sur la qualité de la solution. Enfin la troisième caractéristique importante d'un algorithme est le **la taille des problèmes** qu'il peut traiter. Combien de points d'accès peut-il placer ? Combien de points de service peut-il estimer ?

1.3.1 Stratégies d'optimisation séquentielle et globale

La planification de réseaux locaux sans fil est souvent décomposée en deux sous problèmes : le problème de placement des *AP* et le problème d'allocation des fréquences. Ces deux problèmes sont souvent étudiés séparément dans les réseaux sans fil (cellulaire : *GSM*, *UMTS*, *EDGE* et locaux : 802.11). Lorsque les problèmes sont traités successivement (on fixe d'abord les positions des antennes, puis on alloue les fréquences) il est nécessaire d'ajouter au problème de placement des critères rendant compte des interférences afin de faciliter le problème d'allocation de fréquences dans un second temps. Dans les WLAN, ces ajouts sous-estiment ou surestiment toujours les interférences biaisant ainsi le problème.

Récemment on constate que de plus en plus d'auteurs [Rodrigues *et al.*, 2000], [Mathar & Niessen, 2000], [Lee *et al.*, 2002], [Prommak *et al.*, 2002], [Wertz *et al.*, 2004], [Bahri *et al.*, 2005], [Ling & Yeung, 2005], [Bosio *et al.*, 2007], et [Eisenblätter *et al.*, 2007] traitent les problèmes conjointement et rendent ainsi compte d'une meilleure réalité des interférences. Cependant nous pouvons regretter que : D'une part, les auteurs ne considèrent que les trois canaux totalement disjoints (pour la norme 802.11b/g qui est la norme la plus étudiée) et limitent ainsi leurs études aux interférences co-canal. Théoriquement cela revient à intégrer une 3-coloration de graphe au problème de placement. Seuls [Eisenblätter *et al.*, 2007] traitent les problèmes conjointement avec toutes les fréquences autorisées par la norme. D'autre part, la mesure des interférences est souvent binaire, c'est-à-dire que les auteurs se contentent de déterminer si il y a ou pas interférence co-canal. Seuls [Prommak *et al.*, 2002], [Wertz *et al.*, 2004], et [Bahri *et al.*, 2005] mesurent plus précisément ces interférences en calculant le *SINR*. La table 1.2 récapitule les différentes stratégies employées.

Remarque :

Le problème d'allocation de fréquences est un problème en soi et nous n'allons pas dresser un panorama de l'ensemble des méthodes utilisées pour ce problème lorsque

celui-ci est traité seul, c'est-à-dire non conjointement avec le placement des AP. Notons cependant deux travaux récents et originaux pour l'allocation de fréquences des WLAN [De La Roche et al., 2006] et de [Haidar et al., 2008]. Ces auteurs basent leur optimisation sur le calcul du SINR et rendent ainsi compte des interférences des signaux adjacents en permettant l'utilisation de tous les canaux de fréquences.

1.3.2 Modèle de propagation des ondes radio

La qualité d'une planification automatique dépend en grande partie du modèle de propagation des ondes radio utilisé. En effet, l'évaluation des critères de qualité de service (couverture, niveau d'interférences et capacité) est basée sur le calcul des puissances reçues au niveau des points de service.

On distingue principalement trois type de modèles utilisés dans les travaux de la littérature.

Les **modèles de propagation circulaire** sont les plus simples : la couverture d'un AP est un cercle dont le rayon définit la portée.

Les **modèles d'affaiblissement basés sur la formule de Friis** [Friis, 1946] qui estiment la puissance reçue par le point de service selon la distance de l'émetteur, le fréquence de l'onde radio, le type d'environnement (bureau, espace libre). Ces modèles intègrent souvent des affaiblissements liés aux obstacles traversés par le rayon direct reliant l'émetteur et le point de service. Ce modèle est largement le plus utilisé dans la littérature car il est simple à mettre en œuvre et assez rapide en temps de calcul ; cependant des erreurs de puissances de plus de 10 dB peuvent souvent être observées.

Les **modèles de propagation à lancer de rayons** estiment la puissance reçue en considérant plusieurs trajectoires de rayons (avec réflexions) entre l'émetteur et le point de service. Plus il y a de rayons calculés, plus le modèle est précis. Ces modèles peuvent donc avoir une bonne précision (inférieure à 10 dB) mais leur temps de calcul devient vite important.

Notons enfin **un nouveau modèle de propagation des ondes radio**, nommé **MR-FDPF** (*Multi-Resolution Fourier Domain ParFlow*), développé par les équipes du laboratoire *CITI* de l'*INSA* de Lyon [Gorce et al., 2007]. Ce modèle, adapté à une planification automatique des WLAN [Runser, 2005], est très intéressant car il permet un calcul rapide et précis (erreur de moins de 5 dBm) de la couverture d'un AP.

Les modèles de planification qui n'optimisent pas les paramètres des AP (puissance d'émission, azimut, diagramme de rayonnement) peuvent calculer, avant la phase d'optimisation, les cartes de couverture (puissances reçues aux points de service du réseau) des AP potentiels. Ainsi, ils n'auront plus besoin d'utiliser de modèles

de propagation au cours de l'optimisation, ce qui présente un gain de temps considérable. Choisir de considérer les paramètres des *AP* implique donc l'utilisation d'un modèle de propagation lors de l'optimisation. De même optimiser le placement des *AP* à l'aide de variables continues $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ (i.e. infinité de sites candidats) nécessite de recalculer la carte de couverture à chaque déplacement d'*AP*, ce qui est très lourd en temps de calcul et ne permet pas une optimisation efficace à grande échelle. La table 1.2 récapitule les modèles de propagation utilisés dans la littérature et indique aussi si les paramètres des *AP* sont considérés.

Remarque :

Le calcul de la propagation des signaux montants (c'est-à-dire émis par les stations clients, les signaux descendants étant les signaux émis par les AP) peut être intéressant pour estimer les interférences et les nœuds cachés. Cependant très peu de travaux de la littérature [Runser, 2005], [Wong et al., 2005] les considèrent. Ceci est dû au temps trop long nécessaire aux calculs de la propagation des signaux montants.

1.3.3 Taille des problèmes

Pour des *WLAN* de petite taille comptant cinq ou six *AP*, le problème d'interférences est quasiment inexistant et une planification manuelle par un expert peut s'avérer rapide et très performante. Cependant notre objectif est de pouvoir traiter des problèmes de grande taille, c'est-à-dire de plus de cinquante *AP* et pouvant dépasser une centaine d'*AP*. Ces *WLAN* de grande taille ne peuvent pas être planifiés manuellement de façon satisfaisante et un outil automatique est alors nécessaire. Les travaux de la littérature sont comparés par rapport à la taille des problèmes qu'ils traitent. Cela fournit des informations pertinentes sur ce qui est réalisable ou pas. Trois caractéristiques donnent une bonne idée de l'ordre de grandeur d'un problème : le nombre de sites candidats qui définit l'espace de recherche du problème de localisation, le nombre de sites sélectionnés par la solution finale qui correspond au nombre d'*AP* qu'il va falloir installer, c'est la caractéristique la plus significative, et le nombre de points de service considérés, sur lesquels les critères de qualité de service sont calculés. On distingue trois classes de problèmes selon le nombre d'*AP* à installer : moins de 10 *AP*, de 10 à 20 *AP*, et plus de 20 *AP*.

Les travaux qui traitent de moins de 10 *AP* datent souvent d'avant 2002 [Sherali et al., 1996]. Ils intègrent parfois le modèle de propagation à l'optimisation (car ils réalisent des positionnements continus [Kouhbor et al., 2005]) ou optimisent simultanément les deux problèmes (placement d'*AP* et allocation de fréquences) [Eisenblätter et al., 2007], [Prommak et al., 2002], [Rodrigues et al., 2000], [Wertz et al., 2004].

Les travaux qui traitent de 10 à 20 AP sont plus récents : [Ling & Yeung, 2005], [Runser, 2005], [Wong *et al.*, 2005], [Maksuriwong *et al.*, 2003].

Les travaux qui traitent de plus 20 AP sont a priori ceux qui nous intéressent le plus. Cependant les problèmes sont souvent non réalistes : pas de bâtiment réel, topologie aléatoire, approximation circulaire de la propagation, [Amaldi *et al.*, 2004a], [Bosio *et al.*, 2007], et [Lee *et al.*, 2002], avec des modèles de propagation de type équation de Friis trop simplistes [Mathar & Niessen, 2000] et [Bahri *et al.*, 2005].

On constate donc que les modèles les plus complets sont souvent appliqués à des instances de petite taille tandis que les modèles les moins réalistes peuvent traiter des problèmes de grande taille. Cependant de bons compromis ont été réalisés par [Runser, 2005] ou [Bahri *et al.*, 2005] par exemple. Notre but est de faire les bons choix pour, à la fois avoir un bon modèle de propagation des ondes radio, considérer l'ensemble des paramètres des AP , traiter les problèmes de placement et d'allocation de fréquences simultanément et rendre compte des interférences par le calcul complet du $SINR$, cela pour des problèmes de grande taille.

Remarque :

*A priori, il n'y a pas de restriction sur les algorithmes à utiliser pour résoudre les problèmes de planification de réseaux locaux sans fil. La littérature offre d'ailleurs une grande variété d'exemples comme le montre la table 1.2. Cependant, les méthodes exactes ne sont pas adaptées aux problèmes qui nous intéressent, c'est-à-dire de grande taille. Elles sont tout de même parfois utilisées dans la littérature. Leur intérêt est de prouver que sur de très petits exemples de quelques AP , la solution trouvée par un algorithme approché est identique à celle de la méthode exacte et donc optimale. C'est le cas de l'énumération proposée par [Runser, 2005] pour valider sa recherche Tabou. Lorsque le problème a été modélisé sous la forme de programmes linéaires en variables binaires ([Rodrigues *et al.*, 2000], [Lee *et al.*, 2002]) le logiciel CPLEX d'ILOG est souvent utilisé et trouve la solution optimale sur de petites instances. Cependant dès que les problèmes sont de plus grande taille, CPLEX est utilisé comme un algorithme approché puisqu'il est stoppé après un temps d'exécution donné. [Mathar & Niessen, 2000] utilisent aussi CPLEX pour trouver l'optimum global au problème relaxé (variables réelles), ce qui donne une borne minimale à leur problème à variables entières.*

	sites		nombre point de service	Optimisation		Modèle propag.	puiss. émiss.	Algorithmes
	nb cand.	nb sélé.		AFP	SINR			
[Aguado-Agelet <i>et al.</i> , 2002]	∞	3	400			Friis		Q-N, Simplex, AE
[Amaldi <i>et al.</i> , 2004b]	50	45	300			cercle		G+RL
[Anderson & McGeehan, 1994]	fixe	4				rayons		RS
[Bahri <i>et al.</i> , 2005]	400	75	600	×		Friis	×	Tabou
[Bosio <i>et al.</i> , 2007]	30	29	100	×		cercle		G+RL
[Eisenblätter <i>et al.</i> , 2007]	32	8	798		×	rayons		CPLEX
[Fortune <i>et al.</i> , 1995]	∞	2	1000			rayons		Simplex
[He <i>et al.</i> , 2004]	∞	2				rayons		DIRECT
[Jaffrès-Runser <i>et al.</i> , 2008]	256	11	449		×	MR-FDPF		RT
[Ji <i>et al.</i> , 2002]	∞	3				Friis		Q-N, Simplex, AE, RS, DG
[Kamenetsky & Unbehaun, 2002]	112	8	112			Friis		RL, RS
[Kouhbor <i>et al.</i> , 2005]	3000000	13	75			Friis		DGD
[Lee <i>et al.</i> , 2002]	25	13	100	×		cercle		CPLEX
[Ling & Yeung, 2005]	15	10	200	×		rayons		RL
[Lu <i>et al.</i> , 2006]	257	11	12600			MR-FDPF		RT
[Mathar & Niessen, 2000]	504	25	974	×		cercle		RS
[Prommak <i>et al.</i> , 2002]		4	90	×	×	Friis	×	
[Rodrigues <i>et al.</i> , 2000]	6	6		×		Friis		CPLEX
[Wertz <i>et al.</i> , 2004]	57	8	10000	×	×	rayons		RL

TABLE 1.2 : Tableau récapitulatif des stratégies d'optimisation des articles de la littérature

Abréviations de la table 1.2 :

sites nb cand.	nombre maximum de sites candidats traités dans les instances de l'article. S'il est égal à ∞ , cela signifie que l'optimisation du placement est continue.
sites nb sélé.	nombre maximum de sites sélectionnés dans les instances de l'article.
AFP	<i>Automatic Frequency Planning</i> , signifie que l'allocation de fréquences est intégrée au problème de placement.
co-c.	signifie que l'AFP est réalisée mais seulement en utilisant les canaux totalement disjoints, seules les interférences en co-canal sont considérées.
adj-c.	signifie que l'AFP est réalisée en utilisant tous les canaux disponibles, les interférences des canaux adjacents sont considérées.
SINR	signifie que le calcul du SINR est effectué.
Modèle propag.	Friis : modèle de propagation basé sur la formule de Friis ; cercle : modèle de propagation circulaire ; rayons : modèle de propagation basé sur le lancer de rayons. MR-FDPF : modèle de propagation du CITI de l'INSA de Lyon.
puiss. émiss.	la puissance d'émission est une variable de décision du problème.
Algorithmes	Q-N : Quasi-Newton AE : Algorithmes Evolutionnaires G : Glouton DG : simple Descente par Gradient DGD : simple Descente par Gradient Discret RL : Recherche Locale RT : Recherche Tabou RS : Recuit Simulé

1.4 Méthodes d'évaluation

Il n'est pas sûr que la solution obtenue à la sortie de l'optimisation ait les qualités requises. Les raisons principales sont que les critères de qualité de service utilisés

dans l'algorithme ne sont qu'approchés, que les phénomènes d'interférences sont très sensibles et que le modèle de propagation des ondes radio utilisé est peu fiable. D'autre part il est important que la solution soit robuste vis à vis de la charge du réseau et des positions des clients.

Le premier type d'évaluation utilise le modèle analytique déjà utilisé lors de l'optimisation (contraintes ou objectif) mais dans des configurations de demandes différentes, et permet donc d'évaluer la robustesse de la solution. Le second type d'évaluation est d'utiliser un simulateur de réseau *WLAN* qui teste des scénarios. Enfin, le troisième type d'évaluation correspond au retour d'expériences de déploiements réels.

1.4.1 Evaluation analytique et robustesse

Bien souvent l'évaluation analytique des solutions de réseaux est faite en conservant les mêmes formulations que les critères d'optimisation mais en faisant varier les paramètres de charge du réseau. On teste donc dans ce cas la **robustesse du réseau solution** par rapport à la variation de la demande. Un réseau solution est robuste si la variation de données d'entrée (demande, carte des puissances reçues...) n'entraîne pas une variation trop importante de la qualité de la solution.

[Lee *et al.*, 2002] évaluent le critère de charge du canal mentionné à l'équation (1.9) sur un réseau dont on accroît le nombre de points de service. L'étude montre que la courbe d'utilisation du canal par *AP* est à rendement décroissant et admet une asymptote. Il serait également intéressant de tester la robustesse d'un réseau solution par rapport à la variation des puissances reçues.

[Hills *et al.*, 2004] développent un modèle qui permet d'évaluer la puissance du signal dans un bâtiment lors d'une reconfiguration d'un réseau *WLAN* existant. En effet lorsqu'une configuration a réellement été mise en place dans un bâtiment et que l'on a mesuré expérimentalement le signal dans le bâtiment, il est souvent nécessaire de faire quelques corrections en augmentant ou en diminuant la puissance d'un *AP* ou en déplaçant certains *AP*. Les auteurs ont développé un modèle qui permet d'estimer les nouvelles puissances du signal lorsque l'on effectue ces modifications. Cette méthode appliquée dans les bâtiments de leur université a donné de bons résultats. Les écarts de puissance avec les valeurs mesurées sont en général de l'ordre de 3 dB et sont inférieurs à 5 dB. Dans leur modèle, ils représentent un bâtiment de plusieurs étages sous forme d'un graphe dont les sommets sont soit des *AP* soit des points de mesure du signal. Les sommets de type point de mesure sont pondérés par une valeur qui correspond à la différence entre la puissance réellement reçue par le point de mesure (mesure effectuée lors de la configuration mise en place) et l'estimation de la puissance reçue par le point de mesure (estimation effectuée avec

la formule de Friis [Friis, 1946] en vue directe). Les arêtes du graphe, reliant les *AP* spatialement les plus proches, sont pondérées par la différence des poids de leurs deux *AP* adjacents. C'est la pondération de ces arêtes qui va permettre de recalculer la puissance du signal lorsque l'on déplace un *AP*. Notons que pour ce modèle, un *AP* peut être déplacé sur n'importe quel point de mesure.

[Bianchi, 2000] propose un modèle analytique de débit pour estimer les performances d'un réseau *802.11* utilisant *DCF* (*Distributed Coordination Function*). Le modèle est restreint au cas où le nombre de clients est fini et dans des conditions de canal idéales i.e. sans interférences. Le modèle est basé sur une chaîne de Markov pour simuler les états du backoff du protocole d'accès et prend en compte les mécanismes *RTS/CTS* (*Request-To-Send/Clear-To-Send*). Les problèmes de conception étudiés dans [Runser, 2005] utilisent ce modèle pour la partie évaluation du débit et donc permettent une vue plus précise du fonctionnement des réseaux optimisés.

1.4.2 Evaluation par simulation

Des techniques de simulation peuvent être employées pour représenter des phénomènes stochastiques faisant intervenir des probabilités dont on ne dispose pas d'expression analytique.

Ainsi, le modèle d'optimisation de la conception des réseaux mobiles utilisant des antennes adaptatives présenté dans [Stamatelos & Ephremides, 1996] fait appel à la simulation pour traiter de manière précise les interférences. Les auteurs emploient une distribution de Poisson pour obtenir une répartition des mobiles dans chaque cellule et le processus de simulation est composé des étapes suivantes : pour une configuration donnée des stations de base, les cartes de couverture et d'interférences sont établies grâce à un modèle de lancer de rayons (qui est plus précis mais plus coûteux que le modèle d'atténuation statistique utilisé lors de la phase d'optimisation). Ensuite, une génération aléatoire des mobiles dans l'environnement est réalisée. Pour chaque mobile situé dans la zone d'interférences, on détermine les faisceaux activés qui s'intersectent en ce point et on teste la présence d'interférences.

Bien que la description de la démarche ne soit pas complètement détaillée, [Jin *et al.*, 2003] utilisent le logiciel de simulation *OPNET* dans le cadre de la mise en place d'un réseau *WLAN* dans une salle de classe. La simulation leur permet de déterminer les paramètres du modèle à employer et d'estimer leur impact sur la qualité du résultat, en terme de débit. Les auteurs s'intéressent ainsi aux distances entre les stations, à la taille des buffers pour la carte d'interface réseau, ainsi qu'à la taille des fragments de données. Deux topologies différentes sont testées pour le placement des *AP* : il ressort des expériences menées qu'une configuration en étoile, où l'*AP* est placé au centre des clients est plus efficace qu'une configuration classique

pour les salles de classe, pour laquelle l'*AP* est placé devant les clients alignés. Ces résultats sont confirmés par des mesures effectuées sur le terrain.

1.4.3 Retour d'expériences sur quelques déploiements

Le déploiement réel de réseau *WLAN* à grande échelle ne fait que débiter et il est intéressant d'en faire un retour d'expérience.

[Rodrigues *et al.*, 2000] décrivent l'expérience menée pour la mise en place réelle d'un réseau *WLAN* dans un espace de bureaux. Dans un premier temps, l'espace à couvrir est décomposé en carrés identiques, dont la taille est déterminée de manière à ce que chaque carré n'appartienne qu'à une seule pièce. Parallèlement, les sites potentiels pour installer les *AP* sont déterminés en fonction des coûts de mise en place, de la portée qui en résulterait, du matériel disponible et de la sécurité et de la flexibilité offertes. Plutôt que d'évaluer le niveau de signal reçu en chaque carré de demande de la part de chaque *AP*, ce qui serait extrêmement fastidieux, les carrés de demande sont regroupés en petites zones pour lesquelles on effectue une mesure globale. On suppose alors la valeur du signal identique pour tous les carrés appartenant à la même zone. Les auteurs ayant par ailleurs constaté que la qualité du signal varie selon l'orientation du mobile, plusieurs mesures sont effectuées pour chaque zone : les valeurs extrêmes sont éliminées et la moyenne est calculée pour les valeurs restantes. C'est cette valeur qui est considérée par la suite comme représentative du signal reçu. Afin d'évaluer l'impact des interférences sur le débit global du réseau, différents scénarios sont testés. Les expériences ainsi menées ont permis d'établir qu'une distance minimale de trois canaux est nécessaire pour éviter des interférences entre deux *AP* proches, c'est-à-dire potentiellement interférents. La solution optimale du modèle linéaire en variables booléennes, obtenue grâce à *CPLEX*, est retenue pour la mise en place du réseau.

[Hills, 2001] décrit la mise en place réelle d'un réseau *WLAN* sur un campus de grande taille (environ 300 000 m^2). Le problème consiste à positionner les *AP* et à leur affecter l'une des trois fréquences non interférentes de la norme *802.11b*. La densité d'utilisateurs est prise en compte, ce qui conduit à des zones à forte densité (hot spots). Deux techniques sont envisagées pour satisfaire les demandes dans de telles zones : d'une part, il est possible d'**augmenter le seuil de sensibilité des récepteurs**, ce qui réduit la zone de couverture de chaque *AP* et permet ainsi d'augmenter leur nombre ; d'autre part, on peut également **augmenter la capacité des *AP* en utilisant plusieurs fréquences différentes par cellule**. Les solutions envisageables actuellement sont la co-placement de plusieurs *AP* et les cartes d'accès sans-fil multiple sur la même *AP* (dual-port). Pour la plus grande partie du territoire, composée de zones à faible densité, la conception est réalisée en suivant

des considérations de couverture, et en cherchant à minimiser le nombre d'*AP* employés. Au contraire, dans les zones à forte densité, la satisfaction des demandes est plus difficile et l'on est contraint d'augmenter la capacité en installant plusieurs *AP*. Une procédure itérative est suivie, pour laquelle on répète les trois étapes suivantes : sélection des positions des *AP*, mesures de puissance du signal et ajustements des positions. Une fois les positions définitivement fixées, une carte de couverture est réalisée puis les fréquences sont affectées aux *AP*. La solution est validée par l'intermédiaire d'un audit correspondant à une série de mesures finales. Que ce soit lors du placement des *AP* ou lors de l'affectation des fréquences, **les zones à forte densité sont traitées avant les autres**, puisque c'est dans ces zones que les choix de conception sont critiques.

[Doufexi *et al.*, 2003] décrivent un *AP* fixé au plafond et déployé au centre d'un ensemble de bureaux. Les dimensions de cet environnement sont $48m \times 48m \times 3m$. L'épaisseur des murs varie entre 50 mm (cloisons internes) et 150 mm (murs extérieurs/porteurs). Une analyse est faite sur un déploiement des normes *802.11a* (fréquences à 5 GHz) et *802.11g* (fréquences à 2.4 GHz). L'étude a montré que l'atténuation du signal à 5 GHz est sensiblement plus forte en raison des pertes accrues liées à la propagation dans l'espace libre et à la présence de murs. De plus, les efficacités du protocole *MAC* dans les deux modes de transmission *802.11a* et *802.11g* ont été calculées. Il a été démontré que **la faible efficacité du protocole *MAC* du *802.11g*, en maintenant la compatibilité avec le *802.11b*, a pour conséquence un débit sensiblement réduit par rapport au *802.11a***. Cette faible efficacité du protocole *MAC* est commune à toutes les extensions du *802.11* relatives à l'augmentation du débit et résulte de la combinaison de couches physiques de plus en plus rapides s'appuyant sur le même protocole *MAC*. En combinant des résultats d'analyse de propagation, des résultats de simulation de la couche physique et des calculs des surcoûts au niveau de la couche *MAC*, il a été démontré qu'**un réseau *802.11g* réalise une couverture supérieure mais des débits réels inférieurs par rapport à un réseau *802.11a*** pour l'exemple d'environnement considéré. Les différentes fréquences utilisées ont d'autres implications que les simples caractéristiques de propagation du canal radio. La bande *ISM* (*Industrial, Scientific, et Medical*) des 2.4 GHz a une largeur de 83 MHz . Tenant compte des bandes de garde, ceci permet à trois réseaux *802.11g* d'opérer sur des fréquences qui ne se recouvrent pas. La bande *ISM* des 2.4 GHz est susceptible également de présenter des interférences significatives avec d'autres systèmes de communication tels que *Bluetooth* ou des dispositifs tels que des fours à micro-ondes. En revanche, les fréquences pour le *802.11a* dans la bande des 5 GHz permettent d'utiliser 12 *AP* sur des fréquences qui ne se recouvrent pas. Cependant, les limites de puissance d'émission sont plus basses que celles dans la bande *ISM* des 2.4 GHz . Tous ces facteurs sont à considérer en combinaison avec les différentes caractéristiques de propagation radio lors de

l'évaluation des qualités des deux bandes. Clairement, la nature de l'environnement dans lequel le réseau doit être utilisé a un impact significatif sur la couverture. Pour de plus petits environnements, avec moins d'atténuation du signal, le *802.11a* est susceptible de réaliser une couverture semblable à celle du *802.11g* mais avec un débit plus élevé. Dans de plus grands environnements, en particulier avec davantage de cloisons, la couverture supérieure du *802.11g* sera plus évidente. Cependant, la gamme plus étendue des fréquences disponibles pour le *802.11a* permettra de déployer des réseaux multiples pour améliorer la couverture et d'apprécier également les avantages des débits maximums plus élevés.

Enfin [Raniwala & Chiueh, 2004] présentent une méthode standard de déploiement de réseaux dans l'industrie. Une stratégie basée sur une utilisation conjointe des normes à *2.4 GHz* et *5 GHz* consiste à couvrir la zone complète avec du *b/g* et à couvrir les zones de fortes densités avec du *a*. Cela permet de régler les problèmes de plus faibles performances liées aux interférences à *2.4 GHz*. Par ailleurs, l'utilisation du paramètre de **taux d'association minimum** permet de définir un réseau en *refusant volontairement l'accès des plus faibles débits*. Ce paramètre n'est pas pris en compte dans les études d'optimisation mais est très utile dans les réseaux chargés pour maintenir une bonne efficacité en charge. Le paramétrage typique d'un réseau selon [Raniwala & Chiueh, 2004] est simple : puissance d'émission maximale, environ 30% de recouvrement en cellules pour assurer une couverture continue (il n'est pas question de mobilité pour l'instant), fréquences placées au mieux à la main. La phase de surveillance du réseau radio après initialisation est prépondérante. L'installateur doit faire des mesures avec un outil *RF* et ajuster les paramètres.

1.5 Synthèse

Entre les stratégies d'optimisation continue ou combinatoire pour le choix des positions des bornes, la stratégie combinatoire est plus proche de la réalité physique des déploiements du fait des très nombreuses contraintes d'installation qui empêchent de placer les émetteurs n'importe où. Sous sa forme combinatoire le problème est *NP*-difficile. Par conséquent il convient d'adopter pour sa résolution une approche adéquate et efficace qui propose un bon compromis entre temps de calcul et précision. Compte tenu de la taille des problèmes à traiter, il n'est pas envisageable d'utiliser une méthode exacte mais plutôt une méthode approchée. De même, le temps d'évaluation d'une solution intégrant un calcul de propagation complet est rédhibitoire lorsqu'on est amené à parcourir un grand nombre de solutions de l'espace de recherche. En particulier, le cas d'un algorithme évolutionnaire avec une grande population pour la résolution du problème peut se révéler assez pénalisant. L'opti-

misation continue qui nécessite un appel systématique à un calcul de propagation n'est pas non plus adaptée à cette approche.

La qualité d'une planification automatique est largement déterminée par la fiabilité du modèle de propagation. Or plus un modèle de propagation est précis, plus il prend du temps à s'exécuter et rapidement le modèle de propagation ne peut plus être intégré à la phase d'optimisation, ce qui est notre cas avec le logiciel *Orange Labs*. On observe donc deux approches : soit un modèle de propagation simple est intégré à l'algorithme d'optimisation, ce qui permet un calcul à chaque itération de l'algorithme, soit les calculs de propagation du signal pour chaque AP sont effectués préalablement à la phase d'optimisation et ces données sont transmises à l'algorithme d'optimisation comme données d'entrées. Cette seconde méthode, basée sur le modèle d'*Orange Labs*, sera retenue pour la suite de nos travaux.

La planification d'un réseau *WLAN* soulève deux problèmes imbriqués : sélectionner les sites pour placer les bornes et affecter les fréquences aux bornes. Les deux problèmes sont *NP*-difficiles. Cependant la littérature montre que les deux problèmes peuvent être abordés ensemble sous réserve que la dimension des espaces étudiés soit abordable (nombre de points de calcul et nombre de sites candidats). L'approche simultanée permet en tout cas de garantir la meilleure optimisation du critère de débit qui est le critère de performance le plus sensible pour le client. Par la suite, le choix ou non d'un traitement simultané dépendra donc de la taille des instances à traiter.

La définition des critères en contrainte ou en objectif est déterminante. Nous savons qu'un critère de couverture est optimal (ou satisfait) pour le placement d'un nombre donné de bornes ; suite à quoi l'augmentation du nombre de bornes peut se justifier par un critère de débit. De son côté, la réutilisation des fréquences est impactée par l'agencement des bornes et le recouvrement entre cellules, et donc peut être un facteur limitant la densité des bornes si ces deux éléments ne sont pas gérés. Par définition, la couverture et la réutilisation des fréquences sont les éléments de service garanti en charge, on pourrait donc les exprimer comme contraintes. Le débit serait alors un critère à optimiser. Reste le coût qui pourrait être proposé sous la forme d'un second objectif ou d'une valeur maximale ; dans ce dernier cas on chercherait à maximiser le débit pour un coût donné.

La question de la répartition des bornes dans l'espace est souvent considérée comme un problème implicitement résolu grâce aux critères de qualité radio ou de planification de fréquences. En réalité les résultats graphiques qui sont parfois donnés montrent très rarement une bonne répartition. Pourtant la répartition des bornes est liée directement à la répartition des signaux donnant accès aux services haut débit. Il nous semble donc important de considérer les emplacements choisis les uns par rapport aux autres comme un critère de conception. Nous n'avons pas trouvé ce type de critères dans la littérature.

En ce qui concerne les variables de décision, l'utilisation de la puissance d'émission comme paramètre combinatoire ne semble pas nécessaire pour améliorer la qualité d'un réseau initial dont les bornes ne sont pas placées. La puissance apporte une combinatoire plus grande qui demande plus de temps d'exploration sans apporter un gain de qualité significatif par rapport à une puissance fixe. Nous recommandons d'agir sur la puissance dans une seconde phase de paramétrage fin du réseau après le positionnement des bornes. Les autres paramètres de l'*AP* que sont le diagramme de rayonnement et l'azimut sont peu étudiés dans la littérature comme variables d'optimisation. La difficulté d'intégrer ces variables et l'augmentation de la combinatoire en sont les principales causes. Cependant ces variables restent primordiales pour la qualité des résultats.

Sur le choix technologique, l'environnement de déploiement a une influence importante : les fréquences à 5 GHz sont plus sensibles aux obstacles, par conséquent, le signal est plus fortement atténué. Par ailleurs, la norme 802.11g offre une meilleure couverture mais un débit plus faible que la norme 802.11a. Ceci est dû à la faible efficacité du protocole *MAC* commun aux différentes spécifications de la couche physique en *g*, et à une plus faible répartition du débit par utilisateur de la zone couverte (celle-ci étant plus étendue). Dans les environnements où il y a beaucoup d'obstacles, le 802.11g semble plus adapté et permet d'avoir une meilleure couverture contre un débit plus faible. Par contre, s'il y a moins d'obstacles (hall de gare), le 802.11a peut assurer une bonne couverture et un débit plus élevé que 802.11g. De plus, en raison du nombre de fréquences non interférentes du 802.11a, il est possible de déployer plusieurs couches de réseaux permettant ainsi d'augmenter les performances d'accès et de débit. A noter que nous n'avons répertorié aucune référence littéraire sur l'optimisation des réseaux mixtes intégrant l'ensemble des technologies définies par la norme *IEEE 802.11* (*a*, *b* et *g*).

Enfin, concernant la confiance accordée aux méthodes actuelles de déploiement et de validation de réseau, il est prématuré de se faire un jugement définitif car la très grande majorité des réseaux déployés est de dimension réduite : réseaux personnels, hot-spot, petites zones (salles de réunions) ou de faible trafic (hôtels, halls de gares...) en entreprises ou en lieux publics. Dans ces contextes, l'objectif de simple couverture est toujours atteint. Le problème reste ouvert sur la conception de réseaux répondant à une forte densité d'utilisateurs, avec mobilité des terminaux, et pour des classes de *QoS* élevées. Il n'y a pas encore suffisamment de clients nomades sur les réseaux existants pour avoir un retour sur la conception et la validation de réseaux répondant à ces conditions, mais cela viendra avec la baisse du prix des terminaux et des services encore beaucoup trop onéreux.

Notre constat est qu'il n'y a pas un problème d'optimisation unique et bien défini pour traiter tous les problèmes que peut poser l'ingénierie des réseaux *WLAN* mais en réalité autant de problèmes que de formulations et de combinaisons de

critères. Ensuite, le choix de l'algorithme dépend précisément du modèle qui est construit à partir des critères et des objectifs, et de la rapidité et de la précision de la résolution : borne inférieure, solution optimale, solution approchée, ensemble de solutions... Dans le même esprit, nous pouvons trouver une très grande quantité de modèles de propagation, de trafic, de calcul de débit, de gestion de la charge, etc. qui ont tous un impact considérable sur le résultat de l'optimisation et de la simulation. Notons que les modèles de trafic les plus utilisés qui correspondent à l'expression de la demande, sont les modèles discrets. Il convient donc de faire un choix spécifique du modèle et de l'algorithme en phase avec les objectifs du problème à résoudre.

Le travail que nous proposons de traiter dans la suite de ce document prend comme base la nécessité de créer un modèle à optimiser qui unifie les critères actuels de qualité à travers un seul critère. Le débit réel proposé au client est ce critère. Pour le calculer, tous les paramètres du réseau doivent être affectés, sites d'installation, type d'antenne, puissance d'émission, orientation horizontale et canal de fréquence. Les difficultés qui se posent sont alors dans deux directions principales : sur le plan de la modélisation, il faut définir un objectif d'optimisation du débit sous contraintes de couverture minimale et de coût de déploiement, et sur le plan algorithmique, il faut définir une procédure qui puisse intégrer les différentes heuristiques liées à l'affectation de chaque paramètre. Ces travaux sont présentés dans le chapitre deux pour la modélisation et dans le chapitre trois pour l'algorithmique. Finalement, un travail plus théorique sera proposé au chapitre quatre.

Chapitre 2

Modélisation de la planification

Une analyse détaillée du fonctionnement des *WLAN* nous permet d'identifier le débit réel comme le critère unifiant les différentes caractéristiques de qualité de service : couverture, interférences et capacité. Nous présentons ainsi un modèle unifié de la qualité de service qui nécessite le traitement simultané des problèmes de placement des émetteurs et d'allocation des fréquences. Ce modèle de planification de réseaux *WLAN* permet d'optimiser tous les paramètres liés aux points d'accès : type d'antenne, azimut, puissance d'émission et fréquence.

Ce travail a fait l'objet d'une publication dans le journal *International Journal of Mobile Network Design and Innovation (IJMNDI)*, Inderscience en 2007.

Sommaire

1.1	Le développement des réseaux locaux sans fil	15
1.2	Critères de planification	21
1.3	Performances algorithmiques	40
1.4	Méthodes d'évaluation	45
1.5	Synthèse	50

*Diviser chacune des difficultés que j'examinerai
en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il
serait requis pour les mieux résoudre,*

second principe du *Discours de la méthode*,
René Descartes

2.1 Introduction

Le problème de planification revient à trouver une configuration de réseau *WLAN* à moindre coût en optimisant la qualité de service. L'état de l'art nous a montré une grande diversité des problèmes à optimiser liée à un grand nombre de critères de qualité de service (couverture, interférence, capacité...).

Dans ce chapitre, nous allons voir qu'il est possible de proposer un problème d'optimisation qui correspond à une synthèse des modèles précédents.

Pour réaliser cette synthèse, nous approfondissons l'analyse du fonctionnement physique d'un réseau *WLAN* de la norme *IEEE 802.11* en proposant un modèle de cette réalité physique. Nous en présentons une modélisation possible qui nous permet de définir les liaisons entre les différents paramètres du modèle physique de fonctionnement : puissance, fréquence, interférence, capacité, débit...

Nous verrons par cette analyse que le calcul du débit réel en chaque point de service permet de synthétiser les critères de qualité de service habituels tels que la couverture, l'interférence, la capacité... En particulier, il permet de supprimer toute pondération relative entre ces critères. C'est la modélisation que nous proposons pour le problème à optimiser.

Le modèle de la réalité physique et le problème à optimiser sont les deux premières étapes du processus décrit à la figure 2.1, et sont présentés dans ce chapitre. La troisième étape correspondant à l'algorithme d'optimisation est présentée au chapitre 3. La quatrième étape liée au modèle physique d'évaluation a été présentée dans l'état de l'art (section 1.4).

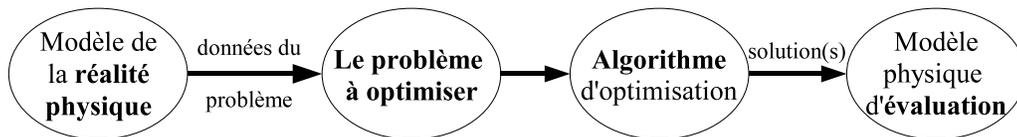


FIGURE 2.1 : *Décomposition du processus*

Pour effectuer cette modélisation du fonctionnement d'un réseau *WLAN* de la norme *IEEE 802.11b, g et a*, que l'on notera par la suite *802.11*, nous décomposons le modèle de la réalité physique en plusieurs sous-modèles :

- Le **modèle de placement** des émetteurs, notés par la suite *AP* pour *Access Point* qui est le nom des émetteurs 802.11 : il définit la méthode de choix des positions des *AP* ; in fine cela détermine le domaine de définition des positions candidates.
- Le **modèle de paramétrage des points d'accès** : il détermine les ensembles de définition des différentes variables d'optimisation telles que la fréquence, la puissance d'émission, l'azimut et le catalogue des différents types d'antennes possibles définis par leur diagramme de rayonnement plus ou moins directif.
- Le **modèle de trafic** qui décrit l'expression de la demande de service dans le réseau : répartition des clients, services demandés, débits souhaités...
- Le **modèle de propagation** qui définit les règles de propagation du signal dans un bâtiment. A partir des variables du problème qui définissent le placement et le paramétrage des *AP*, il détermine les puissances reçues dans le bâtiment.
- Le **modèle de débit** qui estime le débit réellement fourni aux clients du réseau. Tous les paramètres de configuration du réseau sont nécessaires à cette étape. Enfin, il faut comparer le débit réellement fourni par le réseau aux clients à la demande offerte¹ exprimée par ces clients à travers le modèle de trafic.

Chacun de ces sous-modèles interagit avec les autres comme le représente la figure 2.2.

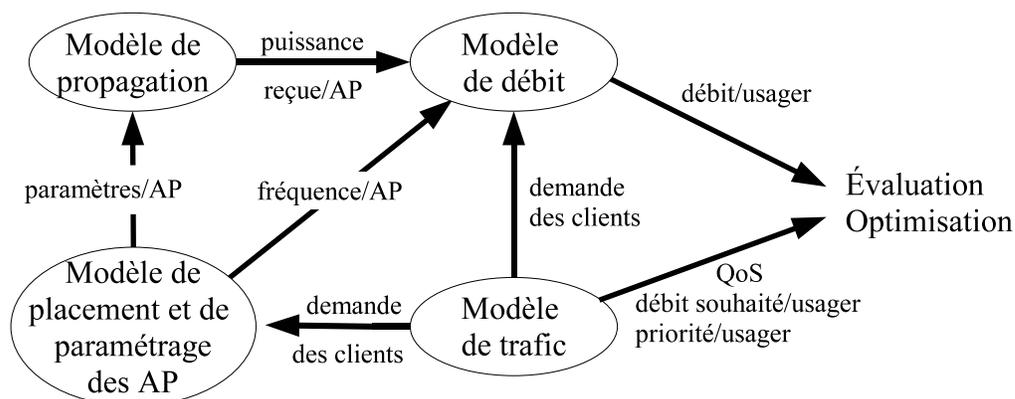


FIGURE 2.2 : Interaction entre les sous-modèles de la réalité physique

1. Le terme de *demande offerte* ou de *demande offerte au réseau* caractérise le débit souhaité par les clients du réseau

Ces modèles seront développés dans les cinq premières parties de ce chapitre en précisant les paramètres qu'ils utilisent pour communiquer entre eux (entrées et sorties de chaque module). Enfin dans une dernière partie, nous présenterons le problème complet à optimiser déduit des cinq sous-modèles précédents de la réalité physique.

2.2 Modèle de placement

2.2.1 Modèle continu ou discret

La première étape consiste à définir l'espace de recherche de notre problème : le placement de points d'accès dans un environnement clos de type gare, aéroport, université, bureaux... Il s'agit tout d'abord de définir quels sont les sites possibles susceptibles d'accueillir un point d'accès.

On a deux types de problèmes selon que l'ensemble des sites est fini ou infini.

- Si l'ensemble est infini, le problème est continu. Les variables d'optimisation sont alors les coordonnées dans le plan (pour un problème 2D) ou dans l'espace (pour un problème 3D) des positions des points d'accès. Si l'on exclut les contraintes de domaine qui imposent par exemple aux points d'accès de se trouver à l'intérieur du bâtiment à couvrir, aucune autre restriction ne s'applique généralement pour ces positions. La phase d'optimisation consistera, par exemple, à déplacer les positions de façon continue, de proche en proche, pour trouver la meilleure configuration parmi une infinité de combinaisons possibles.
- Si l'ensemble est fini, le problème est discret. Le choix du placement des points d'accès se fait parmi un ensemble de sites candidats défini en amont de la phase d'optimisation. Les variables d'optimisation sont toujours les coordonnées des positions des points d'accès, mais elles sont à choisir parmi un ensemble fini. Nous pouvons ainsi dénombrer le nombre de configurations possibles. Soient n le nombre de sites candidats, et p le nombre de points d'accès à placer, nous avons alors $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ configurations possibles. Par exemple, pour $n = 1000$ et $p = 100$, il y a environ 10^{300} configurations possibles étant donné que $C_n^p \sim O(n^p)$ pour $p \ll n$.

Notre choix est donc de **traiter le problème sous sa forme discrète** à partir d'une liste de sites candidats issue des contraintes d'un cahier des charges. Par ailleurs, d'un point de vue informatique, l'infini n'existe pas, donc nous retompons toujours sur un problème combinatoire mais avec un pas de maille très petit. Le placement des AP que nous avons retenu est donc un problème combinatoire c'est-

à-dire que la finalité de l'optimisation est de sélectionner une liste de positions à partir d'une liste prédéfinie de positions candidates.

Ce choix présente un certain nombre d'avantages et d'inconvénients qui orientent à la fois le comment faire et le type de réseau proposé. Parmi les avantages, il y a au moins les points suivants :

- Par rapport à l'option continue, le modèle discret permet de réduire la taille de l'espace de recherche et donc, potentiellement, d'accélérer le processus d'optimisation.
- Le fait de se limiter à un ensemble discret de positions est également justifié par les propriétés de propagation des ondes ; en effet, nous pouvons considérer que la carte de couverture d'un point d'accès varie peu lorsque celui-ci est déplacé à l'intérieur d'une pièce sans obstacle, ce qui permet de ne considérer qu'un site candidat pour toute la pièce. Ceci n'est bien sûr valable que pour des pièces de taille suffisamment petite.
- Nous pouvons déterminer un coût financier correspondant à l'implantation d'un *AP* sur chaque site en fonction de ses particularités, ce qui est très difficile à réaliser dans un contexte de placement continu. Nous avons souhaité traiter le problème proche des conditions réelles de déploiement de réseaux *WLAN*. Dans ce cas, les limites d'installation du matériel telles que le raccordement des équipements au réseau électrique et informatique, la proximité d'autres appareils rayonnants, la proximité de points d'eau et les limites de sécurité comme le vol et l'accessibilité, font que la planification est en général réalisée avec un cahier des charges qui impose une liste possible de sites ou tout au moins exclut un très grand nombre de lieux d'installation.
- Enfin, si nous connaissons les positions des sites candidats, il est possible lors d'une phase préliminaire de calculer à l'avance la couverture maximale depuis chaque site. Dans ce cas, le calcul de la propagation du signal est exclu de la phase d'optimisation et seul l'ajustement de la puissance reçue en fonction des paramètres de l'*AP* installé sera nécessaire. C'est un aspect très important car cela induit un gain en temps de calcul considérable. En effet, dans ce cas le calcul de la propagation n'est réalisé qu'une seule fois, avant l'optimisation.

Parmi les inconvénients nous retiendrons essentiellement qu'il est nécessaire d'effectuer une phase de prétraitement pour définir les sites candidats en amont de la phase d'optimisation. Cette phase peut s'avérer longue et délicate car la liste devient alors prépondérante pour atteindre les objectifs de qualité souhaités.

2.2.2 Sites candidats

Constituer une liste de sites candidats est complexe, il existe des approches manuelles ou automatiques ou des compromis entre les deux méthodes.

La liste des sites candidats doit être la plus réaliste possible pour permettre de concevoir un réseau en phase avec les objectifs de service et les contraintes de déploiement. Le choix des sites candidats doit en particulier tenir compte des points suivants :

- Distribution des sites en fonction de la localisation des services et des volumes de trafic attendus : il faut prévoir une densité de sites plus importante si le service correspond aux tranches supérieures de débit ou si le nombre de clients prévus est élevé.
- Distribution des sites en fonction de la localisation des perturbations électromagnétiques les plus sensibles : distance minimale à respecter avec les points d'eau (sanitaires, toilettes...), les structures métalliques et les équipements électroniques (baies de brassage...) ou rayonnants (fours micro-ondes, systèmes de sécurité...).

Lorsqu'une liste est générée automatiquement, les critères de génération sont essentiellement basés sur la propagation radio. [Runser, 2005] construit une liste automatique par bloc homogène vis-à-vis de la propagation. Schématiquement, une pièce constitue un bloc et les positions sont définies au centre des blocs. Cependant, il est nécessaire de définir une borne minimale de taille de blocs pour gérer les petits espaces et une borne maximale pour gérer les espaces ouverts. Le premier paramètre supprime des sites candidats voisins localisés dans des pièces distinctes. Le deuxième paramètre induit plusieurs emplacements candidats par pièce. Un exemple d'étude sur un bâtiment de $119 \times 60 \text{ m}^2$ crée 418 positions candidates pour une taille de bloc comprise entre 9 m^2 et 18 m^2 . Bien entendu le résultat dépend totalement de la configuration du bâtiment.

La liste des sites candidats a un impact sur la qualité du résultat et sur le temps de recherche des solutions. [Prommak *et al.*, 2002] présentent une comparaison intéressante : l'efficacité d'une liste de sites candidats dans toutes les pièces et couloirs et d'une liste de sites uniquement dans les espaces de type couloir. Cette comparaison est utile pour un bâtiment classique de bureaux où le trafic est relativement uniforme dans les pièces autour des couloirs. Ces deux types de listes sont testés dans le même bâtiment, avec le même algorithme et les mêmes conditions de trafic (90 clients pour lesquels il faut tester le niveau de service à chaque itération). Les configurations comparées à l'issue de l'exécution sont supposées satisfaire les mêmes critères de couverture, de service, etc. La liste restreinte propose une solution 1000 fois plus rapide avec les AP uniquement dans les couloirs. Mais curieusement, avec

la liste complète, aucun site retenu n'est situé dans les couloirs du bâtiment de test. Cette hypothèse mériterait d'être vérifiée.

Pour pallier cet inconvénient majeur du choix des sites candidats et pour que l'optimisation discrète soit efficace, l'espace doit être bien quadrillé par la liste de sites candidats. Comme méthode d'ingénierie, nous recommandons qu'un site candidat soit retenu par pièce de type bureau, par exemple au centre de la pièce, et que les espaces ouverts soient quadrillés en considérant une distance inter-site qui dépende du service demandé sur cet espace, i.e. une distance inversement proportionnelle au débit souhaité pour ce service. Ces distances pourront être définies par des mesures en espace ouvert donc parfaitement génériques.

Variables

Les sites candidats sont des positions repérées par des coordonnées dans le bâtiment d'étude. On définit donc :

- S ensemble des sites candidats.
- n^S nombre de sites candidats : $n^S = |S|$.
- s le s -ième site candidat avec $s \in \{1, \dots, n^S\}$. Il est représenté par ses coordonnées dans l'espace $(Oxyz)$.
- c_s^S coût d'installation d'un AP sur le site s . Ce coût comprend notamment la difficulté d'accès au site, le coût de fixation, le coût de rattachement au réseau filaire... Ces coûts peuvent être différenciés si nécessaire.

Dans un bâtiment, des AP peuvent être déjà installés. Ils forment le réseau $WLAN$ natif; notre but est alors de le compléter. Nous considérerons comme hypothèse que ces AP ne peuvent pas être déplacés et leurs paramètres ne doivent pas être modifiés.

- S^I ensemble de sites sur lesquels un AP a déjà été installé :
 $S^I \subset S$.
- $\forall s \in S^I, c_s^S = 0 \text{ €}$, étant donné que l' AP est déjà installé.
- n^I nombre d' AP déjà installés : $n^I = |S^I|$.

Une option possible du modèle est de supposer que, sur chaque site candidat, nous pouvons placer un à plusieurs AP en fonction de la demande. Plusieurs AP permettent d'obtenir un débit plus important sur une zone de forte demande. La notion de secteur est définie comme étant un emplacement pour AP sur un site donné.

Un secteur n'est donc pas une position géographique définie par ses coordonnées mais un numéro d'emplacement sur un site donné. Cette option ne sera pas présentée dans la suite du modèle pour ne pas alourdir les notations.

2.3 Modèle de paramétrage des émetteurs

Sur un site candidat, il est possible d'installer différents types d'*AP*. Pour cela, nous disposons d'une liste d'équipements. Le paramétrage commence par le choix du type d'*AP* en fonction de son diagramme de rayonnement, puis par le réglage de ses paramètres c'est-à-dire son azimuth, sa puissance et sa fréquence d'émission. Le diagramme, l'azimut et la puissance seront les éléments décisifs pour établir la couverture de l'émetteur, et la fréquence interviendra pour le calcul des interférences et du débit.

Le réglage du tilt qui correspond à l'inclinaison de l'antenne par rapport à la verticale est très important dans les réseaux *GSM 900/1800* et *UMTS*, mais il n'est pas utilisé en *802.11* car la hauteur des antennes n'est pas significativement différente de la hauteur de réception du signal. Cet élément serait peut-être à prendre en compte pour un réseau extérieur en *802.11*.

2.3.1 Types d'AP

Peu importe la marque du constructeur d'*AP*, les critères qui interviennent dans le choix des différents types d'*AP* pour la planification des réseaux sont :

- Le prix d'achat de l'*AP*.
- Les technologies qu'il supporte. Actuellement, il existe principalement deux types d'*AP* : ceux qui supportent les normes *802.11b/g* (bi-mode), et ceux qui supportent la norme *802.11a*. Il n'existe pas d'*AP* qui supporte les trois normes *802.11a/b/g* simultanément avec la même antenne, donc le même diagramme de rayonnement (bi-bande, tri-mode) ; par contre il existe des points d'accès bi-bande tri-mode comportant deux antennes, une pour chaque bande, soit une pour la norme *802.11a* et une pour les normes *802.11b/g*. Dans notre modèle, nous ne travaillerons qu'en bi-mode *802.11b/g* ou en mode *802.11a* mais pas en tri-mode *802.11b/g/a*.
- Le diagramme de rayonnement de l'antenne. Jusqu'à présent, les antennes définies pour la norme *802.11* étaient quasiment toutes omnidirectionnelles, mais les constructeurs offrent à présent une gamme plus importante d'antennes (bidirectionnelles ou même simplement directionnelles).
- La liste des puissances d'émission que supporte l'*AP*. Cette liste offre un ensemble discret de puissances toutes inférieures à la puissance maximale autorisée.

Il est donc nécessaire de définir une liste d'*AP* et leurs paramètres pour construire une configuration de réseau.

Variables

Pour chaque site sélectionné, nous avons le choix d'y placer différents types d'*AP*.

- A ensemble des différents types d'*AP* disponibles.
- n^A nombre de types d'*AP* différents : $n^A = |A|$.
- a le a -ième type d'*AP*, $a \in A = \{1, \dots, n^A\}$. Un type d'*AP* est caractérisé par le diagramme de rayonnement de son antenne.
- c_a^A prix d'achat et d'installation indépendamment du site de l'*AP* de type a .

Nous définissons alors *la première variable de décision* :

1.	w_s	type d' <i>AP</i> placé sur le site s : $w_s \in A \cup \{0\}$
----	-------	--

- si $w_s = a$ nous choisissons de placer un *AP* de type a sur le site s ;
- si $w_s = 0$ le site s est inoccupé.

Nous en déduisons les éléments suivants :

- S^O sous-ensemble de sites ouverts c'est-à-dire avec un *AP* installé :
 $S^O = \{s \in S, w_s \in A\} = \{s \in S, w_s \neq 0\}$ et $S^I \subset S^O$.
- n^O nombre de sites ouverts : $n^O = |S^O|$.

2.3.2 Azimut

Etant donné que les antennes ne sont pas toutes omnidirectionnelles, l'azimut est un paramètre qui a toute son importance. L'azimut s'exprime en degrés et désigne l'angle entre le nord géographique et la direction préférentielle de l'antenne dans le plan horizontal. La direction préférentielle d'une antenne est définie par la puissance d'émission maximale.

Il est intéressant d'un point de vue combinatoire de limiter le nombre d'azimuts possibles lors de la phase de recherche du placement des *AP*. Le diagramme d'une antenne est donné pour chaque degré en horizontal et en vertical. Les variations d'un degré ont en général un impact très limité sur la propagation du signal. Notre étude sur les variations du pas d'azimut pour une antenne directionnelle montre dans [Baala *et al.*, 2007] que considérer un pas inférieur à 30° n'améliore pas sensiblement les résultats de planification. Par conséquent, nous préconisons de considérer les 8 orientations de base (nord, nord-ouest, ouest, sud-ouest, sud, sud-est, est, nord-est) pour la recherche de l'azimut d'une antenne directionnelle lors de la phase de placement des émetteurs. Dans une étape ultérieure au placement, les positions des

AP étant connues, le paramétrage peut alors être affiné en considérant des variations de l'azimut à un pas plus fin, tous les 10° par exemple, pour rendre compte du diagramme.

Variables

Pour chaque type d' AP , il faut définir une liste d'azimuts possibles :

H_a ensemble des azimuts (angles horizontaux) que peut prendre un AP de type a . Nous travaillerons sur une combinatoire réduite du choix de l'azimut mais le modèle accepte de traiter 360° si nécessaire.

$H_a = \{0^\circ\}$ pour une antenne omnidirectionnelle.

$H_a = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$ pour une antenne bi-directionnelle.

$H_a = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ\}$ pour une antenne directionnelle.

n_a^H nombre de valeurs d'azimut possibles pour un AP de type a : $n_a^H = |H_a|$.

Nous définissons alors *la seconde variable de décision* :

2.	h_s	azimut de l' AP installé sur le site s : $h_s \in H_{w_s}$
----	-------	--

2.3.3 Puissance d'émission

Les puissances en radio sont souvent exprimées en décibel par milliwatt ($dBmW$ ou plutôt dBm) plutôt qu'en Watts. Le dBm est une échelle logarithmique par rapport au milliwatt (mW). Nous avons :

$$\begin{aligned} P[dBm] &= 10 \times \log_{10}(P[mW]) \\ P[mW] &= 10^{P[dBm]/10} \end{aligned} \quad (2.1)$$

La puissance d'émission des antennes *802.11* est réglementée par la loi française. La *PIRE* (Puissance Isotrope Rayonnée Equivalente ou puissance rayonnée à la sortie de l'antenne) moyenne maximale autorisée est de :

- 100 mW ou 20 dBm dans la bande de fréquences 2400-2480 MHz (norme *802.11b/g*).
- 200 mW ou 23 dBm dans la bande de fréquences 5150-5350 MHz en intérieur (norme *802.11a*).

- 1 W ou 30 dBm dans la bande de fréquences 5470-5725 MHz en intérieur et en extérieur (non encore utilisée).

Comme indiqué auparavant, chaque AP a un nombre donné de puissances d'émission possibles définies par le constructeur. Il n'y a pas de variation continue de la puissance d'émission jusqu'à la valeur maximale.

Variables

Nous avons donc un ensemble discret de valeurs de puissance pour chaque type d'AP :

- P_a ensemble des puissances que peut prendre un AP de type a . La puissance s'exprime en dBm (décibels par milliwatt). Par exemple : $P_a = \{5, 10, 15, 20\}$.
- n_a^P nombre de puissances d'émission possibles pour un AP de type a : $n_a^P = |P_a|$.

Nous définissons alors *la troisième variable de décision* :

3.	p_s^E	puissance émise par l'AP installé sur le site s : $p_s^E \in P_{w_s}$
----	---------	---

2.3.4 Fréquence d'émission

Les canaux de fréquences d'émission des AP sont fixés par la CEPT (Conférence Européenne des administrations des Postes et Télécommunications) et l'ETSI (*European Telecommunications Standard Institute*) en accord avec la norme choisie 802.11b/g ou 802.11a.

- La norme 802.11b/g définit 14 canaux dans la bande de fréquences 2400-2483 MHz. Ils sont larges de 22 MHz et espacés de 5 MHz comme illustré en figure 2.3. Chaque canal recouvre donc partiellement les quatre premiers canaux adjacents de part et d'autre du spectre de fréquence. Cependant en Europe, l'ETSI n'autorise que l'utilisation des 13 premiers canaux. Le domaine de définition compte donc 13 valeurs. L'utilisation dans un même réseau de canaux qui se chevauchent conduit inévitablement à des interférences et donc à une baisse de débit. Pour éviter tout chevauchement, il est recommandé d'utiliser seulement 3 canaux non recouverts parmi les 13 autorisés ; par exemple les canaux (1, 6, 11) ou (2, 7, 12) ou (3, 8, 13).
- Les canaux disponibles en norme 802.11a varient selon les pays. En Europe la norme 802.11a définit 8 canaux dans la bande de fréquences 5150-5350 MHz

(figure 2.4). Ces canaux sont espacés de 20 MHz et ont 20 MHz de largeur, ils sont donc totalement disjoints. La ressource spectrale sans interférence est donc plus importante pour la norme a que pour les normes b/g .

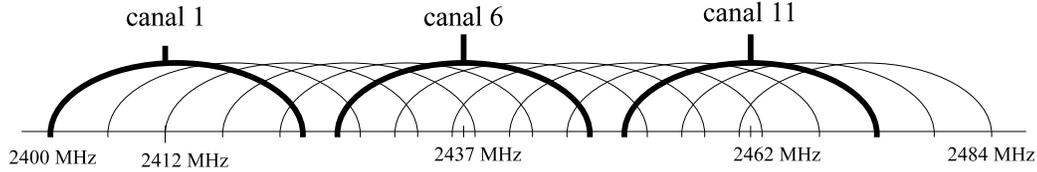


FIGURE 2.3 : Les canaux de fréquence disponibles en 802.11b/g

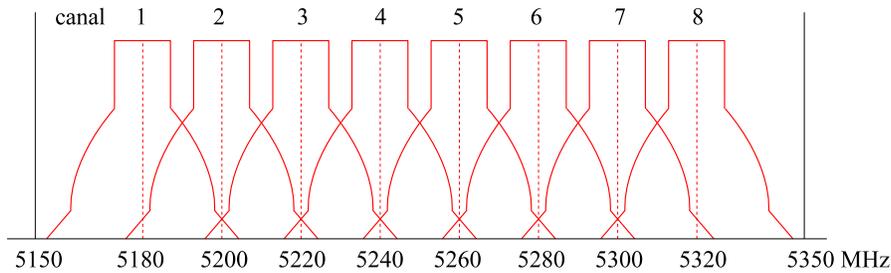


FIGURE 2.4 : Les canaux de fréquence disponibles en 802.11a

Variables

Notre modèle permet de travailler en mono-mode : $802.11b$, $802.11g$ ou $802.11a$ ou en bi-modes $802.11b/g$. Le mode choisi détermine la liste des équipements disponibles A et la liste de canaux de fréquences utilisables :

- F ensemble des canaux de fréquences que peuvent utiliser les AP. Cet ensemble dépend de la norme utilisée : $802.11b/g$ ou $802.11a$.
 $F = \{1, \dots, 13\}$ si la norme est la $802.11b$ ou $802.11g$.
 $F = \{1, \dots, 8\}$ si la norme est la $802.11a$.
- n^F nombre de canaux de fréquences utilisables par un AP :
 $n^F = |F| = 13$ ou 8 selon que l'on utilise la norme b/g ou a .

Nous définissons alors *la quatrième variable de décision* :

4.	f_s	numéro du canal de fréquence alloué à l'AP installé sur le site s : $f_s \in F_A$
----	-------	---

2.4 Modèle de trafic

Le modèle de trafic du réseau définit la manière de représenter la demande offerte au réseau, c'est-à-dire la demande en connexions prévue en fonction des clients. Il donne également un cadre à l'expression de la qualité de service (*QoS*) souhaitée.

Les équipements qui se connectent à un réseau *WLAN* communiquent avec un *AP* via des cartes d'accès ou des adaptateurs sans fil. Ces équipements peuvent être des ordinateurs fixes ou portables, des imprimantes, des serveurs, des *PDA*, des *PALM*, des *Pocket PC*, des téléphones... En *WLAN*, ces appareils sont appelés *stations*, *usagers*, *clients* ou même *points de demande ou de service*. Ils ont une position bien définie dans l'espace et certains d'entre eux peuvent être déplacés en cours de communication tels les *PDA*, *PALM*... Au cours d'une journée, ils ne sont pas toujours actifs. De plus ils peuvent soit émettre un signal vers un *AP* (transmission montante ou *uplink* ou *UL*) soit recevoir un signal issu d'un *AP* (transmission descendante ou *downlink* ou *DL*). La modélisation du trafic doit donc bien préciser les hypothèses de travail et les éléments non pris en compte.

2.4.1 Modèle dynamique ou statique

Une façon de modéliser un client est de le représenter par un point de l'espace, fixe ou en mouvement, sur la zone géographique considérée, et alternant au cours d'une journée entre trois états de fonctionnement : inactif, en réception d'un signal issu d'un *AP* ou en émission d'un signal vers un *AP*. Pour être plus complet, nous pouvons ajouter aux états de réception et d'émission, le débit auquel est réalisée la communication avec l'*AP*.

Ce modèle de trafic est très réaliste mais inadapté à notre problème d'optimisation car il nécessiterait trop de temps pour évaluer chaque configuration de réseau. Le problème provient du fait que la demande est dynamique à double titre : d'une part les clients peuvent se déplacer et d'autre part les états de fonctionnement de chaque client sont variables avec le temps.

Pour gérer ces variations temporelles, il est intéressant de construire un ensemble de scénarios représentant la demande à des instants donnés et de tester chacun de ces scénarios. Cependant, cette démarche est aussi très coûteuse en temps et, comme noté précédemment, elle ne peut pas être mise en œuvre dans le modèle mathématique à optimiser. Cette démarche est par contre réalisable, dans un second temps, pour comparer un petit nombre de configurations possibles, telles que les solutions sélectionnées par l'algorithme, dans le cadre d'une approche d'aide à la décision par exemple. Notre objectif n'est pas de construire un simulateur le plus

réaliste possible mais de modéliser les grandes caractéristiques d'un réseau *WLAN* pour le planifier.

Par conséquent, pour fournir des données au modèle mathématique à optimiser, nous effectuons des simplifications du fonctionnement réel du réseau quant à la modélisation de la demande offerte.

- Nous considérons des clients fixes dans l'espace : ils ne se déplacent pas. Dans le modèle mathématique, les clients seront représentés par des **points de service**. Il est donc très important de bien positionner ces points de service. Pour améliorer la qualité de la phase d'optimisation, il est possible de représenter un client par plusieurs points de service. Inversement, pour améliorer la rapidité des calculs futurs, il est possible de regrouper plusieurs clients sur un seul point de service.
- Nous ne considérons pas l'état d'inactivité d'un client. Cela revient à considérer le pire cas : tous les clients se connecteront au réseau en même temps. C'est une hypothèse peu réaliste puisqu'il est rare qu'un équipement se connecte en permanence au réseau *WLAN*. Cependant c'est une hypothèse qui nous garantit une solution robuste : *qui peut le plus, peut le moins*. Ce mode de travail est nommé habituellement modèle de trafic en **régime saturé**. Il est également possible de définir une probabilité d'activité ou un taux d'activité (pourcentage) de chaque client et ainsi de pondérer la demande en débit de chaque client par ce taux d'activité. Une probabilité d'activité est prise en compte dans le modèle.
- Nous tenons uniquement compte des **liaisons descendantes**, i.e. de l'*AP* au client. Ceci permet de simplifier considérablement le problème. En effet, lorsque nous considérons uniquement les signaux issus des *AP* dont on connaît la position et le nombre, il est possible d'estimer la propagation de ces ondes et par conséquent la couverture du réseau. Par contre, si nous tenons compte des liaisons montantes, i.e. du client à l'*AP*, la tâche d'estimation de la propagation de ces signaux devient beaucoup plus complexe et beaucoup moins fiable du fait que les clients peuvent être mobiles et que leur nombre n'est pas fixe. En général, dans la littérature, les problèmes de planification ne considèrent que les liaisons descendantes. Des estimations plus fines peuvent être mises en place en tenant compte des liaisons montantes [Runser, 2005], [Wong *et al.*, 2005], mais le temps de calcul peut être important. Dans ce contexte, l'estimation du *SINR* n'est jamais totalement fiable puisque l'utilisation des fréquences est sous-estimée du fait de la non prise en compte des liens montants. Cependant, en général les modèles en régime saturé montrent un fonctionnement pessimiste du réseau par rapport à la réalité.

2.4.2 Modèle continu ou discret

Pour pallier l'absence de modélisation du déplacement des clients, la demande n'est pas définie par un ensemble de points discrets dans l'espace, mais par des zones de service représentées par des polygones. Chaque polygone est caractérisé par un nombre de clients et le débit souhaité par chaque client de cette zone. C'est un modèle de trafic continu. Les polygones sont des zones assez vastes pouvant recouvrir plusieurs pièces d'un bâtiment, ils peuvent également se superposer ce qui permet de définir des zones de cumul.

Nous appelons *carte de services* la définition de l'ensemble des zones de service. Une carte de services définit la manière de représenter la demande offerte sur le réseau et donne également une information importante sur la qualité de service souhaitée, c'est-à-dire le débit désiré pour chaque zone. Les polygones de service sont ensuite traduits en un ensemble de points discrets avec une demande propre par point. Les figures 2.5 et 2.6 montrent un exemple de traduction des polygones de service par un ensemble de points de service en fonction du maillage du bâtiment.

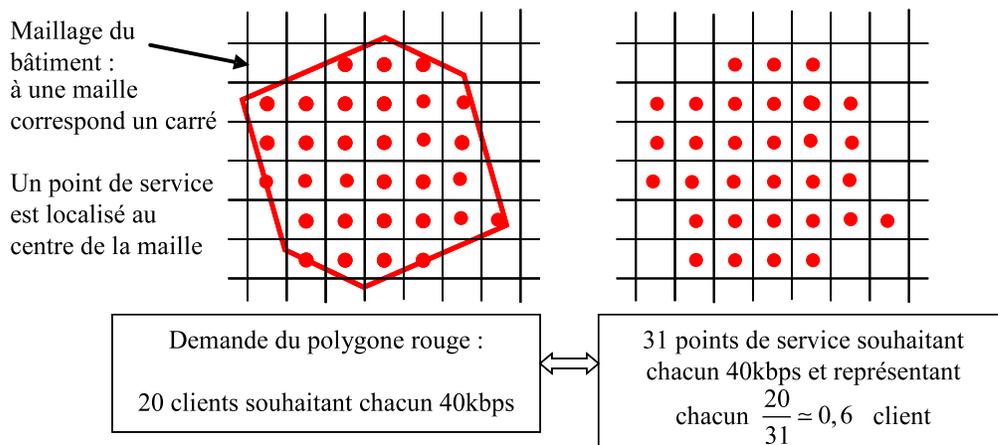


FIGURE 2.5 : Traduction des polygones de service en points de service

Pour fournir des données d'entrée au problème à optimiser, il est nécessaire d'avoir un modèle de trafic simple, discret et statique, car plus facile à utiliser. Par contre, pour valider une configuration donnée, et pour tester sa robustesse il sera très intéressant d'avoir de nombreux modèles de trafic plus évolués, dynamiques et/ou continus.

Des zones de service sont définies pour caractériser le besoin en débit des clients du réseau. Elles sont représentées par des polygones dessinés sur chaque étage du bâtiment. Chaque zone de service est caractérisée par le nombre de clients se déplaçant à l'intérieur de celle-ci et par le débit souhaité par ces clients (en *kbps*). Chaque

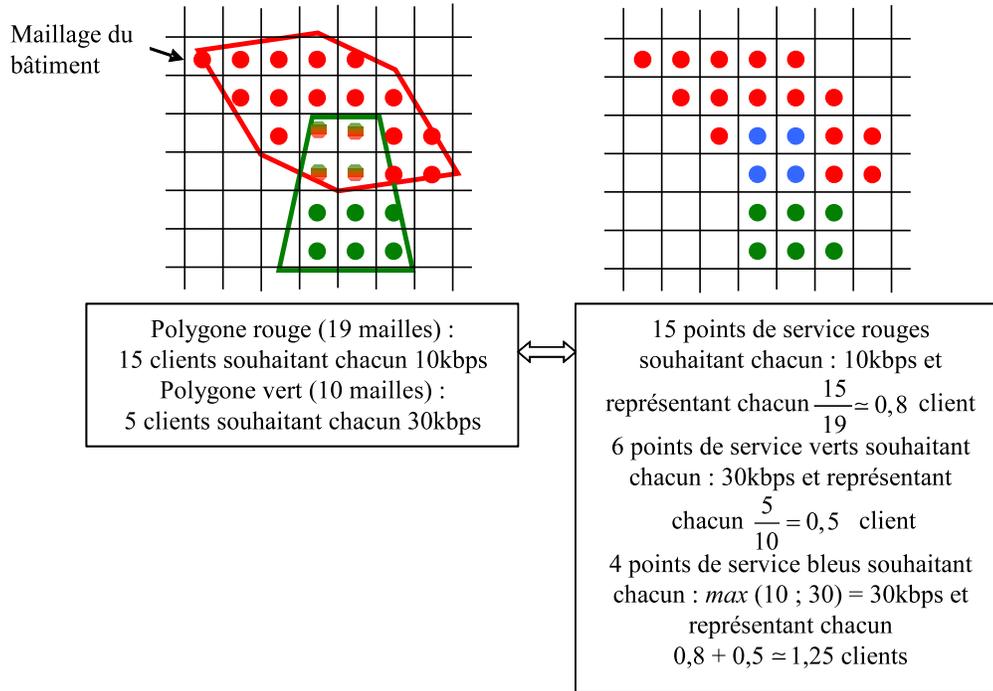


FIGURE 2.6 : Cas de polygones de service superposés.

zone de service est décomposée en points de service selon le maillage choisi pour le bâtiment.

Une maille est considérée comme appartenant à une zone de service si et seulement si le centre de la maille est inclus dans le polygone qui définit la zone de service. Le nombre de points de service dépend donc du pas de maillage du bâtiment. L'ensemble des points de service décrit la demande offerte du réseau.

Variabes

- T ensemble des points de service. Un point de service correspond à une maille.
- n^T nombre de points de service : $n^T = |T|$.
- t le t -ième point de service, $t \in \{1, \dots, n^T\}$.
- κ_t nombre de clients situés sur le point de service t .
- d_t^S débit en kbps souhaité par les clients du point de service t .

Nous définissons aussi une notion de priorité qui caractérise l'importance de certaines zones du bâtiment. Elle permet de prioriser des lieux à couvrir pour un niveau de service donné. Comme pour les zones de service présentées au paragraphe

précédent, les zones de priorité sont définies par des polygones. Nous caractérisons la priorité d'une zone par un nombre entier de -1 à 5. La valeur 5 est la valeur de priorité maximale. La valeur 0 caractérise une zone sans importance du point de vue de l'utilisation du réseau (zone de faible usage), comme par exemple des toilettes. La valeur négative -1 est utilisée pour caractériser une zone ne devant pas être couverte par le réseau *WLAN* comme l'extérieur d'un bâtiment pour des raisons de sécurité par exemple. Ces zones de priorité négative sont également appelées *zones interdites*.

- p_t valeur de priorité attribuée au point de service t . Par défaut, la valeur de priorité des points de service est fixée à 1, sinon elle prend la valeur de priorité à laquelle elle appartient. $p_t \in \{-1, 0, 2, 3, 4, 5\}$.
- T^I ensemble des points de service interdits. Les **points de service interdits** sont les points de service ayant une valeur de priorité négative. Les autres points sont appelés **points de service client**.

2.5 Modèle de propagation

2.5.1 Principe de calcul

Les points d'accès sont des équipements raccordés au réseau local (en général par voie filaire de type Ethernet) qui incorporent une antenne leur permettant de dialoguer avec les clients situés à proximité. La communication entre les points d'accès et les clients se fait donc par ondes radio aux fréquences définies par la norme. Pour ces fréquences, la propagation des ondes dans le bâtiment est complexe du fait des multiples obstacles. Il est donc très difficile d'établir précisément la zone de couverture de chaque émetteur. Lors de la planification du réseau, le modèle qui permet de simuler la propagation des ondes radio est un élément déterminant pour établir la qualité du résultat. Selon la bande de fréquences utilisée (2,4 GHz ou 5 GHz), le modèle de propagation est totalement différent.

A partir de la topologie d'un bâtiment, un modèle de propagation permet d'estimer, pour chaque point d'accès, la puissance du signal reçu en tout point du bâtiment comme illustré sur la figure 2.7. Les paramètres d'un point d'accès intervenant dans l'évaluation de la puissance reçue sont : la position du point d'accès, sa puissance d'émission, son diagramme de rayonnement, son azimut et la norme choisie (802.11b/g ou 802.11a). L'évaluation de la puissance reçue fait aussi intervenir des paramètres du mobile : sa position et son gain d'antenne.

Concevoir, développer et mettre en place un modèle indoor de propagation est un travail à part entière. Nous avons décidé d'utiliser un modèle développé au sein d'*Orange Labs* dans le cadre d'un contrat de recherche. C'est un modèle de propagation à lancer de rayons. Le nombre de rayons et de réflexions sont paramétrables.

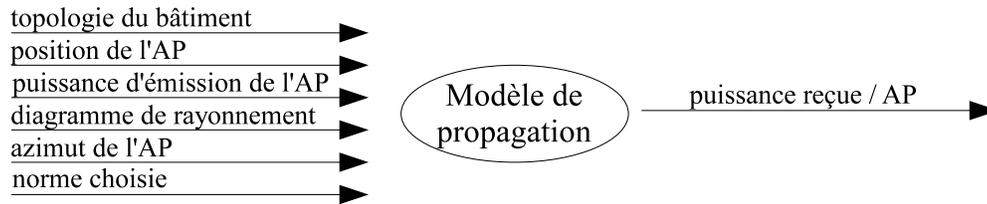


FIGURE 2.7 : *Modèle de propagation avec les paramètres de l'AP*

2.5.2 Etapes de calcul

En général, plus un modèle de propagation est précis, plus il prend du temps à s'exécuter ; de ce fait, un modèle de propagation précis ne peut pas être intégré à la phase d'optimisation. Dans la littérature, il existe deux approches pour calculer le signal tout en optimisant le réseau : soit un modèle de propagation simple est intégré à l'algorithme d'optimisation, ce qui permet de calculer la propagation à chaque itération de l'algorithme ; soit les calculs de propagation du signal pour chaque *AP* sont effectués préalablement à la phase d'optimisation pour toutes les configurations d'équipements sur chaque site et ces données sont transmises à l'algorithme d'optimisation comme données d'entrée.

Notre approche est mixte et comporte deux étapes. Dans un premier temps (phase de propagation), nous calculons pour chaque site candidat au placement d'un *AP* les puissances reçues en chaque point du bâtiment grâce au modèle de propagation. Ces premières estimations de puissances sont réalisées avec des paramètres par défaut qui donnent la couverture maximale à partir de chaque site (puissance d'émission maximale et diagramme de rayonnement isotrope) et donnent lieu à ce que nous appelons *données de base par site*. Cette étape est effectuée préalablement à la phase d'optimisation. Elle peut être longue si l'on souhaite des résultats précis. Dans un second temps (phase d'optimisation), nous ajustons la valeur de ces données de base en choisissant un diagramme de rayonnement, l'azimut de l'antenne et la puissance réelle d'émission. Nous obtenons ainsi la valeur réelle de la puissance reçue pour chaque *AP* installé et configuré. Ces ajustements sont très rapides à effectuer, ils sont donc intégrés à la phase d'optimisation. La figure 2.8 présente la décomposition de ces étapes.

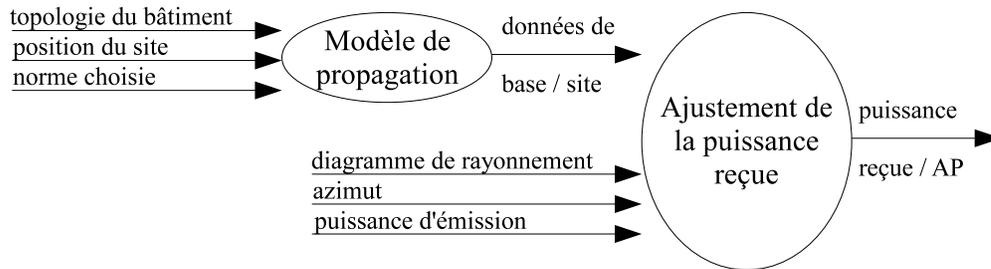


FIGURE 2.8 : *Modèle de calcul de la puissance reçue*

Variables

Tous les points de service t reçoivent le signal issu de chaque AP installé.

p_{st}^R puissance du signal reçu par le point de service t provenant de l' AP installé sur le site s . Cette puissance, exprimée en dBm , tient compte du paramétrage complet de l' AP . La mesure est faite à $1,20\text{ m}$ du sol. Ce calcul est effectué à l'aide d'un modèle de propagation des ondes radio et en connaissant la topologie du bâtiment.

2.6 Modèle de débit

Le modèle de propagation définit comment les ondes émises par chaque AP se propagent dans le bâtiment et permet d'estimer la puissance des signaux reçus. Le modèle de débit traduit ces puissances reçues en terme de service fourni par le réseau, c'est-à-dire en terme de débit offert aux clients. Le modèle de débit définit les règles permettant d'estimer pour l'ensemble du bâtiment le débit offert par une configuration de réseau. Pour calculer le débit réel d'un client, nous procédons en trois étapes. D'abord il faut déterminer le point d'accès avec lequel le client se connecte : c'est le **modèle d'association** détaillé dans la section suivante qui définit cet aspect. Ensuite, il faut estimer **la qualité de la liaison radio** entre le client et l' AP de connexion. Cette étape se base sur le calcul du rapport signal à interférences plus bruit que nous présentons dans la deuxième partie. Enfin, dans un réseau de type *802.11*, un client doit partager le canal radio avec l'ensemble des clients du même AP et les clients en visibilité radio qui utilisent le même canal de fréquences que lui. Une analyse détaillée de **la couche MAC** de la norme *802.11* sera présentée dans une troisième partie afin d'estimer in fine le débit réel d'un client.

2.6.1 Modèle d'association (de charge)

Dans cette partie, nous nous intéressons au mode d'association entre les points d'accès et les clients. De quelle manière une station et un *AP* s'associent pour établir une connexion ? Les règles d'association ne sont pas fixées par la norme 802.11 et les constructeurs ont la liberté d'implémenter les règles de leur choix.

Il n'existe pas de règle commune adoptée par tous. Cependant une règle se dégage des autres : un client s'associe avec le point d'accès qui lui offre le signal le plus fort. Cette règle n'est pas unanime, les cartes d'accès *CISCO* s'associent en priorité avec des points d'accès *CISCO* même en présence d'autres *AP* fournissant un signal plus fort mais provenant d'un constructeur différent. Dans notre modèle, nous avons donc choisi d'utiliser ce type d'association, appelé association au meilleur signal.

Il existe d'autres modes d'association plus évolués que certains constructeurs tentent de mettre en place. Nous en présentons ici deux exemples : un client s'associe non pas avec l'*AP* lui offrant le signal le plus fort mais avec l'*AP* qui lui offre le débit nominal le plus important. En effet, nous verrons dans la prochaine partie que le niveau de *SINR* détermine également le débit nominal établi entre le client et l'*AP*. Quelle que soit la puissance du signal, si le *SINR* est faible le débit nominal sera dégradé. Dans ce cas, il est donc préférable que le client s'associe avec un *AP* lui fournissant un signal de moindre puissance mais dont le *SINR* est plus important. Cette association est appelée association au meilleur débit nominal.

Un mode d'association encore plus évolué, appelé association au meilleur débit réel, est possible. Il s'agit de mieux équilibrer la charge du réseau sur l'ensemble des *AP*. En effet, un client peut recevoir un signal très fort issu d'un *AP*, mais si cet *AP* est déjà en charge d'un nombre important de clients le débit qu'il lui fournira peut être très faible. Rappelons que le débit offert par un *AP* est à partager entre tous les clients de sa cellule. Le client en question aura peut-être intérêt à s'associer avec un *AP* lui fournissant un signal moins fort mais en charge de moins de clients et par conséquent, lui fournissant un meilleur débit réel. Il s'agit d'équilibrage de charge (*load balancing* en anglais) pour ce mode d'association.

L'association au meilleur débit est complexe à mettre en œuvre car fortement sensible à l'évolution temporelle de la demande : la sortie du réseau d'un seul client peut entraîner une cascade de désassociations/associations. Cependant, elle est intéressante à mettre en œuvre lorsque le réseau est déjà déployé. Mais en tenir compte lors de la planification du réseau a peu de sens, notre but n'étant pas de faire une simulation fine d'un réseau trop coûteuse en temps de calcul mais d'estimer rapidement le débit réel pour les clients.

Une quatrième option d'association possible serait de représenter cet aspect dynamique du réseau par un modèle plus stable que l'association au meilleur débit que

nous appellerons association continue. Dans ce cas, un client s'associe avec plusieurs AP à la fois, il répartit ainsi sa charge entre plusieurs AP selon la puissance reçue par chacun des AP . Ce type d'association n'est pas réaliste actuellement car une station ne peut pas communiquer avec plusieurs AP à la fois comme c'est le cas pour l' $UMTS$. Cependant, il a l'avantage de traduire la notion dynamique d'équilibrage de charge sous forme statique.

Prenons un exemple d'application de l'association continue pour illustrer notre proposition : un client reçoit trois signaux issus des AP A, B et C. Les débits nominaux permis pour ces trois AP sont $d_A = 1 Mbps$, $d_B = 2 Mbps$ et $d_C = 1 Mbps$. le client répartit sa charge, égale à 1, entre les trois AP selon le rapport $\frac{d_i}{d_A+d_B+d_C}$ avec $i = A, B$ ou C , soit $\frac{1}{4}$ pour les AP A et C, et $\frac{1}{2}$ pour l' AP B.

Variables

Dans notre travail de planification, pour définir le débit nous faisons le choix de limiter l'association des points de service t au point d'accès offrant le signal le plus fort. Nous définissons donc u_{st} la variable d'association.

$SINR^C$ niveau de $SINR$ minimal pour établir une communication.

Un client ayant un $SINR$ supérieur à ce seuil est garanti d'obtenir au moins le débit minimum. Ce seuil est valable pour une norme donnée : nous distinguons donc $SINR^{Cb}$ pour la norme 802.11b, $SINR^{Cg}$ pour la norme 802.11g et $SINR^{Ca}$ pour la norme 802.11a.

u_{st} le point de service t est associé au site s dont il reçoit le signal le plus fort si ce site lui garantit au moins le débit minimum. Ce qui donne :

$$\forall t \in T, \forall s \in S^O, u_{st} = \begin{cases} 1 & \text{si } \begin{cases} p_{st}^R = \max_{s \in S^O}(p_{st}^R) \\ SINR_t \geq SINR^C \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.2)$$

Ainsi :

Si $\sum_{s \in S^O} u_{st} = 1$ alors le point de service t est associé au site s du réseau.

Si $\sum_{s \in S^O} u_{st} = 0$ alors le point de service t n'est associé à aucun site du réseau.

Remarque :

Pour les points de service interdits on ne parle pas d'association, on ne calcule pas

le SINR. En effet, ces points de service ne représentent pas des clients, on souhaite simplement qu'ils ne soient pas couverts par un AP. Un point de service t est couvert par un AP s si la puissance qu'il reçoit de cet AP p_{st}^R est supérieure à un seuil donné. La couverture ne garantit donc pas un service.

Les notions de sites serveurs et de cellules dérivent de l'association des clients aux points d'accès.

s_t site serveur du point de service t . Il s'agit du site auquel le point de service t est associé. Il est appelé dans ce cas le serveur associé au point de service :

$$s_t = s \text{ si et seulement si } u_{st} = 1.$$

$s_t = 0$ si et seulement si le point de service t n'est pas associé.

$$\text{Donc on a : } s_t = \sum_{s \in S^O} s \times u_{st}.$$

T_s^C ensemble des points de service associés au site serveur s :

$$T_s^C = \{t \in T \mid u_{st} = 1\} \quad (2.3)$$

T_s^C constitue la **cellule** du site s , appelée en 802.11 on parle aussi de **BSS** pour *Base Service Set*.

T_0^C ensemble des points de service qui ne sont associés à aucun site :

$$T_0^C = \{t \in T \mid \sum_{s \in S^O} u_{st} = 0\} \quad (2.4)$$

T_0^C est appelée la **zone blanche** comprenant l'ensemble des points de service de la zone de calcul qui ne sont pas associés à un site.

n_s^T nombre de clients appartenant à la cellule T_s^C :

$$n_s^T = \sum_{t \in T_s^C} \kappa_t \quad (2.5)$$

2.6.2 SINR et débit nominal

Pour se connecter à un réseau *WLAN*, un équipement doit être doté d'une carte d'accès ou un adaptateur sans fil. Ils contiennent une antenne qui leur permet de communiquer avec un AP. La qualité de la liaison radio entre ces deux antennes est primordiale pour définir le débit utilisé pour la communication. La norme 802.11 définit un certain nombre de codages et de types de modulation et les différents débits

théoriques correspondants appelés **débits nominaux**. Le tableau 2.1 récapitule, pour les normes *802.11b*, *g* et *a*, les codages et les types de modulation mis en œuvre et les différents débits correspondants. Nous ne détaillerons pas ici les différentes techniques de codage et de modulation dont les descriptions peuvent être trouvées dans [Allio, 2007].

Technologie	Codage	Type de modulation	Débit nominal (<i>Mbit/s</i>)	Carte Cisco Aironet <i>b/g</i>		Carte Cisco Aironet <i>a</i>	
				Seuil de sensibilité (<i>dBm</i>)	SINR (<i>dB</i>)	Seuil de sensibilité (<i>dBm</i>)	SINR (<i>dB</i>)
802.11b	DSSS (11 bits)	BPSK	1	-94	6	×	×
802.11b	DSSS (11 bits)	QPSK	2	-93	7	×	×
802.11b	CCK (4 bits)	QPSK	5,5	-92	8	×	×
802.11b	CCK (8 bits)	QPSK	11	-90	10	×	×
802.11g/a	OFDM (1/2)	BPSK	6	-86	14	-85	16
802.11g/a	OFDM (3/4)	BPSK	9	-86	14	-84	17
802.11g/a	OFDM (1/2)	QPSK	12	-86	14	-82	19
802.11g/a	OFDM (3/4)	QPSK	18	-86	14	-80	21
802.11g/a	OFDM (1/2)	16-QAM	24	-84	16	-77	24
802.11g/a	OFDM (3/4)	16-QAM	36	-80	20	-73	28
802.11g/a	OFDM (2/3)	64-QAM	48	-75	25	-69	32
802.11g/a	OFDM (3/4)	64-QAM	54	-71	29	-68	33

TABLE 2.1 : *Codages et modulations pour les débits nominaux définis par les normes 802.11b/g/a (les seuils de sensibilité et de SINR sont ceux des cartes Cisco Aironet 802.11b/g et 802.11a)*

La caractéristique principale d'une carte d'accès ou d'un adaptateur sans fil est son **seuil de sensibilité**. Selon la puissance du signal reçu par la carte, le seuil de sensibilité donne le débit nominal qu'il est possible d'établir entre la carte et l'AP émetteur du signal. Un exemple de seuil de sensibilité est donné dans la table 2.1. La puissance du signal reçu est donc le premier critère qui intervient dans la qualité d'une liaison radio.

Le seuil de sensibilité ne tient compte que de la puissance du signal porteur de l'information et pas de l'environnement électromagnétique c'est-à-dire des signaux brouilleurs ou interférents. En réalité, le seuil de sensibilité caractérise le niveau de puissance du signal porteur par rapport au bruit thermique. Le bruit thermique correspond à l'agitation de porteur de charge au voisinage de l'antenne. La puissance du bruit thermique est égale à $p^B = k_B BT$ avec k_B la constante de Boltzmann ($k_B = 1,3806 \times 10^{-23} \text{ W.s.K}^{-1}$), B la largeur de bande ($B = 22 \text{ MHz}$ pour les normes *b/g* et $B = 20 \text{ MHz}$ pour la norme *a*) et T la température ambiante ($T = 300 \text{ K}$). Le bruit thermique vaut approximativement -100 dBm pour les normes *b/g* et -101 dBm pour la norme *a*.

Nous notons donc dans la table 2.1 le seuil de sensibilité comme étant la valeur nominale de puissance du signal reçu pour que le rapport signal à bruit noté S/N ou SNR pour *Signal-to-Noise-Ratio* soit supérieur à un seuil qui permette la communication au débit souhaité. Considérant l'échelle linéaire qu'est le Watt, le SNR est un rapport de deux puissances exprimées en Watt donc sans unité tandis qu'en échelle logarithmique, le SNR est une soustraction de deux puissances exprimées en dBm donc son unité est le dB .

Pour généraliser cette définition et considérer tous les brouilleurs, et pas uniquement le bruit thermique, nous utilisons alors le rapport signal à interférence plus bruit noté $S/(I+N)$ ou $SINR$ pour *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio*. Ce rapport intègre tous les éléments intervenant dans la qualité de la liaison radio : 1) la puissance du signal porteur de l'information, 2) les puissances des signaux interférents, 3) la puissance du bruit et comme nous allons voir 4) les écarts de fréquence des signaux interférents par rapport à la fréquences du signal porteur.

Remarque :

Pour caractériser la qualité de la liaison radio, différents critères de mesure ont été définis : le taux d'erreur binaire (BER pour Bit Error Ratio), le taux de block erroné pour les données (BLER pour BLock Error Rate) ou le taux d'effacement des trames pour la voix (FER pour Frame Erasure Rate). Ces indicateurs sont utiles lorsque l'on travaille au niveau de la couche physique ou de liaison car ils indiquent directement le taux de retransmission d'une trame. Cependant pour notre problème de planification, nous ne descendons pas à ce niveau de spécification et nous utiliserons le rapport signal à interférence plus bruit, $SINR$, comme critère de mesure de la qualité radio.

Il existe des tables de correspondance entre le $SINR$ et les critères évoqués pour le 802.11 mais nous ne les utiliserons pas dans ce mémoire. Nous retiendrons simplement que selon la valeur du $SINR$ calculée au niveau d'un client, il est possible de déterminer le débit nominal à utiliser entre le client et l'AP émetteur du signal.

Le $SINR$ est donc le rapport de la puissance du signal porteur de l'information et de la somme des puissances des autres signaux considérés comme perturbateurs ou interférents. Selon la valeur du $SINR$, les constructeurs définissent le débit nominal que peut supporter une communication. Le débit nominal possible est fonction du $SINR$, de la norme considérée et de la façon dont elle est implémentée par le constructeur au niveau de chaque carte de réception.

Lorsque le $SINR$ calculé au niveau de la carte est fort, il est possible de mettre en place un codage et une modulation de l'information sophistiqués qui permettent un haut débit. Par contre, lorsque le $SINR$ est faible, il est nécessaire de mettre en œuvre un codage et une modulation de l'information plus robustes (et donc offrant

un débit plus faible), afin de transmettre correctement les informations. La table 2.1 donne les débits nominaux possibles selon le niveau de $SINR$ pour les normes b/g et a . Par exemple, pour un $SINR$ de 22 dB le débit nominal pour la norme g est de 36 $Mbps$.

Un canal est caractérisé par une fréquence centrale appelée fréquence porteuse. Comme indiqué au paragraphe 2.3.4, les 14 canaux des normes b et g étant espacés de seulement 5 MHz cela implique qu'ils se chevauchent (cf. figure 2.3). Par conséquent deux points d'accès communiquant sur des canaux adjacents se brouillent mutuellement si leurs cellules se chevauchent : il y a interférence donc diminution du $SINR$ et du débit. Au contraire, lorsque deux AP communiquent sur des canaux totalement disjoints, par exemple 1 et 6, ils n'interfèrent pas entre eux même si les deux AP sont proches spatialement l'un de l'autre.

Pour un client utilisant un canal donné, un signal interférent est qualifié d'*interférent co-canal* s'il utilise le même canal que le client, et d'*interférent adjacent* s'il utilise un canal adjacent à celui du client. Pour un client, il existe deux types de signaux interférents selon leur provenance : *les signaux descendants* provenant des AP autres que l' AP auquel il est associé et *les signaux montants* provenant des clients associés aux AP voisins en supposant que les clients associés au même AP que lui n'émettent pas en même temps donc ne génèrent pas de brouillage.

Actuellement dans la littérature et en pratique, seuls les signaux provenant des AP sont pris en compte pour quantifier les interférences [Wong *et al.*, 2005] [Runser, 2005]. Dans le modèle de propagation, nous avons déjà évoqué cet aspect : seules les liaisons descendantes de l' AP vers le client sont prises en compte. En effet, les clients étant potentiellement très nombreux et mobiles il est impossible de calculer dans un temps acceptable la propagation de ces signaux dans tout le bâtiment. Considérer uniquement les signaux interférents provenant des AP a un avantage pratique certain puisque les AP sont fixes et leur nombre maximum limité. De plus, cette approximation est justifiée théoriquement par deux aspects. D'une part, les retours d'expérience de réseaux de type 802.11 ont montré que la charge était essentiellement descendante c'est-à-dire que c'est très majoritairement l' AP qui occupe le canal (3,7 fois plus [Allio, 2007]) et non les clients de la BSS . D'autre part, le signal provenant d' AP interférents peut être vu comme la moyenne des signaux interférents provenant de clients de cette BSS . Une autre approche serait de raisonner avec des probabilités de coupure de communication.

Remarque :

Les bruits électromagnétiques produits par des équipements autres que les points d'accès comme des fours à micro-onde ou des appareils industriels utilisant aussi les fréquences de la bande ISM (Industriel, Scientifique et Médical) sont considérés comme des signaux interférents pour les AP . Ils ne sont pas pris en compte dans notre

étude ; cependant, ils pourraient être ajoutés aux interférences si on sait précisément où ils se trouvent et quel est leur niveau de puissance.

Variables

Nous rappelons la définition du $SINR$:

$SINR_t$ rapport signal à interférences plus bruit au point de service t dans le cas d'une association des points de service au point d'accès fournissant le plus fort signal :

$$\begin{aligned} SINR_t &= \frac{\text{puissance du plus fort signal}}{\text{puissance du bruit} + \sum \text{puissance des interférents}} \\ &= \frac{p_{s_t}^R}{p^B + \sum_{s' \in S^O \setminus \{s_t\}} p_{s't}^R \gamma(|f_{s_t} - f_{s'}|)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Dans cette formule, les notations sont linéaires : les puissances sont toutes exprimées en milliwatts (mW) et non en décibel par milliwatts (dBm). Une division de deux puissances exprimées en mW correspond à une soustraction de ces deux puissances exprimées en dBm , nous pouvons donc écrire aussi :

$$SINR_{t[dBm]} = p_{s_t t[dBm]}^R - \left(p_{[mW]}^B + \sum_{s' \in S^O \setminus \{s_t\}} p_{s't[mW]}^R \gamma(|f_{s_t} - f_{s'}|)_{[lin]} \right)_{[dBm]} \quad (2.7)$$

La perception de la puissance d'un signal dépend de la fréquence à laquelle il est écouté. Si nous écoutons un signal à la fréquence où il a été émis alors le signal est perçu à sa puissance maximale. Mais si nous écoutons un signal à une autre fréquence que celle où il a été émis alors le signal est perçu avec une atténuation caractéristique de ce décalage de fréquence. Cette atténuation est définie par le facteur de protection noté $\gamma(\cdot)$ avec $\gamma(\cdot) \in \llbracket 0, 1 \rrbracket$. Puisque chaque fréquence est caractérisée par un numéro de canal noté f , nous considérons l'écart entre le canal f sur lequel est émis le signal et le canal f' sur lequel est perçu le signal. $\gamma(\cdot)$ est donc fonction de l'écart de canal $|f - f'|$. Pour calculer $\gamma(\cdot)$, il est nécessaire de connaître la modulation du signal afin de caractériser l'impact des interférences. [Burton, 2002] donne un exemple de ce calcul pour la modulation $DSSS$. La table 2.2 donne le facteur de protection $\gamma(\cdot)$ que nous avons fixé pour la suite du mémoire. Ces valeurs sont considérées comme des données d'entrée de notre problème.

- γ facteur de protection entre deux canaux. C'est une fonction qui donne l'affaiblissement du signal entre deux canaux en fonction de leur écartement sur le spectre de fréquences. Elle est décroissante de 1 à 0, définie sur les entiers compris entre $\llbracket 0; 12 \rrbracket$ pour la norme *802.11b/g*, cf. table 2.2. Pour la norme *802.11a*, les 8 canaux de fréquence étant totalement disjoints, l'utilisation de canaux adjacents ne crée pas d'interférences : $\gamma(x > 0) = 0$, il n'existe que des interférences co-canal : $\gamma(0) = 1$.
- p^B puissance du bruit thermique. $p^B = -100 \text{ dBm}$ pour les normes *b/g* et $p^B = -101 \text{ dBm}$ pour la norme *a*.

Écart de canal	Facteur de protection linéaire : $0 \leq \gamma(\cdot) \leq 1$	Facteur de protection exponentiel en dB : $-\infty \leq \gamma(\cdot) \leq 0$
0	1	0
1	0.7272	-1.38
2	0.2714	-5.66
3	0.0375	-14.26
4	0.0054	-22.68
5 à 12	0	$-\infty$

TABLE 2.2 : Facteur de protection $\gamma(\cdot)$ pour les normes *802.11b/g*

Dans les expressions du *SINR*, f_s , $s \in S$, est le numéro de canal de fréquence affecté à l'AP situé sur le site s . Donc $|f_{s_t} - f_s|$ est le nombre de canaux d'écart entre le site s_t et le site s . $\mathbf{f} = (f_s)_{s \in S}$ est une solution au problème d'allocation de fréquence.

Prenons un exemple d'utilisation de la table 2.2. Pour la norme *802.11b/g*, le facteur de protection entre le canal 7 (2431-2453 MHz) et le canal 9 (2441-2463 MHz) est : $\gamma(7, 9) = \gamma(|7 - 9|) = \gamma(2) = 0.2714 \simeq 5.7 \text{ dB}$. Alors une antenne émettant un signal à la puissance de 20 dBm sur le canal 7 est perçue sur le canal 9 à la puissance : $20 - 5.7 = 14.3 \text{ dBm}$.

Nous posons les paramètres suivants :

- D^N ensemble des débits nominaux autorisés par la norme. Cet ensemble est valable pour une norme donnée : nous distinguons donc D^{Nb} pour la norme *802.11b*, D^{Ng} pour la norme *802.11g*, D^{Nbg} pour la norme *802.11b/g* et D^{Na} pour la norme *802.11a*.
- d_k^N le k -ième débit nominal (en Mbps) que permet une norme. Par exemple pour la norme *802.11b*, les débits nominaux sont : $D^{Nb} = \{d_1^N = 1 \text{ Mbps}, d_2^N = 2 \text{ Mbps}, d_3^N = 5.5 \text{ Mbps}, d_4^N = 11 \text{ Mbps}\}$.
- n^N nombre de débits nominaux autorisés par la norme : $n^N = |D^N|$.

d_t^N débit nominal exprimé en *Mbps* établi entre le point de demande t et son serveur : $d_t^N \in D^N \cup \{0\}$

Si le point t n'est pas associé, donc n'a pas de site serveur, son débit nominal est nul : $d_t^N = 0$.

d_t^N est une fonction qui donne le débit nominal maximum que permet une technologie en fonction du rapport signal à interférences plus bruit au point t : $d_t^N(SINR_t)$. Cette fonction est valable pour une norme donnée : nous distinguons donc d_t^{Nb} pour la norme 802.11b, d_t^{Ng} pour la norme 802.11g et d_t^{Na} pour la norme 802.11a. Le tableau 2.1 page 78 en donne un exemple pour la norme 802.11b.

η_{sk} nombre de clients associés au site s et communiquant au k -ième débit nominal :

$$\eta_{sk} = \sum_{t \in T_s^C} \kappa_t \delta_{(d_t^N = d_k^N)} \quad (2.8)$$

avec $\delta_{(d_t^N = d_k^N)} = 1$ si $d_t^N = d_k^N$ et $\delta_{(d_t^N = d_k^N)} = 0$ sinon.

Nous remarquons que : $\sum_{k=1}^{n^N} \eta_{sk} = n_s^T$

2.6.3 Capacité maximale d'un AP en régime saturé

Le débit nominal correspond au débit du niveau de la couche *MAC*. Il tient compte du codage et de la modulation du signal utilisés au niveau de la couche physique. Mais il ne tient pas compte de la méthode d'accès au canal : *Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance* (*CSMA/CA*) de la couche *MAC*. Nous rappelons rapidement le fonctionnement d'accès au canal *CSMA/CA* pour pouvoir estimer le débit utile au niveau *MAC*.

Protocole de la couche *MAC* :

Lorsqu'une station veut émettre des données, elle écoute le canal. Si le canal est inoccupé pendant une durée *DIFS* (pour *Distributed InterFrame Space*, $T^{DIFS} = 50 \mu s$, pour la norme 802.11b/g), on dit que le canal est libre. La station entre alors dans un processus d'attente appelé *algorithme de backoff*. Le principe est le suivant : la station tire un délai d'attente aléatoire compris entre 0 et n *time slot* ($n = 31$ pour la norme 802.11b/g, l'intervalle $\llbracket 0, n \rrbracket$ est appelé *fenêtre de contention*) et décrémente ce compteur lorsque le canal est libre. Le *time slot* est une unité de temps qui sert à décompter un temps d'attente, $T^{Slot} = 20 \mu s$ (les données de temps sont pour la norme b/g). La station dont le compteur passe à 0 en premier se voit réserver l'utilisation du canal le temps de la transmission d'un paquet de données.

Les autres stations bloquent leur compteur pendant la durée de cette transmission et recommencent à le décrémenter dès que le canal est à nouveau libre. Si deux stations ont la même valeur de compteur une collision se produira au niveau du récepteur. Ces stations devront alors retirer un nouveau délai, compris cette fois entre 0 et $2 \times n$ (62 pour la norme *802.11b/g*) car on double l'intervalle de temps à chaque échec, avant de pouvoir retransmettre le paquet perdu. Si la taille de la fenêtre de contention atteint sa valeur maximale (correspondant à 8 retransmissions $8 \times 31 = 248$ pour la norme *802.11b/g*), le paquet est définitivement perdu ; la station passe au paquet suivant et réinitialise sa fenêtre de contention à $\llbracket 0, n \rrbracket$. Cet algorithme permet aux stations d'accéder au support avec la même probabilité, mais sans garantie de délai. Lorsque le point d'accès veut émettre des données, il procède exactement de la même façon qu'une station.

Les figures 2.9 et 2.10 résument le cycle *CSMA/CA* en cas de succès de la transmission. Une fois un paquet de données transmis, la station destinataire accuse bonne réception du paquet par l'envoi d'un message *ACK* (pour *ACKnowledgment*). La trame *ACK* est envoyée après une durée *SIFS* (pour *Short InterFrame Space*, $T^{SIFS} = 10 \mu s$ pour la norme *802.11b/g*). La durée *SIFS* est inférieure à la durée *DIFS* afin que les autres stations ne pensent pas que le canal est libre. Le canal redevient libre une fois qu'une durée *DIFS* s'est écoulée après la fin de l'envoi de la trame *ACK*. Dans le cas de liaison descendante comme illustré en figure 2.9, les données sont émises par l'*AP* et reçues par les stations. Seul l'*AP* accède au canal, les autres stations n'envoient que des acquittements. Il n'y a donc pas de collisions possibles.

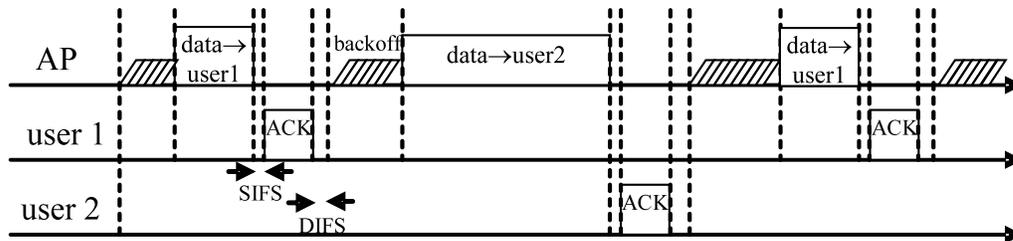


FIGURE 2.9 : Protocole *CSMA/CA* d'accès au canal dans le cas de trafic descendant

Connaissant le fonctionnement des couches *MAC* et *PHY* des normes *802.11b/g/a*, de nombreuses estimations analytiques de la capacité réelle ont été réalisées avec des modèles plus ou moins fins tenant compte des collisions et autres retransmissions. Citons les travaux de [Heusse *et al.*, 2003] et plus généralement de l'équipe *DRAKKAR*, de [Lu & Valois, 2006], de [Runser, 2005], de [Mühlethaler & Najid, 2001], de [Cali *et al.*, 2000] et de [Allio, 2007]. La plupart sont basées sur le travail de [Bianchi, 2000] qui caractérise le backoff par une chaîne de Markov. Les travaux de l'équipe *DRAKKAR* (Université de Grenoble) ou du *CITI* (*INSA* de Lyon) s'intéressent

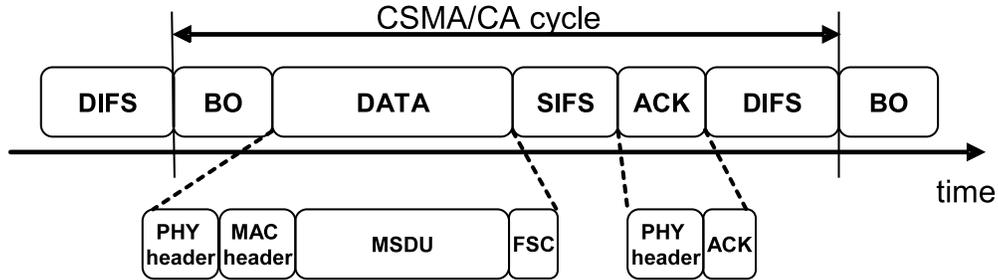


FIGURE 2.10 : *Détail d'un cycle CSMA/CA*

aussi à l'impact des stations cachées² sur la capacité réelle [Duda, 2008] et au problème des trois paires parallèles [Chaudet, 2004] dans lequel deux cellules bloquent systématiquement l'accès au canal d'un client associé à une troisième cellule située entre elles.

Notre modèle est plus simple puisqu'en trafic descendant, nous considérons le temps moyen de backoff constant puisqu'il n'y a pas de collision car seul l'*AP* accède au canal. Notre analyse est donc volontairement simplifiée pour déterminer une approximation de la capacité au niveau de la couche *MAC*. Nous formulons les hypothèses de calcul suivantes :

- Nous considérons que seul l'*AP* accède au canal donc nous gérons un trafic uniquement descendant.
- Nous considérons qu'il n'y a aucune retransmission de trames. Les retransmissions de trames ont lieu soit s'il y a des collisions entre trames, ce qui ne peut pas se produire dans le cas descendant puisque seul l'*AP* accède au canal, soit si la trame reçue est erronée (taux d'erreur par bit trop important) du fait d'interférences avec des brouilleurs externes au réseau ou de chemins multiples trop longs. Nous négligeons ces retransmissions puisque nous supposons que le débit nominal utilisé pour la communication entre l'*AP* et le client est choisie justement pour éviter un taux d'erreur par bit trop important.
- Nous considérons le régime saturé, c'est-à-dire que l'*AP* a toujours une trame à transmettre ; cela correspond à calculer la capacité maximale que l'*AP* doit fournir pour satisfaire la demande. L'accès au canal étant partagé équitablement entre les clients, nous supposons en moyenne que l'*AP* envoie le même

2. Deux stations sont dites cachées si elles sont associées au même *AP* mais ne sont pas en visibilité radio l'une de l'autre. Dans ce cas, une station peut croire que le canal est libre et envoyer des données à l'*AP* alors que l'autre station est déjà en train de communiquer avec l'*AP*, une collision se produira donc au niveau de l'*AP*.

nombre de trames à tous ses clients. Il y a donc une périodicité comme nous le constatons dans la figure 2.9, après avoir envoyé une trame au premier et au second client, l'AP recommence à envoyer une trame au premier client.

Variables

Soient :

durée^{BO} la durée moyenne du back-off. Etant donné que nous considérons uniquement le trafic descendant, il n'y a pas de collision possible sur le canal puisque seul l'AP y accède. Dans ce cas, la durée du back-off reste toujours comprise entre $0 \times T^{\text{Slot}}$ et $n \times T^{\text{Slot}}$ où n est la taille de la fenêtre de contention initiale ($n = 31$ pour la norme 802.11b/g). La durée moyenne est donc : $\text{durée}^{\text{BO}} = \frac{n}{2} \times T^{\text{Slot}}$. La durée moyenne du back-off est une constante.

$\text{taille}_t^{\text{MSDU}}$ la taille de la trame MSDU du point de service t . Cette taille est caractéristique du service souhaité par le point de service. Pour la suite, nous fixons $\text{taille}_t^{\text{MSDU}}$ arbitrairement à la taille de la trame MSDU moyenne noté $\text{taille}^{\text{MSDU}} = 8184 \text{ bits} = 1023 \text{ octets}$.

δ_k la durée d'un cycle CSMA/CA (cf. figure 2.10) pour une trame $\text{taille}^{\text{MSDU}}$ et pour une transmission au k -ième débit nominal (d_k^N). Pour des réseaux fonctionnant en mode 802.11b ou en mode mixte (avec des stations en mode 802.11b et des stations en mode 802.11g), nous avons :

$$\delta_k = \text{durée}^{\text{DIFS}} + \text{durée}^{\text{SIFS}} + 2 \times \text{durée}^{\text{en tête PHY}} + \text{durée}^{\text{ACK}} + \frac{\text{taille}^{\text{MSDU}} + \text{taille}^{\text{en tête MAC}} + \text{taille}^{\text{FSC}}}{d_k^N} \quad (2.9)$$

Pour des réseaux fonctionnant en mode 802.11a ou en mode 802.11g uniquement, nous avons :

$$\delta_k = \text{durée}^{\text{DIFS}} + \text{durée}^{\text{SIFS}} + 2 \times \text{durée}^{\text{en tête PHY}} + \text{durée}^{\text{ACK}} + 4 \times \text{celling} \left(\frac{\text{taille}^{\text{MSDU}} + \text{taille}^{\text{en tête MAC}} + \text{taille}^{\text{FSC}}}{4 \times d_k^N} \right)$$

avec la fonction $\text{celling}(x)$ qui retourne le plus petit entier supérieur ou égal à x .

Les autres données, récapitulées dans le tableau 2.3, sont définies par la norme. Une analyse plus fine de la capacité des réseaux *802.11* est réalisée dans le chapitre V de la thèse de Sylvain Allio [Allio, 2007] dont sont extraites ces valeurs.

Paramètres	<i>802.11b</i>	<i>802.11b/g</i> (mixte)	<i>802.11a</i> ou <i>802.11g</i> seul
d_k^N	1,2,5,5,11 Mbps	1,2,5,5,11,6,9,12,18, 24,36,48,54Mbps	6,9,12,18,24, 36,48,54Mbps
durée ^{DIFS}	50 μ s		34 μ s
durée ^{SIFS}	10 μ s		16 μ s
durée ^{slot}	20 μ s		9 μ s
taille de la fenêtre de contention initiale	31		15
durée ^{BO}	$\frac{31}{2} \times 20 = 310\mu$ s		$\frac{15}{2} \times 9 = 67,5\mu$ s
durée ^{en tête PHY}	long : 192 μ s court : 96 μ s	long : 18 + 192 μ s court : 8 + 96 μ s	20 μ s
taille ^{ACK}	14 octets à 1Mbps		14 octets à 6Mbps
durée ^{ACK}	$\frac{14 \times 8}{1} = 112\mu$ s		$4 \times \text{celling} \left(\frac{14 \times 8 + 22}{4 \times 6} \right) = 24\mu$ s
taille ^{en tête MAC}	30 octets		
taille ^{FSC}	4 octets		

TABLE 2.3 : Paramètres physiques et MAC liés aux normes *802.11b*, *802.11g* et *802.11a*

Remarque :

Pour le mode RTS/CTS le calcul est analogue. Il est également possible d'ajouter un terme au dénominateur pour tenir compte des retransmissions.

Sous ces hypothèses, la capacité peut simplement s'écrire :

c_s^{AP} capacité (en Mbps) fournie par l'AP du site s en régime saturé à l'ensemble des clients de sa cellule :

$$\begin{aligned}
 c_s^{AP} &= \frac{\text{taille des données utiles transmises}}{\text{durée de transmission des données utiles}} \\
 &= \frac{n_s^T \times \text{taille}^{MSDU}}{n_s^T \times \text{durée}^{\text{BO}} + \sum_{k=1}^{n^N} \eta_{sk} \times \delta_k} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

La capacité dépend du nombre total de clients associés et du débit nominal de chaque point de service associé. Cette fonction peut intégrer d'autres paramètres pour tenir compte du trafic montant.

Pour estimer la capacité d'un AP , il suffit donc de connaître le nombre de clients à sa charge et la répartition de ces clients selon les débits nominaux $\boldsymbol{\eta} = (\eta_k)_{k \in K}$. Les autres paramètres dépendent uniquement de la norme utilisée. Comme présenté dans la partie précédente, le débit nominal d'un client est déterminé par son $SINR$. La répartition $\boldsymbol{\eta}$ est donc uniquement en fonction du $SINR$ des liaisons descendantes.

2.6.4 Débit réel

Nous définissons maintenant le débit nominal et le débit réel en fonction des conditions de puissance et de qualité en chaque point de demande.

d_t^O débit réel (en $kbps$) fourni par le réseau au point de demande t pour la configuration présentée :

$$d_t^O = \frac{c_{st}^{AP}}{n_{st}^T} \quad (2.11)$$

Si le point de service t n'est associé à aucun site s , alors : $d_t^O = 0$.

Nous en déduisons pour chaque point de service l'écart entre la demande en débit et le débit réel fourni par le réseau. Cet écart sera considéré par la suite comme un indicateur fondamental de la qualité du réseau à concevoir.

Δ_t écart entre le débit souhaité par le point de service t et le débit fourni par le réseau :

$$\Delta_t = d_t^O - d_t^S \quad (2.12)$$

Si $\Delta_t \geq 0$, alors la demande du point de service t est satisfaite.

Si $\Delta_t < 0$, elle ne l'est pas.

La notion de satisfaction de la demande se décline en fonction de la nature des points de service :

- **Un point de service client est satisfait** si et seulement s'il est associé à un site qui lui offre un débit réel supérieur ou égal au débit qu'il souhaite.
- **Un point de service interdit est satisfait** si et seulement s'il n'est couvert par aucun site ouvert, c'est-à-dire si $\nexists s \in S^O$, $p_{st}^R \geq SINR^C + p^B$. Le seuil de couverture $SINR^C + p^B$ est défini dans le cas où il n'y a pas d'interférences au point de service s , alors $SINR_t = p_{st}^R - p^B$ et donc $SINR_t \geq SINR^C$ devient $p_{st}^R \geq SINR^C + p^B$.

2.7 Le problème à optimiser

Le problème de planification de réseau *802.11* que nous avons modélisé consiste à sélectionner des sites parmi une **liste de sites candidats** sur lesquels il faut installer un émetteur ou *AP*. Nous disposons d'une **liste de différents types d'AP**. Pour chaque *AP*, il faut choisir son azimut parmi une **liste finie d'azimuts** et sa puissance d'émission parmi une **liste finie de puissances d'émission**. Enfin, il est également nécessaire d'attribuer un canal de fréquence à chaque *AP*, le **nombre de canaux à notre disposition** dépendant de la norme considérée (8 ou 13 canaux). Tout ces choix correspondent aux variables de décision du problème.

Le modèle définit aussi des **points de service** qui caractérisent la demande offerte au réseau, autrement dit le besoin en débit des clients du réseau. Chaque point de service représente un nombre de clients et un débit réel attendu. Nous attribuons aussi à chaque point de service un **paramètre de priorité**.

Il existe deux critères de nature différente pour évaluer un réseau : **son coût financier** de construction et de maintenance et **sa qualité de service** c'est-à-dire sa capacité à répondre aux besoins des clients.

Nous rappelons ci-après les paramètres de travail du problème et sa complexité avant de définir les objectifs et contraintes du problème à optimiser.

2.7.1 Paramètres de travail

Concernant les notations, les règles générales suivantes ont été adoptées :

- Les ensembles sont décrits par une lettre majuscule.
- Les paramètres, variables et éléments d'ensemble sont définis par une lettre minuscule.
- Une lettre en exposant d'un paramètre est utilisée **uniquement** pour clarifier la signification de ce paramètre ; elle fait partie de la définition du paramètre, en aucun cas elle ne peut varier.
- Une lettre en indice d'un paramètre fait toujours référence à un élément d'un ensemble ; cet indice aura toujours pour valeur un entier naturel. Cela implique que le paramètre concerné est un vecteur ou une matrice.

Rappel des notations :

S	ensemble des sites candidats.
n^S	nombre de sites candidats : $n^S = S $.
s	désigne le s -ième site candidat avec $s \in \{1, \dots, n^S\}$.
c_s^S	coût d'installation d'un AP sur le site s .
S^I	ensemble de sites sur lesquels un AP a déjà été installé ($S^I \subset S$).
n^I	nombre d' AP déjà installés : $n^I = S^I $.
A	ensemble des différents types d' AP à notre disposition.
n^A	nombre de types d' AP différents : $n^A = A $.
a	désigne le a -ième type d' AP , $a \in A = \{1, \dots, n^A\}$.
F	ensemble des canaux de fréquences que peuvent utiliser les AP .
n^F	nombre de canaux de fréquences utilisables par un AP : $n^F = F $.
c_a^A	coût d'achat et d'installation (indépendamment du site) de l' AP de type a .
H_a	ensemble des valeurs d'azimuts que peut prendre un AP de type a .
n_a^H	nombre de valeurs d'azimuts possibles pour un AP de type a : $n_a^H = H_a $.
P_a	ensemble des valeurs de puissances que peut prendre un AP de type a .
n_a^P	nombre possible de valeurs de puissances d'émission pour un AP de type a : $n_a^P = P_a $.
T	ensemble des points de service.
n^T	nombre de points de service : $n^T = T $.
t	désigne le t -ième point de service, $t \in \{1, \dots, n^T\}$.
κ_t	nombre de clients situés sur le point de service t .
d_t^S	débit en $kbps$ souhaité par les clients du point de service t .
p_t	valeur de priorité attribuée au point de service t .
T^I	ensemble des points de service interdits.
p^B	puissance du bruit thermique.

$SINR^C$	seuil de SINR minimal pour établir une communication.
D^N	ensemble des débits nominaux définis par la norme.
n^N	nombre de débits nominaux définis par la norme : $n^N = D^N $.
d_k^N	le k -ième débit nominal que permet la norme.
$\gamma(\cdot)$	facteur de protection entre deux canaux de fréquence.
δ_k	durée d'un cycle CSMA/CA pour une transmission au débit nominal k .

TABLE 2.4 : *Rappel des données d'entrée du problème*

w_s	type d'AP placé sur le site s : $w_s \in A \cup \{0\} \subset \mathbb{N}$.
f_s	numéro du canal de fréquence alloué à l'AP installé sur le site s :
	$f_s \in F_A \subset \mathbb{N}$.
p_s^E	puissance émise par l'AP installé sur le site s : $p_s^E \in P_{w_s} \subset \mathbb{N}$.
h_s	azimut de l'AP installé sur le site s : $h_s \in H_{w_s} \subset \mathbb{N}$.

TABLE 2.5 : *Rappel des variables de décision du problème*

S^O	sous-ensemble de sites ouverts c'est-à-dire avec un AP installé.
p_{st}^R	puissance du signal reçu par le point de service t provenant du site s .
u_{st}	variable d'association entre le point de service t et le site s .
s_t	site serveur du point de service t .
T_s^C	ensemble des points de service associés au site serveur s définissant une cellule.
T_0^C	zone blanche : ensemble des points de service qui ne sont pas associés à un site.
n_s^T	nombre de clients appartenant à la cellule T_s^C .
$SINR_t$	rapport signal à interférences plus bruit au point de service t .

d_t^N	débit nominal établi entre le point de demande t et son serveur.
η_{sk}	nombre de clients associés au site s et communiquant au k -ième débit nominal.
c_s^{AP}	capacité fournie par l'AP situé sur le site s en régime saturé.
d_t^O	débit réel en <i>kbps</i> fourni par le réseau au point de demande t .
Δ_t	écart entre le débit souhaité par le point de service t et le débit fourni par le réseau.

TABLE 2.6 : Rappel des données intermédiaires du problème calculées à l'aide des données d'entrée et des variables de décision

2.7.2 Expression de la combinatoire

A l'aide de l'ensemble des paramètres définis, nous pouvons ainsi calculer le nombre de configurations possibles pour chaque site :

$$n^C = n^F \times \left(\sum_{a \in A} n_a^H \times n_a^P \right) \quad (2.13)$$

Sachant qu'il existe $n^S - n^I$ sites possibles (les sites déjà installés ne pouvant être modifiés), pour placer n points d'accès, le nombre de combinaisons possibles est :

$$C_{n^S - n^I}^n \times \left(n^F \times \sum_{a \in A} n_a^H \times n_a^P \right)^n = C_{n^S - n^I}^n \times (n^C)^n \quad (2.14)$$

Et pour un nombre indéterminé de points d'accès inférieur à n^{max} :

$$\sum_{n=0}^{n^{max}} C_{n^S - n^I}^n \times \left(n^F \times \sum_{a \in A} n_a^H \times n_a^P \right)^n \quad (2.15)$$

Considérons un exemple de planification de réseau pour calculer le nombre de configurations dans le cas où il est possible d'installer jusqu'à 50 AP. Les paramètres sont les suivants :

$n^F = 13$	nous considérons la norme <i>802.11b/g</i> .
$n^I = 0$	aucun réseau n'est déjà installé.
$n^A = 3$	nous disposons de 3 types d' <i>AP</i> : omni(1), bi-directive(2) et directive(3).
$n_1^H = 1$	il n'y a pas d'azimut pour l' <i>AP</i> omni.
$n_2^H = 4$	il y a 4 azimuts pour l' <i>AP</i> bi-directive.
$n_3^H = 8$	il y a 8 azimuts pour l' <i>AP</i> directive.
$n_a^P = 4$	il y a 4 niveaux de puissances pour chaque <i>AP</i> .
$n^S = 500$	il y a 500 sites candidats.
$n^{max} = 50$	nous considérons l'instation d'un à 50 <i>AP</i> au maximum.

Donc, le nombre de configurations est :

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{n=50} C_{500}^n \times (13 \times (8 + 4 + 1) \times 4)^n \\ &= \sum_{n=0}^{n=50} C_{500}^n \times 624^n \end{aligned}$$

Le nombre total de combinaisons possibles est alors de l'ordre de 10^{270} .

2.7.3 Critères du problème

Critère de coût financier

Pour chaque configuration de réseau (choix des variables de décision), nous calculons le coût de construction du réseau :

$$\sum_{s \in S^O \setminus S^I} c_s^S + c_{w_s}^A \quad (2.16)$$

Critère de qualité de service

Pour chaque configuration de réseau, nous estimons également la qualité de service. Pour cela nous vérifions que tous les points de service sont satisfaits :

$$\forall t \in T, \Delta_t \geq 0 \quad (2.17)$$

Vu comme une contrainte, ce critère de capacité garantit à tous les points de service le débit souhaité. Cette contrainte est forte et peut s'avérer trop contraignante pour certains problèmes. Il est peut être judicieux de traiter ce critère comme un

objectif du problème plutôt que comme contrainte. Dans ce cas, nous calculons le débit souhaité par les points de service et non satisfaits par cette configuration de réseau. Cette quantité est mesurée en nombre de *kilobits par seconde* :

$$\sum_{t \in T} \max(0; -p_t \kappa_t \Delta_t) \quad (2.18)$$

Plus cette quantité est importante, plus le réseau est de mauvaise qualité et ne répond pas à la demande des clients.

Pour conserver une qualité minimale sur le réseau, nous pouvons dans ce cas déterminer une nouvelle contrainte garantissant un débit minimum à tous les clients :

$$\forall t \in T, SINR_t \geq SINR^C \quad (2.19)$$

Précisément, cette contrainte garantit que tous les points de service ont un *SINR* supérieur au *SINR* minimal pour établir une communication.

Cette contrainte est équivalente à :

$$\begin{aligned} & \forall t \in T, SINR_t \geq SINR^C \\ \Leftrightarrow & \quad \forall t \in T, d_t^O > 0 && : \text{ tous les points de service ont un débit non nul.} \\ \Leftrightarrow & \quad T_0^C = \emptyset && : \text{ il n'y a pas de zone blanche.} \\ \Leftrightarrow & \quad \forall t \in T, \sum_{s \in S^O} u_{st} = 1 && : \text{ tous les points de service sont associés à un AP.} \end{aligned}$$

Concernant les points de service interdits qu'il est souhaitable de ne pas couvrir, nous avons un critère à prendre en compte comme contrainte qui s'écrit :

$$\forall t \in T^I, \nexists s \in S^O, p_{st}^R \geq SINR^C + p^B \quad (2.20)$$

2.7.4 Synthèse

Le problème que nous avons à traiter est de déterminer les variables de décision \mathbf{w} , \mathbf{f} , \mathbf{p}^E , \mathbf{h} avec $\forall s \in S, w_s \in A \cup \{0\} \subset \mathbb{N}$, $f_s \in F_A \subset \mathbb{N}$, $p_s^E \in P_{w_s} \subset \mathbb{N}$ et $h_s \in H_{w_s} \subset \mathbb{N}$, afin de minimiser :

$$\sum_{s \in S^O \setminus S^I} (c_s^S + c_{w_s}^A) + \beta \times \sum_{t \in T} \max(0; -p_t \kappa_t \Delta_t) \quad (2.21)$$

sous les contraintes (2.19) et (2.20).

Le premier terme de la fonction objectif concerne le coût financier d'installation du réseau (achat des *AP* et coût du raccordement au réseau). Le second terme concerne la qualité de service du réseau, plus précisément le nombre de *kilobits/s* souhaité par des clients et non offerts par le réseau, ce nombre de *kpbs* étant pondéré par le facteur de priorité. Etant donné la nature différente des termes de la fonction objectif (€ et *kpbs*), le coefficient β a été introduit ; il correspond au coût financier d'un *kpbs* non satisfait. Ce coût doit être saisi par l'utilisateur.

La contrainte de capacité (2.19) garantit à tous les points de service un débit minimum. La contrainte (2.20) interdit que la configuration couvre des points de service interdits.

Ce modèle est la base de notre travail, cependant, il est tout à fait envisageable de le faire évoluer vers d'autres aspects qui s'avèreraient intéressants, en particulier en le traitant comme un problème bi-objectif : un objectif pour le coût financier concernant l'installation du réseau et un objectif pour la QoS du réseau.

2.8 Conclusion

L'analyse du fonctionnement des *WLAN* nous a permis d'identifier **le débit réel comme le critère unifiant les différentes caractéristiques de qualité de service** rencontrées dans la littérature : couverture, interférences et capacité. Le calcul du débit réel intègre en effet les critères de couverture en calculant les puissances reçues en chaque point du réseau, les critères de gestion des interférences en calculant complètement et précisément le rapport signal à interférence plus bruit (*SINR*) et les critères de capacité en calculant la charge de chaque point d'accès et en modélisant les protocoles de communication (couche *MAC* et procédure *CSMA/CA*). Il permet en particulier de supprimer toute pondération relative entre ces critères. Notre problème à optimiser est donc basé sur le calcul du débit réel.

Notons que le calcul du débit réel nécessite de traiter simultanément les problèmes de placement et de paramétrage d'*AP* et d'allocation des fréquences. C'est à la fois une contrainte pour le problème d'optimisation, mais c'est aussi la condition qui permet la synthèse.

De plus, notre modèle de planification de réseaux *WLAN* permet d'optimiser tous les paramètres liés aux points d'accès : type d'antenne, azimut et puissance d'émission. Il intègre aussi des **zones de priorité** traduisant l'importance relative des différentes régions de l'espace à couvrir et des **zones interdites** indiquant les endroits qu'il n'est pas souhaitable de couvrir pour des raisons de confidentialité ou de sécurité.

Enfin, l'usage du débit réel permet d'exprimer naturellement et simplement les besoins des clients du réseau. Il suffit de spécifier la carte des débits (ou des services) souhaités et la répartition des clients dans le bâtiment. Pour cela nous avons proposé une modélisation du trafic à l'aide de zones de service.

Le modèle constitué offre une combinatoire très importante, de l'ordre de 10^{270} pour 50 *AP* à installer sur 500 sites candidats. Par ailleurs, les calculs effectués sont assez complexes et l'écriture du modèle sous une forme permettant l'utilisation de méthodes exactes n'est pas envisageable actuellement.

Nous présentons donc dans le chapitre suivant une méthode de résolution approchée permettant de trouver des solutions sous optimales mais de bonne qualité.

Chapitre 3

Optimisation de la planification

Le problème de planification de réseaux sans fil correspond d'une part au placement et au paramétrage des émetteurs et d'autre part à l'affectation des fréquences sur ces émetteurs. Ces problèmes sont généralement traités séquentiellement avec même parfois séparation du placement et du paramétrage des émetteurs. Comme nous l'avons rappelé au chapitre 1, ils sont les deux problèmes fondamentaux pour l'optimisation de la planification de réseau de radiocommunications.

Outre deux stratégies classiques d'optimisation de la planification, méthode purement séquentielle et méthode de placement avec coloration de graphe, nous proposons deux nouvelles stratégies d'optimisation. L'une, séquentielle, tient compte lors du placement des émetteurs d'un brouillage moyen entre émetteurs. L'autre, globale, optimise simultanément le placement des émetteurs et l'affectation des fréquences.

Ces stratégies sont mises en œuvre par un algorithme à Voisinages Variables Aléatoires (*VVA*) où le type de voisinage varie aléatoirement à chaque itération d'une recherche locale.

Ce travail a fait l'objet de trois publications lors des conférences : *67th IEEE Vehicular Technology Conference Spring 2008* , *3rd IEEE International Conference in Central Asia on Internet 2007* et *15th IEEE SoftCOM 2007*.

Sommaire

2.1	Introduction	57
2.2	Modèle de placement	59
2.3	Modèle de paramétrage des émetteurs	63
2.4	Modèle de trafic	68
2.5	Modèle de propagation	72
2.6	Modèle de débit	74
2.7	Le problème à optimiser	89

2.8 Conclusion 95

3.1 Stratégies d'optimisation

Planifier des *WLAN* consiste à **positionner** et **paramétrer** automatiquement des points d'accès (*AP*) dans un bâtiment afin d'offrir aux clients un accès au réseau local en répondant au mieux à des critères de couverture, de qualité de service et de coût financier.

Il y a deux étapes principales dans la planification de *WLAN*. D'abord, il faut sélectionner un ensemble de sites parmi une liste de sites potentiels pour positionner les *AP*. Pour chaque site sélectionné, il faut choisir le diagramme de rayonnement de l'antenne à installer sur ce site, l'azimut qui indique la direction principale de rayonnement de l'antenne et enfin la puissance d'émission de l'*AP*. Le quadruplet (site, diagramme de rayonnement, azimut, puissance d'émission) est appelé **configuration d'*AP***. Sélectionner un ensemble de configurations d'*AP* parmi une liste de configurations d'*AP* potentielles est un problème de placement nommé dans le contexte de planification cellulaire, problème de planification automatique de cellule (*ACP* pour ***Automatic Cell Planning*** en anglais).

La seconde étape importante est d'affecter une fréquence à chaque configuration d'*AP* sélectionnée dans le but de minimiser les interférences. L'ensemble des fréquences disponibles dépend de la norme utilisée (*IEEE 802.11 a, b* ou *g*) mais aussi des restrictions de spectre propre à chaque pays. C'est un problème de partage de ressources, très connu en planification de réseaux cellulaires de type *GSM* et *UMTS*, appelé problème de planification automatique de fréquences (*AFP* pour ***Automatic Frequency Planning*** en anglais).

Ces deux problèmes sont fondamentalement liés car ils ont des effets antagonistes sur un réseau. En effet, dans le cadre du problème *ACP*, plus on ajoute d'*AP* dans un réseau, plus on augmente sa couverture ; tandis que dans le cadre du problème *AFP*, plus on ajoute d'*AP* dans un réseau, plus on crée des interférences et in fine, on diminue sa couverture. Traiter successivement ces problèmes, placement des *AP* puis affectation des fréquences, comme dans la plupart des articles de la littérature vus au chapitre 1, nécessite alors d'ajouter des contraintes au problème de placement des *AP* afin de faciliter, dans un second temps, le problème d'affectation des fréquences. Nous montrons qu'il est maintenant possible de traiter simultanément ces deux problèmes par une optimisation globale utilisant le modèle que nous avons défini au chapitre 2.

Dans cette partie, nous proposons d'évaluer la Qualité de Service des réseaux obtenus par différentes stratégies d'optimisation séquentielle ou d'optimisation globale. Outre deux stratégies d'optimisation de la planification issues de la littérature, une stratégie purement séquentielle et une stratégie de placement avec coloration de graphe, nous proposons deux autres stratégies d'optimisation : l'une séquentielle, mais qui tient compte lors du placement des émetteurs d'un brouillage moyen entre

AP ; l'autre globale qui optimise simultanément le placement des émetteurs et l'affectation des fréquences. Nous évaluerons donc deux contributions nouvelles dans ce chapitre.

Chacune de ces stratégies est caractérisée par la façon dont les interférences sont prises en compte. Les interférences sont souvent mesurées en un point du réseau par le $SINR$ (*Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio*). Nous rappelons sa définition pour un point de service t dans le cas où seules les interférences entre AP sont considérées :

$$SINR_t = \frac{p_{s_t t}^R}{\sum_{s \neq s_t} p_{s t}^R \times \gamma(|f_{s_t} - f_s|) + p^B} \quad (3.1)$$

où s_t indique l' AP serveur du point de service t , $p_{s_t t}^R$ est la puissance du signal issu de l' AP s et reçu par le point de service t , f_s est le canal de fréquence affecté à l' AP s , p^B est la puissance du bruit thermique et $\gamma(\cdot)$ est le facteur de protection entre canaux.

L'estimation du $SINR$ nécessite à la fois de connaître la configuration des AP (position, diagramme de rayonnement, azimuth, puissance) et les fréquences utilisées par chacun d'entre eux. Le $SINR$ se calcule donc uniquement si les problèmes ACP et AFP ont été tous les deux traités. Cependant, la façon dont les interférences sont généralement considérées se traduit souvent par des simplifications du $SINR$ qui permettent de traiter successivement les problèmes avant de calculer l'évaluation du réseau via le $SINR$.

A chacune des quatre stratégies d'optimisation de la planification que nous allons présenter ci-après correspond une approximation différente du $SINR$ qui s'éloigne plus ou moins du calcul réel donné par l'équation (3.1).

3.1.1 Optimisation séquentielle

Lorsque les problèmes d' ACP et d' AFP sont traités successivement, il est nécessaire d'ajouter des contraintes au problème d' ACP afin de tenir compte des limites en ressource radio. La littérature décrit une grande variété de contraintes. La contrainte la plus courante consiste à considérer le recouvrement entre cellules en interdisant de sélectionner deux sites candidats trop proches [Mathar & Niessen, 2000], en minimisant les zones de recouvrement entre cellules [Bosio *et al.*, 2007] ou encore en sélectionnant les cellules en tenant compte de leur forme géométrique [Mabed & Caminada, 2006]. Des approches plus sophistiquées évaluent l'écart de puissances entre les signaux interférents [Runser, 2005] [Aguado-Agelet *et al.*, 2002], d'autres définissent un critère de réutilisation de canaux de fréquences pour un réseau en fonction du recouvrement [Lee *et al.*, 2002].

La stratégie purement séquentielle retenue pour notre étude consiste à pénaliser les recouvrements entre cellules comme dans [Bosio *et al.*, 2007] et [Mathar & Nielsen, 2000] en tenant compte des écarts de puissances entre les signaux interférents comme dans [Stamatelos & Ephremides, 1996] et [Anderson & McGeehan, 1994]. Le problème d'*ACP* sélectionnera donc les configurations d'*AP* qui couvrent le mieux le réseau tout en minimisant les recouvrements de cellules. Une fois les configurations d'*AP* choisies, nous traitons le problème d'*AFP* en utilisant les 13 canaux de fréquences disponibles pour la norme *IEEE 802.11g*.

Il y a recouvrement entre cellules lorsqu'un point de service reçoit plusieurs signaux. L'importance du recouvrement est fonction de l'écart de puissance entre le signal porteur et les signaux interférents. Pour mesurer le recouvrement en un point de service t , l'approximation du *SINR* ci-dessous est appropriée :

$$SINR_t \simeq \frac{p_{st}^R}{\sum_{s \neq st} p_{st}^R + p^B} \quad (3.2)$$

Formellement cette approximation correspond au cas où tous les *AP* utilisent le même canal : $\forall s \neq st : |f_{st} - f_s| = 0$, ce qui entraîne $\gamma(|f_{st} - f_s|) = 1$. Cette stratégie permet de traiter le problème *ACP* sans faire d'affectation de fréquences. Elle va diriger la planification vers un nombre limité d'*AP* puisque tout recouvrement est fortement pénalisé. Une fois les configurations d'*AP* sélectionnées, nous terminons la planification en affectant au mieux les canaux de fréquences à chaque *AP*.

Une stratégie opposée consiste à négliger toutes les interférences. Cela correspond à approximer le *SINR* en *SNR* (*Signal-to-Noise-Ratio*) :

$$SINR_t \simeq \frac{p_{st}^R}{p^B} = SNR_t \quad (3.3)$$

Dans ce cas, l'affectation des fréquences sera très difficile et les résultats en terme de qualité de service seront médiocres.

3.1.2 Optimisation du placement avec coloration de graphe

[Rodrigues *et al.*, 2000], [Prommak *et al.*, 2002], [Wertz *et al.*, 2004] et [Bahri *et al.*, 2005] traitent le problème *AFP* en même temps que le problème *ACP*, mais en utilisant seulement 3 canaux disjoints pour la planification de fréquences. Les normes *IEEE 802.11b* et *g* définissent 14 canaux de fréquences dont seuls 13 sont autorisés en France.

Comme illustré en figure 3.1, ces canaux se chevauchent ce qui provoque des interférences lorsque deux *AP* dont les cellules se recouvrent utilisent des canaux

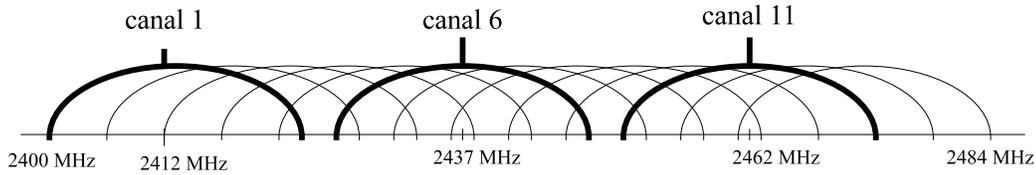


FIGURE 3.1 : Les canaux de fréquence disponibles en 802.11b/g

proches (écart inférieur à 5 canaux). Dans la plupart des publications, les auteurs se limitent donc à l'usage de trois canaux disjoints : 1, 6 et 11 par exemple, ce qui simplifie le problème d'AFP. Dans ce cas il n'y a plus d'interférences entre canaux adjacents, seules existent les interférences co-canal, entre AP utilisant le même canal. En effet, avec seulement trois fréquences lorsque nous installons plus de trois AP nous devons réutiliser un canal déjà affecté à un autre AP. Dans ce cas, soit $\gamma(|f_{s_t} - f_s| = 0) = 1$ si les AP s et s_t utilisent le même canal, soit $\gamma(|f_{s_t} - f_s| \geq 5) = 0$ si les AP s et s_t utilisent des canaux disjoints. Alors le SINR devient :

$$SINR_t \simeq \frac{p_{s_t}^R}{\sum_{s, \text{co-canal}} p_{s_t}^R + p^B} \quad (3.4)$$

Dans cette stratégie, nous affectons bien des fréquences aux configurations d'AP, mais sur un espace limité. Le problème d'affectation de fréquences ainsi réduit à trois couleurs (1, 6 et 11) correspond au problème bien connu de coloration de graphe à 3 couleurs (*3-Graph coloring*). [Ling & Yeung, 2005] ont une approche similaire mais au lieu de calculer le SINR correspondant à la stratégie, ils estiment directement le débit en fonction de la probabilité de collision.

Dans cette stratégie à 3 fréquences, il y a recouvrement uniquement si deux AP utilisant le même canal couvrent la même zone. Pour comparer cette stratégie avec les autres, il est nécessaire, après cette optimisation globale du placement des AP avec un nombre de couleurs réduit, de procéder à une nouvelle planification de fréquences mais cette fois avec les 13 canaux de fréquences disponibles pour la norme IEEE 802.11g. Le résultat donne un réseau complètement paramétré et ayant toute liberté d'utiliser toutes les fréquences du spectre même si seulement 3 fréquences ont été utilisées pour le placement.

3.1.3 Optimisation du placement avec brouillage moyen entre AP

Les deux stratégies présentées précédemment sont inspirées de la littérature et adaptées à notre problème focalisé sur le calcul du $SINR$. Cette troisième stratégie est nouvelle et traite le problème ACP avant le problème AFP . C'est donc une contribution sur les stratégies d'optimisation séquentielle. Pour prendre en compte les interférences dans la première étape sans faire d'affectation de fréquences, nous considérons un brouillage moyen entre les AP et pour définir ce brouillage moyen, un facteur de protection moyen $\bar{\gamma}$ est introduit.

Définition 3.1. *Facteur de protection moyen $\bar{\gamma}$*

Le facteur de protection moyen $\bar{\gamma}$ est un réel compris entre 0 et 1. Il caractérise la protection d'un signal par rapport à un signal brouilleur utilisant un autre canal de fréquences. Plus le facteur de protection moyen $\bar{\gamma}$ est petit plus la protection est importante. Il indique l'approximation moyenne de $\gamma(\cdot)$ qui est le facteur de protection entre canaux. Il nous permet d'approximer le $SINR$ d'un point de service t par la formule suivante :

$$SINR_t \simeq \frac{p_{st}^R}{\sum_{s \neq st} \bar{\gamma} \times p_{st}^R + p^B} \quad (3.5)$$

Cette approche généralise l'approximation de la première stratégie puisque si $\bar{\gamma} = 1$, alors nous retrouvons l'équation (3.2) et si $\bar{\gamma} = 0$, alors nous retrouvons le SNR de l'équation (3.3). Pour déterminer la valeur de $\bar{\gamma}$ pour un réseau donné, il est nécessaire d'estimer la densité d' AP sur le réseau. Plus il y a d' AP , plus il y a d'interférences et donc plus $\bar{\gamma}$ est important. Si nous supposons toujours qu'il est possible de respecter dans le problème AFP un écart de 2 ou 3 canaux entre tous les AP , alors on peut fixer la valeur de $\bar{\gamma}$ entre $\gamma(3) = 0,0375$ et $\gamma(2) = 0,2714$. Dans l'exemple que nous présentons dans la partie suivante, nous prenons $\bar{\gamma} = 0,1$.

Ce paramètre est défini au début de l'expérience selon le nombre d' AP attendus dans un réseau. Cependant, il est possible de prendre différentes valeurs du facteur de protection sur les différentes zones d'un même réseau. Nous pouvons, de plus, faire varier ce paramètre au cours de l'optimisation selon la densité d' AP dans les diverses zones du réseau.

Cette stratégie souple et dynamique permet de séparer les deux problèmes ; une planification des canaux de fréquences est donc nécessaire dans un second temps. La

start-up *TRINAPS*¹ a intégré cette stratégie dans son programme de planification à partir des travaux publiés dans [Gondran *et al.*, 2008].

Il est également envisageable d’itérer plusieurs fois consécutives le problème de placement avec brouillage moyen et le problème d’allocation de fréquences. Le facteur de protection moyen de chaque itération est déterminé grâce à la solution du problème d’allocation de fréquences de l’itération précédente ; il évolue donc à chaque itération.

3.1.4 Optimisation simultanée du placement et de l’affectation

La quatrième et dernière stratégie résout les deux problèmes simultanément : il n’y a pas d’approximation du *SINR*, nous utilisons la formule (3.1) et l’affectation des fréquences utilise les 13 fréquences disponibles. Il ne sera donc pas nécessaire, comme dans les autres stratégies, de résoudre un problème d’affectation de fréquences dans un second temps.

Dans le cadre d’un contrat de recherche avec *Orange Labs* nous avons conçu une application de planification automatique de réseaux sans fil, nommée par la suite *WIFIOPT*, qui intègre cette stratégie.

3.2 Expérimentations et résultats

Les quatre stratégies que nous venons de présenter et que nous allons comparer en terme de qualité de réseaux produits sont résumées dans le tableau 3.1.

	ACP/AFP	étape ACP	étape AFP
Stratégie 1	séquentielle	OUI, avec $\gamma = 1$	OUI, avec 13 fréquences
Stratégie 2	globale, avec les canaux disjoints	NON	OUI, avec 13 fréquences
Stratégie 3	séquentielle	OUI, avec $\gamma = 0, 1$	OUI, avec 13 fréquences
Stratégie 4	globale, avec tous les canaux	NON	NON

TABLE 3.1 : Description des quatre stratégies d’optimisation

1. site web de TRINAPS : www.trinaps.com

3.2.1 Critère unique d'évaluation

Afin d'unifier les problèmes de placement des *AP* et d'affectation des fréquences, il est nécessaire d'avoir un unique critère d'évaluation de la Qualité de Service d'un réseau. La littérature compte presque autant de critères d'évaluation qu'il existe d'articles. Cependant, nous pouvons les classer en trois principales catégories comme nous l'avons vu au chapitre 1 : *couverture*, *interférence* et *capacité*. Les critères basés sur la *couverture* nécessitent le calcul des puissances de réception des signaux des *AP* ou des distances aux *AP*. Les critères basés sur les *interférences* estiment le recouvrement entre cellules ou approximent le *SINR*. Les critères sur la *capacité* sont souvent basés sur une estimation de la couche *MAC* ou du nombre de clients par *AP*. Le seul critère qui unifie ces trois aspects est le *débit réel par client*. En effet, pour avoir une estimation correcte du débit réel par client, il est nécessaire de tenir compte de ces trois critères. Le modèle développé au chapitre 2 calcule ce débit réel par client, nous l'utiliserons pour évaluer les résultats des quatre stratégies avec les approximations de *SINR* respectives.

3.2.2 Expérimentations

De nombreuses études numériques ont été réalisées pour évaluer ces différentes stratégies d'optimisation [Gondran *et al.*, 2007b] [Gondran *et al.*, 2008]. Nous avons utilisé notre application *WIFIOPT* pour tester l'ensemble des stratégies en modifiant le paramétrage ou les calculs de manière à reproduire les 4 cas. Par contre l'instance du problème à optimiser, le fonctionnement de la procédure d'optimisation et la machine de test (Pentium 4 à 3.2 *GHz*) sont identiques.

L'optimisation nécessite de calculer préalablement les cartes de couverture des sites potentiels qui sont les données d'entrée du problème d'optimisation. Pour cela, nous avons utilisé une application propriétaire de *Orange Labs* qui est un logiciel de propagation d'ondes radio en milieu indoor ; il est basé sur la méthode de lancer de rayons dans les trois dimensions de l'espace [Chaigneaud *et al.*, 2001]. Le nombre de rayons et de réflexions à considérer pour le calcul est paramétrable. Les phénomènes de diffraction sont également pris en compte.

Le problème à optimiser correspond à un bâtiment de deux étages décrit par la figure 3.2. Chaque étage est un rectangle de 120 mètres de long pour 40 mètres de large. Nous définissons 94 sites potentiels d'installation d'*AP* répartis sur les deux étages. Pour se focaliser sur les différentes stratégies d'optimisation on a réduit la combinatoire du problème : un seul type d'*AP* est disponible avec un diagramme de rayonnement omnidirectionnel et deux niveaux de puissance d'émission possibles. Le nombre maximum d'*AP* à installer est fixé à 30.



FIGURE 3.2 : Description du premier et second étage du bâtiment test

Pour définir la demande en trafic, nous utilisons des zones de service représentées par des polygones couvrant une partie du bâtiment. Chaque zone est caractérisée par un nombre de clients et un débit souhaité par chacun des clients de cette zone. Une zone de service est définie en vert sur la figure 3.2 sur chaque étage du bâtiment. 300 clients sont uniformément répartis sur chaque zone de service et chacun d'entre eux souhaite 500 *kbps*. La demande globale est donc de 300 *Mbps*. Les deux zones de service couvrent 7728 mètres carrés, nous définissons donc 7728 points de service pour le calcul du *SINR*.

Préalablement à l'optimisation, il est nécessaire de calculer les 94 cartes de couverture des 94 sites potentiels. Chaque carte compte 7728 pixels (mètres carrés) plus les pixels qui font le contour du bâtiment. La durée de calcul des 94 cartes par le modèle de propagation d'*Orange Labs* demande environ 1h30.

3.2.3 Résultats

Pour chaque stratégie, notre algorithme est exécuté trois fois pendant une durée d'une heure. Nous présentons le meilleur résultat des trois exécutions. Notons que pour chacune des stratégies, les trois exécutions sont relativement homogènes, les résultats que nous présentons ne sont pas affectés par le choix de la meilleure exécution.

Les résultats des quatre stratégies sont présentés sur la figure 3.3. Pour chaque

stratégie, nous comparons le nombre d'*AP* sélectionnés, le nombre de points de service non couverts et le nombre de points de service non satisfaits. Un point de service est non couvert en service si son *SINR* est trop faible (inférieur à 4 *dB*) c'est-à-dire qu'il y a trop d'interférences ou que le signal porteur est de trop faible puissance. Un point de service est non satisfait s'il est couvert en service mais que le débit réel qu'il obtient est inférieur au débit qu'il souhaite (500 *kbps*).

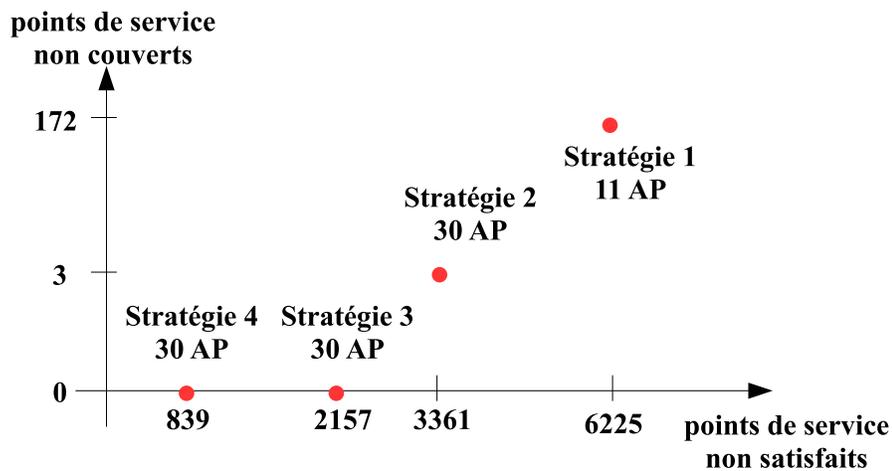


FIGURE 3.3 : Résultats des quatre stratégies : nombre d'*AP* sélectionnés, nombre de points de service non satisfaits, nombre de points de service non couverts. Il y a 7728 points de service au total.

Considérons d'abord le nombre d'*AP* sélectionnés pour les 4 solutions. Les stratégies 2, 3 et 4 ont sélectionné 30 *AP*, ce qui est le maximum permis, la stratégie 1 en a sélectionné seulement 11. Cette limitation est due aux interférences : pour cette stratégie, lorsqu'un nouveau *AP* est ajouté lors de la phase *ACP* il fournit une connexion à de nouveaux points de service, ce qui justifie son ajout, mais il détériore également la qualité des liaisons radio de nombreux points de service car c'est un interférent supplémentaire en co-canal. Cet équilibre limite le nombre d'*AP* installés à 11. Ce résultat montre que cette stratégie, pénalisant dans un premier temps tous les recouvrements sans utiliser les fréquences, sur-contraint le problème de planification *WLAN*. De ce fait, 11 *AP* ne suffisent pas à satisfaire la demande et cette stratégie donne les pires résultats en terme de points de service non couverts et non satisfaits. A noter que cette stratégie est celle qui est la plus couramment employée car sa modélisation est la plus accessible.

Les figures 3.4 et 3.5 montrent respectivement les couvertures des quatre stratégies pour le premier et le second étage du bâtiment. Le bleu clair indique l'extérieur du bâtiment. Les pixels noirs indiquent les points de service non couverts, les pixels

verts foncés les points de service non satisfaits mais couverts. Les pixels verts clairs indiquent les points de service satisfaits, c'est-à-dire pour lesquels le débit réel offert est supérieur à celui souhaité. Enfin, les pixels blancs localisent les positions des *AP* sélectionnés par les quatre solutions.

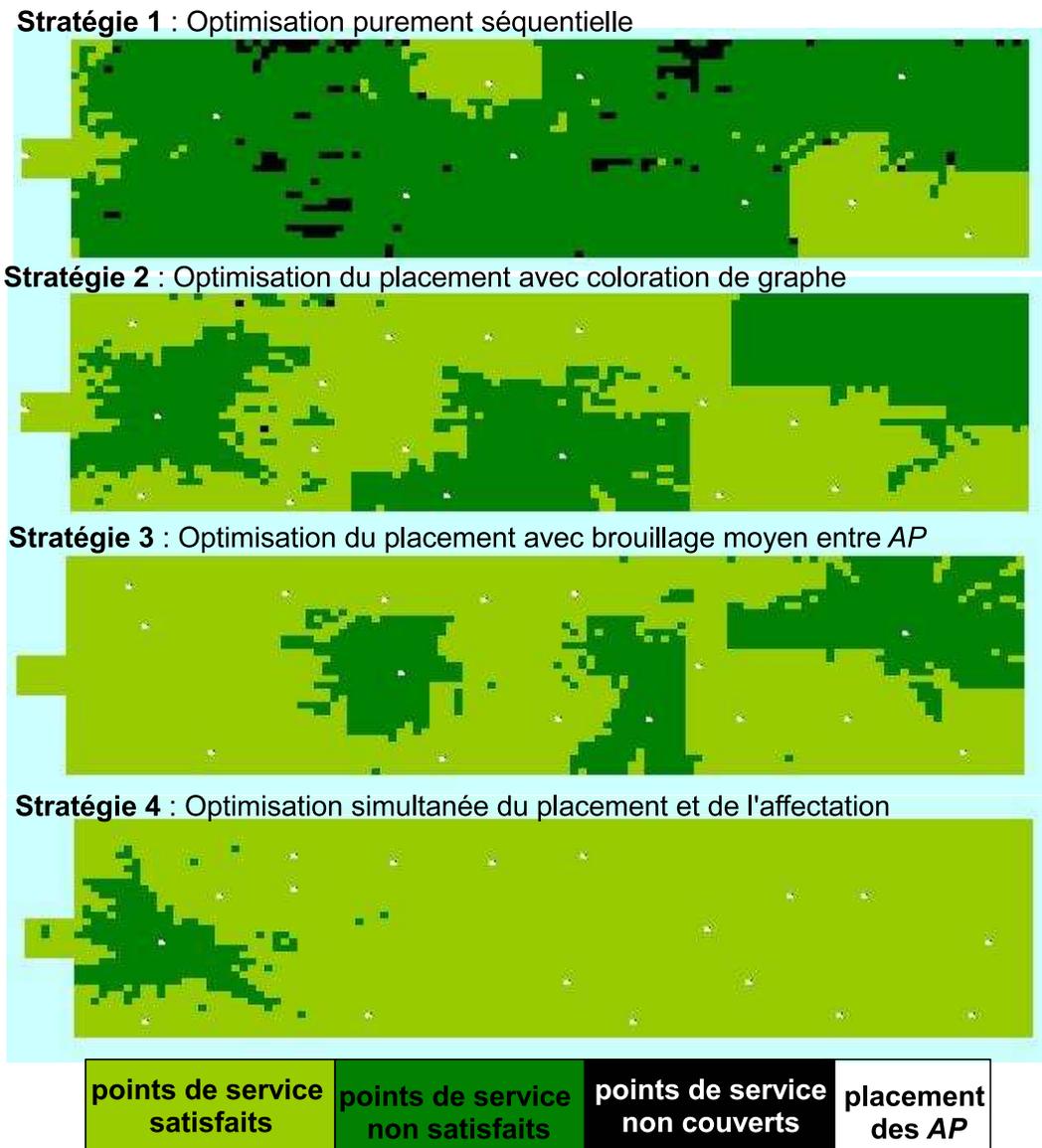
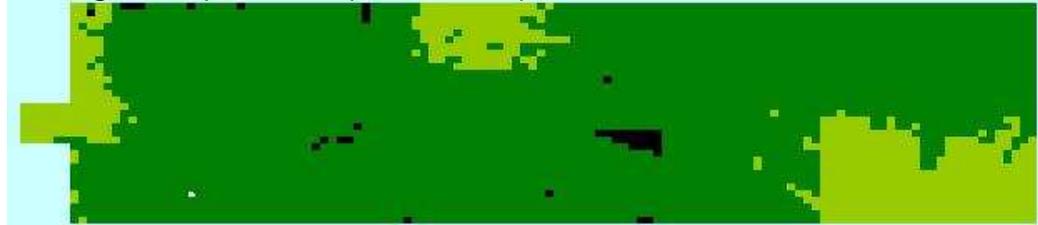


FIGURE 3.4 : Couverture du 1^{er} étage du bâtiment pour les quatre stratégies

En comparant les deux stratégies d'optimisation globale (stratégies 2 et 4), nous ne pouvons pas imputer le manque de couverture au fait de traiter simultanément ou pas les problèmes d'*ACP* et d'*AFP*. Les deux stratégies utilisent les 13 canaux

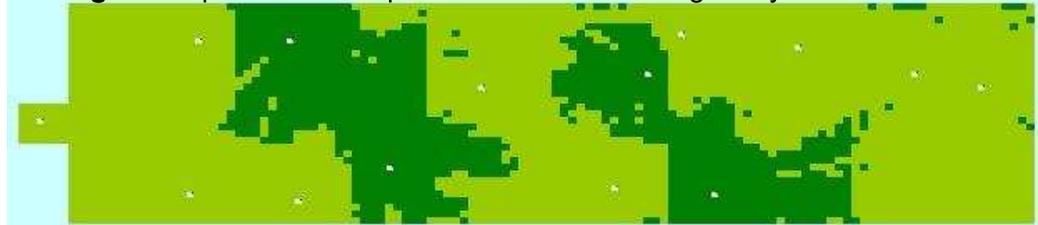
Stratégie 1 : Optimisation purement séquentielle



Stratégie 2 : Optimisation du placement avec coloration de graphe



Stratégie 3 : Optimisation du placement avec brouillage moyen entre AP



Stratégie 4 : Optimisation simultanée du placement et de l'affectation



FIGURE 3.5 : Couverture du 2^{ème} étage du bâtiment pour les quatre stratégies

de fréquence, mais pour la stratégie 2, la planification est réalisée en deux étapes ; d'abord une optimisation *ACP/AFP* simultanée avec les 3 canaux disjoints, puis une optimisation *AFP* avec les 13 canaux. En revanche, nous concluons qu'affecter directement les 13 canaux disponibles (stratégie 4) au lieu des trois canaux disjoints (stratégie 2) donne de meilleurs résultats : pour un même nombre de sites, il y a plus de points de service satisfaits. Utiliser tous les canaux disponibles dans une approche globale permet de répartir les interférences sur l'ensemble du bâtiment et de les

garder à un niveau relativement faible. A contrario, avec 3 canaux disjoints, les points de service avec interférences sont moins nombreux mais le niveau de l'interférence est plus important, ce qui détériore plus la Qualité de Service d'un réseau. L'approche globale avec 3 canaux conduit à un minimum local et les points de service à problème ne sont pas rattrapables lors de l'*AFP* complémentaire avec 13 canaux.

Nous obtenons de meilleurs résultats avec la stratégie **séquentielle** n°3 qu'avec la stratégie **globale** n°2 et des résultats bien meilleurs que la stratégie séquentielle n°1. Ce résultat surprenant signifie qu'il est intéressant de traiter simultanément les problèmes *ACP/AFP* uniquement sous la condition d'*utiliser tous les canaux de fréquences*. Ceci correspond à une avancée significative dans la résolution séquentielle des problèmes d'affectation de fréquences en général, que ce soit en *WLAN* ou en réseaux cellulaires comme le *GSM*.

Enfin la stratégie 4 obtient les meilleurs résultats avec près de trois fois moins de points de service non satisfaits que pour la stratégie 3. Tout d'abord cela prouve qu'il est maintenant possible de réaliser une optimisation globale du problème de planification sur des réseaux de grande taille. En effet, il est possible de planifier des réseaux de plus d'une centaine d'*AP*. Par ailleurs, les deux principales caractéristiques de cette stratégie (traitement simultané des problèmes de placement et d'affectation et utilisation de toutes les fréquences disponibles) doivent être utilisées simultanément pour obtenir les meilleurs résultats puisque les stratégies 2 et 3 sont dominées.

Malgré des résultats moins bons que pour la stratégie 4, la stratégie 3 est très prometteuse puisqu'elle permet de séparer les deux problèmes sans perte de qualité trop importante. Elle présente l'avantage d'avoir une combinatoire beaucoup plus faible et d'avoir un modèle de calcul moins sophistiqué que la stratégie 4. De plus cette méthode peut être améliorée. Au lieu de fixer le facteur de protection moyen $\bar{\gamma}$ à une valeur unique pour toute l'expérience (ici, $\bar{\gamma} = 0,1$), il est possible d'employer plusieurs valeurs selon les différentes zones du bâtiment. Par exemple, si l'on souhaite un débit moins important sur le premier étage, ce qui signifie moins d'*AP* et donc moins d'interférences, on peut baisser le facteur de protection moyen $\bar{\gamma}$ à 0,05; inversement on peut fixer $\bar{\gamma} = 0,5$ sur une zone de forte densité d'*AP*. Il est également envisageable de faire évoluer le coefficient $\bar{\gamma}$ au cours de l'optimisation en fonction de la densité d'*AP*. Ces propositions font parties des perspectives de notre travail.

3.3 Approche algorithmique

Nous présentons ici les divers éléments concernant l'approche algorithmique que nous avons conçue et mise en œuvre dans l'application *WIFIOPT* pour l'optimisa-

tion du modèle décrit dans le chapitre précédent et pour fournir les résultats des quatre stratégies d'optimisation que nous avons évaluées.

Le problème de planification de réseaux locaux sans fil est un problème *NP*-difficile pour lequel de nombreuses métaheuristiques et méthodes exactes ont été utilisées : Recherche Tabou, algorithmes évolutionnaires, recuit simulé, branch and bound, programmation linéaire...

La taille des problèmes que l'on souhaite résoudre écarte l'usage de méthodes exactes. Deux caractéristiques principales de notre problème ont orienté le choix de la métaheuristique à utiliser. D'une part, nous avons choisi de réaliser une estimation précise de la Qualité de Service d'un réseau en calculant le débit réel en chaque point de service du réseau. Ce calcul complexe comprenant l'affectation des points de service aux *AP* serveurs, le calcul du *SINR*, le calcul du débit nominal pour tous les points de service et pour finir l'estimation de la capacité de chaque *AP*, nécessite un temps de traitement important et par conséquent l'évaluation d'une solution par l'application est longue. Cette caractéristique a écarté les métaheuristiques à base de population (algorithmes évolutionnaires, algorithmes par colonies de fourmis, optimisation par essais particuliers...) et nous a orienté vers des algorithmes de recherche locale permettant un calcul rapide des variations de la fonction à optimiser basées autant que possible sur des évaluations incrémentales à partir de l'évaluation courante pour éviter de refaire tous les calculs.

D'autre part, comme nous l'avons souvent répété, le problème de planification de réseau est composé de deux sous problèmes, le placement et paramétrage des *AP* et l'affectation des fréquences. Nous avons réussi à unifier ces deux problèmes en calculant le débit réel par client, cependant il y a fondamentalement deux classes de variables de décision : les variables concernant les configurations d'*AP* (site, type d'antenne, azimut, puissance d'émission) et les variables concernant l'affectation de fréquence (canal). Cela nous a conduit à construire différents types de voisinage selon qu'ils concernent les variables de configuration, les variables de fréquences ou les deux. Etant donné qu'un minimum local est relatif à un type de voisinage, c'est-à-dire qu'il n'est pas forcément le minimum pour un autre type de voisinage, il est intéressant d'utiliser un algorithme de haut niveau basé sur plusieurs types de voisinage.

Par conséquent, nous avons défini un algorithme basé sur un principe simple et relativement peu étudié explicitement dans la littérature : *le changement aléatoire de voisinage durant la recherche*. C'est-à-dire qu'à chaque itération de la recherche, le type de voisinage est tiré au hasard. De plus, l'exploration du type de voisinage choisi suit une procédure plus ou moins complexe qui accepte ou non la détérioration de la solution courante. Cela peut être une métaheuristique connue (descente simple, Recherche Tabou, recuit simulé...) ou toute autre heuristique. Nous

avons appelé cet algorithme, *algorithme à Voisins Variables Aléatoires, VVA*.

L'idée de l'algorithme *VVA* est de changer aléatoirement de voisinages N_1, N_2, \dots, N_n durant la recherche tout en combinant différentes heuristiques. Pour cela, une heuristique H_i est associée à chaque voisinage N_i et une probabilité p_i de sélectionner le couple voisinage/heuristique (N_i, H_i) est définie. A chaque itération, l'algorithme *VVA* sélectionne aléatoirement un voisinage N_i et son heuristique H_i associée selon les probabilités. Il applique l'heuristique H_i à la solution courante dans le voisinage N_i . L'algorithme *VVA* réitère cette procédure jusqu'à satisfaire un critère d'arrêt. L'algorithme *VVA* peut être formalisé par le pseudo code suivant :

Algorithme VVA

Données d'entrée :

$N := \{N_1, \dots, N_n\}$ l'ensemble des n voisinages.

$H := \{H_1, \dots, H_n\}$ l'ensemble des heuristiques associées aux voisinages.

$P := \{p_1, \dots, p_n\}$ l'ensemble des probabilités associées aux voisinages.

$s := \text{GenererUneSolutionInitiale}()$

$s^* := s$

TANT QUE le critère d'arrêt n'est pas atteint

$i := \text{ChoisirVoisinageAleatoirement}(P)$

// on applique l'heuristique H_i à la solution s dans le voisinage N_i .

$s := H_i(s, N_i)$

SI $f(s) < f(s^*)$

$s^* := s$

FIN SI

FIN TANT QUE

Nous préciserons plus loin les voisinages et heuristiques choisis dans notre cas.

Si les H_i sont toutes des heuristiques de descentes simples alors *VVA* peut être vu comme un algorithme de descente à voisinages variables (*VND, Variable Neighborhood Descent* [Hansen & Mladenovic, 1999]) à la différence que le changement de voisinage se fait *aléatoirement* et non *systématiquement*.

Notre approche peut également être vue comme une hyper-heuristique [Burke *et al.*, 2003] et [Meignan, 2008] puisque plusieurs heuristiques sont utilisées. Dans notre cas, chaque type de voisinage utilise une heuristique particulière. Un état de l'art complet des recherches locales utilisant plusieurs structures de voisinage est réalisé dans la thèse d'Isabelle Devarenne [Devarenne, 2007].

Nous décrivons plus précisément cet algorithme au paragraphe 3.3.2. Pour l'initialiser il s'appuie sur une solution réalisable ; pour cela nous utilisons *un algorithme glouton aléatoire* [Mezani, 2005] basé sur la couverture des points de service que nous présentons au paragraphe 3.3.1.

3.3.1 Algorithme glouton aléatoire de couverture

Nous avons choisi un algorithme de recherche locale pour l'optimisation, il est donc nécessaire de construire une solution initiale, point de départ de cet algorithme. C'est le rôle de la fonction *GenererUneSolutionInitiale()* du pseudo-code précédant. Une méthode gloutonne aléatoire de couverture construit cette solution initiale. Notre choix s'est porté sur cette méthode pour la simplicité de sa mise en œuvre et parce qu'elle fournit une solution initiale meilleure qu'une solution aléatoire.

Un algorithme glouton est un algorithme qui construit une solution progressivement en faisant une suite de choix définitifs donc sans retour. Confronté à un choix, l'algorithme choisit ce qui lui semble le meilleur pour avancer. C'est un choix local et on espère que la succession de choix locaux va amener à une bonne solution globale. Les choix à effectuer sont simplement l'affectation des variables du problème. Faire le meilleur choix se rapporte à l'objectif à atteindre ou/et aux contraintes à satisfaire. Dans notre cas, nous avons choisi de travailler plutôt sur les contraintes : ne pas dépasser le nombre d'*AP* fixé et obtenir la meilleure couverture avec ce nombre.

Un algorithme glouton aléatoire est un algorithme glouton où les décisions successives sont tirées aléatoirement dans l'ensemble des meilleurs choix possibles à chaque étape [Mezani, 2005]. **L'avantage d'une telle méthode est qu'elle fournit un ensemble de solutions initiales relativement variées et de bonne qualité.**

La méthode gloutonne utilisée fonctionne en deux étapes. D'abord un algorithme de couverture maximale sélectionne successivement les configurations d'*AP* qui augmentent la couverture courante. Ensuite, à partir de ces configurations retenues, les canaux de fréquences sont affectés par un second algorithme glouton.

Plus précisément, l'algorithme glouton aléatoire de couverture cherche à ajouter à la solution en construction une configuration d'*AP* qui augmente le nombre de points de service couverts, jusqu'à atteindre le nombre maximal d'*AP*, ou jusqu'à couverture complète des points de service, ou jusqu'à ce qu'aucune configuration n'apporte de points de service couverts supplémentaires. Son fonctionnement général est le suivant :

Algorithme glouton aléatoire

Données d'entrée :

S : ensemble des configurations déjà sélectionnées par l'algorithme.

Initialement, $S := \emptyset$ ou s'il existe un réseau déjà en place :

$S := \{\text{configurations d'AP déjà en place}\}$

m : nombre de points de service qui reste à couvrir.

n_{max} : nombre maximum de configurations d'AP à sélectionner.

E : ensemble des configurations d'AP possibles.

T : ensemble des configurations d'AP ne couvrant aucun point de service non encore couvert par S .

$T = \emptyset$ s'il n'y a pas de réseau existant.

1. POUR toute configuration $e \in E \setminus \{S \cup T\}$
 - calculer n_e le nombre de points de service qu'elle couvre.
 - FIN POUR
 - SI $n_e = 0$
 - $T := T \cup \{e\}$
 - FIN SI
2. TANT QUE $m \neq 0$ et $|S| \leq n_{max}$
 - Choisir la configuration $e^* \in E \setminus \{S \cup T\}$ par tirage aléatoire dans $E \setminus \{S \cup T\}$ en affectant à chaque configuration e la probabilité :

$$p_e = \frac{\exp(n_e/\theta)}{\sum_{e' \in E \setminus \{S \cup T\}} \exp(n_{e'}/\theta)} \quad (3.6)$$

$S := S \cup \{e^*\}$.

POUR $e \in E \setminus \{S \cup T\}$

mise à jour des n_e : on retranche à n_e les points de service nouvellement couverts par e^* .

SI $n_e = 0$

$T := T \cup \{e\}$.

FIN SI

FIN POUR

FIN TANT QUE

Comme pour le recuit simulé, nous avons ici le choix de la variable de température θ .

A la fin de l'algorithme glouton aléatoire de couverture, nous attribuons aléatoirement un canal de fréquences à chaque AP sélectionné. Puis pour améliorer localement ce plan de fréquences, une procédure de descente simple est réalisée : pour

chacun des AP pris dans l'ordre d'apparition nous parcourons toutes les fréquences possibles et nous affectons celle qui améliore le plus la fonction de coût donnée par l'équation (2.21). Ce cycle est réitéré jusqu'à n'avoir aucune amélioration sur l'ensemble des AP . Le processus est appelé **algorithme multi-start d'amélioration du plan de fréquences** dans la mesure où nous réitérons la procédure de descente en prenant plusieurs plans de fréquences aléatoires pour démarrer (10 relances).

Une solution s du problème est notée : $s = \{(S_1, f_1), \dots, (S_n, f_n)\}$. Les S_i représentent les n configurations d' AP sélectionnées par la solution s . $S_i \in E$ avec E l'ensemble des configurations d' AP possibles. Les f_i sont les fréquences allouées aux configurations S_i . Le pseudo code suivant décrit l'algorithme multi-start d'amélioration du plan de fréquences noté $H_{multi-start}$.

Heuristique multi-start d'amélioration
du plan de fréquences : $H_{multi-start}$

Données d'entrée :

nb_multi_start : nombre d'appel de la procédure.

s : solution courante.

$s^* := s$

$k := 1$

TANT QUE $k \leq nb_multi_start$

$s' := \emptyset$

 TANT QUE $s' \neq s$

$s' := s$

 POUR $i := 1$ à n

 POUR $f \in F \setminus \{f_i\}$

$s'' := s \setminus \{(S_i, f_i)\} \cup \{(S_i, f)\}$

 // i.e. $s'' = \{(S_1, f_1), \dots, (S_i, f), \dots, (S_n, f_n)\}$

 SI $f(s'') < f(s)$

$s := s''$

 FIN SI

 FIN POUR

 FIN POUR

FIN TANT QUE

SI $f(s) < f(s^*)$

$s^* := s$

FIN SI

POUR $i := 1$ à n

$f'_i := \text{choisirAleatoirementDans}(F)$

FIN POUR

on affecte de nouvelles fréquences à la solution :

$$s := \{(S_1, f'_1), \dots, (S_n, f'_n)\}$$

$$k := k + 1$$

FIN TANT QUE

3.3.2 Algorithme d'optimisation à voisinages variables aléatoires

Le cœur de l'optimisation réside dans l'algorithme de recherche locale basée sur une exploration itérative et aléatoire de différents types de voisinage.

Le choix a été fait de ne pas manipuler simplement un paramètre d'une configuration d'AP (l'azimut, la puissance d'émission, le site ou le type d'antenne) mais de travailler à une échelle supérieure en manipulant des configurations d'AP complètes. L'ensemble des configurations d'AP possibles forment le pool de configurations candidates d'AP. Une configuration d'AP est définie par un site candidat, un type d'antenne caractérisé par son diagramme de rayonnement, une puissance d'émission et un azimut. Le canal de fréquence joue un rôle différent, utile pour le calcul du SINR et du débit, et n'est pas défini dans une configuration d'AP candidate.

On garde la même notation que dans les paragraphes précédents. Une solution s du problème est notée $s = \{(S_1, f_1), \dots, (S_n, f_n)\}$. Nous avons défini cinq types de voisinage différents :

- Un **voisinage de suppression** (N_{supp}) : l'ensemble des solutions pour lesquelles une configuration d'AP est supprimée de la solution courante.
 $s' \in N_{supp}(s)$ si $\exists (S_i, f_i) \in s$, tel que $s' = s \setminus \{(S_i, f_i)\}$.
- Un **voisinage d'ajout** (N_{ajout}) : l'ensemble des solutions pour lesquelles une configuration d'AP est ajoutée à la solution courante.
 $s' \in N_{ajout}(s)$ si $\exists (S'_i, f'_i) \in E \times F \setminus s$, tel que $s' = s \cup \{(S'_i, f'_i)\}$.
- Un **voisinage de remplacement** (N_{rempl}) : l'ensemble des solutions qui diffèrent de la solution courante d'une seule configuration d'AP avec le même nombre d'AP.
 $s' \in N_{rempl}(s)$ si $\exists (S_i, f_i) \in s$ et $(S'_i, f'_i) \in E \times F \setminus s$, tel que $s' = s \setminus \{(S_i, f_i)\} \cup \{(S'_i, f'_i)\}$.
- Un **voisinage fréquentiel** (N_{freq}) : l'ensemble des solutions qui ont les mêmes configurations d'AP que la solution courante et ne diffèrent que par le plan de fréquences.
 $s' = \{(S'_i, f'_i), \forall 1 \leq i \leq n\} \in N_{freq}(s)$ si $\forall i, S'_i = S_i$ et $\exists f'_i \in F \setminus \{f_i\}$.
- Un **voisinage intra-site** ($N_{intra-site}$) : l'ensemble des solutions qui ont les

mêmes sites que la solution courante et ne diffèrent que par les autres variables (type d'antenne, puissance d'émission, azimuth, plan de fréquences).

$s' = \{(S'_i, f'_i), \forall 1 \leq i \leq n\} \in N_{intra-site}(s)$ si $\forall i, site(S'_i) = site(S_i)$ et $f'_i \in F$ avec $site(S_i)$ la fonction qui retourne le site de la configuration S_i .

Remarquons que $N_{freq}(s) \subset N_{intra-site}(s)$.

Pour un type de voisinage, l'exploration des solutions voisines peut être rapide ou lente selon la simplicité ou la complexité des mouvements permis dans ce voisinage. L'heuristique à mettre en place pour chaque type de voisinage doit donc tenir compte de ce critère de temps pour établir s'il est raisonnable d'explorer tout ou partie des solutions voisines.

De plus, si certains voisinages sont plus aisés à explorer que d'autres du fait du calcul, il est intéressant de les choisir plus souvent. A chaque itération de l'*algorithme à voisinages variables aléatoires*, chaque type de voisinage a une probabilité fixée dès le départ d'être choisi. Ces probabilités sont approximativement inversement proportionnelles à la durée d'exploration de chaque voisinage.

Le schéma global d'un algorithme à voisinages variables aléatoires est donné à la figure 3.6.

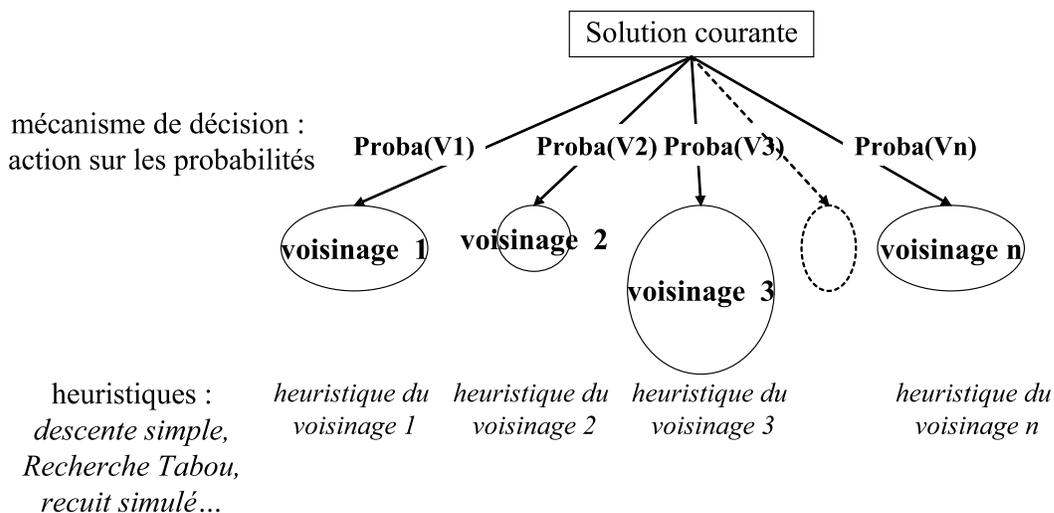


FIGURE 3.6 : Schéma général d'un algorithme à voisinages variables aléatoires VVA

Pour notre problème, chaque type de voisinage utilise une heuristique particulière que nous présentons ci-dessous.

3.3.3 Descente avec double contrôle de la dégradation dans les voisinages de suppression, d'ajout et de remplacement

Ajouter, supprimer ou remplacer une configuration d'AP sont des mouvements complexes qui demandent un temps d'évaluation de la nouvelle solution assez long puisque de tels changements impliquent que de nombreux points de service changent d'AP serveur. Il est donc trop coûteux d'explorer tout le voisinage. Par conséquent, lorsque le voisinage de suppression, d'ajout ou de remplacement est choisi, le voisinage est parcouru aléatoirement jusqu'à trouver une solution meilleure que la solution courante. Tout le voisinage n'est donc pas exploré et la solution courante évolue vers la première amélioration rencontrée. Pour ne pas être bloqué dans un minimum local, nous acceptons tout de même de dégrader la solution courante sous certaines conditions. Un double contrôle de la dégradation est effectué : d'une part, un contrôle quantitatif de la dégradation qui définit le pourcentage d'occurrence d'une dégradation par rapport au nombre de solutions voisines visitées, et d'autre part un contrôle qualitatif de la dégradation qui définit l'amplitude maximale d'une dégradation ; cette amplitude est calculée par rapport à la meilleure solution et à la solution courante. Nous présentons ci-dessous le pseudo-code de cette heuristique, notée $H_{double\text{-}contrle}$.

Heuristique de double contrôle de la dégradation
associée au voisinage N : $H_{double\text{-}contrle}$

Données d'entrée :

s : la solution courante.

s^* : la meilleure solution rencontrée.

m : nombre de solutions explorées dans le voisinage.

N : voisinage utilisé par l'heuristique ($N = N_{suppl}, N_{ajout}$ ou N_{rempl}).

$proba$: probabilité de dégrader la solution courante ($0 \leq proba \leq 1$).

$degrad_1$: coefficient de dégradation par rapport à la meilleure solution.

$degrad_2$: coefficient de dégradation par rapport à la solution courante.

POUR $i := 1$ à m

$s' := ChoisiAléatoirement(N(s))$

SI $f(s') < f(s)$

$s := s'$

SINON

// contrôle de l'amplitude maximale de la détérioration

SI $f(s') \leq f(s^*) \times (1 + degr_1) + f(s) \times degrad_2$

```

// contrôle de la fréquence de détérioration
accepter s' comme solution courante avec la probabilité proba.
FIN SI
FIN SINON
FIN POUR

```

Le double contrôle de la dégradation mis en place doit permettre d'effectuer un saut dans l'espace des solutions lorsque l'on a atteint un minimum local. A travers plusieurs configurations de paramètres, nous avons étudié l'influence des facteurs d'occurrence et d'amplitude sur la qualité des solutions trouvées, sur la vitesse de convergence vers les optima locaux et sur la capacité de la recherche à sortir des optima locaux. Ces tests ont montré l'intérêt de mettre en place ce double contrôle quantitatif et qualitatif de la détérioration de la solution courante afin d'assurer une convergence. Pour l'application *WIFILOPT*, nous avons implémenté une version simplifiée de cette heuristique ($m = 1$) et avons retenu les paramètres suivants :

- Contrôle de la fréquence de détérioration de la solution courante : la probabilité d'accepter une solution voisine plus mauvaise en terme de fonction de coût que la solution courante est à $1/20$ ($=: proba$). Cela correspond à accepter de dégrader la solution courante après avoir évalué une vingtaine de solutions voisines plus mauvaises.
- Contrôle de l'amplitude maximale de la détérioration. Lorsque l'on accepte une détérioration, l'amplitude de cette détérioration ne doit pas être trop grande pour ne pas complètement détruire la solution. Ce contrôle est géré par deux *coefficients de dégradation*, $degrad_1$ et $degrad_2$. Ces coefficients indiquent respectivement l'amplitude de dégradation acceptée par rapport à la meilleure solution rencontrée s^* et par rapport à la solution courante s . Ce contrôle sur l'amplitude maximale de la dégradation est issu de l'étude de [Mabed *et al.*, 2005]. Une solution voisine s' est acceptée si sa fonction de coût vérifie la condition suivante :

$$f(s') \leq f(s^*) \times (1 + degrad_1) + f(s) \times degrad_2 \quad (3.7)$$

où f est la fonction coût à minimiser. Nous avons affecté les coefficients de dégradation $degrad_1 = 0,55$ et $degrad_2 = 0,5$ pour fixer l'amplitude maximale de la dégradation acceptée. Si $degrad_1 = degrad_2 = 0$, alors la condition devient simplement : $f(s') \leq f(s^*)$ et aucune dégradation n'est acceptée. Si seul $degrad_2 = 0$, alors $f(s') \leq f(s^*) \times (1 + degrad_1)$ et une dégradation proportionnelle à la meilleure solution rencontrée est acceptée. Enfin dans le cas général, la dégradation est proportionnelle à la fois à la meilleure solution rencontrée et à la solution courante.

3.3.4 Algorithme multi-start d'amélioration du plan de fréquences dans le voisinage fréquentiel

Modifier le plan de fréquences d'une solution ne modifie pas les associations des points de service avec leur *AP* serveur. En effet, l'association est un critère lié à la couverture et non à la fréquence puisqu'elle est basée sur la meilleure puissance reçue. Il est donc simplement nécessaire de recalculer le *SINR* et le débit des points de service. Cela demande beaucoup moins de temps que les ajouts, suppressions ou remplacements d'*AP*. Nous pouvons donc réaliser une exploration plus importante de ce voisinage. Lorsque le voisinage fréquentiel est choisi, nous effectuons un réaménagement complet du plan de fréquences ; c'est-à-dire que l'on réaffecte les fréquences de tous les *AP* de la solution courante. Pour cela, nous appliquons l'*algorithme multi-start d'amélioration du plan de fréquences* que l'on a présenté dans la partie 3.3.1 concernant l'algorithme glouton. A l'issue de cet algorithme nous n'avons pas atteint le minimum local en terme de plan de fréquences pour les configurations d'*AP* courantes, mais la qualité de leur plan de fréquences a pu être améliorée.

3.3.5 Descente dans le voisinage intra-site

Lorsque le voisinage intra-site est choisi, une méthode d'intensification est appliquée sur la solution courante. La procédure est déterministe : pour chaque site ouvert, on évalue l'ensemble des configurations possibles d'*AP* pour le site et on conserve la meilleure. Pour évaluer chaque solution voisine, on doit affecter une fréquence ; donc pour chaque test d'une configuration d'*AP*, on évalue la solution pour tous les canaux de fréquence possibles et on retient le meilleur canal. L'ordre dans lequel on parcourt les sites est arbitraire. A la fin de cette procédure d'amélioration intra-site, on applique l'algorithme multi-start d'amélioration du plan de fréquences qui permet de régénérer un plan de fréquences global. Cette transformation peut être vue comme une série particulière de remplacements de configurations d'*AP* ayant le même site. Elle est très couteuse en temps de calcul, c'est pour cette raison qu'elle est rarement effectuée.

Heuristique de descente associée au voisinage intra-site : $H_{intra-site}$

Données d'entrée :

s : la solution.

n : nombre de configurations d'*AP* sélectionnées par la solution s .

F : l'ensemble des fréquences disponibles.

E : l'ensemble des configurations d' AP disponibles.

```

POUR  $i := 1$  à  $n$ 
  POUR  $S \in E$  tel que  $site(S) = site(S_i)$ 
    POUR  $f \in F$ 
       $s' := s \setminus \{(S_i, f_i)\} \cup \{(S, f)\}$ 
      SI  $f(s') < f(s)$ 
         $s := s'$ 
      FIN SI
    FIN POUR
  FIN POUR
FIN
// on applique l'algorithme de multi-start
 $s := H_{multi-start}(s)$ 

```

3.3.6 Synthèse de l'algorithme à Voisins Variables Aléatoires VVA

La figure 3.7 résume l'algorithme complet mis en œuvre avec les 5 voisinages et les heuristiques utilisées. Les probabilités appliquées ont été fixées empiriquement en fonction du temps de calcul de chaque voisinage et de leur efficacité observée. Par rapport aux notations du pseudo-code donné dans la partie 3.3 pour l'algorithme VVA nous avons défini cinq ($n = 5$) triplets voisinage/heuristique/probabilité de type $(N_i, H_i, p_i) : (N_{supp}, H_{double-controle}, 0.25), (N_{ajout}, H_{double-controle}, 0.25), (N_{rempl}, H_{double-controle}, 0.479), (N_{freq}, H_{multi-start}, 0.02)$ et $(N_{intra-site}, H_{intra-site}, 0.001)$.

Il est possible de construire d'autres types de voisinage et d'autres heuristiques afin d'enrichir les possibilités d'exploration. Alternier les phases d'intensification et de diversification dans l'algorithme est un des aspects critiques de l'optimisation. Notre algorithme d'optimisation à voisinages variables aléatoires VVA permet facilement de mettre en place cette alternance. En effet, certains voisinages permettent d'intensifier la recherche à partir de la solution (voisinage intra-site et voisinage fréquentiel), d'autres autorisent la dégradation (voisinages de suppression, d'ajout et de remplacement) et permettent ainsi une diversification de la recherche à partir de la solution.

Les probabilités attachées à chaque voisinage pilotent cette alternance. Dans l'application *WIFIOPT*, la probabilité de chaque voisinage est fixe durant toute la durée de l'optimisation. Cependant, il peut être intéressant de remplacer ces probabilités par des probabilités conditionnelles afin de faire évoluer les poids au cours de l'optimisation. C'est le cas de la méthode *ALNS* (*Adaptive Large Neighborhood*

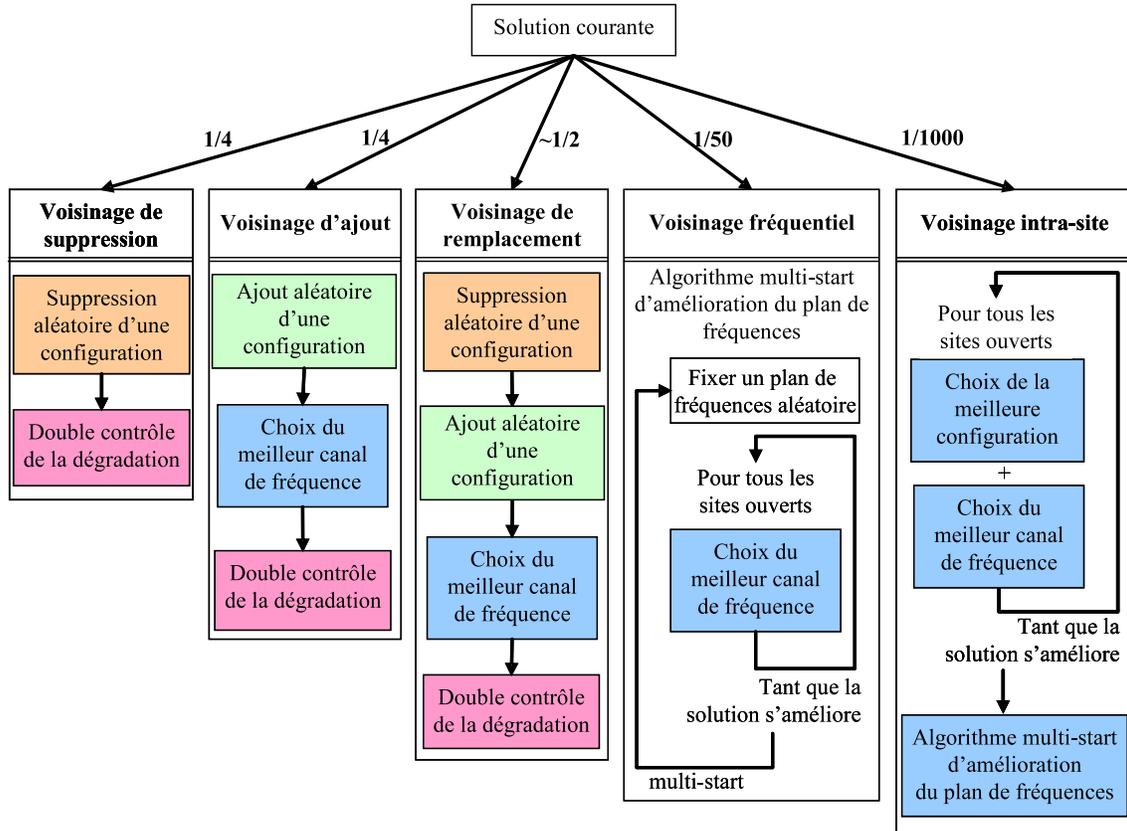


FIGURE 3.7 : Algorithme à Voisins Variables Aléatoires VVA

Search [Ropke & Pisinger, 2006]) où plusieurs voisinages sont utilisés et choisis avec une probabilité qui s'adapte dynamiquement lors de la recherche en fonction de l'efficacité de chaque voisinage.

L'algorithme d'optimisation à voisinages variables aléatoires VVA que nous avons présenté n'est pas propre à notre problème et peut être considéré comme un algorithme général d'optimisation.

3.4 Critères de Qualité de Service

Nous présentons maintenant deux analyses sur des nouveaux critères de Qualité de Service (*QoS*), compatibles avec le modèle mais indépendants de l'algorithme d'optimisation, qui constituent une contribution sur l'évaluation des réseaux. La première analyse concerne un critère de sécurité lié à des zones interdites de couverture. C'est un critère non encore étudié, excepté dans [MacGibney & Klepal, 2005]

et nous montrons comment notre algorithme en tient compte.

La seconde analyse concerne un critère sur les formes géométriques des cellules ; il est déjà utilisé dans les réseaux *GSM* mais pas encore dans les réseaux *WLAN*. L'étude que nous avons effectuée [Gondran *et al.*, 2007a] ouvre des pistes permettant de séparer le problème de placement des *AP* du problème d'allocation des fréquences. Ce deuxième critère pourra aussi servir pour l'optimisation de la mobilité dans les *WLAN* dans le cadre des perspectives de notre travail puisqu'il permet de limiter les handovers.

3.4.1 Critère de sécurité

Nous avons défini au chapitre 2 partie 2.4 des *zones interdites* c'est-à-dire des zones que l'on ne souhaite pas couvrir pour des raisons de sécurité et de confidentialité par exemple. Nous interdisons alors les solutions de réseaux qui conduisent à couvrir tout ou partie de ces zones interdites. Toute configuration d'*AP* qui couvre en puissance un point de service interdit du fait d'une puissance reçue supérieure au seuil de sensibilité, est supprimée du pool des configurations candidates.

La couverture radio ne s'arrêtant pas strictement et de façon homogène face à un obstacle, il est impossible de s'engager sur le respect de la couverture de chaque point de service à un débit minimal et en même temps sur le respect des contraintes de zones interdites. Cela dépend complètement de la configuration du bâtiment et des multitrajets suivis par les ondes radio. En conséquence, nous avons autorisé dans l'application *WIFI OPT* de relâcher ces contraintes en ajoutant une pénalité au coût de la solution pour chaque point de service interdit couvert par la solution.

Nous présentons sur les figures 3.8 et 3.9 un exemple de configurations interdites. A l'extérieur d'un bâtiment, il y a une zone interdite que l'on ne souhaite pas couvrir qui correspond à un tronçon de route. La figure 3.8 montre que le site candidat situé dans le bâtiment et proche de cette zone la couvre si on y installe un *AP* dont l'antenne a un diagramme de rayonnement omnidirectionnel : cette *AP* est donc interdite sur ce site. La figure 3.9 montre que seuls trois des huit azimuts possibles sont autorisés sur ce site si on y installe un *AP* dont l'antenne a un diagramme de rayonnement directionnel.

Les nombreuses expériences que nous avons menées sur les zones interdites montrent que dans une très grande majorité des cas, lorsqu'il n'y a pas de zones interdites, seuls les *AP* avec les antennes ayant un diagramme de rayonnement omnidirectionnel sont sélectionnées dans les meilleures solutions de réseaux. *L'usage des antennes bidirectionnelles ou directionnelles s'avère utile presque exclusivement pour*

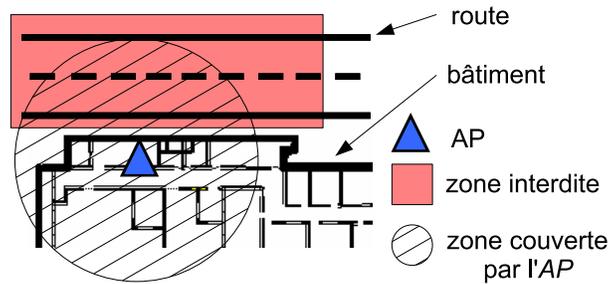


FIGURE 3.8 : Configuration interdite avec une antenne omnidirectionnelle

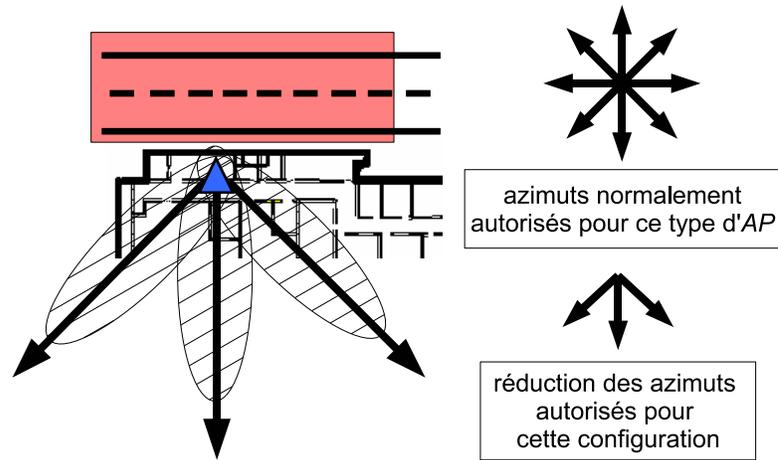


FIGURE 3.9 : Configurations interdites avec une antenne directionnelle (seuls trois azimuts sont autorisés)

les questions de sécurité lorsqu'il y a des zones interdites. De ce fait, l'utilisation d'AP directives ne constituent donc pas forcément la meilleure solution lorsque l'on veut augmenter la capacité d'un réseau en réduisant les cellules via la directivité.

Prenons un exemple concret pour illustrer ce cas. L'objectif est de déployer un réseau de norme *IEEE 802.11g* dans un centre de sports et loisirs de deux étages. Le bâtiment présente 27 sites potentiels d'installation. Cinq zones de service doivent être couvertes. Elles sont représentées sur les figures 3.10 et 3.11 par des rectangles de couleurs et caractérisées par un nombre d'utilisateurs simultanés répartis uniformément sur cette zone et avec un débit souhaité par utilisateur. Au total, il y a sur ces 5 zones 92 clients demandant un débit total de 23,75 *Mbps*. Les surfaces non couvertes par une zone de service, comme l'espace au centre du bâtiment, sont ignorées pendant l'optimisation. Nous réalisons deux planifications automatiques, la

première dans les conditions que l'on vient de présenter, la seconde en ajoutant au problème une zone à ne pas couvrir. Cette zone interdite est située sur le côté droit du bâtiment à l'étage 1 (cf. le rectangle rouge sur la figure 3.11).

La première solution sans zone interdite sélectionne *trois sites* pour couvrir l'ensemble des zones, cf. figure 3.10. Les trois *AP* que l'algorithme installe sur ces sites ont des diagrammes de rayonnement omnidirectionnel. Le coût financier du réseau (achat et installation des 3 *AP*) est de 3800 euros. Pour cette configuration de réseau, les 92 clients sont satisfaits, le réseau leur fournit le débit souhaité. La seconde solution avec la zone interdite a sélectionné *cinq sites* pour couvrir les mêmes zones, cf. figure 3.11. Cependant les cinq *AP* installés sur ces sites ont tous des diagrammes de rayonnement directionnel, la flèche bleue indique l'orientation de l'azimut. Pour cette configuration de réseau, les 92 clients sont également satisfaits. L'installation de ce réseau coûte 7300 euros.

Dans cet exemple volontairement simple, nous constatons que pour garantir un critère de sécurité comme la non couverture d'une zone, l'algorithme propose un réseau non trivial, plus coûteux et avec des antennes au diagramme de rayonnement directionnel. La sécurité des réseaux *WLAN* a donc un impact fort sur l'ingénierie de la couverture radio et demande des règles spécifiques d'aménagement non triviales sans l'aide d'un algorithme d'optimisation.

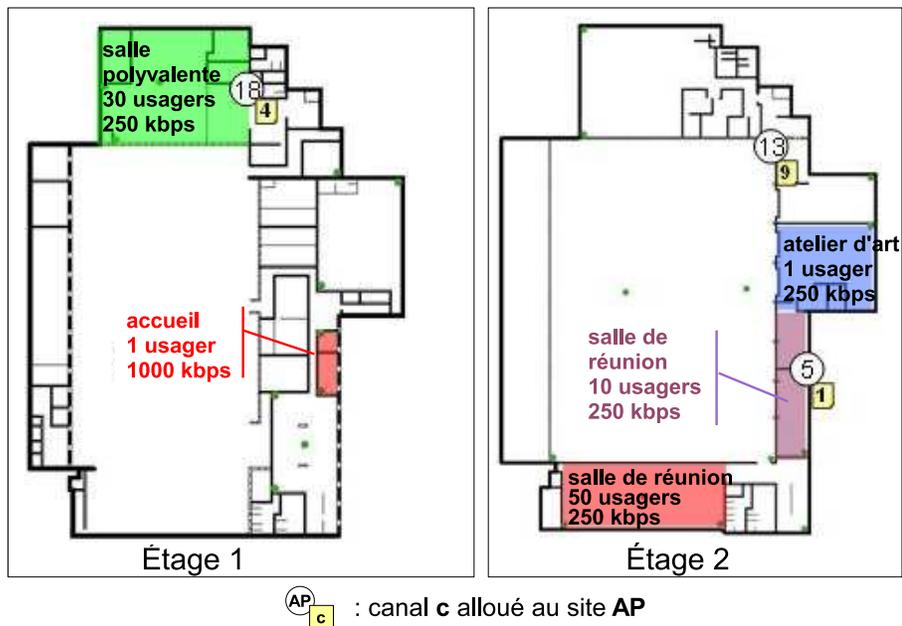


FIGURE 3.10 : Planification du réseau (3 *AP* omnidirectionnels) dans le cas où il n'y a pas de zone interdite

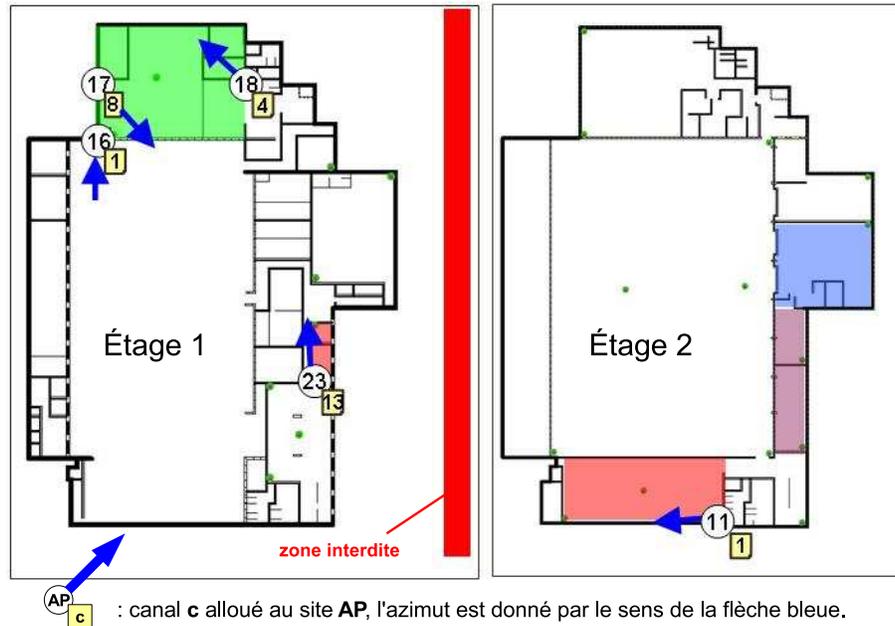


FIGURE 3.11 : Planification du réseau (5 AP directionnels) dans le cas où il y a une zone interdite

3.4.2 Critère géométrique

Le second critère sur lequel nous avons travaillé porte sur la forme des cellules. Dans les réseaux cellulaires de type *GSM* ou *UMTS*, des études [Mabed & Caminada, 2006] ont montré que la non prise en compte de critères de connexité et de géométrie sur les cellules peut aboutir à des réseaux hétérogènes dans lesquels certaines cellules sont composées de plusieurs zones isolées les unes des autres. D'une part, ces situations ont tendance à augmenter les phénomènes d'interférences et à rendre le problème d'allocation de fréquences plus complexe. D'autre part, elles conduisent à un grand nombre de transferts intercellulaires ou handovers en cas de mobilité. Or les transferts favorisent les risques d'interruption des communications, ils sont la cause d'environ 70% des coupures, et ils engendrent des charges supplémentaires sur le réseau non facturables au client. Dans le cas des réseaux *WLAN* ce type de critère n'a pas encore été étudié.

Théoriquement, la forme géométrique idéale pour une cellule correspond à un hexagone, dans la mesure où il s'agit de la figure la plus proche du cercle correspondant à un rayonnement omnidirectionnel qui permet d'obtenir un pavage régulier du plan et une distance fixe entre les AP de cellules adjacentes.

Le peu de travaux de la littérature qui tient compte de la forme de la cellule comme critère d'impact sur la Qualité de Service d'un réseau concerne les réseaux

cellulaires. [Hao & Vasquez, 2000] ont utilisé la notion de connectivité de cellule définie par [Reininger & Caminada, 2001] durant une phase de pré-optimisation de planification de réseau. [Jedidi *et al.*, 2004] ont introduit un critère cellulaire mesurant la distorsion par rapport à un disque. [Mabed & Caminada, 2006] ont approfondi ce critère et étudié son impact sur les interférences en *GSM*. Nous avons adapté ce critère au contexte des *WLAN* et avons étudié son impact sur la Qualité de Service.

Le critère géométrique de [Mabed & Caminada, 2006] se formule par :

$$G(C) = \frac{\sum_{b \in C} V(b)}{8 \times |C| - 6 \times \sqrt{\pi \times |C|}} \quad (3.8)$$

où C désigne la cellule, composée de $|C|$ mailles, et où pour chaque maille b de C , $V(b)$ indique le nombre de mailles voisines appartenant à C . La figure 3.12 donne un exemple pris dans [Mabed & Caminada, 2006]. Le critère G est compris entre 0 et 1 et mesure la distorsion d'une cellule par rapport à la forme de référence qu'est le disque. $G(C) = 1$ si la forme de la cellule C est un disque et décroît si la géométrie de la cellule s'en écarte. Dans la figure 3.12 de gauche, la cellule est composée de plusieurs zones isolées les unes des autres ce qui détériore sa qualité.

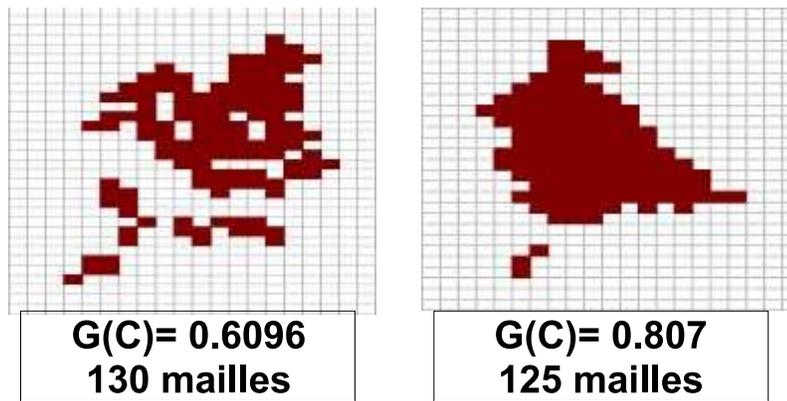


FIGURE 3.12 : Variation de la fonction G pour deux cellules de tailles proches dans le contexte d'un réseau *GSM*.

L'environnement spécifique des *WLAN* où les zones à couvrir sont souvent des bâtiments de plusieurs étages demande à généraliser l'indicateur pour tenir compte des 3 dimensions de l'espace. Dans un environnement *3D*, les mailles d'une cellule C sont réparties sur les différents étages k du bâtiment. Nous notons $C = \cup_k C_k$ avec C_k la cellule *2D* correspondant à l'étage k . Nous calculons les indicateurs *2D* $G(C_k)$ pour chaque étage du bâtiment par la formule (3.8) et nous définissons l'*indicateur*

géométrie 3D comme la moyenne pondérée de ces indicateurs :

$$G_{3D}(C) = \sum_k \frac{|C_k|}{|C|} G(C_k) \quad (3.9)$$

L'indicateur géométrique 3D G_{3D} est lui aussi compris entre 0 et 1. Pour estimer la *qualité géométrique* d'un réseau *WLAN*, nous définissons l'indicateur géométrique, G_{WLAN} qui est la moyenne pondérée des indicateurs géométriques 3D de toutes les cellules du réseau :

$$G_{WLAN} = \sum_C \frac{|C|}{\sum_{C'} |C'|} G_{3D}(C) \quad (3.10)$$

L'indicateur géométrique du réseau G_{WLAN} est compris entre 0 et 1. La cardinalité de chaque étage par cellule et de chaque cellule du réseau nous permet de normaliser le critère géométrique par l'importance relative de chaque élément de couverture.

Un exemple de valeur de G_{WLAN} est présenté pour rendre compte de l'intérêt de cet indicateur géométrique. Le bâtiment test compte 3 étages (cf. figure 3.13) de 45 mètres carré chacun, et des résultats sont présentés en figure 3.14. Chaque couleur correspond à la couverture d'une *AP*. Dans la figure du haut, avec un indicateur géométrique plus faible, le réseau contient des cellules composées de plusieurs zones isolées les unes des autres. Dans la figure du bas, les cellules sont plus compactes et connexes.

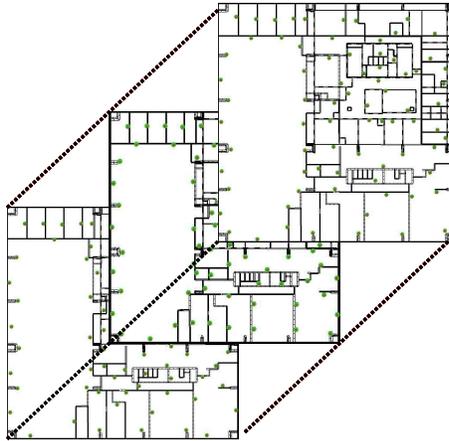


FIGURE 3.13 : Description de bâtiment pour l'indicateur géométrique

Comme le montre la figure 3.14, cet indicateur porte une information importante sur la connexité et la compacité des cellules d'un réseau. Plus la valeur est proche de

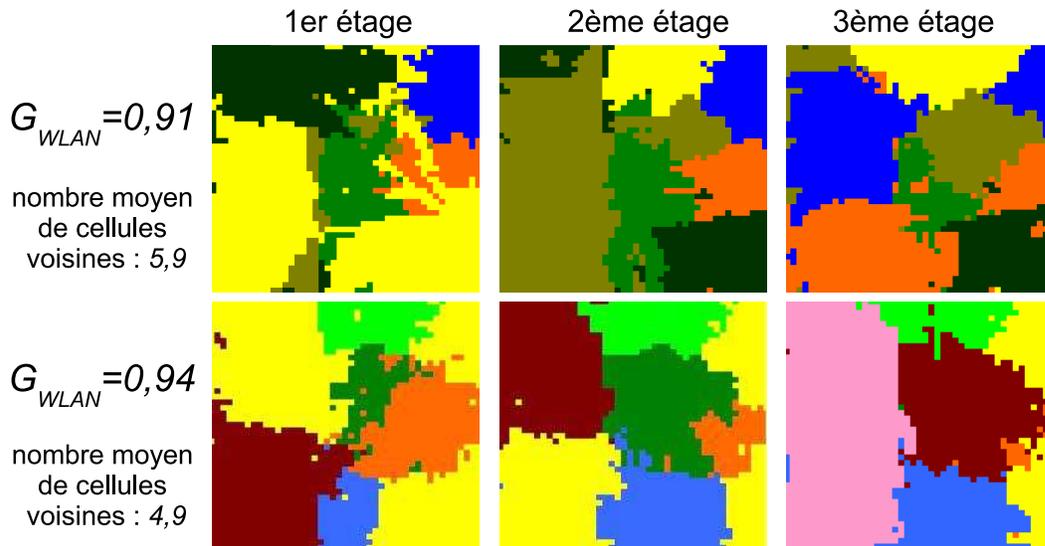


FIGURE 3.14 : Variation de l'indicateur géométrique G_{WLAN} pour deux réseaux de 12 AP dans le contexte d'un réseau WLAN.

1, plus la connexité et la compacité des cellules du réseau sont bonnes. Par conséquent dans un contexte de mobilité dans les réseaux WLAN pour des services de téléphonie *Wi-Fi* par exemple, nous pourrions utiliser le critère G_{WLAN} pour limiter le handover c'est-à-dire les changements de cellule pour un client en déplacement : plus le critère est proche de 1, moins il y a de changement de cellule lors d'un déplacement.

De plus, dans la figure 3.14, nous remarquons que plus G_{WLAN} est élevé, plus le nombre moyen de cellules voisines est faible. Le nombre moyen de cellules voisines est de 5.9 pour la figure du haut ($G_{WLAN} = 0.91$) alors qu'il est de 4.9 pour la figure du bas ($G_{WLAN} = 0.94$). Cette corrélation se retrouve dans de nombreux exemples. Or, plus le nombre moyen de cellules voisines est faible, plus le problème d'allocation de fréquences est facile à résoudre puisque cela diminue le nombre de contrainte de réutilisation des fréquences. Dans un contexte d'optimisation séquentielle des problèmes de placement des AP et d'affectation des fréquences, cet indicateur permettra à l'étape de placement des AP d'évaluer la réalisabilité de l'allocation de fréquences. Que ce soit pour la mobilité ou l'affectation de fréquences, l'indicateur G_{WLAN} offre des perspectives d'évolution intéressantes au travail que nous avons engagé sur la géométrie.

3.5 Conclusion

En complément de deux stratégies usuelles d'optimisation des problèmes de planification de réseau sans fil, une méthode purement séquentielle et une méthode de placement avec coloration de graphe, nous avons proposé deux nouvelles stratégies :

- Une méthode globale, qui optimise simultanément le placement des *AP* et l'affectation des fréquences, et qui utilise les 13 canaux de fréquences autorisés en France. Cette méthode est complexe par certains calculs effectués mais elle explore toutes les ressources disponibles pour la planification.
- Une méthode séquentielle qui tient compte lors du placement des *AP* d'un brouillage moyen entre *AP* puis qui résout le problème *AFP* pour les sites sélectionnés en utilisant la même fonction d'évaluation que pour le problème *ACP*. Cette fonction d'évaluation, basée sur le calcul du débit réel en chaque point de service, tient compte à la fois des variables de placement sur les sites et des fréquences.

Nous avons montré que l'**optimisation globale** permet de planifier **automatiquement des WLAN de grande taille** composés d'une centaine d'*AP* et qu'elle donne les meilleurs résultats des quatre approches. L'**optimisation séquentielle avec brouillage moyen** donne souvent des résultats très proches et s'est avérée beaucoup plus performante que les méthodes séquentielles usuelles.

Ces stratégies sont mises en œuvre par une heuristique nouvelle dite *à voisinages variables aléatoires VVA* : à chaque itération de cette recherche locale le type de voisinage est pris au hasard. Cet heuristique est très modulaire et permet facilement de combiner les deux sous problèmes que sont le placement et l'affectation. C'est une heuristique qui n'est pas propre à notre problème et qui peut être considérée comme un mécanisme général d'optimisation.

Sur la base de nos travaux un programme utilisant l'optimisation globale, *WIFIOPT*, a été développé et livré à *Orange Labs*. Il permet de proposer aux entreprises des solutions sans fil de haute qualité de service. Un autre programme basé sur l'optimisation séquentielle avec brouillage moyen est utilisé par la start-up *TRINAPS* pour proposer des solutions de réseau à ses clients.

Ces stratégies d'optimisation globale et d'optimisation séquentielle à brouillage moyen sont a priori généralisables à tous les problèmes de planification de réseaux de radiocommunications tels le *GSM*, le *GPRS*, l'*UMTS*...

Notons enfin, que les deux stratégies permettent de prendre en compte diverses notions de Qualité de Service, notamment certains problèmes de sécurité et de gestion du handover. En effet, lorsque nous ne souhaitons pas couvrir certaines zones pour des raisons de sécurité, l'usage d'antennes directionnelles devient très pra-

tique et apporte des solutions adaptées. Par ailleurs, sachant que les technologies permettant la mobilité dans les *WLAN* sont en plein développement, l'indicateur géométrique que nous proposons évalue la forme des cellules et apporte une solution efficace pour limiter le nombre de changement de cellules lors d'un déplacement.

Dans le chapitre suivant, nous verrons comment il est encore possible d'améliorer les deux méthodes que nous avons conçues en remplaçant les contraintes liées aux *SINR* par des contraintes de *T*-coloration de graphe ou d'hypergraphe.

Chapitre 4

T -coloration de graphe et d'hypergraphe

Nous nous intéressons dans ce chapitre aux phénomènes d'interférences dans les problèmes d'affectation de fréquences. A partir des contraintes sur le rapport signal à interférences plus bruit, nous définissons un problème de T -coloration de graphe associé. Puis nous introduisons un nouveau problème, la T -coloration d'hypergraphe afin de rendre compte des interférences multiples. Les interférences multiples sont très rarement prises en compte dans les modèles alors qu'elles constituent la difficulté principale de l'optimisation de la qualité de service. Les équivalences entre les problèmes sont étudiées, et des propriétés et des tests sont présentés.

Ce travail a fait l'objet d'une publication lors de la conférence *19th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC 2008 : Hypergraph T -Coloring for Automatic Frequency Planning problem in Wireless LAN*.

Sommaire

3.1	Stratégies d'optimisation	100
3.2	Expérimentations et résultats	105
3.3	Approche algorithmique	111
3.4	Critères de Qualité de Service	123
3.5	Conclusion	131

"Le début de la science moderne date du moment où aux questions générales se sont substituées des questions limitées; où au lieu de demander : "Comment l'univers a-t-il été créé? De quoi est faite la matière? Quelle est l'essence de la vie?", on a commencé à se demander : "Comment tombe une pierre? Comment l'eau coule-t-elle dans un tube? Quel est le cours du sang dans le corps?". Ce changement a eu un résultat surprenant. Alors que les questions générales ne recevaient que des réponses limitées, les questions limitées se trouvèrent conduire à des réponses de plus en plus générales."

François Jacob, Le jeu des possibles, 1981.

4.1 Introduction

Afin d'améliorer les algorithmes présentés dans le chapitre précédent, nous nous intéressons dans ce chapitre au phénomène d'interférences dans les problèmes d'affectation de fréquences. Une analyse de l'impact des interférences dans les réseaux sans fil nous permet de construire plusieurs modèles du problème d'affectation de fréquences.

Nous commençons par une approche simplifiée du problème où il s'agit de vérifier que les différents rapports signal à interférences plus bruit $SINR$ (en anglais, *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio*) calculés aux points de service du réseau dépassent des seuils donnés. C'est donc un problème de décision. Puis, nous montrons que ces contraintes sur les $SINR$ induisent les contraintes d'un problème de T -coloration de graphe. Cependant, la notion de graphe est restrictive car elle correspond à des relations binaires sur les ensembles qui ne prennent pas en compte les interférences multiples.

En effet, pour simplifier l'étude du phénomène d'interférence, il est de coutume de considérer les sources d'interférences indépendantes les unes des autres. Ainsi, il est plus facile d'estimer l'impact d'un signal interférent sur le signal porteur de l'information comme s'il était l'unique interférent. Dans ce cas, l'interférence est dite binaire et un graphe permet de représenter cette influence. Cependant, c'est l'action conjuguée de tous les signaux interférents qu'il faut réellement considérer. Dans ce cas, l'interférence est dite multiple car elle fait intervenir plusieurs signaux interférents.

Nous introduisons donc un nouveau problème, la T -coloration d'hypergraphe afin de rendre compte des interférences multiples. Cela représente plus finement la réalité du phénomène et un hypergraphe permet de représenter ces influences

multiples. Les hyperarêtes de l'hypergraphe auront pour fonction de représenter les contraintes n -aires qui lient plus de deux variables à la fois.

Suite au problème de décision où il s'agit de comparer les $SINR$ à des seuils, nous présentons une procédure qui construit le problème de T -coloration de graphe ou d'hypergraphe associé au problème complet d'allocation de fréquences des $WLAN$. Cette procédure fixe dynamiquement les seuils de $SINR$ pour toutes les contraintes afin de satisfaire les demandes en débit du réseau.

Les deux dernières parties introduisent des algorithmes qui utilisent les modèles de graphe et d'hypergraphe. D'une part, nous proposons des règles pour réduire la taille des graphes et des hypergraphes dans le cadre de problèmes de T -coloration. La réduction a pour objectif de rendre les problèmes plus faciles à traiter. D'autre part, nous montrons comment utiliser les problèmes de T -coloration dans un contexte d'optimisation et non de décision. Nous faisons alors une analyse des résultats d'optimisation en T -coloration de graphe et d'hypergraphe sur un ensemble de scénarios de réseaux.

4.2 Problème simplifié d'allocation de fréquences dans les $WLAN$

Nous allons d'abord étudier un problème simplifié de satisfaction de contraintes que nous appellerons contraintes $SINR$ où la valeur calculée doit être supérieure à un seuil de qualité donné q . Ce problème est appelé CSP^{SINR} (paragraphe 4.2.1). Nous montrerons que ce problème est lié au problème bien connu de T -coloration sur les graphes (paragraphe 4.2.2). Cependant, le problème de T -coloration de graphe ne permet d'exprimer que les interférences binaires. Il est nécessaire de généraliser sa définition pour rendre compte des interférences multiples. Nous introduirons donc une nouvelle classe de problème, la T -coloration d'hypergraphe (paragraphe 4.2.3) dont nous étudierons les propriétés.

Dans le chapitre 2, la table 2.1 donne une série de niveaux de $SINR$ nécessaires pour établir une connexion à un débit nominal donné. Cette table nous a permis de faire le lien entre la qualité radio et la qualité de service. En effet, au chapitre 2 la satisfaction du client a toujours été exprimée par comparaison entre le débit souhaité en un point de service t et le débit réel fourni par le réseau. Dans cette partie, nous nous intéressons seulement à la qualité radio c'est-à-dire au $SINR$ et pas au débit. Ainsi nous considérerons par la suite des objectifs de qualité radio plutôt que de qualité de service.

4.2.1 Le problème \mathbf{CSP}^{SINR}

Dans de nombreux problèmes d'allocation de fréquences pour différents systèmes de radiocommunications, les contraintes sur les fréquences proviennent d'interférences qui peuvent être évaluées en calculant le $SINR$ aux points de service du réseau. Les contraintes de qualité de service sont respectées en garantissant aux points de service t du réseau un certain niveau de $SINR$ par la suite noté q_t .

Données et variables du problème

Les données et variables du problème définies au chapitre 2 et dont nous avons besoin ici sont rappelées ci-dessous :

- S^O est l'ensemble des n^O sites ouverts c'est-à-dire avec un AP installé : $S^O = \llbracket 1, n^O \rrbracket$. Le problème consiste à assigner à chaque AP un numéro de canal de fréquence.
- F est l'ensemble fini des numéros de canal de fréquence possibles. $F = \llbracket 1, 13 \rrbracket$ pour la norme *IEEE 802.11b/g*.
- \mathbf{f} est la fonction d'affectation de S^O dans F . $\mathbf{f} : S^O \mapsto F$ associe à chaque AP un numéro de canal de fréquence. On note $\mathbf{f}(s) = f_s$ et \mathbf{f} est totalement définie par $\{f_1, \dots, f_s, \dots, f_{n^O}\} : \mathbf{f} = (f_s)_{s \in S^O}$. Les f_s sont les variables de décision, F est leur domaine de définition.
- T est l'ensemble des points de service. Un point de service correspond à un nœud du maillage de la zone à servir. $n^T = |T|$ est le nombre de points de service et nous avons : $T = \llbracket 1, \dots, n^T \rrbracket$.
- \mathbf{C}^{SINR} est l'ensemble des contraintes de type $SINR$ associées aux n^T points de service : $\mathbf{C}^{SINR} = (C_t^{SINR})_{t \in T}$. Chaque contrainte C_t^{SINR} garantit que le $SINR$ calculé au point de service t , $SINR_t$, est supérieur ou égal à q_t .

$$C_t^{SINR} : SINR_t \geq q_t$$

Rappelons que chaque point de service t est associé à un AP , noté s_t , appelé AP serveur. Nous avons :

$$SINR_t = \frac{p_{s_t t}^R}{\sum_{s \neq s_t} p_{s t}^R \gamma(|f_{s_t} - f_s|) + p^B}$$

- où
- p_{st}^R est la puissance du signal reçu par le point de service t provenant de l'AP installé sur le site $s \in S$. Cette puissance, exprimée en mW , tient compte du paramétrage complet de l'AP. L'AP serveur du point de service t étant s_t , $p_{s_t t}^R$ est la puissance porteuse de l'information.
 - p^B est la puissance du bruit thermique. $p^B = -100dBm$ pour les normes b/g et $p^B = -101dBm$ pour la norme a .
 - γ est le facteur de protection entre deux canaux. C'est une fonction qui donne l'affaiblissement du signal entre deux canaux en fonction de leur écartement sur le spectre de fréquences. Elle est décroissante de 1 à 0 et définie sur les entiers compris entre $\llbracket 0; 12 \rrbracket$ pour la norme $802.11b/g$, cf. table 2.2.
- Pour la norme $802.11a$, les 8 canaux de fréquence étant totalement disjoints, l'utilisation de canaux adjacents ne crée pas d'interférences : $\gamma(x > 0) = 0$, il n'existe que des interférences co-canal : $\gamma(0) = 1$.

Ces *contraintes SINR* sont des contraintes n-aires qui font intervenir au moins deux variables.

Ce premier problème, \mathbf{CSP}^{SINR} , est appelé problème de satisfaction de contraintes *SINR* à seuil. Il est défini par le triplet $(\mathbf{f}, F, \mathbf{C}^{SINR})$. Le problème consiste à trouver les valeurs à assigner aux variables f_s telles qu'elles satisfassent toutes les contraintes \mathbf{C}^{SINR} ou à établir qu'une telle affectation n'existe pas. C'est un problème de décision.

Avant de transformer ces contraintes \mathbf{C}^{SINR} en contraintes binaires puis n-aires nous allons rappeler dans le paragraphe suivant le cadre habituellement utilisé pour traiter l'affectation de fréquences avec des contraintes binaires : la *T*-coloration de graphe.

4.2.2 La *T*-coloration de graphe : \mathbf{CSP}_g^T

Rappel du problème

Soit un graphe non orienté $G = (V, E)$. Colorier un graphe consiste à affecter une couleur c_i à chaque sommet $v_i \in V$ du graphe. Pour le problème de coloration simple, la contrainte est que deux sommets adjacents ne doivent pas avoir la même couleur. La seconde contrainte est que le nombre maximum de couleurs est limité à k .

En T -coloration, les couleurs sont ordonnées les unes par rapport aux autres, donc pour caractériser cet ordre, nous associons à chaque couleur un nombre entier. Nous notons alors $c_i \in \mathbb{N}$ la couleur affectée au sommet $v_i \in V$. Pour le problème de T -coloration, les contraintes portent sur des écarts de couleur à respecter entre deux sommets adjacents.

On définit ces contraintes de couleur entre sommets adjacents du graphe en introduisant la collection d'ensembles : $\mathcal{T} = \{\mathcal{T}_{ij} \subset \mathbb{N} \mid (v_i, v_j) \in E\}$. Chaque \mathcal{T}_{ij} indique les écarts de couleur interdits entre deux sommets adjacents. Chaque \mathcal{T}_{ij} contient au moins l'élément zéro et se compose d'un ensemble d'entiers positifs comme l'ensemble $\{0, 2, 4, 7\}$.

Dans le cas général, une T -coloration du graphe $G(V, E)$ associée à la collection d'ensembles $\mathcal{T} = \{\mathcal{T}_{ij} \subset \mathbb{N}, \mid (v_i, v_j) \in E\}$ est une coloration c_i de chaque sommet v_i de V qui respecte les contraintes suivantes : $\forall (v_i, v_j) \in E, |c_i - c_j| \notin \mathcal{T}_{ij}$.

Si tous les $\mathcal{T}_{ij} = \{0\}$, alors le problème de T -coloration est ramené à un problème de coloration simple. Le problème de coloration simple étant NP -complet, la T -coloration de graphe l'est aussi.

Si chaque $\mathcal{T}_{ij} \in \mathcal{T}$ est un ensemble d'entiers consécutifs de la forme $\mathcal{T}_{ij} = \{0, 1, \dots, t_{ij} - 1\}$, alors la contrainte de couleur devient : $\forall (v_i, v_j) \in E, |c_i - c_j| \geq t_{ij}$. \mathcal{T} peut alors être représentée par une matrice $T = (t_{ij})_{i,j \in V}$ symétrique dont la diagonale est nulle avec $\forall (v_i, v_j) \notin E, t_{ij} = 0$.

Si $\forall (v_i, v_j) \in E, t_{ij} = 1$, alors $\mathcal{T}_{ij} = \{0\}$ et la matrice T est la matrice d'adjacence du graphe G . La T -coloration est bien une généralisation de la coloration. Dans la suite du mémoire, nous ne considérerons que ce type de T -coloration.

Définition 4.1. *T-coloration de graphe*

Une T -coloration du graphe $G(V, E)$ associée à la matrice symétrique de diagonale nulle $T = (t_{ij})_{i,j \in V}$, $t_{ij} \in \mathbb{N}$, est une coloration c_i de chaque sommet v_i de V qui respecte les contraintes suivantes :

$$\forall (v_i, v_j) \in E, |c_i - c_j| \geq t_{ij}$$

L'**ordre** d'une T -coloration correspond au nombre de couleurs différentes employées pour colorier le graphe. Le **spectre** d'une T -coloration est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur assignée à un des sommets du graphe. Nous notons k le spectre maximum disponible, il correspond au domaine de définition des variables : $f_s \in \llbracket 1, k \rrbracket = F$.

Un problème de T -coloration de graphe est défini par le triplet $(G = (V, E), F, T)$.

Problème de T -coloration de graphe associé au problème \mathbf{CSP}^{SINR}

Sachant que $\forall t, \forall s, p_{st}^R \geq 0$ et $q_t > 0$, les contraintes $SINR$ du problème \mathbf{CSP}^{SINR} peuvent être réécrites :

$$\begin{aligned}
\forall t = 1, \dots, n^T, \quad & SINR_t \geq q_t \\
\Leftrightarrow & \frac{p_{s_t t}^R}{\sum_{s \neq s_t} p_{st}^R \gamma(|f_{s_t} - f_s|) + p^B} \geq q_t \\
\Leftrightarrow & \sum_{s \neq s_t} p_{st}^R \gamma(|f_{s_t} - f_s|) \leq \frac{p_{s_t t}^R}{q_t} - p^B \tag{4.1}
\end{aligned}$$

Ces contraintes indiquent que la somme des interférents doit être inférieure ou égale à un niveau donné. L'idée la plus simple est d'abord de relâcher ces contraintes n -aires en contraintes binaires. En effet si la somme des interférents doit être inférieure à une valeur, alors chaque interférent doit au moins être inférieur à cette valeur. Ceci est vrai car toutes les valeurs sont positives. Chaque contrainte $SINR$ est ainsi transformée en $(n^O - 1)$ contraintes binaires :

$$\begin{aligned}
(4.1) \Rightarrow \quad & \forall t \in T, \forall s \neq s_t, \quad p_{st}^R \gamma(|f_{s_t} - f_s|) \leq \frac{p_{s_t t}^R}{q_t} - p^B \\
\Rightarrow \quad & \forall t \in T, \forall s \neq s_t, \quad |f_{s_t} - f_s| \geq \gamma^{-1} \left(\frac{\frac{p_{s_t t}^R}{q_t} - p^B}{p_{st}^R} \right) := \lambda_{st} \tag{4.2}
\end{aligned}$$

Le sens de l'inégalité est inversé car la fonction γ est décroissante. La satisfaction de ces contraintes binaires est **nécessaire** à la satisfaction des contraintes $SINR$, mais **non suffisante**. D'après les formules précédentes, chacune des n^T contraintes $SINR$ génère $(n^O - 1)$ contraintes binaires, ce qui produit au total $n^T(n^O - 1)$ contraintes binaires. Etant donné qu'il y a n^O variables, il n'existe que $n^O(n^O - 1)/2$ contraintes binaires possibles. En effet, dans un contexte de CSP , seules les contraintes binaires ayant l'écart le plus important sont conservées. On obtient ainsi l'ensemble \mathbf{C}_b de contraintes binaires suivantes :

$$\forall s, s' \in S^O, |f_s - f_{s'}| \geq t_{ss'} \tag{4.3}$$

$$\text{avec } t_{ss'} = \max \left\{ \max_{\forall t, s'=s_t} \lambda_{st} ; \max_{\forall t, s=s_t} \lambda_{s't} \right\} \tag{4.4}$$

Cette transformation des contraintes n -aires \mathbf{C}^{SINR} en contraintes binaires \mathbf{C}_b nous amène à définir un second problème, $\mathbf{CSP}_g^T = (\mathbf{f}, F, \mathbf{C}_b)$ qui est un problème de T -coloration de graphe.

Définition 4.2. Problème \mathbf{CSP}_g^T associé au problème \mathbf{CSP}^{SINR}

A tout problème $\mathbf{CSP}^{SINR} = (\mathbf{f}, F, \mathbf{C}^{SINR})$, un problème de T -coloration de graphe $\mathbf{CSP}_g^T = (\mathbf{f}, F, \mathbf{C}_b)$ est associé où \mathbf{C}_b est l'ensemble des contraintes binaires :

$$\forall s, s' \in S^O, |f_s - f_{s'}| \geq t_{ss'} \quad (4.5)$$

$$\text{avec } t_{ss'} = \max \left\{ \max_{\forall t, s'=st} \lambda_{st} ; \max_{\forall t, s=st} \lambda_{s't} \right\} \quad (4.6)$$

$$\text{et } \lambda_{st} = \gamma^{-1} \left(\frac{\frac{p_{st}^R}{q_t} - p^B}{p_{st}^R} \right) \quad (4.7)$$

Proposition 4.1.

Toute solution du problème \mathbf{CSP}^{SINR} est également solution du problème de T -coloration de graphe $\mathbf{CSP}_g^T = (\mathbf{f}, F, \mathbf{C}_b)$ associé.

Les contraintes binaires \mathbf{C}_b sont nécessaires à la satisfaction des contraintes $SINR$ \mathbf{C}^{SINR} , nous notons :

$$\mathbf{C}^{SINR} \Rightarrow \mathbf{C}_b$$

On présente ci-dessous une condition d'équivalence de ces deux problèmes. On dit que le point de service t est *équivalent binaire* si :

$$\underline{SINR}_t := \frac{p_{st}^R}{\sum_{s \neq st} p_{st}^R \gamma(t_{ss_t}) + p^B} \geq q_t \quad (4.8)$$

Proposition 4.2.

Si tous les points de service sont équivalents binaires, alors les problèmes \mathbf{CSP}^{SINR} et \mathbf{CSP}_g^T sont équivalents.

Démonstration. En effet pour toute solution \mathbf{f} de \mathbf{CSP}_g^T , on a $|f_s - f_{s'}| \geq t_{ss'}$, donc puisque γ est décroissante et que les puissances p_{st}^R sont positives ainsi que p^B , nous obtenons :

$$SINR_t = \frac{p_{st}^R}{\sum_{s \neq st} p_{st}^R \gamma(|f_{st} - f_s|) + p^B} \geq \frac{p_{st}^R}{\sum_{s \neq st} p_{st}^R \gamma(t_{ss_t}) + p^B} = \underline{SINR}_t$$

Par conséquent puisque tous les points de service sont équivalents binaires (i.e. $SINR_t \geq q_t$), on a $\forall t, SINR_t \geq q_t$. \square

Dans les cas de non équivalence binaire, pour se rapprocher d'une équivalence entre les problèmes, nous généralisons le problème de T -coloration aux hypergraphes.

4.2.3 La T -coloration d'hypergraphe : CSP_h^T

Avant d'introduire le problème de T -coloration d'hypergraphes, nous rappelons quelques définitions sur les hypergraphes orientés.

Définition 4.3. *Hypergraphe*

Soient un ensemble $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ et une famille $\mathcal{E} = \{E_1, \dots, E_m\}$ de partie de V .

Le couple $H = (V, \mathcal{E})$ est un *hypergraphe* si :

$$\begin{aligned} \forall k = 1 \dots m, E_k \neq \emptyset \\ \text{et } \cup_k E_k = V \end{aligned}$$

Les éléments v_1, \dots, v_n de V sont les sommets de l'hypergraphe et les éléments E_1, \dots, E_m de \mathcal{E} sont les arêtes (ou les hyperarêtes) de l'hypergraphe.

Définition 4.4. *Hypergraphe orienté et pointé*

Un hypergraphe $H = (V, \mathcal{E})$ est dit *orienté* si chaque hyperarête E_k est un couple de deux parties non vides disjointes de V de la forme $E_k = (E_k^+, E_k^-)$ où E_k^+ sont les hyperarêtes sortantes et E_k^- les hyperarêtes entrantes. Si de plus $\forall k, |E_k^+| = 1$, l'hypergraphe est dit *pointé* et on dit que l'hyperarête E_k pointe vers un sommet noté v_{s_k} , appelé *pointe de l'arête* ($E_k^+ = \{v_{s_k}\}$). Pour chaque hyperarête E_k d'un hypergraphe pointé, nous adoptons la notation suivante : $E_k = (v_{s_k}, \Gamma_k)$ avec $\Gamma_k = E_k^- = \{v_{k_1}, \dots, v_{k_q}\}$. Nous notons $\mathcal{V} = \{v_{i_1}, \dots, v_{i_m}\}$ l'ensemble des pointes des arêtes $\mathcal{E} = \{E_1, \dots, E_m\}$ et $H = (V, \mathcal{V}, \mathcal{E})$ l'*hypergraphe pointé*.

Définition 4.5. *Cellule d'un hypergraphe pointé*

On appelle **cellule** d'un hypergraphe pointé $H = (V, \mathcal{E})$, l'ensemble des hyperarêtes qui pointent vers le même sommet. Ainsi la cellule associée au sommet $v_i \in V$ est :

$$\mathcal{C}_i = \{E_k = (v_{s_k}, \Gamma_k) \in \mathcal{E} / v_{s_k} = v_i\}$$

$\mathcal{C}_1, \dots, \mathcal{C}_n$ est alors une partition des arêtes de l'hypergraphe \mathcal{E} .

Définition 4.6. *Contrainte n-aire linéaire*

Soient un ensemble $\mathbf{f} = \{f_1, \dots, f_n\}$ de n variables et un ensemble $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ de n réels positifs. On appelle **contrainte n-aire linéaire** centrée sur le j -ième élément de \mathbf{f} la contrainte d'écart suivante :

$$\sum_{\forall i \neq j} \alpha_i |f_j - f_i| \geq \alpha_j$$

Le triplet $(\mathbf{f}, j, \boldsymbol{\alpha})$ caractérise complètement cette contrainte.

Définition 4.7. *Problème de T-coloration d'hypergraphe*

Soit un hypergraphe pointé $H = (V, \mathcal{V}, \mathcal{E})$, avec $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ les sommets, $\mathcal{V} = \{v_{i_1}, \dots, v_{i_m}\}$ l'ensemble des pointes des arêtes $\mathcal{E} = \{E_1, \dots, E_m\}$. A chaque arête $E_k = (v_{s_k}, \Gamma_k)$ de l'hypergraphe on associe une contrainte n-aire linéaire $C_k^{naire} = (\mathbf{f}, s_k, \boldsymbol{\alpha}_k)$ avec $\boldsymbol{\alpha}_k = \{\alpha_{k1}, \dots, \alpha_{kn}\}$ et $\forall i = 1, \dots, n, \alpha_{ki} \in \mathbb{R}^+$.

Soit T la collection de ces contraintes n-aires linéaires :

$$T = \{C_1^{naire} = (\mathbf{f}, i_1, \boldsymbol{\alpha}_1), \dots, C_m^{naire} = (\mathbf{f}, i_m, \boldsymbol{\alpha}_m)\}.$$

Une T -coloration de l'hypergraphe H associée à la collection de contraintes n-aires linéaires T est une coloration c_i de chaque sommet v_i de V qui respecte ces contraintes C_k^{naire} :

$$\sum_{\forall i \neq i_k} \alpha_{ki} |f_{i_k} - f_i| \geq \alpha_{ki_k}$$

Un problème de T -coloration d'hypergraphe est défini par le triplet $(H = (V, \mathcal{V}, \mathcal{E}), F, T)$.

Remarque :

Si pour tout α_k il existe un j tel que

$$\alpha_{ki} = \begin{cases} 1 & \text{pour } i = j \\ t_{ij} & \text{pour } i = i_k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

alors les contraintes n -aires sont binaires :

$$|f_{i_k} - f_j| \geq t_{ij}$$

Le problème de T -coloration d'hypergraphe est donc une généralisation du problème de T -coloration de graphe. Le problème de T -coloration d'hypergraphe est donc NP-complet.

Problème de T -coloration d'hypergraphe associé au problème CSP^{SINR}

On a constaté que les contraintes binaires \mathbf{C}_b ne sont pas nécessairement suffisantes à la satisfaction des contraintes SINR, \mathbf{C}^{SINR} . On va donc renforcer une de ces conditions binaires afin d'obtenir l'équivalent des contraintes SINR. Pour chaque contrainte SINR cible, il existe plusieurs renforcements possibles des contraintes binaires : ces renforcements sont disjonctifs ; nous décidons alors de les synthétiser en ajoutant des contraintes n -aires linéaires. Après cette double modification des contraintes, nous montrons dans quelles conditions il y a équivalence des problèmes.

Pour chaque point de service, il est possible d'obtenir les contraintes SINR en renforçant une des conditions binaires de \mathbf{C}_b .

En effet $\underline{\text{SINR}}_t < q_t$ entraîne $\sum_{s \in \Gamma(s_t)} p_{st}^R \gamma(t_{sst}) > \frac{p_{s_t t}^R}{q_t} - p^B$. La contribution à la somme de chaque AP interférent s est $p_{st}^R \gamma(t_{sst})$. On dit qu'une contribution est *significative* si lorsqu'on la supprime la somme passe en dessous du seuil $(\frac{p_{s_t t}^R}{q_t} - p^B)$. C'est-à-dire que l'AP s' est significatif si :

$$\sum_{s \in \Gamma(s_t) \setminus \{s'\}} p_{st}^R \gamma(t_{sst}) \leq \frac{p_{s_t t}^R}{q_t} - p^B$$

On note $\Gamma^*(s_t)$ les AP interférents significatifs de $\Gamma(s_t)$.

Pour chaque AP interférent significatif s' , l'écart de fréquences entre les AP s' et s_t est augmenté jusqu'à ce que la somme passe en dessous du seuil, les autres écarts étant maintenus fixes. On appelle $t_{s_s'}^{+t}$ cet *écart supplémentaire*. Puisque γ est une

fonction décroissante qui atteint 0 à partir d'un certain écart, $t_{s't}^{++}$ existe toujours et est égal à :

$$t_{s't}^{++} = \min \left(u \in \mathbb{N}^*, p_{s't}^R \gamma(t_{s't} + u) + \sum_{s \in \Gamma(s_t) \setminus \{s'\}} p_{st}^R \gamma(t_{ss_t}) \leq \frac{p_{s't}^R}{q_t} - p^B \right)$$

On déduit de cette définition que si une solution \mathbf{f} vérifie \mathbf{C}_b et si $\exists s \in \Gamma^*(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| \geq t_{s't} + t_{s't}^{++}$ alors la solution \mathbf{f} vérifie également $SINR_t \geq q_t$. On a donc la proposition suivante :

Proposition 4.3.

Si une solution \mathbf{f} de \mathbf{CSP}_b est telle que $\forall t, \exists s \in \Gamma^*(s_t) : |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s't} + t_{s't}^{++}$ alors \mathbf{f} est aussi solution de \mathbf{CSP}^{SINR} .

En d'autres termes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ \forall t \in T, \exists s \in \Gamma^*(s_t), |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s't} + t_{s't}^{++} \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{C}_s^{SINR}$$

On présente des conditions pour lesquelles la réciproque de la proposition 4.3 est vérifiée.

Proposition 4.4.

Si pour tous les points de service t non équivalents binaires, les AP interférents sont tous significatifs : $\Gamma^*(s_t) = \Gamma(s_t)$ et tous les écarts supplémentaires sont égaux à 1 : $t_{s's'}^{++} = 1$ alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ \forall t \in T, \exists s \in \Gamma^*(s_t), |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s't} + 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \mathbf{C}_s^{SINR}$$

Démonstration.

Soit un point de service t non équivalent binaire.

Puisque tous les écarts supplémentaires sont égaux à 1, la contrainte n-aire linéaire associée à t est : $\sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} |f_{s_t} - f_s| \geq \sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} t_{s't} + 1$.

Montrons par l'absurde que $\exists s \in \Gamma(s_t) : |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s't} + 1$.

Supposons donc que $\forall s \in \Gamma(s_t), |f_{s_t} - f_s| < t_{s't} + 1$. Par définition de la matrice T , on a $\forall s \in \Gamma(s_t), |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s't}$. Par conséquent, on a : $\forall s \in \Gamma(s_t), |f_{s_t} - f_s| = t_{s't}$, ce qui n'est pas possible puisque t est un point de service non équivalent binaire.

Puisque $\forall s \in \Gamma(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s}$ et que l'on vient de montrer que $\exists s \in \Gamma(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s} + 1$ alors $\sum_{s \in \Gamma(s_t)} |f_{s_t} - f_s| \geq \sum_{s \in \Gamma(s_t)} t_{s_t s} + 1$

Comme $\Gamma^*(s_t) = \Gamma(s_t)$, on a : $\sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} |f_{s_t} - f_s| \geq \sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} t_{s_t s} + 1$ □

Exemple 1, point de service équivalent binaire :

Pour illustrer cette construction, prenons l'exemple d'un seul point de service et de trois AP numérotés 1, 2 et 3. Puisqu'il n'y a qu'un seul point de service, l'indice t est omis. Les puissances reçues par ce point de service sont $p_1^R = 10^{-6}$ mW (= -60 dBm), $p_2^R = 6,31 \times 10^{-8}$ mW (= -72 dBm) et $p_3^R = 5,01 \times 10^{-8}$ mW (= -73 dBm). Nous rappelons la valeur du bruit thermique : $p^B = 10^{-10}$ mW (= -100 dBm). L'AP serveur est l'AP 1 car il offre le plus fort signal. L'hyperarête correspondant à ce point de service pointe vers l'AP 1, nous la notons $E = (1, \{2, 3\})$. Le seuil SINR de qualité de service demandé en ce point de service est $q = 31,62$ (= 15 dB), donc la contrainte SINR \mathbf{C}^{SINR} est $SINR \geq q$, c'est-à-dire

$$\frac{p_1^R}{p_2^R \gamma(|f_1 - f_2|) + p_3^R \gamma(|f_1 - f_3|) + p^B} \geq q$$

avec $\gamma(\cdot)$ défini par la table 2.2 (cf. chapitre 2).

On obtient les deux contraintes binaires :

$$\mathbf{C}_b : \begin{cases} |f_1 - f_2| \geq \gamma^{-1} \left(\frac{\frac{p_1^R}{q} - p^B}{p_2^R} \right) = 2 \\ |f_1 - f_3| \geq \gamma^{-1} \left(\frac{\frac{p_1^R}{q} - p^B}{p_3^R} \right) = 2 \end{cases}$$

On a donc $t_{12} = 2$ et $t_{13} = 2$ d'où $T = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Si ces contraintes sont validées à l'égalité, c'est-à-dire si $|f_1 - f_2| = 2$ et $|f_1 - f_3| = 2$, alors

$$\underline{SINR} = \frac{p_1^R}{p_2^R \gamma(2) + p_3^R \gamma(2) + p^B} = 32,44 \geq q$$

et le point de service est donc équivalent binaire. La proposition 4.2 entraîne :

$$SINR \geq q \Leftrightarrow \begin{cases} |f_1 - f_2| \geq 2 \\ |f_1 - f_3| \geq 2 \end{cases}$$

c'est-à-dire :

$$\mathbf{C}^{SINR} \Leftrightarrow \mathbf{C}_b$$

Exemple 2, point de service non équivalent binaire :

On reprend le même exemple que l'exemple 1 mais avec $p_3^R = 5,01^{-7}$ mW(= -63 dBm), alors $|f_1 - f_3| \geq \gamma^{-1} \left(\frac{p_1^R - p^B}{p_3^R} \right) = 3$, $t_{13} = 3$ et

$$\underline{SINR} = \frac{p_1^R}{p_2^R \gamma(2) + p_3^R \gamma(3) + p^B} = 27,77 < q$$

Le point de service n'est plus équivalent binaire : les écarts ne sont pas suffisants, il est nécessaire de les augmenter.

Si $|f_1 - f_2| = 2$, quel est l'écart minimum de $|f_1 - f_3|$ pour que $SINR \geq q$, i.e. quelle est la valeur minimale de t_{13}^+ pour que

$$\frac{p_1^R}{p_2^R \gamma(2) + p_3^R \gamma(3 + t_{13}^+) + p^B} \geq q ?$$

On trouve $t_{13}^+ = 1$; de façon analogue nous obtenons $t_{12}^+ = 1$. Dans ce cas ($t_{12}^+ = t_{13}^+ = 1$), la proposition 4.4 entraîne :

$$SINR \geq q \Leftrightarrow \begin{cases} |f_1 - f_2| \geq 2 \\ |f_1 - f_3| \geq 3 \\ \quad |f_1 - f_2| \geq 3 \\ \text{ou } |f_1 - f_3| \geq 4 \end{cases}$$

Ajout d'une contrainte n-aire linéaire

Les conditions $\begin{cases} |f_1 - f_2| \geq 3 \\ \text{ou } |f_1 - f_3| \geq 4 \end{cases}$ sont disjonctives donc difficilement utilisables pour la propagation de contraintes dans un graphe par exemple. Nous avons préféré construire une contrainte n-aire linéaire, notée $C_t^{naire} = (\mathbf{f}, s_t, \boldsymbol{\alpha}_t)$, qui résume l'ensemble de ces contraintes disjonctives.

On pose alors pour $s \neq s_t$, $\alpha_{ts} := \begin{cases} 1/t_{sts}^{++} & \text{si } t_{sts}^{++} \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

et $\alpha_{ts_t} := 1 + \sum_{s \neq s_t} t_{ss_t} \alpha_{ts_t}$

La contrainte n-aire linéaire supplémentaire à ajouter est :

$$C_t^{naire}(\mathbf{f}, s_t, \boldsymbol{\alpha}_t) := \sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} \alpha_{ts} |f_{s_t} - f_s| \geq \alpha_{ts_t}$$

où $\Gamma^*(s_t)$ est l'ensemble des AP interférents significatifs de l'AP serveur du point de service t .

Exemple 2 (suite) :

Si nous reprenons l'exemple 2 du point de service avec trois AP où $t_{12} = 2$, $t_{13} = 3$, $t_{12}^+ = 1$ et $t_{13}^+ = 1$, alors nous avons $\alpha_1 = 6$, $\alpha_2 = 1$ et $\alpha_3 = 1$ et la contrainte n-aire linéaire supplémentaire C^{naire} à ajouter est la suivante :

$$|f_1 - f_2| + |f_1 - f_3| \geq 6$$

Cependant, cette transformation d'un ensemble de contraintes disjonctives en une contrainte n-aire linéaire n'est pas une équivalence; la nouvelle contrainte n-aire linéaire C_t^{naire} est seulement nécessaire mais non suffisante à la satisfaction des contraintes disjonctives. Montrons que l'on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ \exists s \in \Gamma^*(s_t), |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s} + t_{s_t s}^{++} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ C_t^{naire} = (\mathbf{f}, s_t, \boldsymbol{\alpha}_t) \end{array} \right. \quad (4.9)$$

En effet

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ \exists s \in \Gamma^*(s_t), |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s} + t_{s_t s}^{++} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \forall s, \alpha_{ts} |f_{s_t} - f_s| \geq \alpha_{ts} t_{s_t s} \quad \text{car } \alpha_{ts} \geq 0 \\ \exists s \in \Gamma^*(s_t), \frac{|f_{s_t} - f_s|}{t_{s_t s}^{++}} \geq \frac{t_{s_t s} + t_{s_t s}^{++}}{t_{s_t s}^{++}} \quad \text{car } t_{s_t s}^{++} > 0 \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \forall s, \alpha_{ts} |f_{s_t} - f_s| \geq \alpha_{ts} t_{s_t s} \\ \exists s \in \Gamma^*(s_t), \alpha_{ts} |f_{s_t} - f_s| \geq \alpha_{ts} t_{s_t s} + 1 \end{array} \right\} \\ \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ \sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} \alpha_{ts} |f_{s_t} - f_s| \geq \sum_{s \neq s_t} \alpha_{ts} t_{s_t s} + 1 = \alpha_{ts_t} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ C_t^{naire} = (\mathbf{f}, s_t, \boldsymbol{\alpha}_t) \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Cependant, sous certaines conditions, l'équivalence est vérifiée comme pour la proposition suivante.

Proposition 4.5.

Soit un point de service t non équivalent binaire.

Si $\forall s \in \Gamma^*(s_t), t_{s_t s}^{++} = 1$,

alors $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ \exists s \in \Gamma^*(s_t), |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s} + 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_b \\ C_t^{naire} = (\mathbf{f}, s_t, \boldsymbol{\alpha}_t) \end{array} \right\}$

Démonstration.

Puisque la contrainte n-aire linéaire s'écrit : $\sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} |f_{s_t} - f_s| \geq \sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} t_{s_t s} + 1$ et que $\forall s \in \Gamma^*(s_t), |f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s}$ alors $\exists s \in \Gamma^*(s_t)$, tel que $|f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s} + 1$ étant donné que les $f_s \in \mathbb{N}$. \square

Exemple 2 (suite) :

Reprenons l'exemple 2 du point de service avec les trois AP. Puisque $t_{12}^+ = t_{13}^+ = 1$, la proposition 4.5 entraîne l'équivalence suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} |f_1 - f_2| \geq 2 \\ |f_1 - f_3| \geq 3 \\ |f_1 - f_2| \geq 3 \\ \text{ou } |f_1 - f_3| \geq 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} |f_1 - f_2| \geq 2 \\ |f_1 - f_3| \geq 3 \\ |f_1 - f_2| + |f_1 - f_3| \geq 6 \end{array} \right.$$

Définition 4.8. Problème \mathbf{CSP}_h^T associé au problème \mathbf{CSP}^{SINR}

A tout problème $\mathbf{CSP}^{SINR} = (\mathbf{f}, F, \mathbf{C}^{SINR})$, un problème de T -coloration d'hypergraphe $\mathbf{CSP}_h^T = (\mathbf{f}, F, \mathbf{C}_{b+n})$ est associé tel que $\mathbf{C}_{b+n} = \mathbf{C}_b \cup \mathbf{C}_{n\text{-aire}}^{sup}$ avec :

\mathbf{C}_b les contraintes binaires correspondant au problème de T -coloration de graphe (cf. définition 4.2),

$\mathbf{C}_{n\text{-aire}}^{sup}$ l'ensemble des contraintes n-aire linéaires supplémentaires ajoutées pour tout point de service non équivalent binaire :

$$\forall t \text{ non équivalent binaire, } \sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} \alpha_{ts} |f_{s_t} - f_s| \geq \alpha_{ts_t}$$

$$\text{avec } \forall s \neq s_t, \alpha_{ts} := \begin{cases} 1/t_{s_t s}^{++} & \text{si } t_{s_t s}^{++} \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \text{ et } \alpha_{ts_t} := 1 + \sum_{s \neq s_t} t_{s_t s} \alpha_{ts_t}$$

$$\text{et } t_{s_t s}^{+k} = \min \left(u \in \mathbb{N}^*, p_{s_t}^R \gamma(t_{s_t s} + u) + \sum_{s' \in \Gamma(s_t) \setminus \{s\}} p_{s't}^R \gamma(t_{s't}) \leq \frac{p_{s_t}^R}{q_t} - p^B \right)$$

Conditions d'équivalence entre les problèmes \mathbf{CSP}^{SINR} et \mathbf{CSP}_h^T

Nous avons défini dans la proposition 4.2, une condition d'équivalence entre le problème initial \mathbf{CSP}^{SINR} et le problème de T -coloration de graphe associé \mathbf{CSP}_g^T . Nous présentons quelques conditions d'équivalence entre le problème \mathbf{CSP}^{SINR} et le problème de T -coloration d'hypergraphe associé \mathbf{CSP}_h^T .

Proposition 4.6.

Si pour tous les points de service t non équivalents binaires, les AP interférents sont tous significatifs : $\Gamma^*(s_t) = \Gamma(s_t)$ et tous les écarts supplémentaires sont égaux à 1 : $t_{ss'}^{++} = 1$, alors il y a équivalence entre le problème \mathbf{CSP}^{SINR} et le problème de T -coloration d'hypergraphe \mathbf{CSP}_h^T associé.

Démonstration.

Soit un point de service t non équivalent binaire.

Puisque tous les écarts supplémentaires sont égaux à 1, la contrainte n -aire linéaire associée à t est :
$$\sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} |f_{s_t} - f_s| \geq \sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} t_{s_t s} + 1.$$

Montrons par l'absurde que $\exists s \in \Gamma(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s} + 1$

Supposons donc que $\forall s \in \Gamma(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| < t_{s_t s} + 1$

Par définition de la matrice T , on a $\forall s \in \Gamma(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s}$

Par conséquent, on a : $\forall s \in \Gamma(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| = t_{s_t s}$

Ce qui n'est pas possible puisque t est un point de service non équivalent binaire.

Puisque $\forall s \in \Gamma(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s}$ et que l'on vient de montrer que $\exists s \in \Gamma(s_t)$, $|f_{s_t} - f_s| \geq t_{s_t s} + 1$ alors
$$\sum_{s \in \Gamma(s_t)} |f_{s_t} - f_s| \geq \sum_{s \in \Gamma(s_t)} t_{s_t s} + 1$$

Comme $\Gamma^*(s_t) = \Gamma(s_t)$, on a :
$$\sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} |f_{s_t} - f_s| \geq \sum_{s \in \Gamma^*(s_t)} t_{s_t s} + 1 \quad \square$$

Remarque :

On peut généraliser la proposition 4.6 pour le cas où il existe pour chaque point de service t non équivalent binaire, un unique écart supplémentaire supérieur ou égal à 1 :

$$\exists! s', t_{s_t s'}^{++} \geq 1 \text{ et } \forall s \in \Gamma(s_t) \setminus \{s'\}, t_{s_t s}^{++} = 1.$$

De même, puisque γ est quasi convexe sur \mathbb{R}^+ , d'autres généralisations sont possibles ; notamment pour le cas où deux AP s_1 et s_2 ont des écarts supplémentaires égaux à 2 : $\forall s \in \Gamma(s_t) \setminus \{s_1, s_2\}$, $t_{s_t s}^{++} = 1$, $t_{s_t s_1}^{++} = 2$ et $t_{s_t s_2}^{++} = 2$.

4.3 Construction des problèmes de T -coloration

4.3 Construction des problèmes de T -coloration

La planification de fréquences consiste à allouer à chaque AP un canal de fréquence afin de minimiser les interférences. Dans la version simplifiée présentée dans

le premier paragraphe, minimiser les interférences consistait à vérifier que le *SINR* calculé en des points de service du réseau est supérieur à un seuil donné. Le problème réel est plus complexe puisqu'il s'agit d'**optimiser la capacité en terme de débit du réseau**. En effet dans le problème simplifié, les seuils \mathbf{q} de *SINR* sont des données d'entrée du problème, ce qui n'est pas le cas pour le problème complet : ces seuils sont à déterminer sachant que pour chaque *AP* une certaine répartition de ses seuils doit être respectée. C'est un problème en soit puisqu'il existe un nombre très important de répartitions possibles correspondant à une même capacité. L'objet de ce paragraphe est de déterminer ces seuils et ainsi de ramener le problème de planification de fréquences à un problème de *T*-coloration de graphe ou de *T*-coloration d'hypergraphe.

Dans la partie 4.3.1, les spécificités du problème d'allocation de fréquences pour les réseaux *802.11* sont présentées et nous montrons que *la distribution des clients d'un AP selon leurs débits nominaux détermine la capacité de l'AP*. Dans la partie 4.3.2, nous illustrons sur des exemples l'importance de cette répartition des débits nominaux. Dans la partie 4.3.3, nous rappelons le lien qui existe entre le débit nominal d'un client et son *SINR* (*Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio*). Ce lien permet de déterminer les seuils de *SINR* nécessaires pour obtenir une certaine répartition des débits nominaux.

On détermine alors par une procédure dynamique les seuils \mathbf{q} de *SINR* qui ramènent le problème d'allocation de fréquences au problème simplifié \mathbf{CSP}^{SINR} .

Dans la partie 4.3.4, cette procédure est appliquée pour construire la matrice *T* du problème de *T*-coloration de graphe associé au problème complet. Dans la partie 4.3.5, cette procédure est appliquée pour construire la matrice *T* et les contraintes *n*-aires pour le problème de *T*-coloration d'hypergraphe associé.

4.3.1 Problème complet d'allocation de fréquences dans les *WLAN*

Hypothèses simplificatrices

Dans la planification de réseaux, les simplifications que nous avons considérées sont essentiellement des approximations sur les protocoles de communication afin d'estimer grosso-modo le débit réel fourni à chaque client du réseau. Des analyses plus fines ont évidemment été réalisées par les spécialistes des domaines concernés. Cependant, il nous fallait trouver un compromis entre la précision des protocoles et les performances d'un outil de planification de réseaux. Notre but n'était pas de faire un simulateur de réseau mais bien de faire ressortir les caractéristiques les plus pertinentes pour construire un outil de planification automatique de réseaux. Ces

approximations ont été présentées dans la partie 2.6.3 "*Capacité maximale d'un AP en régime saturé*" et consiste à ne considérer que le trafic descendant en régime saturé.

Données supplémentaires du problème

Les données que l'on ajoute au problème décrivent la demande offerte dans le réseau : répartition des clients, services et débits demandés. C'est ce que l'on a appelé le modèle de trafic dans le chapitre 2.

κ_t est le nombre de clients situés sur le point de service t .

d_t^S est le débit en *kbps* souhaité par les clients du point de service t .

Rappelons que $s_t \in S^O$ désigne l'AP serveur du t -ième point de service.

n_s^T est le nombre de clients appartenant à la cellule de l'AP s :

$$n_s^T = \sum_{t \in T / s=s_t} \kappa_t$$

c_s^S est la capacité cible de l'AP s , elle correspond au débit utile total que souhaite écouler l'ensemble des clients de l'AP s .

$$\forall s \in S^O, c_s^S = \sum_{t \in T / s=s_t} d_t^S \kappa_t$$

Objectif du problème - Problème complet

L'objectif du problème complet est de déterminer \mathbf{f} afin de satisfaire les contraintes de qualité de service exprimées comme suit :

"Tous les AP doivent avoir la capacité d'écouler un débit réel au moins égal au débit total souhaité par l'ensemble des points de service de sa cellule.

On a donc n^O contraintes :

$$\forall s = 1, \dots, n^O, c_s^{AP} \geq c_s^S \quad (4.10)$$

où, c_s^{AP} est la capacité réelle maximale de *kbps* que peut écouler le s -ème AP. Nous appellerons ce problème le **problème complet**. Dans le chapitre 2 *Modélisation*, la capacité d'un AP en régime saturé lorsque l'on considère uniquement un trafic descendant et sans aucune retransmission de trame est donnée par :

$$c_s^{AP} = \frac{n_s^T \times \text{taille}^{MSDU}}{n_s^T \times \text{durée}^{\text{BO}} + \sum_{k=1}^{n^N} \eta_{sk} \times \delta_k} \quad (4.11)$$

où l'on rappelle les définitions déjà introduites au chapitre 2 :

taille^{*MSDU*} est la taille moyenne de la trame *MSDU*.

durée^{BO} est la durée moyenne du back-off, elle est une constante.

D^N est l'ensemble des débits nominaux autorisés par la norme.

d_k^N est le k -ième débit nominal (en *Mbps*) que permet une norme. Par exemple pour la norme *802.11b*, les débits nominaux sont :
 $D^{N^b} = \{d_1^N = 1Mbps, d_2^N = 2Mbps, d_3^N = 5.5Mbps, d_4^N = 11Mbps\}$.

n^N est le nombre de débits nominaux autorisés par la norme :
 $n^N = |D^N|$.

η_{sk} est le nombre de clients associés au site s et communiquant au k -ième débit nominal.

δ_k est la durée d'un cycle *CSMA/CA* (cf. figure 2.10) pour une trame taille^{*MSDU*} moyenne et pour une transmission au k -ième débit nominal (d_k^N).

Pour estimer la capacité de l'*AP* s , il suffit donc de connaître le nombre de clients à sa charge et la répartition de ces clients selon les débits nominaux $\eta_s = (\eta_{sk})_{k \in K}$. Les autres paramètres dépendent uniquement de la norme utilisée. La partie suivante montre comment déterminer la répartition η_s en fonction du *SINR*.

4.3.2 Répartition des clients selon les débits nominaux

On montre ici l'impact important de la répartition des clients selon les débits nominaux sur la capacité d'un *AP*. [Heusse *et al.*, 2003] ont montré qu'en régime saturé, un client au débit nominal 1 *Mbps* a le même débit utile qu'un client de la même cellule au débit nominal de 11 *Mbps* : le protocole d'accès au canal *CSMA/CA* est équitable entre tous les clients d'une même cellule. En d'autres termes, un client à faible débit nominal ralentira l'ensemble des clients de la cellule.

Pour déterminer la capacité totale d'un *AP*, il est nécessaire de connaître la répartition des clients selon les débits nominaux. Ensuite, en régime saturé, cette capacité est partagée équitablement entre tous les clients quelque soit leur débit nominal.

Il est particulièrement intéressant de connaître l'impact relatif de chaque débit sur la capacité totale. Pour donner un ordre d'idée, un client supplémentaire au débit nominal de 1 *Mbps* ralentit autant les autres clients de la cellule que 15 (=

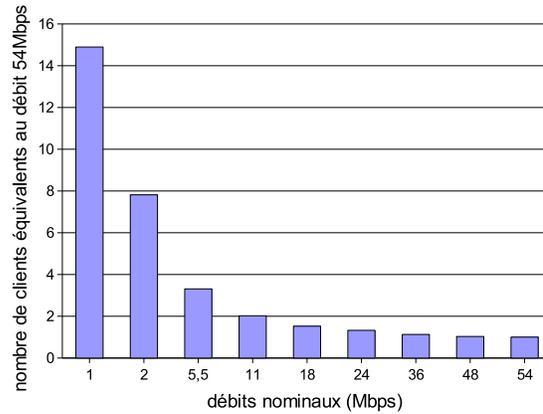


FIGURE 4.1 : Nombre de clients équivalents au débit nominal 54 Mbps : $\frac{\delta_1^{CSMA/CA}}{\delta_9^{CSMA/CA}}$

$\frac{\delta_1^{CSMA/CA}}{\delta_9^{CSMA/CA}}$) clients supplémentaires au débit 54 Mbps. Pour calculer ce rapport, il suffit de comparer les durées de transmission d'une trame *MSDU* dans les deux cas. La figure 4.1 donne pour chaque débit nominal k , le nombre de clients équivalents au débit 54 Mbps ($k = 9$). Nous constatons clairement que les débits les plus faibles, en particulier les 3 premiers, dégradent considérablement la capacité de l'AP. Par conséquent, modifier l'allocation de fréquences du réseau pour augmenter le débit nominal d'un client lent sera beaucoup plus intéressant que d'augmenter celui d'un client qui en a déjà un bon.

Exemples de répartition

Sur des exemples optimisés par l'algorithme *WIFI OPT*, nous présentons quelques profils de répartition de clients selon leur débit nominal. Nous constatons que les cellules peuvent se classer en deux groupes en fonction de la modalité de la répartition de leurs clients selon le débit nominal :

- Une modalité croissante caractéristique de la figure 4.2 de gauche : plus le débit nominal est important, plus on a de clients.
- Une modalité à une bosse : le nombre de clients augmente avec le débit puis diminue et enfin ré-augmente. La figure 4.2 de droite en donne un exemple. Il existe toute une variété de modalités selon que la bosse est plus ou moins marquée.

La capacité totale d'un AP est indépendante du nombre de clients. Elle est de 11,24 Mbps pour la modalité croissante (figure de gauche) et de seulement 6,25 Mbps pour la modalité à une bosse (figure de droite) (pour taille^{MSDU} = 1300

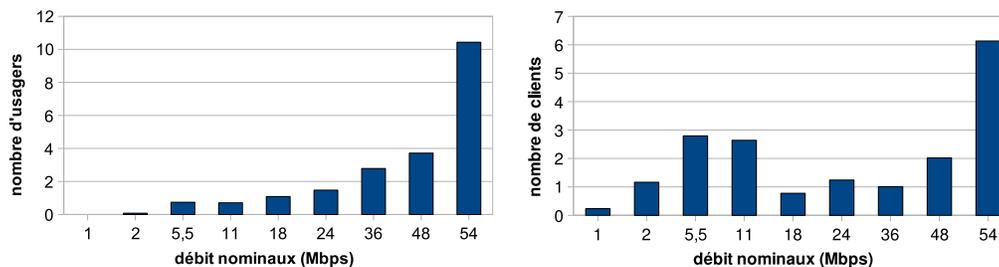


FIGURE 4.2 : Répartition des clients au sein d'une cellule selon leur débit nominal (extrait de tests réalisés avec WIFIOPT). La figure de gauche montre une modalité croissante et celle de droite une modalité à une bosse.

octets).

La chute de la Qualité de Service provient des cellules avec une modalité à une bosse car des clients restent "bloqués" à un débit faible.

4.3.3 SINR et débit nominal

Le *SINR* d'un point de service caractérise la qualité de la liaison radio entre celui-ci et l'*AP* serveur. Sa connaissance permet de déterminer le débit nominal mis en place entre l'*AP* et le point de service. Le tableau 4.1 donne un exemple pour la norme 802.11b/g.

k	Débit nominal d_k^N (Mbit/s)	Seuil SINR q_k^{SINR} (dB)
1	1	6
2	2	7
3	5,5	8
4	11	10
5	18	14
6	24	16
7	36	20
8	48	25
9	54	29

TABLE 4.1 : Débits nominaux mis en place en fonction du *SINR* pour la norme IEEE 802.11b/g. Ces valeurs peuvent changer d'un équipement à un autre (cartes et points d'accès), mais nous les considérons fixes. Exemple : si un client a un $SINR = 15$ dB, alors $s_5^{SINR} \leq SINR < s_6^{SINR}$ et donc le débit nominal utilisé par le client est $d_5^N = 18$ Mbps.

Le débit nominal d'un point de service est directement lié à la valeur de son *SINR* via cette table. Ainsi en agissant uniquement sur l'allocation des fréquences,

on modifie le *SINR* des clients et donc la répartition selon les débits nominaux et in fine la capacité de l'*AP*.

4.3.4 Construction du problème de *T*-coloration de graphe associé

L'objectif de cette partie est de montrer comment associer au problème complet avec contraintes de capacité un problème de *T*-coloration de graphe. Cette procédure a trois caractéristiques importantes :

- Elle est fondée sur le calcul du *SINR*.
- Les seuils de *SINR* sont déterminés dynamiquement.
- Enfin elle nécessite une estimation de la capacité en débit de chaque *AP* du réseau.

Modèle de capacité à un niveau de *SINR*

Si tous les clients d'une cellule *s* ont tous le même débit nominal *k* : $\eta_{sk} = n_s^T$, alors la capacité réelle de l'*AP* (équation 4.11) devient :

$$c_s^{AP} = \frac{\text{taille}^{MSDU}}{\text{durée}^{\text{BO}} + \delta_k} \quad (4.12)$$

La figure 4.3 donne les capacités réelles maximum d'un *AP* lorsque ses clients ont tous le même débit nominal (pour une taille de trame *MSDU*, $\text{taille}^{MSDU} = 1023$ octets). Cette capacité ne dépend pas du nombre de clients. Ce panel de capacité fournit un ordre de grandeur de la capacité maximale offerte pour un trafic descendant ; elle varie approximativement entre 1 et 13 *Mbps*.

Dans ce cas, **la capacité est à un niveau de *SINR***.

On appelle $\mathbf{T} = (t_{ss'})_{s,s' \in S^O}$ la matrice des écarts des canaux de fréquences entre les *AP* *s* et *s'*.

Pour tout ensemble de seuil de *SINR* : $\mathbf{q} = (q_s)_{s \in S^O}$, correspond comme nous l'avons montré au paragraphe 4.2.2 un ensemble de contraintes binaires (4.3) c'est-à-dire une matrice symétrique \mathbf{T} fonction de \mathbf{q} .

Construction des contraintes binaires

La procédure pour déterminer l'ensemble des contraintes binaires (c'est-à-dire la matrice \mathbf{T}) est la suivante :

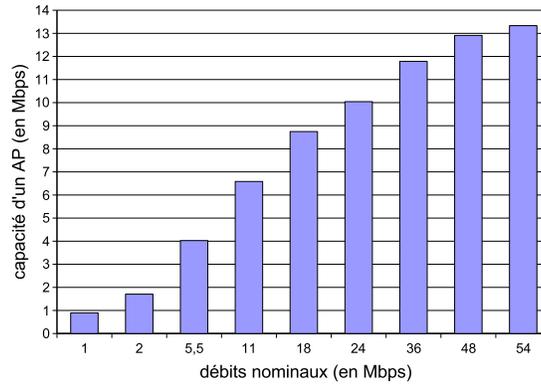


FIGURE 4.3 : Capacité réelle maximum (régime saturé) en Mbps d'un AP pour un trafic uniquement descendant et lorsque les clients de la cellule ont tous le même débit nominal. Elle ne dépend pas du nombre de clients.

1. Le seuil de $SINR$ de chaque AP s est fixé au minimum : $q_s = \min_{k \in K} q_k^{SINR}$. C'est-à-dire le seuil de $SINR$ permettant de mettre en place le plus petit débit nominal, soit 1 Mbps : $\forall s \in S^O$, $q_s = q_1^{SINR} = 4$ dB pour la norme IEEE 802.11b/g.
2. Les contraintes $SINR$ sont construites à partir du modèle de capacité à un niveau de $SINR$; soit : $\forall t$, $SINR_t \geq q_{st}$.
3. A partir de ces contraintes $SINR$, une matrice \mathbf{T} est construite par la formule (4.3) du paragraphe 4.2.2.
4. Nous calculons le $SINR$ de tous les points de service t :

$$\forall t \in T, \underline{SINR}_t = \frac{p_{st}^R}{\sum_{s \neq st} p_{st}^R \gamma(t_{sst}) + p^B}$$

Nous en déduisons le nombre de clients par débit nominal k pour chaque AP s , η_{sk} :

$$\forall k \in K, \eta_{sk} = \sum_{t / s=s_t, q_k^{SINR} \leq \underline{SINR}_t < q_{k+1}^{SINR}} \kappa_t$$

Nous obtenons la capacité c_s^{AP} de chaque AP s par la formule (4.11) :

$$c_s^{AP} = \frac{n_s^T \times \text{taille}^{MSDU}}{n_s^T \times \text{durée}^{BO} + \sum_{k \in K} \eta_{sk} \delta_k}$$

5. Si toutes les contraintes de capacité (4.10) sont vérifiées ou si le seuil de $SINR$ de tous les AP est maximum, alors la procédure est arrêtée et la dernière matrice \mathbf{T} construite définit le problème de T -coloration de graphe.

6. Sinon nous augmentons de $+1$ dB le seuil de $SINR$ des AP s dont la contrainte de capacité n'est pas vérifiée, i.e. : si $c_s^{AP} < c_s^S$, alors $q_s = q_s + 1$ et la procédure retourne au 2.

La figure 4.4 représente cette procédure sous forme graphique.

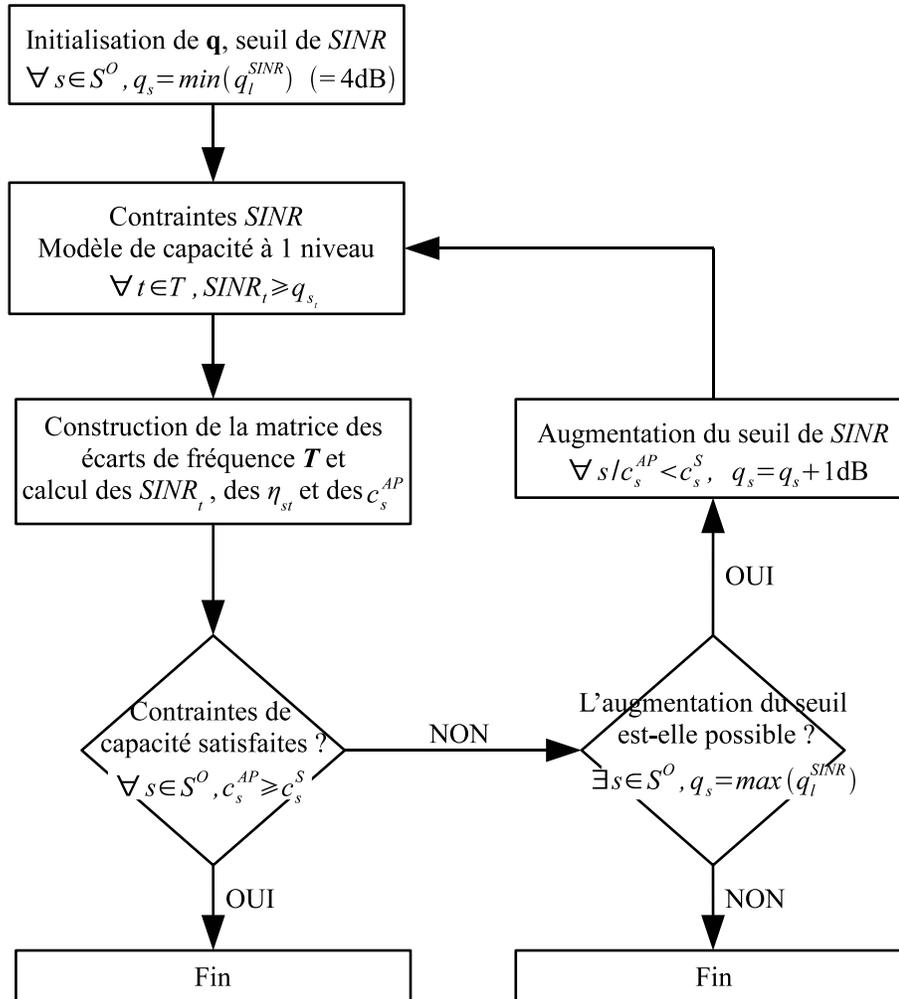


FIGURE 4.4 : Procédure de création des contraintes binaires

Equivalence entre contraintes binaires et contraintes de capacité

Si la procédure s'arrête à l'étape 5 à cause de la première condition (contraintes de capacité (4.10) vérifiées) alors les contraintes binaires (4.3) impliquent les contraintes de capacité (4.10).

Dans le cas où l'on sort de la procédure à l'étape 5 par la seconde condition (augmentation du seuil de *SINR* plus possible) cela signifie que la capacité maximale que peut fournir un *AP* est inférieure à la demande, et dans ce cas il est impossible de satisfaire les contraintes de capacité quelle que soit l'allocation de fréquences. Par exemple, si la demande c_s^S de l'*AP* s est de 15 *Mbps*, alors cette demande ne peut pas être satisfaite puisque l'on a constaté sur la figure 4.3 que la capacité réelle maximale est inférieure à 14 *Mbps* en 802.11g.

Remarque :

La matrice \mathbf{T} construite par la procédure précédente correspond à un niveau q_s de *SINR* pour chaque *AP* s . Nous définissons la matrice \mathbf{T}^- qui correspond au niveau $q_s - 1$ de *SINR* pour chaque *AP* s . Ainsi le problème d'allocation de fréquences est borné par deux problèmes de *T*-coloration de graphe, l'un sur-contraint avec la matrice d'écart \mathbf{T} et l'autre sous-contraint avec la matrice d'écart \mathbf{T}^- .

4.3.5 Construction du problème de *T*-coloration d'hypergraphe associé

Nous avons modélisé dans le paragraphe 4.3.4 le problème d'affectation de fréquences des réseaux *WLAN* par un problème de *T*-coloration de graphe. Comme nous l'avons vu au paragraphe 4.2.3, pour tenir compte complètement des contraintes d'interférence multiple, il est nécessaire d'utiliser une modélisation du réseau par un hypergraphe.

On modifie la procédure précédente (figure 4.4) afin de construire des contraintes n -aires et ainsi de définir un problème de *T*-coloration d'hypergraphe plus proche du problème complet. L'étape 5 est remplacée par les étapes 5', 5'' et 5'''.

- 5' Si toutes les contraintes de capacité (4.10) sont vérifiées, alors la procédure est arrêtée, les contraintes binaires suffisent à satisfaire les contraintes de capacité et la dernière matrice \mathbf{T} construite définit le problème de *T*-coloration de graphe.
- 5'' Sinon pour tout point de service t non équivalent binaire, la procédure construit une contrainte n -aire linéaire (α_t) souvent équivalente à la contrainte *SINR* associée :

$$\sum_{s \neq t} \alpha_{ts} |f_{s_t} - f_s| \geq \alpha_{ts_t}$$

5'' Si la satisfaction des contraintes binaires et $SINR$ entraîne la satisfaction de toutes les contraintes de capacité (4.10) ou si le seuil de $SINR$ de tous les AP est maximum, alors la procédure est arrêtée et les dernières contraintes binaires (matrice T) et n-aires linéaires construites définissent le problème de T -coloration d'hypergraphe.

Cette nouvelle procédure est représentée par la figure 4.5.

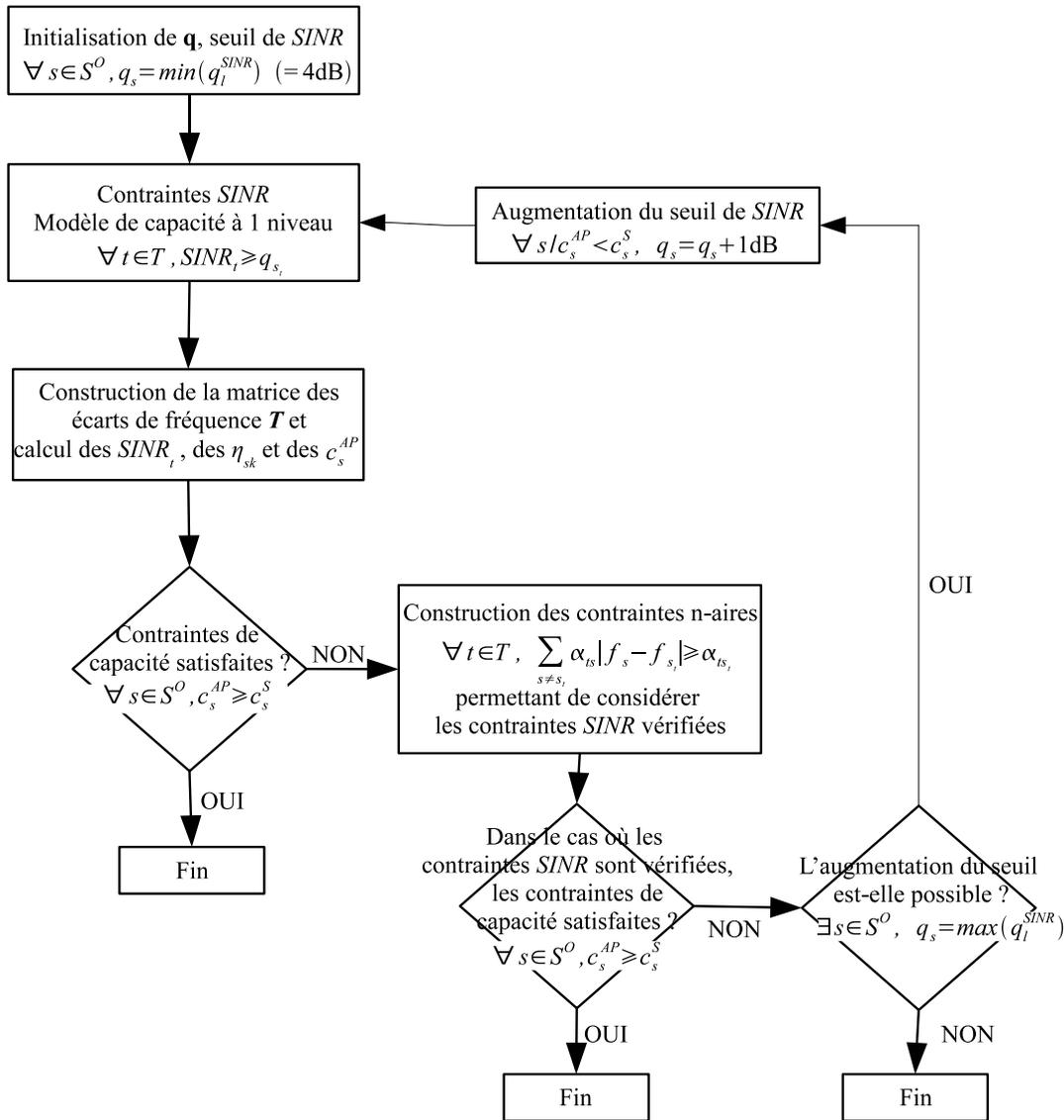


FIGURE 4.5 : Modification de la procédure de création des contraintes n-aires

Nous pouvons donc ramener notre problème à un problème de T -coloration de graphe et même de manière plus complète à un problème de T -coloration d'hyper-

graphe. L'objectif est d'intégrer ce nouveau formalisme à l'optimisation globale de planification de réseaux présentée au chapitre 3.

De plus, avant d'appliquer un algorithme à ces nouveaux problèmes, nous avons intérêt à effectuer une réduction des problèmes de T -coloration de graphe ou d'hypergraphe. La partie suivante présente des exemples d'une telle réduction.

4.4 Réduction de graphe et d'hypergraphe

4.4 Réduction de graphe et d'hypergraphe

Dans cette partie, nous présentons des prétraitements permettant de réduire la taille du graphe ou de l'hypergraphe pour le problème de T -coloration. Ils ont été inspirés par les règles de réduction de graphe pour le problème de k -coloration présentées dans la thèse de [Mendes, 2005].

4.4.1 Réduction de graphe pour la T -coloration à 13 couleurs

Réduction par degré

Supposons que nous cherchions une T -coloration du graphe $G(V, E)$ avec k couleurs. Pour chaque sommet $v_i \in V$, si le poids de l'ensemble de ces arêtes adjacentes vérifie :

$$\sum_{v_j / (v_i, v_j) \in E} (2t_{ij} - 1) \leq k - 1$$

alors le sommet v_i et ses arêtes peuvent être supprimés du graphe. Plus précisément on a :

Proposition 4.7. *Réduction par degré*

Soit un problème de T -coloration de graphe défini par le triplet $(G(V, E), k, T)$. S'il existe un sommet $v_i \in V$ tel que :

$$\sum_{v_j / (v_i, v_j) \in E} (2t_{ij} - 1) \leq k - 1$$

et si $G'(V', E')$ est le sous graphe de G engendré par $V' = V \setminus \{v_i\}$ et T' la sous matrice de T où l'on a supprimé la i -ème ligne et la i -ème colonne, alors toute T' -coloration de $G'(V', E')$ avec k couleurs entraîne une T -coloration de G avec k couleurs.

Démonstration. Chaque arête $(v_i, v_j) \in E$ interdit au sommet v_i au maximum $(2t_{ij} - 1)$ couleurs, donc le nombre maximal de couleurs interdites pour le sommet v_i est égal à : $\sum_{v_j / (v_i, v_j) \in E} (2t_{ij} - 1)$. Si $\sum_{v_j / (v_i, v_j) \in E} (2t_{ij} - 1) \leq k - 1$, alors il existe au moins une couleur pour colorier v_i . \square

Dans le cas de la T -coloration avec 13 couleurs (cas des réseaux 802.11b/g), la proposition (4.7) devient : $\sum_{v_j / (v_i, v_j) \in E} (2t_{ij} - 1) \leq 12$.

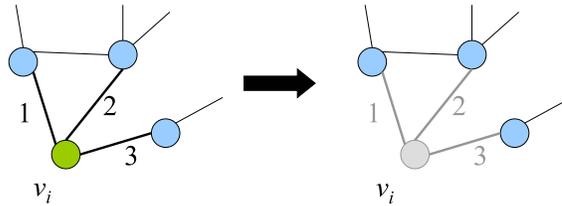


FIGURE 4.6 : Exemple de réduction par degré pour la T -coloration avec 13 couleurs

Réduction par voisinage

Proposition 4.8. Réduction par voisinage

Soient un graphe $G(V, E)$ et un couple de sommets $(v_i, v_j) \in V^2$ tel que $(v_i, v_j) \notin E$. On note $\Gamma(v_i)$ les sommets voisins du sommet v_i .

Si $\Gamma(v_j) \subseteq \Gamma(v_i)$ et pour tout $v_k \in \Gamma(v_j)$, $t_{jk} \leq t_{ik}$,

et si $G'(V', E')$ est le sous graphe de G engendré par $V' = V \setminus \{v_j\}$ et T' est la sous matrice de T où l'on a supprimé la j -ème ligne et la j -ème colonne, alors toute T' -coloration de $G'(V', E')$ avec k couleurs entraîne une T -coloration de G avec k couleurs.

En effet, si nous savons colorier $\Gamma(v_i)$ et v_i avec k couleurs, nous pouvons colorier v_j avec la même couleur que v_i .

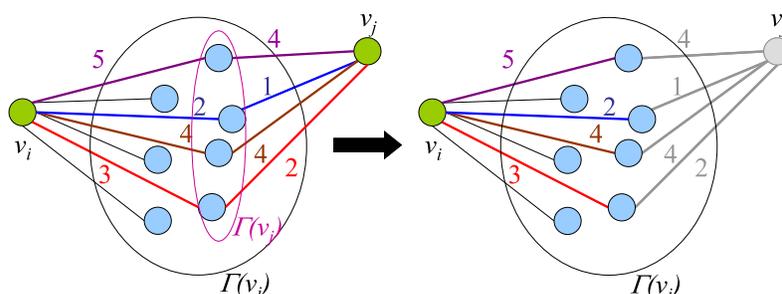


FIGURE 4.7 : Exemple de réduction par voisinage

(t, p) -clique

Définition 4.9. (t, p) -clique

Soient un graphe $G(V, E)$ et un ensemble T définissant un problème de T -coloration.

- Une p -clique (clique de cardinalité p) désigne un ensemble de p sommets deux-à-deux adjacents.
 - Une (t, p) -clique est une p -clique dont toutes les pondérations t_{ij} des arêtes sont égales à t .
-

En 802.11b/g, si nous avons une $(4, 4)$ -clique, alors nous ne pouvons affecter que les fréquences 1-5-9-13 à ces 4 sommets. Il y a $4! = 24$ colorations possibles de la $(4, 4)$ -clique correspondant aux 24 permutations.

En 802.11b/g, si nous avons une $(3, 5)$ -clique, alors nous ne pouvons affecter que les fréquences 1-4-7-10-13 à ces 5 sommets. Il y a $5! = 120$ colorations possibles de la $(3, 5)$ -clique correspondant aux 120 permutations.

En 802.11b/g, si nous avons une $(2, 7)$ -clique, alors nous ne pouvons affecter que les fréquences 1-3-5-7-9-11-13 à ces 7 sommets. Il y a $7! = 5040$ colorations possibles de la $(2, 7)$ -clique correspondant aux 5040 permutations.

Fusion de sommets

Supposons que nous cherchions une T -coloration avec 13 couleurs du graphe $G(V, E)$ et qu'il existe une $(4, 4)$ -clique C (respectivement une $(3, 5)$ -clique C et une $(2, 7)$ -clique C). Pour tout couple de sommets $(v_i, v_j) \notin E$ tels que $v_i \notin C$ et $v_j \in C$, si v_i est adjacent à tous les sommets $v_k \in C \setminus \{v_j\}$ avec $t_{ik} = 4$ (resp. $t_{ik} = 3$ et

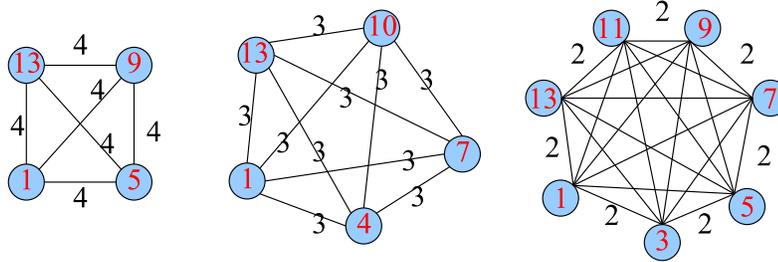


FIGURE 4.8 : Une (4,4)-clique, une (3,5)-clique et une (2,7)-clique

$t_{ik} = 2$), alors v_i et v_j sont de la même couleur et peuvent alors être fusionnés de la façon suivante : chaque voisin de v_i devient voisin de v_j avec la même pondération d'arête, puis v_i et ses arêtes adjacentes sont supprimés du graphe. En effet dans ce cas v_j et v_i ont la même couleur.

Proposition 4.9. *Fusion de sommets*

Soient un graphe $G(V, E)$ et un ensemble T définissant un problème de T -coloration avec 13 couleurs.

Si C est une (4,4)-clique (respectivement une (3,5)-clique ou une (2,7)-clique),

si $(v_i, v_j) \in V^2$ tels que $(v_i, v_j) \notin E$ et $v_i \notin C$ et $v_j \in C$,

si $\forall v_k \in C \setminus \{v_j\}$, $t_{ik} = 4$ (resp. $t_{ik} = 3$ ou $t_{ik} = 2$),

alors v_i et v_j ont la même couleur et le sommet v_i peut être fusionné avec le sommet v_j de telle façon que : $\forall v_k \in \Gamma(v_i)$, $t_{jk} = \max\{t_{jk}; t_{ik}\}$

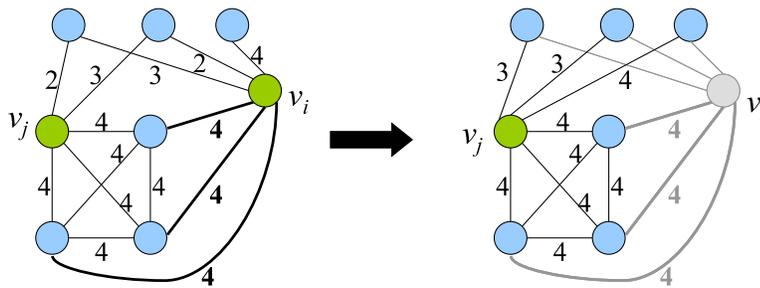


FIGURE 4.9 : Exemple de réduction par fusion de sommets

4.4.2 Réduction d'hypergraphe et notion de dominance

Pour évaluer la qualité de service d'une configuration de réseau, il est nécessaire d'évaluer le *SINR* de tous les points de service d'un bâtiment. Un point de service représentant une superficie d'un mètre carré, le nombre de points de service devient rapidement considérable on pour des bâtiments de grande taille. A chaque point de service correspond un certain nombre de contraintes binaires et une contrainte n-aire, donc plusieurs arêtes binaires et une arête n-aire lui sont associées.

Réduire le nombre de points de service signifie donc réduire le nombre d'arêtes de l'hypergraphe. Il est alors intéressant de réduire le nombre de points de service pour accélérer l'évaluation des contraintes. Nous présentons une notion de dominance entre points de service qui permet de sélectionner les points de service les plus difficiles à satisfaire et dont la satisfaction entraîne celle de tous les autres.

Définition 4.10. *Dominance de point de service*

Soit p_{st}^R la puissance du signal émis par l'AP s et reçu par le point de service t . s_t désigne l'AP serveur du point de service t .

Le point de service t **domine** le point de service t' si et seulement si :

Ils ont le même serveur : $s_t = s_{t'}$.

La puissance du serveur au point de service t est inférieure ou égale à la puissance du serveur au point de service t' : $p_{s_t t}^R \leq p_{s_{t'} t'}^R$.

Toutes les puissances issues des AP interférents s et reçues au point de service t sont supérieures ou égales aux puissances issues des AP interférents s et reçues au point de service t' : $\forall s \neq s_t, p_{st}^R \geq p_{s t'}^R$.

Une des inégalités précédentes est stricte : $\exists s \neq s_t, p_{st}^R > p_{s t'}^R$ ou $p_{s_t t}^R < p_{s_{t'} t'}^R$.

Proposition 4.10.

Si le point de service t domine le point de service t' alors :

$$SINR_t < SINR_{t'}$$

Démonstration.

Puisque $\forall s \neq s_t, p_{st}^R \geq p_{s t'}^R$ et sachant que γ est une fonction positive et que $s_t = s_{t'}$, alors quelque soit la solution \mathbf{f} , on a :

$$\sum_{s \neq s_t} p_{st}^R \gamma(|f_s - f_{s_t}|) \geq \sum_{s \neq s_t} p_{s t'}^R \gamma(|f_s - f_{s_{t'}}|)$$

et $\sum_{s \neq s_t} p_{st}^R \gamma(|f_s - f_{s_t}|) + p^B \geq \sum_{s \neq s_t} p_{st'}^R \gamma(|f_s - f_{s_t'}|) + p^B$

Comme $p_{s_t t}^R \leq p_{s_t' t'}^R$, on en déduit que :

$$\frac{p_{s_t t}^R}{\sum_{s \neq s_t} p_{st}^R \gamma(|f_s - f_{s_t}|) + p^B} \leq \frac{p_{s_t' t'}^R}{\sum_{s \neq s_t} p_{st'}^R \gamma(|f_s - f_{s_t'}|) + p^B}$$

L'inégalité est stricte puisque l'une des deux inégalités précédentes l'est. \square

Définition 4.11. *Pareto optimal*

Pour une population T de points de service, un point de service t est **Pareto optimal** si et seulement si il n'existe aucun point de service qui le domine :

$$\nexists t' \in T : t' \text{ domine } t$$

Proposition 4.11.

Soit une population T de points de service et T^* les points de service Pareto optimaux de T . Les problèmes de T -coloration d'hypergraphe construits par la procédure de la figure 4.5 à partir de T et de T^* sont identiques.

Démonstration.

Une solution satisfait un point de service si elle vérifie les contraintes créées par ce point de service lors de la procédure (figure 4.5). Les points de service Pareto optimaux de T sont les points de service les plus difficiles à satisfaire puisqu'ils sont non dominés. D'après la proposition 4.10, si une solution les satisfait alors cette solution satisfait également tous les points de service de T . \square

Sur un exemple d'un bâtiment de 8800 m^2 (donc de 8800 points de service) où l'on a installé 30 AP , nous avons 924 points de service Pareto optimal. Nous constatons que l'ordre de grandeur de la réduction est de 90%.

4.5 Optimisation utilisant la T -coloration

4.5 Optimisation utilisant la T -coloration

4.5.1 Catégories de problèmes

Dans ce chapitre nous avons jusqu'à présent traité le problème de planification de fréquences sous la forme d'un problème de satisfaction de contraintes de type CSP ;

c'est-à-dire un problème de décision. Il s'agit de répondre par oui ou non à la question : *"Existe-il une affectation de fréquences qui satisfasse toutes les contraintes ?"* En pratique, nous répondons généralement *"oui"* si notre algorithme a trouvé une telle solution et *"non"* (ou *"je ne sais pas"*) dans le cas contraire.

Dans les problèmes réels que nous avons rencontrés, il n'existe souvent pas de solutions réalisables. C'est-à-dire que l'on répond souvent *"non"* (ou *"je ne sais pas"*) à la question précédente ; il n'existe pas (ou nous ne trouvons pas) de solution qui satisfasse toutes les contraintes à la fois. Cependant, nous souhaitons tout de même obtenir une solution, la moins non réalisable possible c'est-à-dire qui violent *"le moins possible"* les contraintes. Nous pouvons alors supprimer des contraintes que l'on juge moins importantes et rester dans le contexte d'un problème *CSP*. Nous pouvons aussi transformer le problème de décision en un problème d'optimisation et c'est ce qui nous intéresse dans ce paragraphe. Dans ce cas, l'approche la plus classique est d'associer à chaque contrainte non satisfaite une pénalité et de rechercher une solution qui minimise la somme des pénalités. Il existe un grand nombre de façons de relâcher ces contraintes.

Remarque :

La façon de relâcher dépend beaucoup du contexte applicatif du problème et correspond à une nouvelle modélisation du problème : deux problèmes équivalents de satisfaction de contraintes ne vont certainement pas être équivalents une fois relâchés. Contrairement aux problèmes de décision, où l'on conserve seulement les contraintes les plus dures, car on est dans une optique de tout ou rien, il est souvent nécessaire dans le cas de problème de minimisation de pénalités de garder l'ensemble des contraintes pour que la fonction de coût rende compte de la granularité des contraintes.

Nous présentons maintenant un exemple de nouvelle modélisation et quelques résultats préliminaires pour intégrer la *T*-coloration de graphe et d'hypergraphe dans l'application *WIFIOPT* qui traite globalement le problème de planification de réseau *802.11*.

Pour les problèmes de *T*-coloration il y a deux critères de nature différente pour évaluer une solution : le critère du nombre de couleurs utilisées par une solution et le critère des écarts de couleurs à respecter par une solution. La table 4.5.1 présente quatre problèmes différents selon que l'on considère les critères en contraintes ou en objectifs.

Le problème 4 est le problème de *CSP* présenté jusqu'à présent dans ce chapitre. Dans le contexte de planification de réseau *WLAN*, le nombre de canaux de fréquence est fixé par les normes *IEEE 802.11* ; c'est une contrainte que l'on ne peut pas

		critère du nombre de couleurs = k	
		objectif	contrainte
critère des écarts	objectif	Problème 1 : multiobjectif	Problème 2 : déterminer une coloration avec k couleurs qui minimise les violations d'écarts de couleur T
	de couleurs (T)	contrainte	Problème 3 : déterminer une T -coloration de G avec un nombre de couleur minimum. Problème 4 : problème de décision CSP : existe-t-il une T -coloration de G avec k couleurs?

TABLE 4.2 : Les quatre problèmes de T -coloration.

relâcher. C'est donc le problème 2 qui nous intéresse dans ce paragraphe. Le problème 3 est aussi très étudié notamment dans les systèmes de communications militaires où il est nécessaire de dimensionner le plan de fréquence en utilisant le moins de spectre possible du fait des interférences entre réseaux déployés sur le terrain. C'est le cas par exemple des travaux référant les problèmes du *CELAR* [Dupont *et al.*, 2005] [Devarenne *et al.*, 2008].

4.5.2 Exemple d'optimisation utilisant les contraintes de T -coloration

Nous nous intéressons donc au problème d'optimisation de type 2 : minimiser les violations d'écarts de couleur T . Il existe de nombreuses façons d'affecter les pénalités aux contraintes non satisfaites. Dans l'exemple que l'on présente ici, nous choisissons de **minimiser le nombre de clients non satisfaits**. Nous appelons *points de service* les zones du bâtiment à couvrir. A chaque point de service t , $t \in T$ correspond un nombre κ_t de clients, ce sera nos pénalités. Pour obtenir le débit réel demandé par les clients d'un point de service t , il est nécessaire de satisfaire un groupe de contraintes $G_t = \{C_{t_1}, \dots, C_{t_n}\}$ où les C_j sont des contraintes d'écarts de fréquences entre AP . Soit $\mathbf{f} = (f_s)_{s \in S^O}$ une solution du problème d'allocation de fréquences qui alloue la fréquence f_s à l' AP s .

La formulation de problème de minimisation du nombre de clients non satisfaits est :

$$\text{trouver } \mathbf{f} \text{ qui minimise } \sum_t \kappa_t \left(1 - \prod_{C_j \in G_t} \delta_{C_j} \right) \quad (4.13)$$

$$\text{avec } \delta_{C_j} = \begin{cases} 1 & \text{si la contrainte } C_j \text{ est respectée par la solution } \mathbf{f} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Dans ce cas il suffit qu'une seule contrainte du groupe soit non satisfaite pour que les clients du point de service soient non satisfaits.

On n'a pas précisé le type de contraintes utilisé ici. Cela peut être des contraintes de niveau de *SINR*, des contraintes binaires (*T*-coloration de graphe) ou des contraintes *n*-aires linéaires (*T*-coloration d'hypergraphe). Ces contraintes sont issues des algorithmes présentés aux figures 4.4 et 4.5.

Nous avons validé cette approche en testant sur un benchmark de 7 instances le problème d'optimisation de *T*-coloration d'hypergraphe. Différents types d'algorithmes (plusieurs Recherches Tabou et algorithmes évolutionnaires) ont été testés. Le benchmark et les résultats sont accessibles sur le site :

http://alexandre.gondran.free.fr/benchmaks/hypergraph_T-coloring

La table 4.3 présente les résultats des 7 instances de problèmes. Pour chaque instance (pb *n*^o) nous indiquons le nombre d'*AP* installés sur le réseau (nb. *AP*), le nombre total de contraintes (nb. contraintes), le nombre de points de service (nb. pts service), le nombre total de clients (nb. clients) et la durée d'optimisation en seconde (durée d'optim.), elle correspond au critère d'arrêt des algorithmes. Les exécutions ont été réalisées sur un Pentium 4 de 3.2 *GHz*. Plusieurs méthodes de Recherche Tabou et d'algorithmes évolutionnaires ont été développées et nous présentons les résultats des deux meilleurs algorithmes de chaque catégorie. La fonction de coût pour les deux métaheuristiques est donnée par l'équation (4.13) et correspond au nombre de clients non satisfaits. Pour chaque instance du problème, l'algorithme est exécuté 5 fois et nous indiquons dans la colonne *moy.*, la moyenne des fonctions de coût finales des 5 exécutions et dans la colonne *meill.*, la meilleure des fonctions de coût des 5 exécutions.

Les instances des problèmes ont été créées en suivant la procédure décrite à la figure 4.5 et à partir de bâtiments réels en utilisant le modèle de propagation d'*Orange Labs*, à l'exception de l'instance 7. Dans ces premiers résultats il est difficile de déterminer laquelle des deux méthodes, la Recherche Tabou et l'algorithme évolutionnaire, fournit les meilleurs résultats.

D'autre part nous avons évalué l'intérêt de la modélisation par *T*-coloration d'hypergraphe par rapport à la *T*-coloration de graphe en réalisant une série de tests dont les résultats sont présentés dans la table 4.4. Chaque ligne du tableau caractérise un réseau test : ID indique le numéro identifiant le réseau test, n^S et n^T indiquent respectivement le nombre d'*AP* installés et le nombre de points de service considérés sur le réseau test, *SINR* donne le seuil de *SINR* à respecter pour l'ensemble des n^T points de service.

	nb. <i>AP</i>	nb. contraintes	nb. pts service	nb. clients	durée d'optim.	Recherche Tabou		Algorithme Evolution.	
						<i>moy.</i>	<i>meill.</i>	<i>moy.</i>	<i>meill.</i>
pb 1	9	174	192	66.6	10	0	0	0	0
pb 2	9	333	896	247.3	60	30.32	25.3	30.62	28.1
pb 3	40	663	690	119.5	180	0	0	0	0
pb 4	40	1935	3522	578.8	180	79.74	72.6	75.24	71.3
pb 5	40	2151	4863	690.7	300	194.14	180.3	185.82	175.8
pb 6	25	1318	3069	554.2	300	42.08	35.7	41.7	37.3
pb 7	100	4834	4834	577.7	300	36.18	22.2	35.54	21.6

TABLE 4.3 : *Resultats des 7 instances du benchmark pour une Recherche Tabou et un algorithme évolutionnaire.*

A partir de n^T contraintes de *SINR* nous avons construit les problèmes de *T*-coloration de graphe et d'hypergraphe associés. Le problème de *T*-coloration de graphe (respectivement de *T*-coloration d'hypergraphe) tente de minimiser le nombre de contraintes binaires (respectivement de contraintes n-aires linéaires) en utilisant l'algorithme multi-start d'amélioration du plan de fréquence décrit au chapitre 3 partie 3.3.1. Le nombre de multi-start est donné par la valeur de *it.*. Les solutions initiales de tous les multi-start sont identiques pour les deux problèmes de *T*-coloration de graphe et d'hypergraphe. La durée de l'algorithme est indiquée en seconde dans la colonne *durée(s)*. Cette durée est toujours plus longue pour la modélisation par hypergraphe puisque celle-ci compte toujours plus de contraintes à évaluer que la modélisation par graphe ce qui prend un peu plus de temps *CPU*. La valeur f_0 indique le nombre de contraintes *SINR* non respectées à la fin de l'algorithme multi-start.

Les résultats numériques, publiés à la conférence *PIMRC'08*, confirment expérimentalement ce que nous avons déjà montré théoriquement : même une bonne modélisation en *T*-coloration de graphe ne permet pas de tenir compte des interférences multiples. La *T*-coloration d'hypergraphe complète la modélisation du problème tout en étant quasi-équivalente avec le problème initial. Dans le tableau 4.4, la *T*-coloration d'hypergraphe a permis de trouver à 9 reprises un résultat meilleur qu'en *T*-coloration de graphe, pour seulement 3 dans le cas contraire. L'exploration de voisinage dans l'hypergraphe permet donc de trouver de meilleurs minima locaux que dans le graphe.

4.5.3 Type de voisinage utilisant la *T*-coloration

Il est donc intéressant d'intégrer la modélisation de *T*-coloration d'hypergraphe dans l'optimisation globale et plus précisément dans l'algorithme à type de voisi-

Tests	T -coloration de graphe		T -coloration d'hypergraphe	
	$durée(s)$	f_0	$durée(s)$	f_0
ID- $n^S/n^T/SINR/it.$				
1-9/3024/4/100	0.5	0	2.5	0
2-9/3024/16/1000	9	21	59	32
3-9/3024/22/1000	10	212	54	212
4-9/3024/24/1000	10	292	56	292
5-9/3024/30/1000	10	967	59	967
6-15/3024/4/100	2	5	13	0
7-15/3024/16/1000	37.7	242	146	218
8-15/3024/22/1000	39	798	136	798
9-15/3024/24/1000	41	1116	149	1116
10-15/3024/30/1000	43	1600	136	1584
11-30/7728/4/100	37	6	108	4
12-30/7728/16/200	95.6	361	393	351
13-30/7728/22/100	45	804	180	735
14-30/7728/24/100	157	1030	668	1041
15-30/7728/30/100	45	1865	188	1865
16-40/7728/4/100	85.7	13	192	0
17-40/7728/16/100	146	336	421	356
18-40/7728/22/100	137	862	428	833
19-40/7728/24/100	142	1123	428	1123
20-40/7728/30/100	149	2056	415	2011

TABLE 4.4 : Resultats des tests : la meilleure solution est indiquée en gris

nage aléatoire présenté au chapitre 3. Il suffit pour cela de créer un nouveau type de voisinage. Concernant les fréquences, nous avons déjà défini un voisinage fréquentiel au chapitre 3 paragraphe 3.3.2 utilisant un algorithme multi-start d'amélioration du plan de fréquences. Le nouveau voisinage à développer, appelé voisinage de T -coloration, doit commencer par créer les contraintes n -aire linéaires grâce à l'algorithme de la figure 4.5 puis à minimiser le nombre de clients non satisfaits (formulation 4.13) en appliquant à l'hypergraphe un algorithme de descente simple avec multi-start aléatoire.

4.6 Conclusion

4.6 Conclusion

En analysant le fonctionnement des réseaux locaux sans fil *IEEE 802.11* et les protocoles d'accès au canal, nous avons proposé une procédure qui modélise le problème d'affectation de fréquences en un problème bien connu de T -coloration de graphe. Cette transformation est fondée sur des seuils de $SINR$ à respecter. La procédure fixe dynamiquement ces seuils, afin de satisfaire les demandes en débit du réseau. Cette procédure peut être utilisée par toutes applications fondées sur le calcul du $SINR$.

Comme le problème de T -coloration de graphe ne permet d'exprimer que les interférences binaires, nous avons généralisé sa définition pour rendre compte des interférences multiples. Nous avons pour cela introduit une nouvelle classe de problème, la T -coloration d'hypergraphe. L'intérêt du passage à l'hypergraphe a été confirmé numériquement par des tests, pour lesquels la T -coloration d'hypergraphe a donné de bien meilleurs résultats que la T -coloration de graphe.

Nous avons montré dans la proposition 4.2 (respectivement la proposition 4.6) que la T -coloration de graphe (respectivement la T -coloration d'hypergraphe) est équivalente au problème d'allocation de fréquences sous certaines conditions restrictives et que la T -coloration d'hypergraphe est toujours une très bonne approximation dans le cas général.

Par ailleurs, des règles de réduction de la taille des graphes et des hypergraphes ont été proposées dans le contexte de la norme *IEEE 802.11*, et peuvent être généralisées à d'autres technologies de radiocommunications. Quelques applications sur des réseaux tests ont montré que cela pouvait réduire très fortement le nombre de calcul à réaliser, parfois jusqu'à 90% de réduction sur le nombre de points de service à considérer.

Nous avons aussi montré comment transformer le problème de décision en un problème d'optimisation de T -coloration de graphe et d'hypergraphe. Cette reformulation du problème peut être intégrée à l'optimisation présentée au chapitre précédent (*WIFI OPT*) et en améliorer les performances en utilisant des algorithmes adaptés.

Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons montré qu'il est possible de réaliser une modélisation et une optimisation du problème de planification des réseaux *WLAN* en abordant simultanément les problèmes de placement et de paramétrage des émetteurs et d'affectation des fréquences. Notre travail est fondé sur une estimation fine de la qualité de service utilisant le calcul complet du *SINR* en tous les points du réseau.

Jusqu'alors, le problème du placement des émetteurs habituellement nommé *ACP* pour *Automatic Cell Planning* et le problème d'allocation des fréquences nommé *AFP* pour *Automatic Frequency Planning* étaient traités en séquence de part leur complexité de modélisation et leur nature combinatoire. Le problème de planification des *WLAN* se modélisait par un problème de couverture avec ou sans capacité auquel des critères concernant les interférences étaient ajoutées. Une fois les émetteurs fixés, le problème d'allocation de fréquences était optimisé selon de nouveaux critères d'interférences. Cette séparation des problèmes menait à des solutions sous-optimales car la gestion des interférences est justement l'aspect difficile du problème. En effet ce problème se distingue des problèmes de couverture car il est non conservatif en qualité, c'est-à-dire que l'ajout d'un nouvel émetteur peut dégrader la qualité globale d'un réseau. Les rares travaux qui intègrent l'allocation de fréquences simultanément avec le placement des émetteurs restent dans une logique d'agrégation de critères ce qui ne permet pas d'avoir une vision unifiée du problème. Par ailleurs, la taille des instances de problèmes traitées dans la littérature restait faible, de l'ordre de la dizaine d'émetteurs et le passage à une planification à grande échelle se faisait au prix d'une dégradation significative de la qualité des modèles.

Le travail que nous avons réalisé a été possible grâce à une analyse détaillée du fonctionnement des *WLAN* qui nous a permis d'identifier le débit réel comme le critère unifiant les différentes caractéristiques de qualité de service : couverture, interférences et capacité. Cette modélisation, basée sur le calcul du débit réel, permet de supprimer toute pondération relative entre les anciens critères de qualité de service. Le calcul du débit réel nécessite de traiter simultanément les problèmes de positionnement des émetteurs et d'allocation des fréquences. C'est à la fois une

contrainte pour le problème d'optimisation, mais c'est aussi la condition qui permet cette synthèse. De plus, notre modèle de planification de réseaux *WLAN* permet d'optimiser tous les paramètres liés aux points d'accès : type d'antenne, azimut et puissance d'émission. Il intègre aussi des zones de priorité traduisant l'importance relative des différentes régions de l'espace à couvrir. Enfin, l'usage du débit réel permet d'exprimer naturellement et simplement les besoins des clients du réseau. Il suffit de spécifier la carte des débits (ou des services) souhaités et la répartition des clients dans le bâtiment. Notre modèle minimise l'écart entre le débit souhaité par les clients du réseau et le débit que le réseau leur fournit réellement. Notre modèle calcule également le coût économique du réseau qui inclut l'achat du matériel, son installation et son raccordement au réseau filaire et l'agrège à la fonction à minimiser. La contrainte de notre problème est de fournir au moins à tous les clients du réseau un débit minimal. On s'interdit également de couvrir certaines zones intérieures ou extérieures au bâtiment pour des raisons de confidentialité ou de sécurité. Enfin, un réseau initial existant et nombre maximum d'émetteurs peut également être imposé.

Pour optimiser les problèmes de planification de réseaux sans fil, nous avons proposé deux nouvelles stratégies :

- Une stratégie globale qui optimise simultanément le placement des émetteurs et l'affectation des fréquences et utilise les 13 canaux de fréquences autorisés en France pour la norme *802.11g*. Cette méthode est complexe par certains calculs effectués mais elle explore toutes les ressources disponibles pour la planification.
- Une stratégie séquentielle qui tient compte lors du placement des émetteurs d'un brouillage moyen entre eux, puis qui résout le problème *AFP* pour les sites sélectionnés en utilisant la même fonction d'évaluation que pour le problème *ACP*. Cette fonction d'évaluation, basée sur le calcul du débit réel en chaque point de service, utilise à la fois les variables de placement sur les sites et les fréquences.

Nous avons comparé ces stratégies avec deux stratégies usuelles d'optimisation, l'une purement séquentielle qui enchaîne l'*ACP* et *AFP* et qui pénalise tout recouvrement de cellules lors de l'*ACP*, et l'autre qui traite l'*ACP* et l'*AFP* simultanément mais seulement avec des canaux de fréquences disjoints. Cette étude nous a montré que notre optimisation globale donne les meilleurs résultats et que l'optimisation séquentielle avec brouillage moyen donne souvent des résultats très proches de l'approche globale et s'est avérée beaucoup plus performante que les méthodes séquentielles usuelles. Ces stratégies d'optimisation globale et d'optimisation séquentielle à brouillage moyen sont a priori généralisables à tous les problèmes de planification de réseaux de radiocommunications tels le *GSM*, le *GPRS*, l'*UMTS*...

Nos solutions ont donné lieu à des collaborations et partenariats industriels.

D'une part, l'application *WIFIOPT*, développé pour *Orange Labs*, utilise l'optimisation globale. Elle permet de proposer aux entreprises des solutions sans fil de haute qualité de service. D'autre part, notre optimisation séquentielle avec brouillage moyen est utilisée par la start-up *TRINAPS* pour proposer des solutions de réseau à ses clients.

Notons enfin, que les deux nouvelles stratégies permettent de prendre en compte diverses notions de Qualité de Service, notamment certains problèmes de sécurité et de gestion du handover. En effet, lorsque l'on ne souhaite pas couvrir certaines zones pour des raisons de sécurité, l'usage d'antennes directionnelles devient très pratique et apporte des solutions adaptées. Par ailleurs, sachant que les technologies permettant la mobilité dans les *WLAN* sont en plein développement, l'indicateur géométrique que l'on propose évalue la forme des cellules et apporte une solution efficace pour limiter le nombre de changement de cellules lors d'un déplacement.

Du point de vue du traitement de la combinatoire du problème de planification de réseau *WLAN*, nous avons géré deux classes de variables de décision : les variables concernant les configurations d'AP (site, type d'antenne, azimut, puissance d'émission) et les variables concernant l'affectation de fréquence (canal). Cela nous a conduit à construire plusieurs types de voisinage selon qu'ils concernent les variables de configuration, les variables de fréquences ou les deux. Etant donné la taille des problèmes que l'on souhaite résoudre, nous nous sommes orienté vers des algorithmes de recherche locale et avons développé une heuristique nouvelle dite à *Voisinages Variables Aléatoires (VVA)* qui, à chaque itération de cette recherche locale, choisit au hasard le type de voisinage parmi un ensemble des possibles. Etant donné qu'un minimum local est relatif au voisinage, c'est-à-dire qu'il n'est pas forcément le minimum pour un autre voisinage, il est intéressant d'alterner la recherche dans les différents voisinages. De plus, des heuristiques différentes définissent les règles d'exploration de chacun des voisinages. Certaines de ces heuristiques permettent la dégradation de la solution courante, d'autres intensifient autour de cette solution. Un algorithme glouton aléatoire permet de construire la solution initiale de notre recherche locale.

En ce qui concerne les performances, notre algorithme réalise une planification globale de réseaux réels comptant une trentaine d'émetteurs en quelques minutes seulement. Les cas pratiques étudiés dans la littérature ne traitent que de petits réseaux ne comptant qu'une dizaine d'émetteurs. A priori cet algorithme peut planifier des réseaux de plus grande taille de plusieurs centaines d'émetteurs. Au final c'est un algorithme très modulaire qui a prouvé par les résultats qu'il permet facilement de combiner les deux sous problèmes (placement et affectation). Cette heuristique n'est pas propre à notre problème et peut être considérée comme un mécanisme général d'optimisation.

Dans le quatrième chapitre, nous avons réalisé un approfondissement théorique du problème d'affectation de fréquences dans les réseaux locaux sans fil. Nous avons

proposé une procédure qui modélise le problème d'affectation de fréquences en un problème bien connu de T -coloration de graphe. Cette procédure fixe dynamiquement des seuils de $SINR$ à respecter afin de satisfaire les demandes en débit du réseau. Les écarts de fréquence entre émetteurs sont déterminés au plus juste en fonction de ce seuil de $SINR$. Cette procédure peut être utilisée par toutes les applications fondées sur le calcul du $SINR$.

Comme le problème de T -coloration de graphe ne permet d'exprimer que des interférences binaires, nous avons généralisé sa définition pour rendre compte des interférences multiples. Nous avons introduit une nouvelle classe de problème, la T -coloration d'hypergraphe. L'intérêt du passage à l'hypergraphe a été confirmé numériquement par des tests, pour lesquels la T -coloration d'hypergraphe a donné de bien meilleurs résultats que la T -coloration de graphe. Nous avons montré dans la proposition 4.2 (respectivement dans la proposition 4.6) que la T -coloration de graphe (respectivement d'hypergraphe) est équivalente au problème d'allocation de fréquences sous certaines conditions restrictives et que la T -coloration d'hypergraphe est toujours une très bonne approximation dans le cas général.

Par ailleurs, des règles de réduction de la taille des graphes et des hypergraphes sont proposées pour les problèmes de T -coloration dans le contexte de la norme *IEEE 802.11*. Elles peuvent aussi être généralisées à d'autres technologies de radiocommunications. Réduire la taille des graphes et des hypergraphes permet de réduire le nombre de contraintes et de variables d'une instance et par conséquent accélère considérablement l'évaluation des solutions et la recherche des optima. Nous avons aussi montré comment transformer le problème de décision en un problème d'optimisation de T -coloration de graphe et d'hypergraphe. Cette reformulation du problème peut facilement être intégrée à l'application *WIFIOPT* par l'ajout d'un voisinage supplémentaire à l'algorithme *VVA*.

Pour résumer, nos travaux sur la planification de réseaux locaux sans fil ont permis des apports théoriques par le développement de nouveaux modèles, la T -coloration d'hypergraphe et le modèle basé sur le calcul du débit, et par la mise au point de nouveaux algorithmes via l'heuristique à Voisinages Variables Aléatoires. Ils ont aussi donné des résultats pratiques avec le développement d'applications intégrées dans deux environnements de planification. Nous présentons maintenant quelques perspectives aussi bien sur le plan du modèle que sur le plan algorithmique.

Nos travaux en cours portent sur l'approfondissement du modèle de débit afin de tenir compte de façon plus juste des services symétriques, à la fois montant et descendant, comme la téléphonie-*IP* ou la visioconférence, et ainsi de rendre compte de l'impact des liens montants sur la capacité des émetteurs. De plus, pour anticiper l'arrivée de la mobilité dans les *WLAN*, nous étudions des modèles d'association dynamique qui permettrait comme en *UMTS* à un client de s'associer avec plusieurs émetteurs à la fois.

Dans un autre domaine, mais toujours sur la modélisation, des études sont actuellement menées en collaboration avec l'université de Cardiff sur les réseaux mixtes utilisant plusieurs technologies à la fois comme le 802.16 (WIMAX, acronyme pour *Worldwide Interoperability for Microwave Access*) et 802.11 (*Wi-Fi*) ou plusieurs normes simultanément comme le 802.11g et le 802.11a. Ces hybridations de technologies permettent d'augmenter les ressources radio en multipliant les canaux de fréquences disponibles. C'est un enjeu très prometteur pour les années à venir pour lequel il n'existe pas encore de modélisation adaptée.

Pour les modèles théoriques que nous avons proposés, il serait intéressant de modéliser en T -coloration d'hypergraphe d'autres problèmes d'allocation de ressources avec contraintes n -aires. De plus, la procédure de transformation de la modélisation présentée au chapitre 4 est directement réutilisable pour tous les problèmes basés sur le calcul du $SINR$. La réutilisation dans le contexte du *GSM* et de l'*UMTS* est quasi immédiate.

Sur le plan algorithmique, l'heuristique à Voisinages Variables Aléatoires ouvre le champ à de très nombreux et nouveaux algorithmes. Il serait nécessaire d'en faire un approfondissement théorique et de la comparer avec les autres heuristiques de la littérature comme la Recherche Tabou, le recuit simulé, les algorithmes génétiques... De plus il est intéressant d'étudier comment gérer les hybridations avec ces metaheuristiques en s'inspirant des hyper-heuristiques. Une autre perspective est de développer des algorithmes performants pour la T -coloration d'hypergraphe, notamment en approfondissant et en généralisant les algorithmes de T -coloration de graphe [Dorne & Hao, 1998]. Quelques travaux sur de tels algorithmes sont en cours de développement.

Concernant la validité de nos résultats, nous menons actuellement des études sur la robustesse de la solution trouvée par notre algorithme à Voisinages Variables Aléatoires. En faisant varier la demande offerte au réseau, nous testons la capacité du réseau à maintenir une certaine qualité de service. De même, en faisant varier aléatoirement les valeurs de puissances des signaux reçus par les clients, nous testons la capacité du réseau à résister aux fluctuations très réelles liées aux changements d'environnement : portes ouvertes, déplacement de meuble, forte densité de personnes dans les locaux, humidité de l'air...

Toujours en terme de validité, l'aspect sensible de l'optimisation séquentielle avec brouillage moyen est la définition préalable du coefficient gamma. Il est donc envisageable de considérer plusieurs valeurs de gamma selon les zones du bâtiment ou de le faire évoluer au cours de l'optimisation en fonction de la densité des émetteurs. Il est également possible d'itérer plusieurs fois consécutives le problème de placement avec brouillage moyen et le problème d'allocation de fréquences. Le facteur de protection moyen de chaque itération est déterminé grâce à la solution du problème d'allocation de fréquences de l'itération précédente ; il évolue ainsi à chaque itération. Ces

propositions font parties des perspectives immédiates de notre travail.

Sur le plan des calculs de puissance, notre optimisation est basée sur le calcul préalable des zones de couvertures à l'aide d'un modèle de propagation d'ondes radio fourni par *Orange Labs*. Il serait intéressant de pouvoir utiliser notre module d'optimisation avec le modèle de propagation *MR-FDPF* du *CITI* de l'*INSA* de Lyon afin de vérifier la robustesse des solutions produites. En effet ce modèle est très rapide et permettrait d'envisager d'intégrer le calcul de la propagation à l'optimisation et ainsi d'améliorer probablement la précision des calculs de débit de la solution fournie.

Publications

Revue internationale

Gondran A., Caminada A., Fondrevelle J., Baala O., *Wireless LAN planning : a didactical model to optimise the cost and effective payback*, International Journal of Mobile Network Design and Innovation (IJMNDI), Inderscience, vol. 2, no. 2, pp.13-25, 2007.

Conférences internationales avec actes

Gondran A., Baala O., Caminada A., Mabed H, *Hypergraph T-Coloring for Automatic Frequency Planning problem in Wireless LAN*, 19th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications 2008 (PIMRC 2008), Cannes, France, September 15-18, 2008.

Gondran A., Baala O., Caminada A., Mabed H, *Interference Management in IEEE 802.11 Frequency Assignment*, 67th IEEE Vehicular Technology Conference Spring 2008 (VTC 2008), pp. 2238-2242, Singapore, May 11-14, 2008.

Gondran A., Baala O., Caminada A., Mabed H, *3-D BSS Geometric Indicator for WLAN Planning*, 15th International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM 2007), pp.1-5, Split, Croatia, September 27-29, 2007.

Gondran A., Baala O., Caminada A., Mabed H, *Joint Optimization of Access Point Placement and Frequency Assignment in WLAN*, 3rd IEEE/IFIP International Conference in Central Asia on Internet (ICI 2007), pp. 1-5, Tashkent, Uzbekistan, September 26-28, 2007.

Autres Conférences

Avec actes et comité de sélection

Gondran A., Caminada A., Baala O., *Interferences multiples et coloration d'hypergraphes*, 10ième congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF 2008), pp. 213-214, Clermont-Ferrand, France, February 25-27, 2008.

Gondran A., Caminada A., Baala O., *Analyse de capacité par niveau de débit pour gérer la qualité de service d'un réseau 802.11*, Journées Doctorales en Informatique et Réseaux (JDIR'08), pp. 37-46, Villeneuve d'Ascq, France, January 16-18, 2008.

Gondran A., Baala O., Fondrevelle J., Caminada A., *Un modèle discret de planification des réseaux WLAN*, 9e congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF 2007), pp. 215-216, Grenoble, France, February 20-23, 2007.

Avec comité de sélection

Gondran A., Fondrevelle J., Baala O., Caminada A., *Modélisation du problème théorique de planification WLAN par fonctions d'ensembles*, META 2006, Hammamet, Tunisie, November 4-6, 2006.

Séminaires et autres communications

Gondran A., *Modélisation et optimisation de réseaux locaux sans fil*, Séminaire du laboratoire CITI, SimCITI, INSA de Lyon, France, October 16, 2008.

Gondran A., Caminada A., Baala O., Mabed H., *Joint Optimization of Access Point Placement and Frequency Assignment in WLAN*, Journées ResCom organisées par le Groupe de Recherche Architecture, Systèmes et Réseaux, ENSEEIHT/IRIT, Toulouse, France, September 20-21, 2007.

Gondran A., Baala O., Caminada A., *Problèmes intriqués en planification de réseaux WLAN*, Réunion Réseau Grand Est (RGE), organisées par le Groupe de Recherche Architecture Systèmes et Réseaux, Montbeliard, France, June 7, 2007.

Gondran A., *Optimisation automatique du design des reseaux WIFI*, Rencontre CITI/SeT, Lyon, France, February 12, 2007.

Gondran A., *Nouveau modele de calcul du SINR pour les reseaux WIFI*, Journees ResCom, ENST, Paris, organisees par le Groupe de Recherche Architecture, Systemes et Reseaux, September 25-26 2006.

Bibliographie

- [Aguado-Agelet *et al.*, 2002] Aguado-Agelet, F., Varela, A.M.M., Alvarez-Vázquez, L.J., Hernando, J.M., & Formella, A. 2002. Optimization methods for optimal transmitter locations in a mobile wireless system. *51*(6), 1316–1321.
- [Allio, 2007] Allio, S. 2007 (January). *Méthodes avancées pour une ingénierie WLAN multi-standards*. Ph.D. thesis, INSA Rennes, France.
- [Amaldi *et al.*, 2004a] Amaldi, E., Capone, A., Cesana, M., & Malucelli, F. 2004a. Optimizing WLAN Radio Coverage. *IEEE Int. Conf. on Communications*, **1**, 180–184.
- [Amaldi *et al.*, 2004b] Amaldi, E., Capone, A., Cesana, M., Malucelli, F., & Palazzo, F. 2004b (May). WLAN Coverage Planning : Optimization Models and Algorithms. *In : IEEE Vehicular Technology Conference 2004*.
- [Anderson & McGeehan, 1994] Anderson, H.R., & McGeehan, J.P. 1994. Optimizing microcell base station locations using simulated annealing techniques. *Pages 858–862 of : Vehicular Technology Conference, VTC'1994*, vol. 2.
- [Baala *et al.*, 2007] Baala, O., Caminada, A., Fondrevelle, J., & Gondran, A. 2007 (April). *Optimisation de réseaux WIFI - Architecture Logicielle et Spécification Techniques*. Tech. rept. SeT, UTBM, Belfort, France.
- [Bahri *et al.*, 2005] Bahri, A., , & Chamberland, S. 2005. On the wireless local area network design problem with performance guarantees. *Computer Networks*, **48**(6), 856–866.
- [Battiti *et al.*, 2003] Battiti, R., Brunato, M., & Delai, A. 2003. *Optimal wireless access point placement for location-dependent services*. Tech. rept. Technical Report DIT-03-052, Università di Trento, Italy.
- [Bianchi, 2000] Bianchi, G. 2000. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, **18**(3), 535–547.
- [Bosio *et al.*, 2007] Bosio, S., Capone, A., & Cesana, M. 2007. Radio planning of wireless local area networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, **15**(6), 1414–1427.

- [Burke *et al.*, 2003] Burke, E., Hart, E., Kendall, G., Newall, J., Hart, E., Ross, P., & Schulenburg, S. 2003. *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer. Chap. 16 - Hyper-Heuristics : An Emerging Direction in Modern Search Technology search, pages 457–474.
- [Burton, 2002] Burton, M. 2002 (November). *Channel Overlap Calculations for 802.11b Networks*. White Paper. Cirond Technologies Inc.
- [Cali *et al.*, 2000] Cali, F., Conti, M., & Gregori, E. 2000. Dynamic IEEE 802.11 : Design, Modeling and Performance Evaluation. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **18**(9), 1774–1786.
- [Chaigneaud *et al.*, 2001] Chaigneaud, L., Guillet, V., & Vauzelle, R. 2001 (October). A 3D ray-tracing tool for broadband wireless systems. *Pages 2043–2047 of : 54th IEEE Vehicular Technology Conference, VTC 2001*, vol. 4.
- [Chaudet, 2004] Chaudet, C. 2004 (September). *Autour de la réservation de bande passante dans les réseaux ad hoc*. Ph.D. thesis, INSA Lyon, France.
- [De La Roche *et al.*, 2006] De La Roche, G., Rebeyrotte, R., Jaffrès-Runser, K., & Gorce, J.-M. 2006 (June). A QoS-based FAP criterion for Indoor 802.11 wireless LAN optimization. *Pages 5676–5681 of : IEEE International Conference on Communications (ICC2006)*, vol. 12.
- [Devarenne, 2007] Devarenne, I. 2007 (Novembre). *Études en recherche locale adaptative pour l’optimisation combinatoire*. Ph.D. thesis, Université de Technologie de Belfort Montbéliard, France.
- [Devarenne *et al.*, 2008] Devarenne, I., Mabed, H., & Caminada, A. 2008. Intelligent neighborhood exploration in local search heuristics. *International Journal on Tools with Artificial Intelligence*.
- [Dorne & Hao, 1998] Dorne, R., & Hao, J.-K. 1998. Tabu Search for graph coloring, T -coloring and Set T -colorings. *Chap. 3, pages 33–48 of : S. Voss, S. Martello, I.H. Osman, & Roucairol, C. (eds), Meta-heuristics : Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*. Kluwer.
- [Doufexi *et al.*, 2003] Doufexi, A., Armour, S., Beng-Sin, L., Nix, A., & Bull, D. 2003 (May). An evaluation of the performance of IEEE 802.11a and 802.11g wireless local area networks in a corporate office environment. *Pages 1196–1200 of : IEEE International Conference on Communications, ICC’03*, vol. 2.
- [Duda, 2008] Duda, A. 2008 (September). Understanding the Performance of 802.11 Networks. *In : IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC’08*.
- [Dupont *et al.*, 2005] Dupont, A., Vasquez, M., & Habet, D. 2005. Consistent Neighbourhood in a Tabu search. *Workshop on Combination of Metaheuristic and Local Search with Constraint Programming techniques, University of Nantes, France*.

- [Eisenblätter *et al.*, 2007] Eisenblätter, A., Geerdes, H.-F., & Siomina, I. 2007 (June). Integrated access point placement and channel assignment for Wireless LANs in an indoor office environment. *Pages 1–10 of : IEEE International Symposium on a World of Wireless, Mobile and Multimedia Networks, WoWMoM 2007.*
- [Fortune *et al.*, 1995] Fortune, S.J., , Gay, D.M., Kernighan, B.W., Landron, O., Valenzuela, R.A., & Wright, M.H. 1995. WISE Design of Indoor Wireless Systems : Practical Computation and Optimization. *IEEE Computing in Science and Engineering*, **2**(1), 58–68.
- [Friis, 1946] Friis, H.T. 1946. A Note on a Simple Transmission Formula. *Proceedings of the IRE*, **34**(5), 254–256.
- [Glaß er *et al.*, 2005] Glaß er, C., Reith, S., & Vollmer, H. 2005. The complexity of base station positioning in cellular networks. *Discrete Applied Mathematics*, **148**(1), 1–12.
- [Gondran *et al.*, 2007a] Gondran, A., Baala, O., Caminada, A., & Mabed, H. 2007a (September 27-29). 3-D BSS Geometric Indicator for WLAN Planning. *In : Proceedings of 15th International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks, SoftCOM 2007.*
- [Gondran *et al.*, 2007b] Gondran, A., Baala, O., Caminada, A., & Mabed, H. 2007b (September 26-28,). Joint Optimization of Access Point Placement and Frequency Assignment in WLAN. *In : Proceedings of 3rd IEEE International Conference in Central Asia on Internet The Next Generation of Mobile, Wireless and Optical Communications Networks 2007.*
- [Gondran *et al.*, 2008] Gondran, A., Baala, O., Caminada, A., & Mabed, H. 2008 (May 11-14). Interference Management in IEEE 802.11 Frequency Assignment. *In : IEEE Vehicular Technology Conference Spring 2008, VTC 2008.*
- [Gondran & Minoux, 1995] Gondran, M., & Minoux, M. 1995. *Graphes et Algorithmes*. Eyrolles.
- [Gorce *et al.*, 2007] Gorce, J.-M., Jaffrès-Runser, K., & De La Roche, G. 2007. A Deterministic Approach for Fast Simulations of Indoor Radio Wave Propagation. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, **55**(3,2), 938–948.
- [Haidar *et al.*, 2008] Haidar, M., Ghimire, R., Al-Rizzo, M., Akl, R., & Chan, Y. 2008 (May). Channel Assignment in an IEEE 802.11 WLAN Based on Signal-to-interference Ratio. *Pages 1169–1174 of : Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering : Communications and Networking (CCECE 2008).*
- [Hansen & Mladenovic, 1999] Hansen, P., & Mladenovic, N. 1999. *Meta-heuristics, advances and trends in local search paradigms for optimisation*. Kluwer. Chap. An introduction to variable neighbourhood search, pages 433–458.

- [Hao & Vasquez, 2000] Hao, J.-K., & Vasquez, M. 2000. Heuristic approach for antenna positioning in cellular networks. *Journal of Heuristics*, 443–472.
- [He *et al.*, 2004] He, J., Verstak, A.A., Watson, L.T., Stinson, C.A., Ramakrishnan, N., Shaffer, C.A., Rappaport, T.S., Anderson, C.R., Bae, K.K., Jiang, J., & Tranter, W.H. 2004. Globally optimal transmitter placement for indoor wireless communication systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **3**(6), 1906–1911.
- [Heusse *et al.*, 2003] Heusse, M., Rousseau, F., Berger-Sabbatel, G., & Duda, A. 2003 (March 30 - April 3). Performance anomaly of 802.11b. *Pages 836–843 of : Proceedings of IEEE INFOCOM 2003*, vol. 2.
- [Hills, 2001] Hills, A. 2001. Large-scale wireless LAN design. *IEEE Communications Magazine*, **39**(September), 98–104.
- [Hills *et al.*, 2004] Hills, A., Sclegel, J., & Jenkins, B. 2004. Estimating Signal Strengths in the Design of an Indoor Wireless Network. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **3**(January), 17–19.
- [Jaffrès-Runser *et al.*, 2006] Jaffrès-Runser, K., Gorce, J.-M., & Ubéda, S. 2006. QoS constrained wireless LAN optimization within a multiobjective framework. *IEEE Wireless Communications*, **13**(6), 26–33.
- [Jaffrès-Runser *et al.*, 2008] Jaffrès-Runser, K., Gorce, J.-M., & Ubéda, S. 2008. Mono- and multiobjective formulations for the indoor wireless LAN planning problem. *Journal of Computers and Operations Research. Special Issue on Telecommunications Network Engineering*, **35**(12), 3885–3901.
- [Jedidi, 2004] Jedidi, A. 2004 (May). *Modélisation et optimisation de la topologie des réseaux mobiles GSM*. Ph.D. thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- [Jedidi *et al.*, 2004] Jedidi, A., Caminada, A., & Finke, G. 2004. 2-Objective Optimization of Cells Overlap and Geometry with Evolutionary Algorithms. *Pages 130–139 of : Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3005. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society.
- [Ji *et al.*, 2002] Ji, Z., Sarkar, T.K., & Li, B.-H. 2002. Methods for optimizing the location of base stations for indoor wireless communications. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **50**(10), 1481–1483.
- [Jin *et al.*, 2003] Jin, Z., Wu, X., Shu, Y., & Liu, F. 2003 (May). Optimal placement of multiple 802.11b AP in a wireless classroom. *Pages 741–744 of : Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering : Communications and Networking (CCECE 2003)*, vol. 2.
- [Kamenetsky & Unbehaun, 2002] Kamenetsky, M., & Unbehaun, M. 2002. Coverage planning for outdoor wireless LAN systems. *Pages 1–6 of : International Zurich Seminar on Broadband Communications*, vol. 49.

- [Kariv & Hakimi, 1979] Kariv, O., & Hakimi, S.L. 1979. An algorithmic approach to network location problems. II : The p-medians. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **37**(3), 539–560.
- [Karp, 1972] Karp, R.M. 1972. Reducibility Among Combinatorial Problems. *Pages 85–103 of : Miller, R.E., & Thatcher, J.W. (eds), Complexity of Computer Computations*. Plenum Press.
- [Kouhbor *et al.*, 2005] Kouhbor, S., Ugon, J., Kruger, A., & Rubinov, A. 2005. Optimal Placement of Access Point in WLAN Based on a New Algorithm. *Pages 592–598 of : Proceedings of the International Conference on Mobile Business, ICMB'05*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society.
- [Lee *et al.*, 2002] Lee, Y., Kim, K., & Choi, Y. 2002. Optimization of AP placement and channel assignment in wireless LANs. *Page 831 of : LCN'02 : Proceedings of the 27th Annual IEEE Conference on Local Computer Networks*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society.
- [Ling & Yeung, 2005] Ling, X., & Yeung, K.L. 2005. Joint access point placement and channel assignment for 802.11 wireless LANs. *Pages 1583–1588 of : IEEE Wireless Communication and Networking Conference*.
- [Lu & Valois, 2006] Lu, J.-L., & Valois, F. 2006 (June). Performance evaluation of 802.11 WLAN in a real indoor environment. *In : 2nd International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob)*. IEEE, Montreal, Canada.
- [Lu *et al.*, 2006] Lu, J.-L., Runser, K., Gorce, J.-M., & Valois, F. 2006 (June). Indoor WLAN Planning with a QoS constraint based on a Markovian Performance Evaluation Model. *Pages 152–158 of : 2nd International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob)*. IEEE, Montreal, Canada.
- [Mabed & Caminada, 2006] Mabed, H., & Caminada, A. 2006 (September). Geometric criteria to improve the interference performances of cellular network. *Pages 1–10 of : IEEE Vehicular Technology Conference, VTC 2006*.
- [Mabed *et al.*, 2005] Mabed, H., Devarenne, I., Caminada, A., & Legendre, J.F. 2005 (Juin). *ALGOPDF - Spécification détaillé d'algorithme d'optimisation de fréquences pour PR4G*. Tech. rept. Laboratoire SeT, UTBM, Belfort, France.
- [MacGibney & Klepal, 2005] MacGibney, A., & Klepal, M. 2005. Tool for automatic design and optimisation of large scale WLAN. *In : 7th IFIP International Conference on Mobile and Wireless Communication Networks*.
- [Maksuriwong *et al.*, 2003] Maksuriwong, K., Varavithya, V., & Chaiyaratana, N. 2003 (Oct 5-8). Wireless LAN access point placement using a multi-objective genetic algorithm. *Pages 1944–1949 of : IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 2.

- [Mathar & Niessen, 2000] Mathar, R., & Niessen, T. 2000. Optimum positioning of base stations for cellular radio networks. *Wirel. Netw.*, **6**(6), 421–428.
- [Meignan, 2008] Meignan, D. 2008 (Décembre). *Une approche organisationnelle et multi-agent pour la modélisation de l'implantation de métheuristiques*. Ph.D. thesis, Université de Technologie de Belfort Montbéliard, France.
- [Mendes, 2005] Mendes, F. 2005. *Méthodes de décomposition pour la coloration de graphe*. Ph.D. thesis, Université de Picardie, Amiens.
- [Mezani, 2005] Mezani, N. 2005. *Algorithmes approchés aléatoires*. Ph.D. thesis, Université de Paris IX, France.
- [Mühlethaler & Najid, 2001] Mühlethaler, P., & Najid, A. 2001 (April). *An efficient Simulation Model for Wireless LANs Applied to the IEEE 802.11 Standard*. INRIA research report 4182. INRIA Rocquencourt, HIPERCOM, Rocquencourt, France.
- [Monnot *et al.*, 2003] Monnot, J., Paschos, V., & Toulouse, S. 2003. *Approximation polynomiale des problèmes NP-difficiles : optima locaux et rapport différentiel*. Hermès.
- [Paschos, 2004] Paschos, V. 2004. *Complexité et approximation polynomiale*. Hermès.
- [Prommak *et al.*, 2002] Prommak, C., Kabara, J., Tipper, D., & Charnsripinyo, C. 2002. Next generation wireless LAN system design. *Pages 473–477 of : IEEE Proceedings of Milcom*, vol. 1.
- [Raniwala & Chiueh, 2004] Raniwala, A., & Chiueh, T. 2004 (November). *Coverage and capacity issues in enterprise LAN deployment*. Tech. rept. IEEE Network Magazine, Nov 2004 (in submission).
- [Reininger & Caminada, 2001] Reininger, P., & Caminada, A. 2001. Multicriteria design model for cellular network. *Annals of Operation Research*, **107**, 251–265.
- [Rodrigues *et al.*, 2000] Rodrigues, R.C., Mateus, G.R., & Loureiro, A.A.F. 2000. On the design and capacity planning of a wireless local area network. *Pages 335–348 of : IEEE / IFIP Network Operation and Management Symposium*.
- [Ropke & Pisinger, 2006] Ropke, S., & Pisinger, D. 2006. An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *Transportation Science*, **40**(4), 455–472.
- [Runser, 2005] Runser, K. 2005 (October). *Méthodologies pour la planification de réseaux locaux sans-fil*. Ph.D. thesis, INSA Lyon, France.
- [Runser *et al.*, 2003] Runser, K., Jullo, E., & Gorce, J.-M. 2003 (April). Wireless LAN planning using the multi-resolution FDPF propagation model. *Pages 80–83 of : 12th IEE International Conference on Antennas and Propagation*, vol. 1.

- [Sherali *et al.*, 1996] Sherali, H.D., Pendyala, C.M., & Rappaport, T.S. 1996. Optimal location of transmitters for micro-cellular radio communication system design. *IEEE Journal on Selected Areas in Comm.*, **14**(4), 662–673.
- [Stamatelos & Ephremides, 1996] Stamatelos, D., & Ephremides, A. 1996. Spectral efficiency and optimal base placement for indoor wireless networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **14**(4), 651–661.
- [Tang *et al.*, 2001] Tang, K.-S., Man, K.-F., & S., Kwong. 2001. Wireless communication network design in IC factory. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **48**(2), 452–459.
- [Unbehaun & Kamenetsky, 2003] Unbehaun, M., & Kamenetsky, M. 2003. On the deployment of picocellular wireless infrastructure. *IEEE Wireless Communications*, **10**(6), 70–80.
- [Wertz *et al.*, 2004] Wertz, P., Sauter, M., Landstorfer, F.M., Wolffe, G., & Hoppe, R. 2004. Automatic optimization algorithms for the planning of wireless local area networks. *Pages 3010–3014 of : Proceedings of 60th IEEE Vehicular Technology Conference, VTC'04.*
- [Wong *et al.*, 2003] Wong, J.K.L., Neve, N.J., & Sowerby, K.W. 2003 (April). Uplink and downlink SIR analysis for base station placement. *Pages 112–116 of : Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1.
- [Wong *et al.*, 2005] Wong, T., Bigras, P., & de Kelper, B. 2005. A Multi-Neighborhood and Multi-Operator Strategy for the Uncapacitated Exam Proximity Problem. *Systems, Man and Cybernetics, 2005 IEEE International Conference on*, **4**, 3810–3816.
- [Wright, 1998] Wright, M.H. 1998. Optimization methods for base station placement in wireless applications. *Pages 11513–11517 of : Proceedings of Vehicular Technology Conference, VTC'98*, vol. 89.

Table des figures

2.1	Décomposition du processus	57
2.2	Interaction entre les sous-modèles de la réalité physique	58
2.3	Les canaux de fréquence disponibles en 802.11b/g	67
2.4	Les canaux de fréquence disponibles en 802.11a	67
2.5	Traduction des polygones de service en points de service	70
2.6	Cas de polygones de service superposés.	71
2.7	Modèle de propagation avec les paramètres de l'AP	73
2.8	Modèle de calcul de la puissance reçue	74
2.9	Protocole CSMA/CA dans le cas d'un trafic descendant	84
2.10	Détail d'un cycle CSMA/CA	85
3.1	Les canaux de fréquence disponibles en 802.11b/g	103
3.2	Description du premier et second étage du bâtiment test	107
3.3	Résultats des quatre stratégies d'optimisation	108
3.4	Couverture du 1 ^{er} étage du bâtiment pour les quatre stratégies	109
3.5	Couverture du 2 ^{ème} étage du bâtiment pour les quatre stratégies . . .	110
3.6	Schéma général d'un algorithme à voisinages variables aléatoires <i>VVA</i>	118
3.7	Algorithme à Voisinages Variables Aléatoires <i>VVA</i>	123
3.8	Configuration interdite avec une antenne omnidirectionnelle	125
3.9	Configurations interdites avec une antenne directionnelle (seuls trois azimuts sont autorisés)	125
3.10	Planification du réseau (3 <i>AP</i> omnidirectionnels) dans le cas où il n'y a pas de zone interdite	126

3.11	Planification du réseau (5 <i>AP</i> directionnels) dans le cas où il y a une zone interdite	127
3.12	Exemple de valeur du critère geometrique en <i>GSM</i>	128
3.13	Description de bâtiment pour l'indicateur géométrique	129
3.14	Exemple de valeur du critère geometrique en <i>WLAN</i>	130
4.1	Nombre de clients équivalents au débit nominal 54Mbps	154
4.2	Répartition des clients selon leur débit nominal	155
4.3	Capacités réelles en Mbps d'un AP	157
4.4	Procédure de création des contraintes binaires	158
4.5	Modification de la procédure de création des contraintes n-aires	160
4.6	Exemple de réduction par degré pour la <i>T</i> -coloration avec 13 couleurs	162
4.7	Exemple de réduction par voisinage	163
4.8	Une (4,4)-clique, une (3,5)-clique et une (2,7)-clique	164
4.9	Exemple de réduction par fusion de sommets	164

Liste des tableaux

1.1	Tableau récapitulatif des critères d'optimisation de la littérature . . .	40
1.2	Tableau récapitulatif des stratégies d'optimisation des articles de la littérature	45
2.1	Codages et modulations pour les débits nominaux définis par les normes 802.11b/g/a (les seuils de sensibilité et de SINR sont ceux des cartes Cisco Aironet 802.11b/g et 802.11a)	78
2.2	Facteur de protection $\gamma(\cdot)$ pour les normes 802.11b/g	82
2.3	Paramètres physiques et MAC liés aux normes 802.11b, 802.11g et 802.11a . . .	87
2.4	Données du problème	91
2.5	Variables de décision du problème	91
2.6	Données intermédiaires du problèmes	92
3.1	Description des quatre strategies d'optimisation	105
4.1	Débits nominaux	155
4.2	Les quatres problèmes de T -coloration.	168
4.3	Resultats des 7 instances du benchmark pour une Recherche Tabou et un algorithme évolutionnaire.	170
4.4	Resultats des tests : la meilleure solution est indiquée en gris	171

Résumé

Le problème de planification de réseaux *WLAN* consiste d'une part à positionner et à paramétrer des antennes dans un bâtiment et d'autre part à leur affecter une fréquence afin d'offrir aux clients un accès sans fil au réseau local. Le réseau ainsi construit doit répondre à des critères de couverture et de qualité de service, tout en minimisant le coût financier.

Notre modélisation est basée sur le calcul du débit réel offert en chaque point de demande de service du réseau. Nous montrons que ce critère de débit réel permet une modélisation complète de la qualité de service car il unifie les critères habituels de couverture, de gestion des interférences et de capacité.

Notre optimisation traite simultanément le problème de placement des points d'accès et le problème d'affectation de fréquences par un algorithme à Voisinages Variables Aléatoires *VVA* : à chaque itération de cette recherche locale le type de voisinage est tiré au hasard. Cet algorithme est très modulaire et permet facilement de combiner les deux sous problèmes (placement et affectation).

Ces travaux ont donné lieu à des collaborations et partenariats industriels : logiciel de planification globale des *WLAN* avec *Orange Labs* et solutions de planification séquentielle avec la start-up *Trinaps*.

Enfin nous approfondissons la modélisation du problème en explicitant les liens entre le calcul du débit réel et les *SINR*. Dans une première étape, nous montrons que les contraintes de seuil sur les *SINR* induisent un problème de *T*-coloration de graphe (condition nécessaire). Pour obtenir une équivalence rendant compte des interférences multiples, une généralisation du problème de *T*-coloration pour les hypergraphes est introduite. Dans une seconde étape, nous définissons un algorithme déduisant les seuils de *SINR* à partir des contraintes sur les débits réels. Cette nouvelle modélisation est la base de nos développements futurs.