

Numéro d'ordre : 90

Année : 2008

École Doctorale Sciences pour l'Ingénieur et Microtechniques
Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Université de Franche-Comté

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de :

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE BELFORT-MONTBELIARD
ET DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ**

Spécialité : Sciences pour l'ingénieur

Expérimentation en dynamique des systèmes mécaniques complexes pour le transport

Par :

Vicky ROUSS

Encadrée par :

Willy CHARON: Professeur, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard.

Soutenance du : 12 septembre 2008

JURY :

Président :	Marc BERTHILLIER , Professeur des Universités - Université de Franche-Comté, Laboratoire de Mécanique Appliquée.
Rapporteurs :	Etienne BALMES , Professeur des Universités - LMSSMat Ecole Centrale Paris. Régis DUFOUR , Professeur des Universités – LaMCoS Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA).
Directeur de thèse :	Willy CHARON , Professeur des Universités, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard.

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont été effectués dans le cadre d'une bourse régionale de Franche-comté.

Je tiens, en premier lieu, à remercier Monsieur Willy Charon, mon directeur de thèse qui m'a accueillie dans son groupe de recherche et accordé sa confiance. Mes remerciements s'adressent aussi à la région de Franche-comté qui a permis de financer ces travaux.

J'exprime également ma gratitude à l'égard de l'université de Technologie de Belfort-Montbéliard.

Je voudrais également exprimer toute ma reconnaissance envers Monsieur Marc Berthillier, le président de mon jury.

Je remercie ceux qui ont eu la lourde charge d'être les rapporteurs de ce travail : Messieurs Etienne Balmès et Régis Dufour.

Je remercie toutes les personnes qui, au laboratoire, ont contribué à rendre ces années agréables avec une mention spéciale à Béatrice et Pascal.

Un grand merci à ma famille et à Guillaume.

Résumé

Mots clés : Système mécanique complexe, mécanique non-linéaire, essais vibratoires, pile à combustible, modélisation, réseaux de neurones.

Ce travail a été réalisé dans le cadre de *FCLAB*, institut national de recherche sur les systèmes piles à combustible, avec pour objectif de développer, dans une approche expérimentale, une procédure d'identification, c'est-à-dire de reconnaissance du comportement, de systèmes mécaniques complexes. Pratiquement, il apporte une contribution à la modélisation de l'aspect mécanique vibratoire d'une pile à combustible de type *PEM*.

La première partie de ce mémoire développe le sujet de la thèse. Elle comporte trois sous-parties : une présentation de la plate-forme des essais vibratoires de l'UTBM, une introduction aux systèmes mécaniques complexes ainsi qu'à leur procédure d'identification et une description de la pile à combustible de type *PEM* en développant son aspect mécanique non-linéaire.

La procédure d'identification des systèmes mécaniques complexes comporte trois étapes qui vont définir les parties deux, trois et quatre successivement.

La première étape est la réalisation des essais vibratoires. Pour cela, une procédure des essais vibratoires pour des systèmes mécaniques complexes est développée dans la partie deux. Cette procédure est fondamentale pour le bon déroulement des essais et la bonne exploitation des résultats. Les données tirées des essais sont utilisées pour les deux étapes suivantes.

La deuxième étape de la procédure d'identification, développée dans la troisième partie, consiste à caractériser les non-linéarités à partir des données expérimentales. La caractérisation englobe la détection, le classement et la localisation des non-linéarités.

La troisième et dernière étape de la procédure d'identification traite de la modélisation des systèmes mécaniques complexes avec les réseaux de neurones. Elle explique la démarche de création d'un modèle neuronal et est développée dans la quatrième partie.

Pour conclure ce mémoire, la procédure d'identification d'un système complexe, allant de la réalisation des essais vibratoires, la caractérisation des non-linéarités jusqu'à la modélisation par réseaux de neurones est appliquée à une pile à combustible de type *PEM*. Les résultats sont exposés et commentés dans la cinquième partie.

Abstract

Key words : Complex mechanical systems, nonlinear mechanics, vibration tests, Fuel cell, Modeling, neural networks.

This work was accomplished within the framework of *FCLAB*, national research institute for fuel cell systems, with for objective to develop, in an experimental approach, a procedure for identification complex mechanical systems as the recognition of their dynamical behaviour. Practically, this work contributes in modelling the mechanical behaviour of *PEM* fuel cells.

The first part of this memo develops the subject of the thesis. It includes three sub-parts : a presentation of the test bench which includes the vibration platform of the UTBM, an introduction to the complex mechanical systems as well as their identification procedure and a description of the *PEM* fuel cells especially its nonlinear mechanical aspect.

The procedure of identification of complex mechanical systems includes three stages which are going to define the parts two, three and four successively.

The first stage is the realization of the vibration tests. For that purpose, a procedure for complex mechanical systems vibration tests is developed in the second part. This procedure is fundamental for the good progress and exploitation of the tests. The acquisition data are used for the two following stages.

The second stage of the identification procedure, developed in the third part, consists in characterizing non-linearities from the experimental data. The characterization contains detection, classification and localization of non-linearities.

The third and last stage of the identification procedure develops modelling the complex mechanical systems with neural networks. It explains the steps for creating a neuronal model. The neural networks are developed in the fourth part.

To conclude this memo, the identification procedure of a complex mechanical system is applied to a *PEM* fuel cell. Results are exposed and discussed in the fifth part.

Table des matières

Remerciements	I
Résumé	III
Abstract	V
Notations	1
Introduction générale	9
1 Définition du sujet de la thèse	13
1.1 Plate-forme vibrante	14
1.1.1 Présentation de la plate-forme	14
1.1.2 Limites d'utilisation	20
1.2 Systèmes mécaniques complexes	25
1.2.1 Définition des vibrations	25
1.2.2 Vibration d'un système linéaire	26
1.2.3 Causes des non-linéarités	27
1.2.4 Définition d'un système mécanique complexe	30
1.2.5 Identification d'un système mécanique complexe	30
1.3 Pile à combustible	40
1.3.1 Aperçu historique	42
1.3.2 Principe de fonctionnement	42
1.3.3 Applications de la pile à combustible	43
1.3.4 Types de piles à combustible	44
1.3.5 La pile comme système mécanique complexe	47
1.4 Conclusion	48
2 Problématique illustrée de la procédure des essais vibratoires	51

2.1	Objectifs des essais	53
2.2	Montage	54
2.2.1	Montage souple	54
2.2.2	Montage rigide	58
2.3	Système mécanique complexe	58
2.3.1	Dimensions et caractéristiques physiques du système mécanique	59
2.3.2	Caractérisation des non-linéarités	61
2.3.3	Modélisation du système mécanique complexe	61
2.4	Chaîne d'acquisition	65
2.4.1	Capteurs	67
2.4.2	Conditionnement	80
2.4.3	Interface d'acquisition et visualisation des signaux	80
2.5	Profils et types des essais de vibrations	80
2.6	Conditions générales d'essais et de mesures en laboratoire	84
2.7	Essais préliminaires et mesures de vérification	86
2.8	Réalisation des essais	87
2.9	Interprétation des mesures	87
2.10	Analyse et exploitation des résultats	92
2.11	Rapport d'essai et fourniture des résultats	96
2.12	Conclusion	96
3	Caractérisation des non-linéarités	97
3.1	Propriétés d'un système non-linéaire	98
3.2	Détection des non-linéarités	103
3.3	Classement des non-linéarités	111
3.3.1	Détermination des types de non-linéarités	111
3.3.2	Détermination des ordres des non-linéarités	125
3.4	Localisation des non-linéarités	128
3.5	Conclusion	131
4	Modélisation par les réseaux de neurones	133
4.1	Historique et applications	134
4.2	Neurone biologique	135

4.3	Neurone formel	137
4.4	Types de réseaux de neurones	138
4.4.1	Classification suivant le mode d'apprentissage	139
4.4.2	Classification suivant l'architecture du réseau	140
4.5	Réseaux les plus adaptés à la modélisation non-linéaire	142
4.6	Étapes de la conception d'un réseau de neurones	146
4.6.1	Essais	147
4.6.2	Structure du modèle neuronal	149
4.6.3	Estimation du modèle	151
4.6.4	Validation du modèle	157
4.7	Conclusion	157
5	Application à une pile à combustible <i>PEM</i>	161
5.1	Réalisation des essais vibratoires	161
5.2	Caractérisation des non-linéarités	171
5.2.1	Détection des non-linéarités	171
5.2.2	Détermination des types des non-linéarités	174
5.2.3	Détermination de l'ordre: les coefficients de Lipschitz	189
5.3	Modélisation par les réseaux de neurones	189
5.3.1	Choix de la structure du modèle neuronal	192
5.3.2	Estimation du modèle	193
5.3.3	Validation du modèle	194
5.4	Conclusion	200
	Conclusion générale	203
	Annexes	207
	A Procédure <i>TWR</i>	209
	B Programme d'acquisition sous <i>LabVIEW</i>	213
	C Limites en sinus pour les faibles fréquences	215
	D Bibliothèque des non-linéarités	217

E Bibliographie

221

Notations

Chapitre 1

BNC : connecteur **B**ayonet **N**eill-**C**oncelman, utilisé en terminaison de câble coaxial

MATLAB/Simulink : logiciel dédié à la résolution de problèmes d'analyse numérique ou de traitement du signal

LabVIEW : logiciel qui permet de faire de la programmation graphique pour les mesures et l'automatisation

TWR : **T**ime **W**aveform **R**eplication, logiciel livré par LMS pour reproduire des profils de route

DSP : **D**ensité **S**pectrale de **P**uissance, est le carré du module de la transformée de *Fourier*

Barrière thermique : une barrière ajoutée à la table horizontale ou verticale pour accoupler des essais vibratoires et thermiques

m : masse ponctuelle

l : bras de levier

θ : angle de rotation du pendule simple

FRF : **F**onction de **R**éponse en **F**réquence

Bifurcation : le changement d'un comportement dynamique à un autre

PEM : **P**roton **E**xchange **M**embrane Fuel Cell, pile à membrane échangeuse de protons

GDL : **G**az **D**iffusion **L**ayer (couches de diffusions)

AME : **A**ssemblage **M**embrane **E**lectrolyte

Chapitre 2

Calibrage : vérification de la sensibilité de l'accéléromètre avec un calibre suit le code internationale ISO 5347-0

Etalonnage : réalisation d'une suite d'opérations techniques pour déterminer la sensibilité d'un accéléromètre

PVDF : **P**oly**V**inylidene **D**i **F**luoride, est un polymère présentant des propriétés piézoélectriques efficaces

LQG : **L**inear-**Q**uadratic-**G**aussian, approche classique d'optimisation utilisée pour la conception de l'asservissement d'un système

M : la matrice des masses

H : la matrice des amortissements

K : la matrice des raideurs

q : les déplacements

$\dot{q}$: les vitesses

$\ddot{q}$: les accélérations

u : les forces des excitations extérieures

z : les mesures des capteurs

M_r : la matrice des capteurs correspondant aux mesures des vitesses

M_p : la matrice des capteurs correspondant aux mesures des déplacements

v : le bruit de la mesure du capteur supposé blanc

D : la matrice d'application des forces extérieures sur les degrés de liberté du système

i : numéro du mode propre de vibration

J : critère quadratique à minimiser

$E[\cdot]$: espérance mathématique moyenne d'une quantité scalaire ou vectorielle

$\text{tr}(\cdot)$: la trace d'une matrice

ϕ_i : le vecteur propre i

w_i : la pulsation propre i

ξ_i : taux d'amortissement modal i

Φ : la matrice des modes propres du système

Ω : la matrice des pulsations propres du système

Ξ : la matrice des amortissements modaux du système

A : la matrice d'état

x : le vecteur d'état

$\underline{D}$: la matrice d'influence des entrées

X : la covariance de l'état du système

$\hat{O}_i$: observabilité pour un mode i

$\hat{P}_i$: perturbabilité pour un mode i

-
- Γ_{ZW} : la matrice des *coûts modaux*
 Z : la variance des mesures des capteurs
 nvp : nombre total de modes choisis
 Nr : noeud de référence du capteur
 Tx et Ty : les positions des noeuds situés sur le contour du capteur par rapport au repère local
 Fx et Fy : les déformations dans les directions x et y .
 x et y : les positions du noeud de référence du capteur
 S : seuil choisi pour les valeurs des *coûts modaux*
 f_1 : la plus petite fréquence du balayage
 f_2 : la plus grande fréquence du balayage
 v : la vitesse du balayage d'un sinus balayé
 $p(x)$: densité de probabilité des valeurs instantanées x
 f_c : la plus grande fréquence présente dans l'excitation
 T_e : le temps d'échantillonnage
 f_e : la fréquence d'échantillonnage

Chapitre 3

- IR : **I**nternal **R**esonance, résonance interne
 $Hyperion$: rotation chaotique
 K : raideur du système masse-resort
 C : amortissement du système masse-ressort
 m : masse du système masse-ressort
 POD : **P**roper **O**rthogonal **D**ecomposition
 $y(t)$: sortie du système
 $x_1(t)$: première excitation du système
 $x_2(t)$: deuxième excitation du système
 α : constante qui multiplie l'excitation
 $g(.)$: fonction de transfert du système
 D : offset
 v : indice de non-linéarité

$S_{yy}(w)$, $S_{xx}(w)$ et $S_{yx}(w)$: la DSP de la réponse, de l'excitation et la DSP croisée entre la réponse et l'excitation

$\gamma^2(w)$: la fonction de cohérence

$\phi_{x^2y'}$: une fonction de corrélation croisée pour détecter une non-linéarité

ϵ : prévisibilité non-linéaire

$A(w)$: le module de la fonction de transfert

$\varphi(w)$: la phase de la fonction de transfert

s : nombre de *données substitutives*

p : la dimension de l'espace de régression

h : le pas de retard dans l'espace de régression

X_t : un vecteur de régression temporelle

k : le nombre des voisins du vecteur de régression

σ^2 : la variance de la série temporelle

$h_1(\tau)$: une fonction noyau de *Volterra* (*Volterra kernel*)

$H_1(w)$: la transformation de *Fourier* de la fonction noyau de *Volterra*

HPM : **H**armonic **P**robing **M**ethod, pour calculer toutes les *FRFs* d'ordre supérieur

DSF : **D**ynamic **S**tiffness **F**unction, méthode pour classer les types de non-linéarités

$\psi_{a,\tau}(t)$: élément de la famille *Wavelet*

$\Psi(t)$: la fonction *Wavelet* mère

RFS : **R**estoring **F**orce **S**urface, méthode pour classer les types des non-linéarités

$f(y, \dot{y})$: la force de rappel interne qui agit pour rétablir l'équilibre du système

$\delta_{i,j}$: la distance entre deux points dans l'espace de régression temporel qui correspondent aux temps i et j

r : une distance choisie

$C(r)$: intégrale de corrélation ou la densité de l'encre dans le *recurrence plot*

RPM : **R**everse **P**ath **M**ethod, méthode pour classer les types des non-linéarités

NIFO : **N**onlinear **I**dentification through **F**eedback of the **O**utput, méthode pour classer les types des non-linéarités

N_{ei} et N_{sj} : les nombres de points de l'entrée (i) et de la sortie (j) à prendre dans le passé.

q : les coefficients de *Lipschitz*

$\bar{q}$: les critères de *Lipschitz*

n : le nombre de régressions temporelles

$nvec$: constante qui désigne le nombre maximum de points dans le passé pour l'entrée $u(t)$

$mvec$: constante qui désigne le nombre maximum de points dans le passé pour la sortie $y(t)$

$H[x(t)]$: la transformation de *Hilbert* du signal $x(t)$

λ^2 : la fonction de cohérence de *Rauch*

Chapitre 4

W_i : les poids d'un réseau de neurones

b : le biais

f : la fonction d'activation

PMC : **P**erceptron **M**ulti **C**ouches, type de réseau de neurones

d : un multiple de la période d'échantillonnage

$e(t)$: un bruit blanc indépendant des entrées précédentes

G et H : des opérateurs linéaires avec une régression temporelle

ARX : **A**uto**R**egressive, **eX**ternal input, structure de modèle linéaire

ARMAX : **A**uto**R**egressive, **M**oving **A**verage, **eX**ternal input, structure de modèle linéaire

φ : le vecteur de régression qui constitue l'entrée du réseau neuronal

θ : le vecteur des paramètres variables comme les poids d'un réseau de neurones

Vec : le vecteur de points collectés durant les essais

Z^N : jeu de points utilisés pour l'apprentissage du réseau neuronal

Z^T : jeu de points utilisés pour l'épuration du réseau neuronal

Z^V : jeu de points utilisés pour la validation du réseau neuronal

z : le nombre total de régressions dans le temps

$Y(t)$: les sorties réelles du système mesurées par les capteurs

$\hat{Y}(t)$: les sorties prédites par le réseau neuronal

W^1 : vecteur formé par les poids entre les entrées et la couche cachée et par les biais des neurones de la couche cachée

W^2 : formé par les poids entre la couche cachée et les sorties et des biais des neurones des sorties

V^N : erreur quadratique
 $L^{(i)}(\theta)$: critère de minimisation de la méthode de *Levenberg-Marquardt*
 $\lambda^{(i)}$: un paramètre qui varie entre 0 et infini
 $G(\theta^{(i)})$: le gradient
 $R(\theta^{(i)})$: la matrice Hessienne
 FPE : erreur finale de prédiction
 σ_e^2 : la variance du bruit
 V_T : erreur de test
 $\hat{r}_{\epsilon\epsilon}(\tau)$: l'auto corrélation de la fonction d'erreur ϵ
 $\hat{r}_{U\epsilon}(\tau)$: la corrélation croisée entre les excitations et la fonction d'erreur
 $\sigma_p^2(t)$: la variance de l'erreur de prédiction par rapport au vecteur de régression

Chapitre 5

CELINA : Fuel Cell Application in a New Configured Aircraft

μ_d : le coefficient de frottement

v : la vitesse de déplacement relatif entre deux corps

f : la force de frottement

Stribeck : un modèle de frottement sec

$a1$ et $a2$: paramètres liés à la rugosité de la surface de contact et à sa capacité d'agglomération, $a1$ est lié au composant de frottement dynamique et $a2$ est lié au composant statique

F_r : donne le rapport des forces de frottement statique et cinétique

N : la force normale

Lugre : un modèle de frottement sec

σ_0 : la rigidité des lames

σ_1 : le coefficient d'amortissement

σ_2 : le coefficient de viscosité

F_c : force de Coulomb

F_s : force de frottement statique

V_s : la vitesse de *Stribeck*

Z : la flexion moyenne des lames

Dynamique : un modèle de frottement sec

F_s : coefficient de frottement statique

F_d : coefficient de frottement dynamique

Introduction générale

Unique en France et en Europe, la plate-forme nationale pile à combustible de Belfort est un outil dédié aux essais de piles à combustible et de leurs interfaces pour les transports terrestres dans des conditions représentatives de la réalité. Propriété de l'Université de technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM), elle constitue une plate-forme d'accueil pour des laboratoires et des industriels avec un investissement total qui s'élève à 6 millions d'euros.

Au sein de cette plate-forme nationale de l'UTBM, dans le cadre du laboratoire FCLAB (*Fuel Cell LAB*), il y a eu la réception d'une installation d'essais vibratoires capable de produire des essais industriels pour des systèmes mécaniques complexes. La prédominance des aspects scientifiques liés aux systèmes piles à combustible a entraîné la décision de faire de l'installation d'essais vibratoires une plate-forme de support scientifique aux recherches concernant les propriétés mécaniques des systèmes piles à combustible. D'où la proposition de ce sujet de thèse qui est constitué par les développements scientifiques autour de la plate-forme vibrante elle-même et autour des propriétés mécaniques des piles à combustible vibrées sur cette plate-forme. Ainsi, l'objectif général de la thèse a été défini comme suit :

- Prise en main de l'installation, du logiciel d'acquisition et de pilotage.
- Détermination des limites de la plate-forme pour des essais industriels.
- Développement d'autres programmes d'acquisition et des méthodes de traitement de signal plus adaptés à la recherche.
- Développement d'une procédure d'essai qui englobe la conception, la réalisation et l'exploitation des données des essais.
- Proposer des solutions pour le positionnement des capteurs sur le système à tester.
- Modélisation du comportement mécanique des piles à combustible. Ce besoin de modélisation est problématique pour les systèmes complexes non-linéaires comme les piles à combustible à cause de l'absence de modèle physique. Actuellement, la modélisation de tels systèmes ne résulte pas de l'application directe d'une méthode particulière parce que même s'il existe un grand choix de méthodes analytiques, il n'existe pas encore de méthode générale qui détecte, caractérise et modélise un système mécanique non-linéaire. Entre autres, cette thèse vise à proposer une solution à ce problème en développant une méthode basée sur des données tirées des essais vibratoires.

Ce mémoire présente ainsi une procédure d'identification d'un système mécanique complexe (la pile à combustible) en utilisant des données expérimentales. Cette

procédure consiste à concevoir et réaliser les essais vibratoires, ensuite à utiliser les données tirées des essais pour détecter et caractériser les types et les degrés des non-linéarités présentes et finalement à modéliser le comportement vibratoire par la méthode des réseaux de neurones.

Le premier chapitre présente la plate-forme vibrante, introduit les systèmes mécaniques complexes et plus spécialement la pile à combustible, choisie comme exemple représentatif. Dans une première partie, les caractéristiques de la plate-forme vibrante et une détermination de ses limites d'utilisation pour des essais industriels classiques sont présentées. Dans une deuxième partie, les systèmes mécaniques complexes sont présentés. Une définition des systèmes mécaniques complexes, leurs différentes sources de non-linéarités, les différentes méthodes de caractérisation de non-linéarités et finalement les différentes méthodes de modélisation de tels systèmes sont exposées. Une justification du choix des réseaux de neurones est fournie en s'appuyant sur la comparaison des différentes méthodes de modélisation présentes. Dans une troisième partie, les piles à combustible sont présentées. Un historique, le principe de fonctionnement, les différents types et applications de la pile à combustible dans le domaine du transport sont montrés. Une justification des raisons qui classent la pile à combustible comme un système mécanique complexe est donnée.

La procédure des essais de vibrations sur des systèmes mécaniques complexes est exposée dans le deuxième chapitre. Cette procédure comprend toutes les étapes de la conception passant par la réalisation jusqu'au traitement des résultats des essais. De plus, ce chapitre contient une comparaison entre la procédure développée et celle qui existe déjà pour des essais sur des systèmes linéaires. Cette procédure est essentielle pour acquérir des données représentatives du système avec le moins de bruit possible. Les données acquises sont utilisées pour la caractérisation des non-linéarités et la modélisation des systèmes complexes.

Le troisième chapitre développe la caractérisation des non-linéarités. Il est très important de pouvoir caractériser les non-linéarités avant d'attaquer la modélisation. Cette caractérisation se réalise en trois étapes : la détection, le classement et la localisation des non-linéarités. Plusieurs méthodes sont exposées et comparées, celles qui sont retenues sont celles basées seulement sur des données tirées des essais vibratoires.

Le quatrième chapitre traite de la modélisation des systèmes non-linéaires par les réseaux de neurones. Un historique, les différents types des réseaux de neurones spécialement ceux qui sont adaptés à la modélisation non-linéaire sont exposés. La procédure d'élaboration d'un réseau de neurones est détaillée.

Finalement, le cinquième chapitre englobe l'application de la procédure d'identification des systèmes complexes à la pile à combustible. Cette partie constitue l'essentiel de l'apport expérimental de cette thèse. Une application sur une pile à combustible de type *PEM* mise en oeuvre dans le cadre du projet européen *CELINA* qui vise l'installation d'un système pile à combustible pour l'alimentation électrique dans un avion est exposée :

- Conception et réalisation des essais sur la pile à combustible pressurisée avec de l'azote pour contrôler toute fuite possible.
- Utilisation des données des essais pour analyser le comportement vibratoire de la pile et surtout caractériser les non-linéarités présentes.
- Utilisation des données expérimentales pour modéliser le comportement vibratoire de la pile avec les réseaux de neurones.

Le modèle est validé en comparant le résultat des prédictions avec des données mesurées ne faisant pas partie de celles utilisées pour la création du modèle.

La disposition d'un modèle temporel pour la pile est très utile pour l'amélioration de la conception des piles à combustible dans le but d'avoir des piles plus robustes aux chocs et aux vibrations mécaniques. Cette amélioration et maîtrise de l'aspect mécanique est cruciale pour un développement de la commercialisation de la pile à combustible dans le domaine des transports.

Définition du sujet de la thèse

L'objectif général de la thèse est de promouvoir des recherches expérimentales sur le comportement vibratoire des systèmes mécaniques complexes (piles à combustible) grâce au moyen d'essai disponible à l'UTBM : la plate-forme d'essai dynamique.

Ce premier chapitre constitue une définition détaillée du sujet de la thèse. Il aborde trois points essentiels afin d'approfondir ce dernier. Chaque partie de ce chapitre correspond à un point.

Ainsi, la première partie est consacrée à la plate-forme vibrante. La prise en main de l'installation y compris les procédures de pilotage et d'acquisition et la spécification des limites réelles de la plate-forme pour des essais industriels constituent deux étapes indispensables pour la définition précise des étapes ultérieures. Il s'agit aussi de fournir aux opérateurs et aux scientifiques un document de référence pour l'exploitation de la plate-forme. Pour cela, cette partie englobe une présentation de l'installation, ses dimensions, ses caractéristiques mécaniques générales et ses limites d'utilisation.

La seconde partie concerne les systèmes mécaniques complexes à tester sur la plate-forme. Elle contient les définitions des vibrations, d'un système linéaire, d'un système complexe et les différents aspects et degrés de complexité ainsi que les méthodes de modélisation de tels systèmes.

La troisième partie développe les piles à combustible. L'objectif est de traiter l'aspect mécanique de la pile en tant qu'exemple représentatif d'un système mécanique complexe. Nous rappelons que le choix d'un système pile à combustible est lié aux aspects scientifiques prédominant dans l'institut *FCLAB* et au fait que la pile est une bonne illustration générique des systèmes mécaniques complexes. Cette partie englobe l'aperçu historique, le principe de fonctionnement, les différents types et applications d'une pile à combustible. Elle se termine par une analyse qui explique pourquoi la pile est classée parmi les systèmes mécaniques complexes.

Finalement, une conclusion clôture ce premier chapitre.

1.1 Plate-forme vibrante

La plate-forme vibrante, voir figure 1.1, se trouve au sein de la plate-forme nationale pile à combustible dans un bâtiment de l'UTBM de $1200m^2$ dédié aux essais de piles à combustible jusqu'à 200kW pour applications de transport [34]. Le générateur de vibrations de la plate-forme a été découplé du bâtiment au moyen d'un massif anti-vibratoire et des boîtes à ressort. Le massif, d'une masse de 18 tonnes

environ, est spécialement ferraillé et un marbre a été fixé sur la surface.

1.1.1 Présentation de la plate-forme

La plate-forme vibrante, de dimensions $1220 \times 1220 \text{ mm}^2$, est formée de trois composants essentiels qui sont le pot vibrant, l'amplificateur et le système d'acquisition. L'équipement permet d'analyser le comportement du dispositif à étudier suivant trois axes X, Y et Z mais non simultanément. Une table pour sollicitations horizontales permet de vibrer le spécimen selon l'axe X ou Y et une table pour sollicitations verticales permet de le vibrer selon l'axe Z.

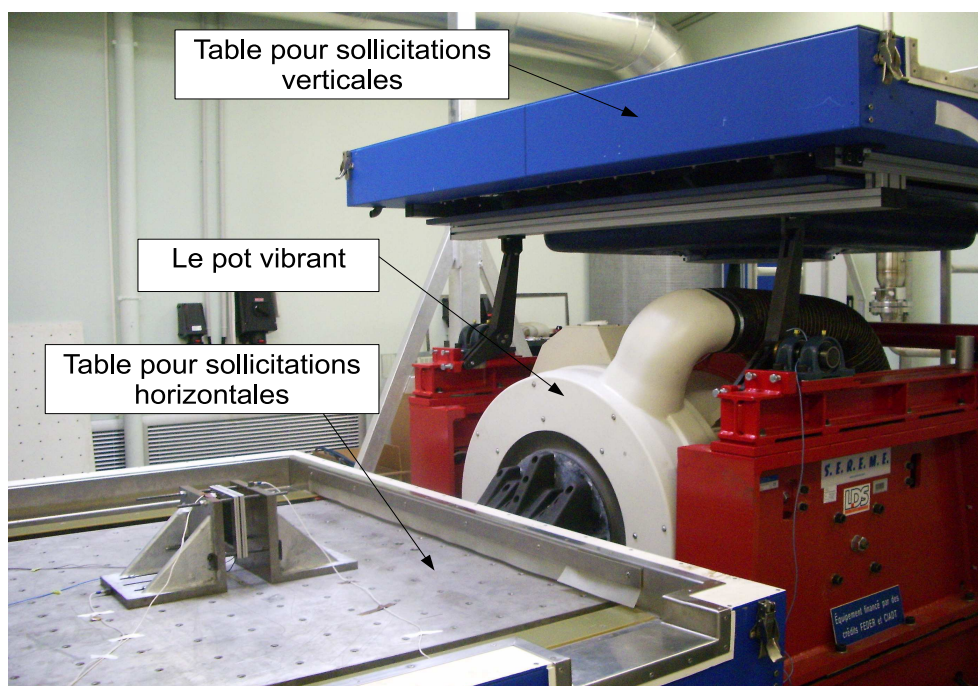


Fig. 1.1 – La plate-forme vibrante.

Les caractéristiques de la plate-forme sont les suivantes :

- La gamme de fréquence balayée varie entre 6Hz et 3 000Hz. En dessous de 6Hz, une vibration de tout le massif se produit, aussi il est déconseillé de descendre en dessous de cette valeur.
- Le déplacement maximale crête-crête de la table est de 48mm.
- La capacité de compensation interne de la charge statique pour la table verticale est de 600kg.
- Le courant autorisé est de 350A pour $I_{efficace}$ et de 1 050A pour I_{max} . Pour la tension, c'est 100V pour $U_{efficace}$ et 141V pour U_{max} .
- La vitesse maximale de la table est de 1,8m/s.

- La force maximale varie selon le type de signal qu'on envoi. Elle a une valeur de 35,6KN pour le sinus et l'aléatoire et de 106.8KN pour le choc.
- Les moments maximum que peut supporter la table horizontale sont 38 600N.m en tangage, 39 400N.m en roulis et 1 280N.m en lacet.

Pot vibrant

L'axe du pot vibrant peut prendre deux orientations, voir figure 1.1 :

1. Une orientation horizontale. Dans cette position il est solidaire de la table 1 (solicitations horizontales) qui permet de vibrer le spécimen suivant les axes X et Y.
2. Une orientation verticale. En effet, le pot peut tourner 90° et devenir solidaire de la table 2 (solicitations verticales) afin de vibrer le spécimen selon l'axe Z.

Le pot vibrant utilisé a un diamètre de 440mm [99]. La masse total du corps du pot vibrant à tourillons est 2260kg. Un ventilateur extérieur permet d'injecter l'air froid sous pression dans le pot vibrant pour le refroidir.

Amplificateur

C'est un amplificateur à gain variable utilisé pour régler la sensibilité de la chaîne d'acquisition. Il est de la gamme 40KVA. Un courant de trois phases assure l'alimentation en énergie de trois domaines :

1. Un courant continu (C.C) de puissance élevée pour la conversion en courant alternatif (C.A) pour assurer le courant autour du point de fonctionnement du pot vibrant.
2. Un C.A de 415V pour le ventilateur de refroidissement.
3. Un C.C approvisionnement pour le pilotage autour du point de fonctionnement du pot vibrant.

Système d'acquisition

Un système industriel d'acquisition et de pilotage a été livré avec la plate-forme vibrante.

Il contient 16 entrées analogiques *BNC* pour les capteurs, par exemple accélérométriques, et 2 sorties analogiques *BNC* pour les actionneurs, par exemple la commande de l'amplificateur du pot vibrant (voir figure 1.3). Les convertisseurs analogiques digitaux travaillent sur 16 bits. Il remplit deux fonctions : le pilotage et l'acquisition :

1. Pilotage :
Il permet de produire trois types de signaux :

- Les sinus balayés : Ils sont représentés par l'équation :

$$x(t) = a \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.1)$$

avec : x , l'amplitude du signal, a , l'amplitude maximale du signal et ω , la pulsation tel que :

$$\omega = 2\pi n \quad (1.2)$$

avec : n , la fréquence, t , le temps et φ , déphasage par rapport à l'origine des temps.

- Les chocs : un choc a lieu lorsque la durée d'application de la force est courte vis-à-vis de la période propre du système subissant cette force.
Le signal de choc généré pendant l'essai peut avoir un profil mesuré (importé d'une mesure réelle) ou un profil défini par l'utilisateur. Il est nécessaire que la vitesse et le déplacement de l'équipage mobile du générateur de vibrations soit nuls à la fin du choc. Cela impose que l'aire totale sous la courbe d'accélération soit nulle pour le choc complet. Ainsi, plusieurs paramètres sont déterminés par l'utilisateur :
 - La forme du choc qui peut être : en demi-sinus, en dent de scie à pic initial ou final, rectangulaire, en sinus amorti...
 - L'amplitude en g.
 - La durée de l'impulsion principale qui peut être 6ms ou 11ms.
 - La relation des avant et après impulsions avec l'impulsion principale (single sided, double sided, optimized, minimized).
 - La durée des avant et après chocs et la polarité.
 - La fréquence minimale et maximale, la fréquence de résolution, la taille du bloc et le taux d'échantillonnage.

Dans la figure 1.2, la courbe en vert est le profil demandé par l'utilisateur, elle contient l'avant impulsion, l'impulsion principale et l'après impulsion, la courbe en bleu est le profil réalisé par la plate-forme vibrante, les courbes en orange et en rouge sont les limites d'alarme et d'arrêt respectivement. Si la courbe bleue dépasse la courbe rouge en un point quelconque la machine s'arrête.

- Les signaux aléatoires : leurs caractéristiques d'amplitude et de fréquence changent continûment en fonction du temps. Ils ne peuvent se décrire de manière précise, mais doivent être traités à partir de bases statistiques. Dans le cas général, une représentation spectrale fait apparaître des composantes pour toutes les fréquences comprises dans un certain interval.
Pour générer un signal aléatoire avec le logiciel disponible, il faut déterminer un profil qui donne la valeur de la densité spectrale de puissance (*DSP*) selon la fréquence. Il faut que l'utilisateur détermine aussi des valeurs comme : la fréquence minimum, la fréquence maximum, la taille des blocs, la résolution des fréquences, la fréquence d'échantillonnage...

La plate-forme vibrante peut aussi reproduire un profil de route mesuré ou simulé à l'aide d'un programme de pilotage spécifique. Un travail de développement de programmes a été nécessaire pour lire les fichiers enregistrés avec le

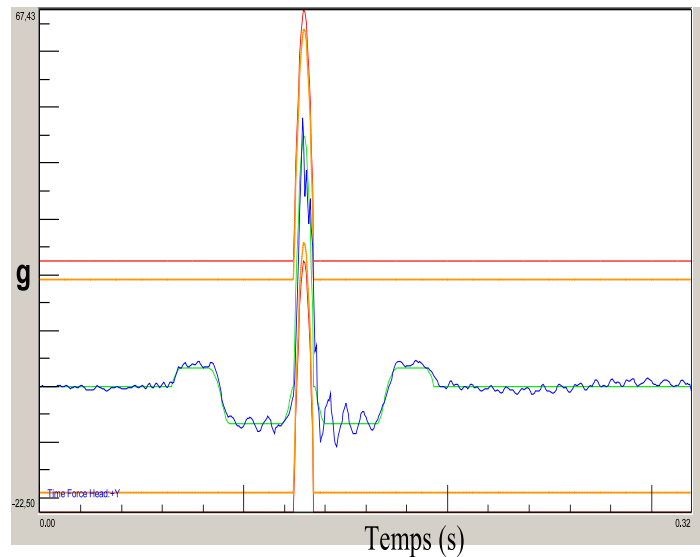


Fig. 1.2 – Le profil d'un signal choc.

matériel embarquable disponible et les reproduire sur la plate-forme, la mise au point d'une procédure permettant d'utiliser le logiciel de réplcation de profils routiers constitue un premier apport scientifique autour de la plate-forme [124] [Annexe A : Procédure *TWR*].

Enfin, l'utilité de chaque type de signal et les raisons de son choix dans des essais vibratoires sont développés dans le chapitre deux (paragraphe 2.5).

2. Acquisition :

Le système industriel permet l'acquisition jusqu'à 16 capteurs. Il permet de récupérer les profils réalisés par les capteurs de pilotage et de mesure dans le domaine spectral ainsi que les différentes fonctions de transfert. Il permet d'effectuer un traitement de signal comme le filtrage, les fenêtres de pondération, etc. Cependant l'information obtenue est traitée et filtrée de sorte que nous n'avons plus accès aux courbes temporelles brutes qui nous intéressent pour la caractérisation des non-linéarités et la modélisation. D'où la nécessité de développer en parallèle sur un deuxième système d'acquisition.

Pour cela, un autre système d'acquisition, qualifié de système de recherche a été introduit sur l'installation en complémentaire du système industriel (voir figure 1.3). Ainsi, le pilotage est effectué par le système industriel et l'acquisition est réalisé par les deux systèmes en parallèle.

Un programme d'acquisition spécifique a dû être développé pour le système de recherche [Annexe B : Programme d'acquisition sous *LabVIEW*]. Il constitue un deuxième apport dans le développement du matériel scientifique autour de la plate-forme. Il offre les avantages suivants :

- Il permet d'accéder aux courbes temporelles brutes des capteurs de pilotage et de mesure. Ce point est essentiel pour pouvoir utiliser les données acquises

pour la caractérisation des non-linéarités et la modélisation.

- Il permet le changement de la fréquence d'échantillonnage en temps réel pour des essais du type sinus balayé afin d'avoir un nombre de points optimisé. En effet, la zone de fréquences accessibles à la plate-forme vibrante est entre 6 à 3000 Hz. Pour une acquisition avec un sinus balayé et un échantillonnage constant, il faudrait échantillonner autour de 30 000 Hz (10 fois la plus grande fréquence) pour ne pas perdre de l'information. Ceci signifie notamment pour les faibles fréquences, une quantité de points très grande. Ce qui va rendre difficile le traitement d'une tel vecteur de points et surtout son utilisation pour alimenter un réseau de neurones. Le traitement est presque impossible avec des moyens informatiques habituels comme des PC même puissants.
- Sa connection de type *USB* permet une facilité de transport et d'implantation.

Système de recherche Keithley

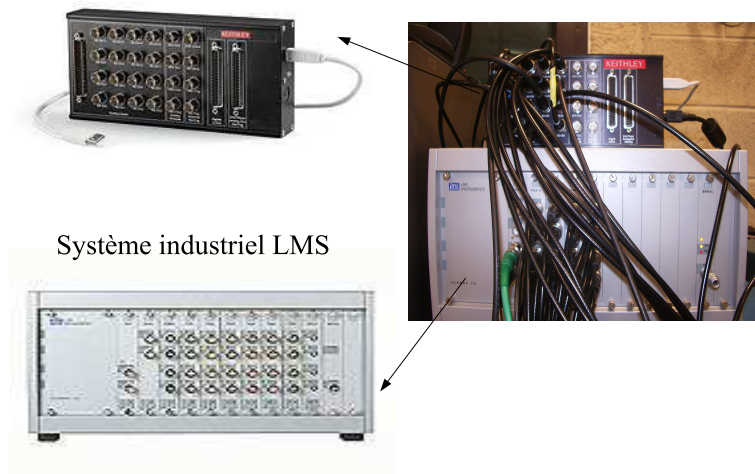


Fig. 1.3 – Les deux systèmes d'acquisition.

Caisson climatique

Un caisson climatique est aussi livré avec la plate-forme vibrante (voir figure 1.4). Il permet de coupler des essais thermiques et vibratoires. La température dans le caisson peut être variée de -45°C à $+130^{\circ}\text{C}$. Il permet aussi de détecter toute fuite d'hydrogène.

Lorsque le caisson climatique est utilisé dans les essais vibratoires, une barrière thermique doit être posée sur la table vibrante pour permettre à la table de résister au changement de température.



Fig. 1.4 – Le caisson climatique.

1.1.2 Limites d'utilisation

Les limites d'utilisation de la plate-forme sont explorées suivant les trois types de signaux (sinus, choc et aléatoire). Elles constituent le troisième apport scientifique autour de la plate-forme. Les limites pour le profil de route sont celles du signal aléatoire. Cette étude des limites est divisée en deux parties : une partie théorique et une partie expérimentale.

Partie théorique

Les limites d'accélération sont calculées par rapport à la masse du spécimen fixé sur la table et à la fréquence d'excitation :

1. Les limites d'accélération en fonction de la masse du spécimen :

Elle consiste à déterminer, une courbe qui donne l'accélération maximale possible pour l'excitation en fonction de la masse du spécimen fixé sur la table. Il existe une courbe pour chacun des trois types de signaux et pour chacune des deux tables avec et sans barrière thermique. La table pour les sollicitations horizontales et celle pour les sollicitations verticales sont nommées dans la suite table horizontale et table verticale.

Pour déterminer ces courbes, premièrement, il faut calculer la masse totale du système qui vibre pour les tables horizontale et verticale (voir le tableau 1.1).

Après avoir calculé la masse totale en balayant la masse du spécimen de 0 à 500 Kg, nous calculons l'accélération maximale de la manière suivante :

$$\text{Accélération} = \text{Force max} / \text{Masse totale}$$

Masse(Kg)	Table horizontale	Table verticale
Equipage mobile (bobine)	32,2	32,2
Tête de poussée	17,6	
Pilier	4	
Table	146	67 avec l'expandeur
Barrière thermique (essais avec caisson climatique)	70	70
Spécimen (à vide par exemple)	0	0
Masse totale à vide avec barrière thermique	269,8	169,2

Tab. 1.1 – La masse totale qui vibre sur les deux tables horizontale et verticale.

La force maximale est donnée par le constructeur, elle est égale à 35 600N pour le sinus et l'aléatoire et à 106 800N pour le choc. Ensuite, l'accélération est divisée par 9.81 pour obtenir les valeurs en g. Le résultat est montré figure 1.5, qui comporte huit courbes qui sont pour : la table horizontale sans et avec barrière thermique et la table verticale sans et avec barrière thermique en sinus (ou aléatoire) et en choc.

2. Les limites en fonction de la fréquence :

Les limites en fonction de la fréquence complètent celles en fonction de la masse. Prenons un point quelconque d'une des huit courbes de la figure 1.5, par exemple, pour la table verticale sans barrière thermique à vide avec sinus, la valeur de l'accélération maximale obtenue est de 37g. Cette amplitude d'accélération doit être réalisable normalement sur toute la bande de fréquence allant de 6 Hz à 3000 Hz (la bande de fréquences réalisable par la plate-forme vibrante).

Mais en balayant la fréquence, nous remarquons que nous sommes incapables de balayer toute la bande. Il y a des difficultés pour les hautes fréquences qui sont dues aux fréquences propres de la table que nous exploiterons dans la partie expérimentale. Mais aussi, il y a des difficultés pour les faibles fréquences. Ce problème aux faibles fréquences est dû au fait que la plate-forme possède deux limites supplémentaires dont une est pour la vitesse de la table qui peut atteindre un maximum de 1.8 m/s et une pour le déplacement maximum crête-crête qui est 48 mm. Le dépassement de l'une de ces deux limites entraîne l'arrêt de la machine.

Ainsi il y a des limites supplémentaires dues à la vitesse et au déplacement maximaux. Le résultat du calcul de ces limites pour les sinus est montré dans la figure 1.6. Pour plus de détail sur le calcul, voir [Annexe C : Limites en sinus pour les faibles fréquences].

Ainsi, pour déterminer les limites de la plate-forme en sinus, il faut procéder de la manière suivante :

1. Déterminer les variables suivantes :

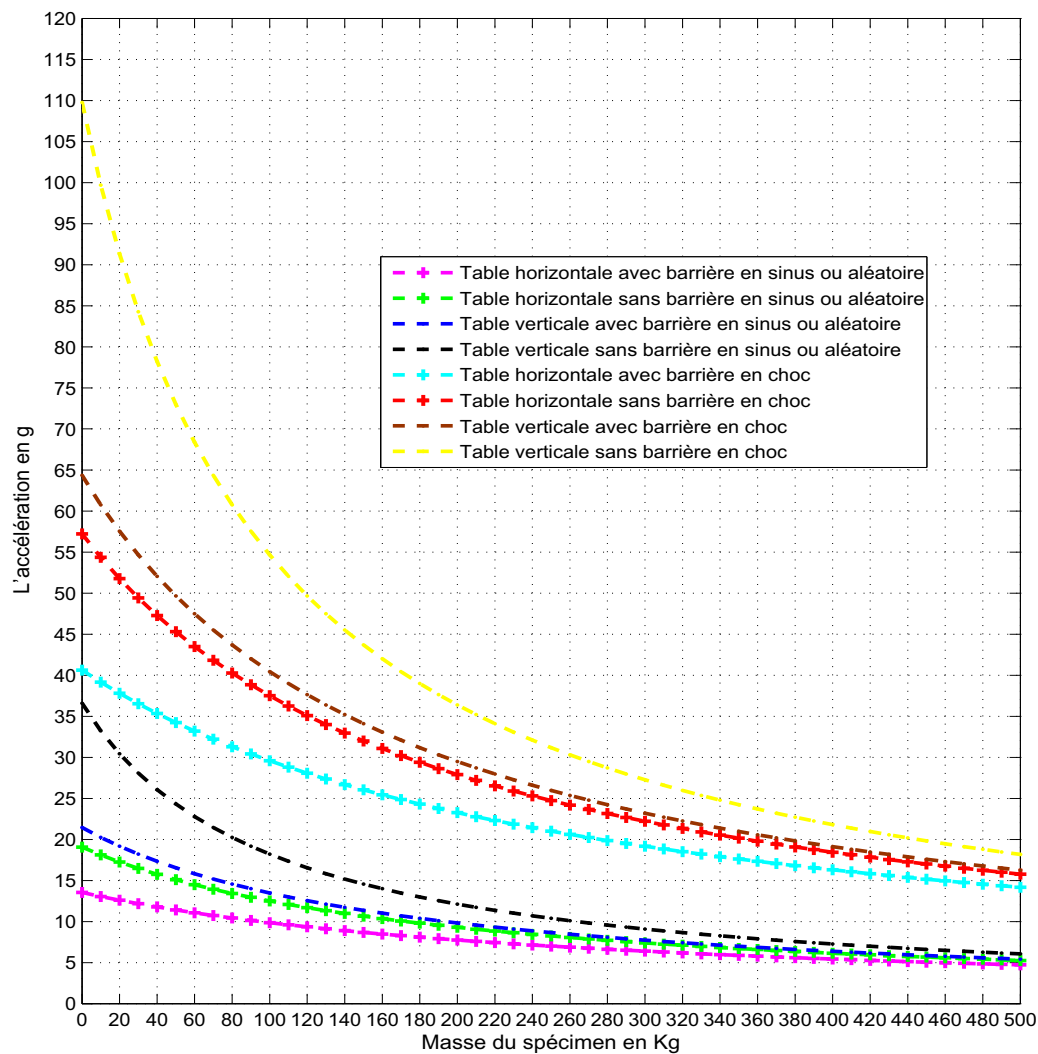


Fig. 1.5 – La limite de l'accélération en fonction de la masse du spécimen fixé sur la table.

- Si la table utilisée est celle pour les sollicitations horizontales ou verticales (par exemple nous choisissons la table horizontale).
 - Si elle est utilisée avec ou sans barrière thermique (par exemple sans barrière thermique).
 - La masse du spécimen (par exemple 0 Kg, à vide).
2. Déterminer à partir de la courbe correspondante dans la figure 1.5 l'accélération maximale que peut réaliser la machine pour ces conditions (la valeur 19g).
 3. Tracer dans la figure 1.6 une ligne horizontale qui correspond à l'accélération trouvée et trouver le profil que la plate-forme peut réaliser pour les basses fréquences (voir figure 1.6, la courbe en noir est le profil maximal). Ce profil est l'enveloppe des trois courbes correspondant aux limites pour l'accélération, la vitesse et le déplacement.

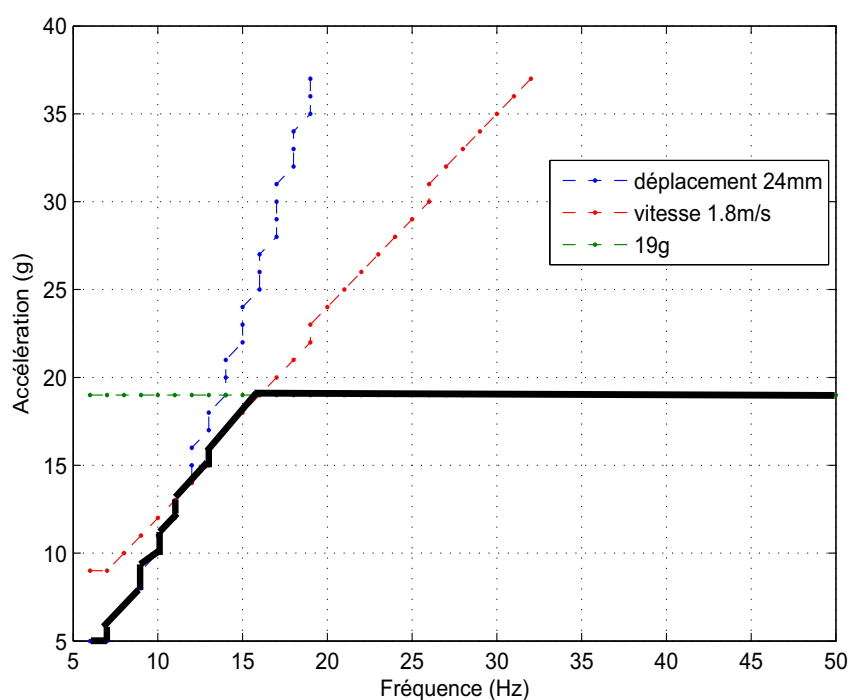


Fig. 1.6 – Le profil maximal de l'accélération en sinus pour la table horizontale à vide sans barrière thermique.

Partie expérimentale

La partie expérimentale comporte trois parties : des essais en choc, aléatoire et sinus. Les essais sinus sont réalisés pour trouver les fréquences propres de la table qui engendrent des difficultés pour les hautes fréquences. Tous les essais de cette partie

expérimentale ont été réalisés pour la table horizontale sans barrière thermique à vide.

Les fréquences propres risquent de glisser avec les barrières thermiques et la masse du spécimen.

1. Les chocs :

Suivant la durée de l'impulsion principale, deux types normalisés d'essai de choc existent :

- les essais de 6ms. Les essais de détermination des limites de la plate-forme en choc ont été réalisés en augmentant graduellement l'amplitude de l'accélération. Nous avons réussi à atteindre 50g.
- Les essais de 11ms. Ils ont été réalisés de façon similaire que ceux de 6ms, la valeur maximale atteinte est 45g.

2. Les signaux aléatoires :

Chaque essai est réalisé en fixant une valeur constante de la DSP et en variant la fréquence de 6 à 3 000 Hz. A chaque essai, la valeur de la DSP est augmentée jusqu'à l'arrêt de la machine. La valeur maximale obtenue est $0,12 g^2/Hz$, ce qui correspond à 19,18g.

3. Les sinus :

Les limites de la plate-forme pour les essais sinus sont calculées en effectuant des essais à accélération constante avec une fréquence qui varie de 6 à 3 000Hz. Les essais suivants ont été réalisés : des essais à 3g, 7g, 10g, 15g, 19g, 22g et 25g. Les résultats sont exposés dans la figure 1.7. Les limites existantes pour les fréquences minimales sont dues aux limites de vitesse et de déplacement. Les limites pour les fréquences maximales sont dues à une fréquence propre de la table. Les fréquences propres de la table horizontale sont : 600, 850, 1 600, 2 000, 2 300 et 2 800Hz.

Les limites trouvées par les essais réalisés sur la table horizontale sans barrière thermique à vide sont résumées comme suit :

- Sinus : 19g.
- Choc 6ms : 50g.
- Choc 11ms : 45g.
- Aléatoire : 19g.

Nous remarquons que la valeur pour le sinus et l'aléatoire est 19g comme celle trouvée dans la figure 1.5. Par contre les valeurs pour le choc 6ms (50g) est inférieure à 57g, valeur trouvée dans la figure 1.5.

Ayant pris en main la plate-forme vibrante : son utilisation et ses limites, nous devons choisir des systèmes mécaniques complexes pour les tester sur cette plate-forme. La deuxième partie de ce chapitre approfondira la notion des systèmes mécaniques complexes.

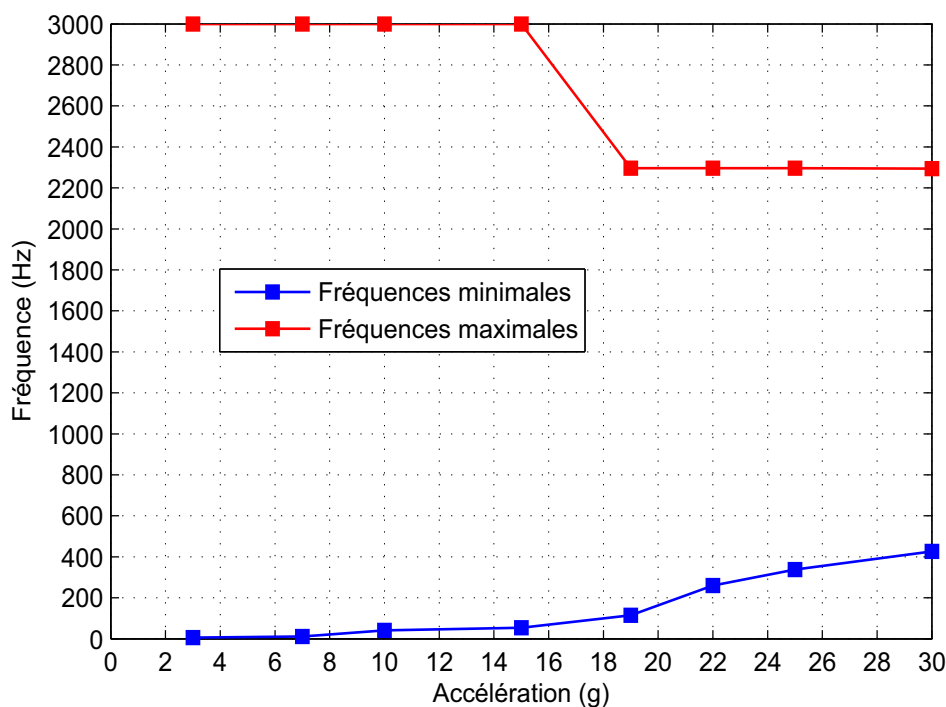


Fig. 1.7 – Les fréquences maximales et minimales en sinus.

1.2 Systèmes mécaniques complexes

Le but de la thèse est d'identifier les systèmes mécaniques complexes en dynamique. Il est utile de commencer par décrire la notion de dynamique (les vibrations) et le comportement dynamique d'un système linéaire avant d'introduire celui d'un système complexe.

1.2.1 Définition des vibrations

Une vibration est un mouvement d'oscillation autour d'une position d'équilibre stable ou d'une trajectoire moyenne. Les oscillations peuvent être périodiques comme le mouvement d'un pendule ou aléatoires comme le mouvement d'un pneu sur une route de gravier. Il existe deux types de vibrations :

- La vibration libre : elle se produit quand un système mécanique est lâché avec une condition initiale non nulle pour vibrer librement. Un exemple est un pendule simple, où une masse ponctuelle m oscille dans le champ de la pesanteur au bout d'un bras de levier l supposé rigide mais sans masse, tournant autour d'un axe horizontal (voir figure 1.8). Le système mécanique vibrera avec sa fréquence propre et le mouvement s'atténuera progressivement jusqu'à l'arrêt.
- La vibration forcée : elle arrive quand une force ou un mouvement alternatif

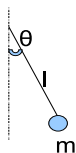


Fig. 1.8 – Un pendule simple.

est appliqué à un système mécanique. Des exemples de ce type de vibration sont la vibration de transport (provoquée par le moteur de camion, les ressorts, la route...), ou la vibration d'un bâtiment pendant un tremblement de terre. Dans la vibration forcée, la fréquence de la vibration est la fréquence de la force ou du mouvement appliqué pour un système linéaire, mais l'amplitude de la vibration dépend fortement du système mécanique lui-même [76].

Ainsi, les vibrations structurales sont toutes des déformations élastiques de structure quelconques dont la moyenne dans le temps est nulle, par opposition aux déformations permanentes (ou statiques). Elles sont le résultat d'efforts eux-mêmes fluctuants, qui s'exercent sur la structure tantôt en son sein (par exemple, efforts imposés à une machine tournante par un rotor mal équilibré, ou efforts dus à la combustion des gaz d'un moteur thermique), tantôt sur ses frontières ou conditions aux limites (rafales de vent sur un immeuble, vibrations transmises par le sol à un équipement, par les points d'accrochage du moteur à un véhicule automobile, etc.) [32].

Des techniques d'investigations existent pour caractériser ces vibrations structurales d'un système mécanique au sein d'un laboratoire. La plate-forme vibrante est un outil qui permet de réaliser ce but.

Le système à tester est fixé sur l'une des tables horizontale ou verticale suivant la direction de l'axe de vibration. Le pot vibrant, solidaire de la table, permet de reproduire tout signal défini par l'utilisateur. Ce signal peut être un sinus, un choc, un signal aléatoire ou un profil de route. Un capteur de pilotage, collé sur la table, mesure en permanence l'accélération de la table. Il renvoie un signal au programme de pilotage qui lui même envoie un signal à l'amplificateur qui guide le mouvement du pot en réglant l'intensité du courant envoyé à ce dernier. Le but est de minimiser l'écart entre le mouvement du pot vibrant et le signal imposé par l'utilisateur.

La réponse du système à tester est mesurée par des capteurs de mesure. Cette réponse varie selon le type du système testé. Ce système peut être linéaire ou non-linéaire.

1.2.2 Vibration d'un système linéaire

Pour un système linéaire, à un instant donné, les vibrations de la structure sont proportionnelles aux efforts qui les gèrent : si, toutes choses égales par ailleurs, l'intensité de ces efforts double, la vibration double aussi, que nous la représentons en termes de déplacement vibratoire (ou de vitesse, ou d'accélération) ou de contrainte dynamique dans le matériau constitutif.

Par contre, l'amplitude de la vibration dépend considérablement de la forme de l'effort excitateur en fonction du temps ou en fonction du contenu fréquentiel de l'effort excitateur.

La susceptibilité de la structure aux vibrations est une fonction extrêmement variable relativement à la fréquence de l'effort appliqué : telle structure pourra être pratiquement insensible à un effort important appliqué en tel point au rythme de 100 Hz, et prendre des mouvements cinquante à deux cents fois plus grands si le rythme (c'est-à-dire la fréquence de cet effort) augmente ou diminue de quelques pour-cent. Il est très utile de caractériser cette susceptibilité aux vibrations d'une structure donnée, qui est donc une propriété intrinsèque de la structure, dépendant de la fréquence. Cette susceptibilité se caractérise par un certain nombre de comportements extrêmes à des fréquences particulières, qui sont nommées fréquences propres [32].

Ainsi, si le comportement vibratoire de chaque élément basique d'un système mécanique comme la masse, la raideur et l'amortissement, est linéaire ; le comportement vibratoire résultant du système complet est linéaire. Le système est ainsi qualifié de système mécanique linéaire. Si un des composants se comporte de façon non-linéaire, le comportement vibratoire résultant est non-linéaire. Le système est qualifié par système non-linéaire. La non-linéarité provient de plusieurs raisons et possède plusieurs degrés [27].

1.2.3 Causes des non-linéarités

Il est très important de comprendre que dans la nature, la non-linéarité est une généralité tandis que la linéarité est une exception [92]. Nous allons exposer ci-dessous les différentes raisons qui aboutissent à la présence de la non-linéarité :

- Une non-linéarité géométrique, elle est due à des grands mouvements et à l'énergie potentielle. Par exemple, le pendule simple à vibration libre (voir figure 1.8) qui a pour équation de mouvement :

$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} + mg \sin\theta = 0 \quad (1.3)$$

avec m , la masse, l , la longueur du bras de levier, θ , l'angle de rotation du pendule simple [123].

Pour résoudre cette équation du mouvement, nous considérons seulement des petites oscillations pour approximer $\sin\theta = \theta$. Ainsi, pour des grands mouvements, cette approximation n'est plus valable ni l'hypothèse des petits oscillations. En réalité, la période d'oscillation du pendule croît avec l'augmentation de l'amplitude des oscillations.

- Une non-linéarité d'inertie, elle dérive des termes non-linéaires qui contiennent des vitesses ou des accélérations dans l'équation de mouvement. Elle prend sa source de l'énergie cinétique du système.
- La dissipation due à certains types d'amortissement est un phénomène essentiellement non-linéaire et il n'est pas encore complètement modélisé et compris.

Par exemple l'effet du frottement sec est un exemple d'amortissement non-linéaire. Il est important de savoir que le frottement sec influence la dynamique d'un système surtout pour des amplitudes d'excitation faibles [89].

- Une non-linéarité matérielle, elle provient du changement non-linéaire des caractéristiques des matériaux avec les amplitudes de déplacements. C'est le cas des mousses et des isolateurs en caoutchouc.

Un exemple courant de la non-linéarité matérielle est la mousse de polyuréthane utilisée dans les sièges de voiture. C'est une résine thermoplastique possédant des propriétés mécaniques sensibles aux variations de la température et de la vitesse de déformation. Dans [134], le comportement dynamique unidirectionnelle de la mousse est modélisé par une raideur non-linéaire.



Fig. 1.9 – Un siège de voiture formée de la mousse de polyuréthane, [78].

- Une non-linéarité de la raideur. Par exemple les systèmes élastiques possédant des raideurs à plusieurs pentes se classent parmi les systèmes à raideurs non-linéaires.

Un frottement d'embrayage équipé d'un préamortisseur possède une caractéristique de raideur non-linéaire. L'équation la plus proche de ce type de comportement est celle de *Duffing* [96]. Celle-ci se formule selon l'équation suivante où une masse m est rappelée par un ressort à raideur parabolique et soumise à l'excitation d'une force $F(t)$:

$$m\ddot{x}(t) + (k_0 + k_1x^2)x = F(t) \quad (1.4)$$

L'allure parabolique de la raideur permet d'approcher le comportement d'une raideur à deux pentes. Un autre comportement non-linéaire de la raideur est le comportement hystérésis. Nous pouvons l'expliquer comme suit :

soit une grandeur cause notée C produisant une grandeur effet notée E . On dit

qu'il y a hystérésis lorsque la courbe $E = f(C)$ obtenue à la croissance de C ne se superpose pas avec la courbe $E = f(C)$ obtenue à la décroissance de C . Lorsque nous imposons à la cause C des variations périodiques, l'hystérésis est responsable d'une forme particulière pour la courbe $E = f(C)$ appelée cycle d'hystérésis [76].

- Une non-linéarité du contact ou des conditions limites, elle est due à des problèmes de contact qui réagissent à cause des liaisons de contacts (des joints imparfaits, des contacts avec des contraintes rigides, les jeux, le collage imparfait des systèmes élastiques...) qui existent entre les différents sous-systèmes. Ces liaisons peuvent être variables dans le temps.

Une non-linéarité peut aussi résulter des sollicitations extérieures non-linéaires (comme des magnéto-élastique, des électrodynamiques ou des forces hydrodynamiques) [23].

- Une non-linéarité structurelle, elle touche la structure même du système qui devient plus complexe. Il est formé de plusieurs sous systèmes hétérogènes dynamiquement et matériellement. Ces sous systèmes peuvent être linéaires ou non-linéaires.

Même dans le cas où tous les sous-systèmes sont linéaires, la non-linéarité du système globale provient des liaisons entre ses sous-systèmes (non-linéarité de contact) ce qui abouti à une réponse finale non-linéaire et difficile à prédire.

Un exemple d'un tel système est la pile à combustible qui est formé d'un empilement de sous-systèmes différents matériellement avec des liaisons non-linéaires entre les sous-systèmes.

Des exemples sur des comportements non-linéaires dans la littérature sont nombreux :

- Dans l'industrie automobile, le crissement des freins qui est une vibration du rotor du frein reliée à la variation du frottement entre les plaquettes et le rotor [121] (voir figure 1.10).

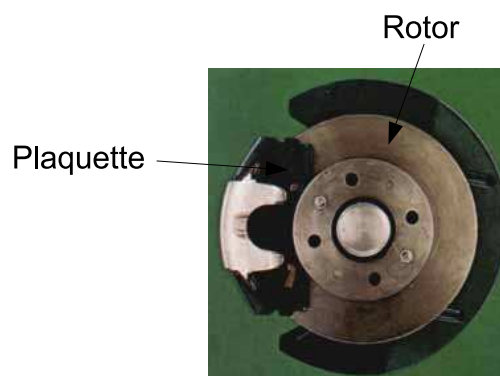


Fig. 1.10 – Un frein à disque d'une voiture.

Le coefficient de frottement des freins doit être le plus stable possible malgré de sérieuses difficultés dues à de nombreux facteurs (température, pression, vitesse, présence de poussière, etc.).

Celui-ci diminue souvent à chaud et l'efficacité de la garniture baisse, aussi il a une valeur plus basse sur les garnitures à composants graphités (garnitures dites *grasses*). Enfin, une entrée d'eau baisse sa valeur momentanément tandis que la formation d'oxyde de fer sur les rotors provoque une augmentation de cette valeur, et donc un freinage brutal aux premiers coups de frein le matin. Un autre exemple est le bruit du contact roue-rail et les montages visco-élastiques du moteur qui réagissent d'une façon non-linéaire (dépendance de l'amplitude et de la fréquence de l'excitation).

- Dans l'aéronautique, il y a les effets de saturation dans les vérins hydrauliques, le durcissement non-linéaire dans les connections moteur-mât, le frottement et le jeux dans les joints [142].
- Dans les systèmes mécatroniques, les sources de non-linéarités se trouvent dans le frottement des roulements, les rails de guidages et le jeux dans les joints d'un robot.
- Dans l'ingénierie civile, les grandes structures démontables comme les stands de concerts sont soumises à des non-linéarités dues de l'imperfection des joints. Un autre cas où les non-linéarités peuvent apparaître est celui des structures endommagées (des fissures de fatigues, des rivets ou des boulons qui peuvent s'ouvrir ou se fermer sous des forces dynamiques).
- Le système chaotique possède un comportement apériodique (un état n'est jamais répété deux fois), borné (la valeur de la solution de l'équation différentielle non linéaire ne tendra jamais vers $\pm\infty$, déterministe (pour une valeur x_t il existe une seule valeur possible $x_{t+1} = f(x_t)$) et très sensible aux conditions initiales (deux solutions qui commencent à partir de deux conditions initiales très proches vont diverger avec le temps) [90]. C'est un cas particulier de non-linéarité qui a suscité beaucoup d'intérêt et d'études au cours des dernières années. Les systèmes chaotiques sont fréquents dans la nature comme les systèmes biologiques, la météorologie, les marchés financiers, la mécanique céleste, etc.

1.2.4 Définition d'un système mécanique complexe

Les systèmes mécaniques complexes que nous voulons tester sur la plate-forme d'essais dynamiques sont des systèmes mécaniques constitués d'assemblages multiples de sous-systèmes qui présentent des hétérogénéités matérielles et structurales et qui possèdent un grand nombre de degrés de liberté. Les sous-systèmes peuvent être : électriques, mécatroniques ou hydrauliques..., le plus souvent non accessibles à la modélisation. Soumis à des sollicitations extérieures, les réponses de ces sous-systèmes interagissent et se couplent de manière complexe, ce qui aboutit à une réponse finale non-linéaire et difficile à prédire [113].

1.2.5 Identification d'un système mécanique complexe

L'identification d'une structure, comme nous l'entendons dans ce travail, consiste à extraire les informations sur son comportement dynamique à partir des données expérimentales. Il s'agit de développer un modèle à partir des mesures acquises des entrées et des sorties d'une structure sollicitée par des excitations sur un banc d'essais [92].

Les principaux buts de l'identification des systèmes mécaniques non-linéaires sont :

- L'identification des non-linéarités présentes dans les mesures dynamiques.
- La fourniture des types et ordres de ces non-linéarités.
- La création des modèles capables de prédire les mesures dynamiques.
- La faisabilité de cette identification pour une large classe de systèmes non-linéaires.

La figure 1.11 permet d'illustrer la procédure d'identification qui permet de réaliser ces différents buts. Cette dernière est divisée en trois étapes : la réalisation des essais vibratoires, l'utilisation des données mesurées pour la caractérisation des non-linéarités et la modélisation.

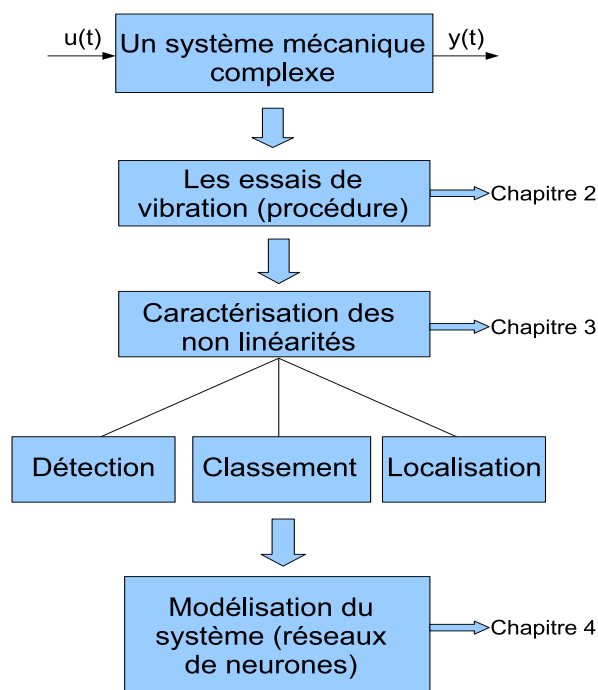


Fig. 1.11 – La procédure d'identification d'un système mécanique complexe.

Réalisation des essais vibratoires

La conception et la réalisation des essais vibratoires avec la plate-forme vibrante constitue la première étape dans la procédure d'identification des systèmes méca-

niques complexes. Pour le bon déroulement des essais, une procédure d'essais vibratoires pour les systèmes mécaniques complexes est développée dans le chapitre 2.

Caractérisation des non-linéarités

La deuxième étape de l'identification d'un système mécanique complexe est la caractérisation des non-linéarités. Elle peut se réaliser dans le domaine temporel ou fréquentiel.

Il y a trois étapes pour caractériser les non-linéarités [12], qui sont :

- la détection qui permet de décider s'il existe des non-linéarités,
- le classement qui détermine leur type et leur ordre,
- la localisation qui détermine où elles se trouvent.

La caractérisation des non-linéarités est développée plus profondément dans le chapitre 3. Il comporte un exposé des propriétés essentielles qui permettent de différencier les systèmes linéaires des systèmes non-linéaires. Ensuite, une étude et une comparaison entre les différentes méthodes de caractérisation est effectuée en se basant sur des données simulées de systèmes masse-ressort non-linéaires.

Modélisation d'un système mécanique complexe

Avant d'exposer les différentes méthodes de modélisation des systèmes mécaniques, nous allons commencer par définir la modélisation, et introduire la notion de bruit.

Définition La modélisation possède deux objectifs : le premier est de décrire le phénomène dans sa complexité minimale compte tenu du but poursuivi, et le second est de se doter d'un outil pour en prédire les effets. C'est lorsque nous voulons évaluer la puissance prédictive d'un modèle que nous sommes amenés à postuler l'existence d'une vraie correspondance fonctionnelle entre les données et les observations.

Cette puissance prédictive du modèle peut s'y exprimer de diverses manières qui toutes, cependant, cherchent à mesurer la différence entre le vrai modèle et les observations. La nécessité de prendre en compte les différences patentes entre le comportement observé et le comportement calculé induit alors naturellement la notion de bruit comme agent dégradant du processus d'identification [17].

En effet, le bruit existe toujours dans les mesures des entrées et des sorties. Dans l'analyse de vibration linéaire, le bruit est modélisé comme un terme additif sur les données des mesures. Puisque le modèle est linéaire, le bruit se propage dans le modèle comme un terme additif non corrélé avec les mesures.

L'une des difficultés de la modélisation des systèmes non-linéaires est que le bruit se propage dans le modèle et il est difficile de décorrélérer le bruit et les données mesurées [12]. Ce qui peut aboutir à des erreurs dans l'estimation des paramètres du modèle.

Différentes méthodes de modélisation Les méthodes de modélisation changent avec le type du système mécanique considéré. Nous allons faire un petit rappel des principales méthodes de modélisation existantes pour les systèmes linéaires avant d'approfondir celles des systèmes non-linéaires.

1. Dans le premier cas, le système est de type linéaire discret, à un ou à plusieurs degrés de liberté, ou de type linéaire continu. Les méthodes développées sont distribuées entre :
 - (a) Des méthodes analytiques ou mathématiques :
 - La méthode d'analyse modale par éléments finis [35].
 - Les intégrales de convolution ou plus généralement la théorie des fonctions de *Green*.
 - La théorie des opérateurs linéaires et la théorie du spectral.
 - (b) Des méthodes hybrides entre systèmes discrets et continus :
 - Les *Bond-Graphs* à commutation qui est une méthode qui étend des approches continues pour intégrer du comportement discret [41].
 - Les réseaux de *Petri* hybrides qui étendent des approches discrètes classiques pour inclure du comportement continu [25].
 - Les automates hybrides, *Statecharts* hybrides et *Grafcet* hybrides qui combinent des approches discrètes et continues dans une même représentation [63].
 - Les sous-ensemble flous qui développent une représentation unificatrice [29].
 - (c) Des méthodes hybrides entre méthodes expérimentales et analytiques :
 - La méthode d'analyse expérimentale qui comporte des méthodes temporelles et des méthodes fréquentielles. Parmi les méthodes temporelles, nous citons :
 - i. La méthode temporelle d'*Ibrahim* [73].
 - ii. Les méthodes des moindres carrées complexes exponentielles [103].
- Parmi les méthodes fréquentielles, nous citons :
- i. Les méthodes d'appropriations [119].
 - ii. Les méthodes de réduction [55].

Nous nous limiterons à citer ces méthodes linéaires, pour information. Mais notre sujet concerne les systèmes non-linéaires et leur méthodes de modélisation.

La méthode par éléments finis est expliquée brièvement dans le paragraphe 2.2 car elle est utilisée pour modéliser le montage.

La raison de ce choix est que cette méthode est la plus populaire car elle peut décrire avec un nombre acceptable de paramètres (les paramètres modaux : les fréquences modales, les modes propres et les coefficients d'amortissement), le comportement du système pour n'importe quel type et amplitude d'excitation. Elle inclue les fonctions de réponses fréquentielles (*FRF*) pour l'analyse vibratoire et la théorie des transformée à intégrale linéaire (*Fourier*, *Laplace*, *Hankel* et autre).

2. Dans le deuxième cas, le système contient des non-linéarités. Les techniques de modélisation citées en haut ne sont plus efficaces dans ce cas.

La raison est que le principe de superposition applicable pour les systèmes linéaires n'est plus valable ici. En effet, les fréquences de l'entrée interagissent entre elles pour produire les fréquences de la sortie à des harmoniques ou des sous-harmoniques de celles de l'entrée.

A titre d'exemple, la figure 1.12 montre les spectres d'une excitation sinusoïdale à 100 Hz et de la réponse d'un système non-linéaire à cette excitation. Des harmoniques sont présentes dans le spectre de la réponse non-linéaire.

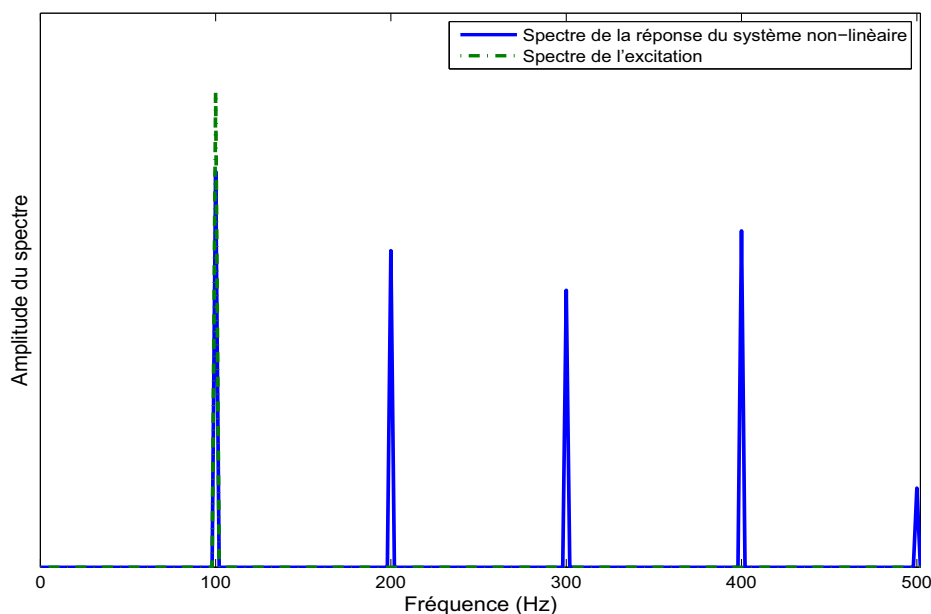


Fig. 1.12 – Le spectre d'une réponse non-linéaire à une excitation sinusoïdale à 100 Hz.

Si nous essayons d'appliquer l'analyse modale pour un système non-linéaire, les paramètres modaux vont changer pour chaque type et chaque amplitude de l'entrée. Ainsi, d'autres approches sont nécessaires.

La première apparition d'une méthode pour modéliser des systèmes non-linéaires date des années 1970 [102]. A partir de cette date, de multitudes approches ont vu le jour à cause de la nature très individuelle des systèmes non-linéaires. La plupart de ces méthodes ont ciblé des systèmes à un degré de liberté, mais un progrès a été réalisé dans les 10 - 20 dernières années pour identifier certains systèmes avec plusieurs degrés de liberté. Actuellement, des structures simples continues avec certaines non-linéarités très localisées sont accessibles à la modélisation [92].

Les méthodes de modélisation de la dynamique non-linéaire sont classées en sept catégories : les méthodes basées sur la linéarisation, les méthodes tem-

porelles, les méthodes fréquentielles, les méthodes modales, l'analyse temps-fréquence, la mise à jour du modèle structural et les méthodes *boite noire*.

La méthode choisie dans cette thèse est une méthode *boite noire* car elle ne demande pas de connaissances préalables des propriétés physiques du système. A partir des méthodes *boite noire*, la technique des réseaux de neurones artificielles est choisie car elle excelle dans la représentation du comportement non-linéaire.

Toutes les méthodes de modélisation sont énumérées ci-dessous pour montrer la multitudes des approches présentes dans la littérature. Cette multitude est due au caractère individuel de chaque type de non-linéarité. Certaines des méthodes citées ci-dessous sont aussi utilisées pour la caractérisation des non-linéarités, elles seront expliquées dans le chapitre 3. La méthode par réseaux de neurones sera expliquée dans le chapitre 4.

(a) La linéarisation :

L'analyse modale est une théorie qui a beaucoup de succès avec les systèmes linéaires. Si cette méthode est appliquée sans modification, un système linéaire doit être associé à chaque *FRF*. Mais comme la *FRF* change avec l'amplitude de l'excitation, toute linéarisation du système est seulement valide pour une amplitude donnée de l'excitation. De plus, la forme de la *FRF* change avec le type de l'excitation. Une excitation aléatoire est celle qui donne une *FRF* non-linéaire qui ressemble le plus à une *FRF* linéaire.

Ainsi, l'approche est d'appliquer les méthodes linéaires mais indirectement. Par exemple les techniques de perturbations, où le problème non-linéaire est réduit à une hiérarchie de sous-problèmes linéaires où les techniques citées dans le cas linéaire peuvent être appliquées à chaque sous-problème [141].

Parmi les méthodes qui ont été développées dans l'esprit de la linéarisation équivalente, nous citons :

- Une approche qui calcule la réponse spectrale d'un système linéaire équivalent où la fréquence propre équivalente est une variable aléatoire [26].
- La méthode de balance harmonique (*Harmonic balance method*) [59] qui linéarise l'équation de mouvement non-linéaire avec une excitation harmonique.

Cette approche est utile dans certaines applications comme dans l'analyse vibratoire aléatoire des systèmes avec une force de rappel hystérésis [44]. Mais évidemment, elle est très limitée quand il s'agit des systèmes avec de fortes non-linéarités.

(b) Les méthodes temporelles :

Une méthode est dite temporelle si les données utilisées pour la modélisation sont sous forme de séries temporelles. Parmi les méthodes basées

sur les séries temporelles, il y a :

- La méthode surfacique de la force de rappel (*Restoring Force Surface Method RFS*) [102] qui au début était basée sur une expansion de Chebyshev [122], ce qui a compliqué l'analyse numérique. Après il y a eu une proposition d'application de cette méthode dans le domaine fréquentiel avec une extension pour les systèmes hystérésis et chaotiques. La méthode *RFS* sera expliquée dans le chapitre 3 car elle est aussi utilisée pour caractériser les non-linéarités.
- Une modélisation d'un système non-linéaire en absence de la mesure de l'excitation [65]. Un graphe de la force de rappel est utilisé pour caractériser les fréquences et les amplitudes des non-linéarités. Ces deux derniers sont utilisés pour construire un modèle avec des fonctions de réponses fréquentielles linéaires et non-linéaires.
- La variante linéaire basée sur l'approche *ARMA* (*Auto Regressive Moving Average*) [40]. Il y a eu plusieurs essais pour généraliser le modèle pour des structures non-linéaires avec *NARMAX* (*Nonlinear ARMA with eXogenous input*). La structure de ce dernier sera discutée en détail dans le chapitre 4.
- La transformation de *Hilbert* dans le domaine temporel [51]. Cette méthode sera expliquée dans le chapitre 3 car elle est aussi utilisée pour caractériser les non-linéarités.
- Une technique d'analyse des séries temporelles non-linéaires avec l'exposant de *Lyapunov* [116]. Le calcul de cet exposant est basé sur le calcul de la dimension de corrélations d'une série temporelle. Une importante application de cette méthode est le domaine des systèmes chaotiques.
- Un procédé fonctionnant sur la réponse de vibration libre du système qui peut identifier des rapports fonctionnels entre les fréquences modales et les amplitudes modales d'oscillation (*White noise identification*) [33].
- La décomposition d'un signal avec de multiples composants en des signaux mono-composants avec la méthode de *Huang-Hilbert* [148].

(c) Les méthodes fréquentielles :

Une méthode est dite fréquentielle si les données utilisées pour la modélisation sont des spectres ou des *FRFs*. En général, le domaine fréquentiel offre un calcul plus facile et une interprétation plus intuitive. Parmi les méthodes fréquentielles, il y a :

- Les séries fonctionnelles de *Volterra* et de *Wiener* [147]. Cette méthode sera expliquée dans le chapitre 3 car elle est aussi utilisée pour caractériser les non-linéarités.
- La méthode bi-spectrale (spectre d'ordre trois) [71] et tri-spectrale (spectre d'ordre quatre). Cette méthode a été utilisée pour caractériser et quantifier l'amortissement du premier mode d'un système avec trois barres et deux masses.

- La méthode de balance harmonique (*Harmonic balance method*) dans le domaine fréquentiel [138].
- La méthode du trajet inverse (*Reverse Path Method RPM*) [49].
- La méthode de l'identification non-linéaire à travers un retour de la sortie (*Nonlinear Identification through Feedback of the Output NIFO*) [13] qui est basée comme la méthode *RPM* sur la séparation de la partie non-linéaire de la réponse du système de la partie linéaire afin d'éliminer les distorsions causées par la présence des non-linéarités dans la *FRF*.
- Un modèle *ARX* dans le domaine fréquentiel [11].
- Des méthodes d'analyse spectrale non-linéaire *SEM* [72].

(d) Les méthodes modales :

Les techniques traditionnelles pour analyser les structures non-linéaires sont basées sur l'hypothèse que les non-linéarités sont faibles et que la structure non-linéaire ressemble à celle du système linéaire sous-jacent. Cette hypothèse peut entraîner des résultats faux si des bifurcations ont lieu. Une bifurcation est le changement d'un comportement dynamique à un autre.

A partir de ce concept, l'approche des modes non-linéaires (*Nonlinear Normal Mode NNM*) a été introduite. Parmi les méthodes modales, nous citons :

- L'approche *NNM* qui constitue un fondement théorique pour l'extension de l'analyse modale pour les systèmes non-linéaires. Ce qui permet de calculer des valeurs propres non-linéaires avec la procédure de *Newton-Raphson*.
- Une approche basée sur la notion des *NNMs* et qui prévoit des interactions entre les modes (*multi-mode invariant manifold*) [118].
- Une méthode basée sur un modèle par éléments finis transformé en un modèle d'espace avec les techniques de réductions [69].
- La force d'appropriation pour des systèmes non-linéaires (*Force Appropriation of Nonlinear systems FANS*) [21].
- La méthode non-linéaire de l'affaiblissement de la résonance (*Non Linear Resonant Decay NRD*) [146].
- Une méthode basée sur des modes propres extraits des modes propres orthogonales (*Proper Orthogonal Modes POM*) et la forme des ces modes instantanés est extraite de la transformation de *Wavelet* [18].
- Une méthode d'analyse modale expérimentale combiné avec la méthode des éléments finis. Une amélioration a été introduite avec la notion de couplage structurel grâce aux techniques d'expansion [66].

(e) Les méthodes d'analyses temps-fréquence :

Les méthodes d'analyses temps-fréquence ne donnent pas plus de connaissance sur la dynamique du système mais grâce à leur représentation spécifique, elles offrent une différente perspective [65].

Un autre avantage est qu'elles permettent la projection de l'historique du

temps dans un espace qui permet la séparation des composants du signal. Ce qui permet de faciliter le filtrage dans le cas d'un signal à plusieurs éléments. Parmi les méthodes proposées, il y a :

- La méthode qui étudie les oscillations non-linéaires avec la transformation de *Gabor* [53]. Cette dernière est un cas spécial de la transformée de Fourier. Elle est utilisée pour déterminer les composants de la fréquence sinusoïdale et de la phase d'une section locale d'un signal qui change avec le temps.
- La transformation *Wavelet* basée sur une intégration directe des équations différentielles [132]. La méthode *Wavelet* sera expliquée dans le chapitre 3 car elle est aussi utilisée pour caractériser les non-linéarités.
- Une méthode qui combine la transformation *Gabor* et *Wavelet*. La transformation de *Gabor* est utilisée pour identifier une matrice temporelle représentant le comportement spatiale du système. Cette matrice est utilisée pour découpler la réponse transitoire en un ensemble d'éléments quasi-harmoniques. Après la transformation de *Hilbert* est utilisée pour analyser chaque élément.
- Une approche de représentation quadratique qui englobe la distribution de *Wigner-Ville* et la distribution de *Cohen-class* [143].
- La décomposition orthogonale combinée avec la transformation de *Wavelet-Galerkin* [68]. Cette approche découpe le problème non-linéaire initial différentiel en un ensemble d'équations algébriques.

(f) La mise à jour du modèle structural :

Cette méthode est une combinaison d'un modèle analytique avec des mesures expérimentales [58].

Elle utilise les techniques de modélisation structurale qui calculent les paramètres du modèle en se basant sur la connaissance de la géométrie et des propriétés mécaniques de la structure.

Il existe trois sortes d'erreurs qui différencient entre les prédictions du modèle et les mesures expérimentales : l'erreur de modélisation, l'erreur des paramètres et l'erreur des mesures. La mise à jour se fait dans le but de minimiser ces erreurs. Le plus souvent le modèle initial est créé par *éléments finis* et la mise à jour du modèle est nommée *la mise à jour du modèle éléments finis*. Dans *Kyprianou* [94], l'optimisation de la fonction objectif est réalisée en utilisant des algorithmes génétiques.

(g) Les méthodes *boite noire* :

L'une des plus grande difficulté des systèmes non-linéaires est que la fonction $S[\cdot]$ qui relie l'entrée $x(t)$ à la sortie $y(t)$ du système tel que : $y(t) = S[x(t)]$ est inconnue.

Une bonne connaissance des propriétés physiques du système est nécessaire pour choisir un modèle exact. Si cette connaissance n'est pas disponible, les méthodes à *boite noire* sont la solution parce qu'elles sont capables de décrire les dynamiques non-linéaires en se basant seulement sur les données des essais. Les méthodes capables de réaliser ce mappage

des données sont :

- Les réseaux de neurones artificielles (*Artificial Neural Networks ANN*) [112].
- Les réseaux *Wavelet* [97] qui contiennent la richesse fonctionnelle à multi-résolution des coefficients *Wavelet*.
- Les *splines* qui sont des fonctions facile à calculer et ne prend pas beaucoup de place pour sauvegarder [115].
- Les modèles flous *neuro-fuzzy* qui combine les systèmes *fuzzy* avec les capacités d'apprentissage des réseaux de neurones. Ils sont appelés les modèles à *boite grise* [95].

A partir des différentes méthodes à *boite noire*, les réseaux de neurones ont reçu le plus d'attention dans le domaine de la modélisation des systèmes dynamiques non-linéaires. L'utilisation des *splines*, des réseaux *Wavelet* et des modèles *neuro-fuzzy* est utile dans le domaine de l'identification non-linéaire mais jusqu'à maintenant ils n'ont pas été appliqués largement dans cet objectif.

Après avoir cité toutes les méthodes de modélisation, nous pouvons résumer les remarques suivantes :

- En revanche des progrès effectués dans la modélisation et le grand choix de méthodes existantes, aucune de ces approches ne peut être appliquée d'une façon générale à tous les systèmes non-linéaires. Elles se trouvent toujours à un stade préliminaire et il n'existe pas encore de procédure globale pour détecter, caractériser, analyser et identifier les systèmes mécaniques non-linéaires.
- Actuellement, des structures simples continues avec certaines non-linéarités très localisées dans la structure sont accessibles à la modélisation [92]. Un grand problème apparaît pour les systèmes qui possèdent un grand nombre de degrés de liberté avec des modes couplés, un grand amortissement et une pauvre séparation. Pour réaliser la modélisation physique de tels systèmes, il faut connaître beaucoup d'informations sur leur propriétés physiques (structure, matériel, type de liaisons...). Ces informations sont d'autant moins disponibles que les systèmes à modéliser sont complexes.

La seule possibilité est alors d'utiliser les données acquises pendant des essais pour caractériser le comportement vibratoire du système. Il s'agit d'utiliser une méthode *boite noire* qui ne nécessite aucune connaissance à priori de l'intérieur du système ou des phénomènes physiques qui s'y déroulent [111].

Les réseaux de neurones semblent être un support efficace pour cette modélisation car parmi les autres modèles *boite noire*, c'est eux qui ont été utilisés le plus dans le domaine de la dynamique non-linéaire car certains types de réseaux de neurones excellent dans la représentation des comportements non-linéaires.

Pour cela, la technique des réseaux de neurones artificiels a été choisie pour

modéliser les systèmes mécaniques complexes. Elle sera développée en détail dans le chapitre 4.

Des exemples de systèmes complexes se trouvent dans le domaine de l'automobile, de la robotique, de la biomécanique ... La pile à combustible a été choisie comme exemple représentatif des systèmes mécaniques complexes pour les raisons suivantes :

- Les aspects scientifiques prédominant dans l'institut *FCLAB*.
- La pile est une bonne illustration générique des systèmes mécaniques complexes.
- Le besoin de caractériser l'aspect mécanique de la pile à combustible pour pouvoir l'implémenter dans le transport comme une source d'énergie propre.

La pile à combustible est développée dans la troisième partie de ce chapitre.

1.3 Pile à combustible

Le développement économique a eu pour conséquence la création d'une société peu intéressée par son environnement et il a fallu attendre le début des années 70 pour que la société prend conscience de l'impact néfaste de cette croissance sur l'environnement. La protection de l'atmosphère constitue depuis une question essentielle qui touche des politiques aussi diverses que les transports ou l'énergie. La réduction des émissions des gaz à effet de serre impose des mesures drastiques en faveur des économies d'énergie et le développement des énergies renouvelables. Le domaine des transports est aujourd'hui sérieusement menacé pour les raisons suivantes :

- L'utilisation des énergies fossiles : la dépendance, l'incertitude d'approvisionnement (ressources et problèmes géopolitiques), la pollution engendrée par leur combustion et les conséquences sur l'environnement et la santé. En effet, le pétrole, utilisé à 95 pour cent dans les transports est voué à l'épuisement mais avant cela, l'approvisionnement risque de devenir très dépendant de zones pouvant être politiquement instables ou imprévisibles.
- La pollution atmosphérique : pollutions photochimiques, pluies acides, diminution de la couches d'ozone et accroissement de l'effet de serre sont en partie d'origine humaine. Les principaux gaz à effet de serre (les transports en sont parmi les sources principales d'émissions) sont le dioxyde de carbone (CO_2), le méthane et les oxydes d'azotes (NO_x). Le volume mondial des émissions de gaz à effet de serre s'est accru de 8,2 pour cent entre 1990 et 1997 et ces émissions pourraient tripler d'ici 2050 [54].

Il est donc nécessaire de proposer de nouvelles technologies plus propres et moins dépendantes des énergies fossiles.

Dans cette perspective, l'utilisation de la pile à combustible dans le domaine de transport est une solution porteuse d'espoir car elle promet une pollution minimale et une indépendance du secteur de transports vis-à-vis des énergies fossiles [85]. En plus, elle assure une faible nuisance sonore.

Cette affirmation contient quand même des réserves pour la raison suivante. En effet, même si la pollution d'un véhicule alimenté en hydrogène est quasi nulle, il n'en est pas de même pour ceux générant de l'hydrogène directement de l'essence, du gazole ou de méthanol.

De nombreux progrès sont à faire tant au niveau de la génération d'hydrogène, qui n'existe pas à l'état naturel, que au niveau du générateur de la pile à combustible. Cette indépendance vis-à-vis des énergies fossiles suppose en fait que l'on dispose d'autres sources d'énergies comme l'énergie électrique pour produire l'hydrogène soit par électrolyse soit par procédés plasma [100].

Ainsi, nous sommes confronté à l'éternel problème de l'oeuf et de la poule. Qui vient en premier : l'hydrogène ou les piles ? La mise en place et les investissements nécessaires pour l'hydrogène imposent qu'il y ait un marché correspondant, et les piles fonctionnent, elles, mieux avec l'hydrogène. C'est dans tous les cas une transition qui demandera du temps, des progrès technologiques, une volonté politique de la part des dirigeants, un effort de la part de l'industrie pétrolière et une acceptance de la part des consommateurs. Dans tous les cas, il faudra que la ou les technologies liées à l'hydrogène permettent des gains en terme d'efficacité énergétique et d'émissions de CO₂.

Au niveau politique, de nombreux accords de coopération, des programmes de recherche et des engagements sont apparus. Le 28 Janvier 2003, le président Bush annonçait que 1,2 Milliards de dollars allaient être alloués à la recherche sur l'hydrogène. De même, l'Union Européenne doit y consacrer plus de 2 Milliards d'Euros. Plusieurs pays ont aussi réalisé des études sur les orientations énergétiques et le rôle de l'hydrogène dans leur futur mix énergétique : les *Etats-Unis*, mais aussi le *Canada*, l'*Australie*, le *Japon*, et de nombreux pays Européens [80].

Des pas ont été franchis dans les applications, en particulier automobiles. Depuis fin 2002, *Toyota* et *Honda* ont mis à disposition des véhicules PAC en *Californie*, dans des universités et à *Los Angeles* et au *Japon*. Des véhicules f-cell de *Daimler Chrysler* circulent en Europe et aux US.

En 2004, des compagnies comme UPS s'engagent dans la voie de l'hydrogène, certes à petite échelle alors que des bus à hydrogène commencent à circuler dans les rues Européennes depuis 2003 avec la création de nombreuses stations d'hydrogène en *Europe* : celle de Reykjavik a déjà été installée fin Avril 2003, suivie par celle de *Barcelone*, de *Hambourg*, ainsi que d'autres aux *Etats Unis* (*Washington*, *Californie*) et *Japon*. Celles ci permettront de retirer l'expérience nécessaire de l'utilisation de l'hydrogène pour des applications automobiles.

Malgré les nombreux progrès réalisés, de nombreux verrous technologiques doivent être relevés avant la commercialisation des véhicules piles à combustible à grande échelle. Néanmoins, les perspectives d'un développement commercial n'ont jamais été aussi bonnes par suite des efforts combinés de divers instituts de recherche au niveau mondial, de plusieurs grands groupes industriels et de constructeurs automobiles.

Un important aspect reste à explorer : c'est l'identification de la pile à combustible car elle est un dispositif complexe où de nombreux phénomènes de nature diffé-

rente interagissent entre eux. Aujourd'hui, les objectifs des différents constructeurs sont d'étudier les différents composants du système, de les modéliser et de les interconnecter au mieux en vue d'une optimisation globale du système. De nombreuses études et de grands progrès ont été réalisés dans l'aspect physico-chimiques de la pile. Pourtant, des études traitant l'aspect mécanique sont très rares dans la littérature.

1.3.1 Aperçu historique

Le principe de la pile à combustible a été démontré en 1839 par Sir *William Grove* [60] avec la *gaz voltaic battery*, l'ancêtre des piles à combustible, nom donné en 1889 par *Ludwig Mond* et *Carl Langer* [105]. Il s'agissait d'une pile hydrogène/oxygène en milieu acide sulfurique dilué en contact avec des électrodes de platine [137].

La première pile à combustible a été réalisée en 1895 par *William White Jacques* [84] avec une puissance de 1.5 kW et son utilisation pour un usage domestique ou un véhicule électrique avait déjà été envisagé [137].

Il faudra attendre 1930 pour que la pile gagne en crédibilité avec les travaux de l'ingénieur anglais *Francis T. Bacon* qui réalisa en 1953 une pile hydrogène/oxygène ayant un électrolyte alcalin (KOH) et des électrodes poreuses de *Nickel* et d'oxydes de *Nickel*. Cette pile fonctionnait à des températures comprises entre 40°C et 200°C et à une pression de 40 atmosphères. C'est avec des piles de type *Bacon* que seront réalisées dans les années 60 les missions lunaires *Apollo* et celle-ci sont encore utilisées dans les navettes spatiales.

A la fin des années 50, le programme spatial américain de la NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) a abouti au développement des piles à combustible à électrolyte polymère solide (SEFC de la compagnie *General Electric*) pour le programme *Gemini*.

A partir des années 70, après plusieurs réalisations de prototypes de piles à travers le monde (par exemple : tracteur de 15 kW par l'entreprise *Allis-Chalmers Manufacturing Company*, *Austin A-40* alimentée par une pile AFC d'une puissance de 6 kW et des batteries plomb/acier avec une autonomie de 300 km avec 2 kg d'hydrogène stocké sous pression développé par *K.V.Kordes* chez *Union Carbide* [137]), la plupart des programmes et des recherches furent abandonnés.

Ce n'est que dans les années 90 que le secteur de la recherche sur les piles à combustible a connu un nouvel engouement. Cette croissance a comme origine deux principaux facteurs : la pollution atmosphérique et la dépendance des énergies fossiles [54].

1.3.2 Principe de fonctionnement

La pile à combustible est un dispositif électrochimique qui convertit en continu l'énergie chimique d'un combustible et d'un comburant en énergie électrique (DC), chaleur et autres produits de réaction. Le combustible et le comburant sont typiquement stockés à l'extérieur de la pile et transférés dans la pile au fur et à mesure

que les réactifs sont consommés.

Elle fonctionne sur le principe inverse de l'électrolyse de l'eau. Plus précisément, il s'agit d'une combustion électrochimique contrôlée d'hydrogène et d'oxygène, avec production simultanée d'électricité, d'eau et de chaleur, selon la réaction globale universellement connue [16] :



Un coeur de pile est constitué d'une électrode négative (anode) où a lieu la réaction d'oxydation du carburant (hydrogène) et une électrode positive (cathode) où est réduit le comburant (oxygène de l'air) (figure 1.13, [81]).

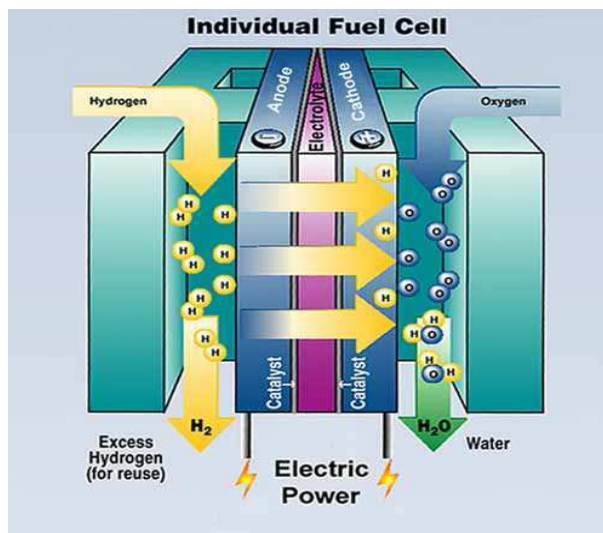


Fig. 1.13 – Principe de fonctionnement d'une pile à combustible.

Ces fluides doivent être fournis à la pile en respectant certaines conditions de pression, température et hygrométrie. De la même façon, la pile elle-même nécessite une régulation de température pour garantir des performances optimales.

Une pile à combustible est constituée d'un empilement d'éléments anode, électrolyte et cathode reliés par l'intermédiaire de plaques bipolaires formant ainsi un stack [93]. Elles sont placées en série électriquement et leur alimentation en gaz se fait en parallèle comme illustré à la figure 1.14, [77].

L'électrolyte doit être un isolant électronique et un conducteur ionique. Il peut être soit liquide, soit solide. Les plaques bipolaires permettent l'accès des gaz par la présence de canaux, jusqu'aux sites réactionnels.

1.3.3 Applications de la pile à combustible

Les différentes applications des piles à combustibles sont exposées dans la figure 1.15, [117]. Cette figure assez exhaustive est introduite pour montrer la variété des

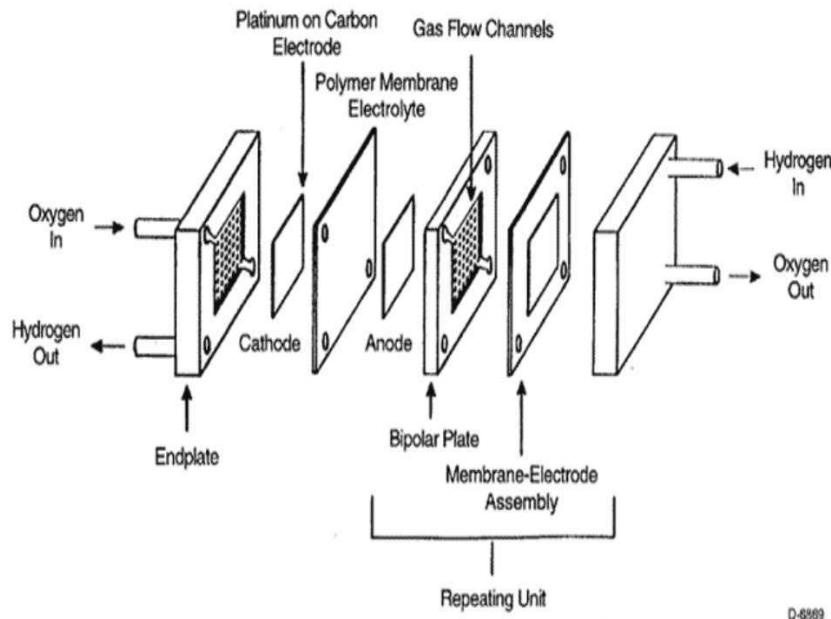


Fig. 1.14 – Le principe d'assemblage d'une pile à combustible *PEM*.

applications que peut avoir une pile à combustible.

Nous nous intéressons dans cette étude aux applications de la pile à combustible dans le domaine du transport.

Nous distinguons deux applications majeures dans le domaine du transport : la propulsion du véhicule et l'alimentation en électricité des seuls appareil de bord (climatisation, vitres électriques, appareils électroniques...) par l'intermédiaire d'une *APU* (*Auxiliary Power Unit*) [117].

1.3.4 Types de piles à combustible

Le classement des piles à combustible se fait généralement selon la nature de l'électrolyte car celui-ci détermine, d'une part, la température à laquelle la pile fonctionne et, d'autre part, le type d'ion assurant la conduction ionique [31]. Les différents types de piles sont :

- La pile à membrane échangeuse de protons (*PEMFC* ou *PEM*, *Proton Exchange Membrane Fuel Cell*) ;
- La pile à membranes fonctionnant au méthanol (*DMFC*, *Direct Methanol Fuel Cell*)
- La pile à combustible alcaline (*AFC*, *Alkaline Fuel Cell*) ;
- La pile à acide phosphorique (*PAFC*, *Phosphoric Acid Fuel Cell*) ;
- La pile à carbonates fondus (*MCFC*, *Molten Carbonate Fuel Cell*) ;

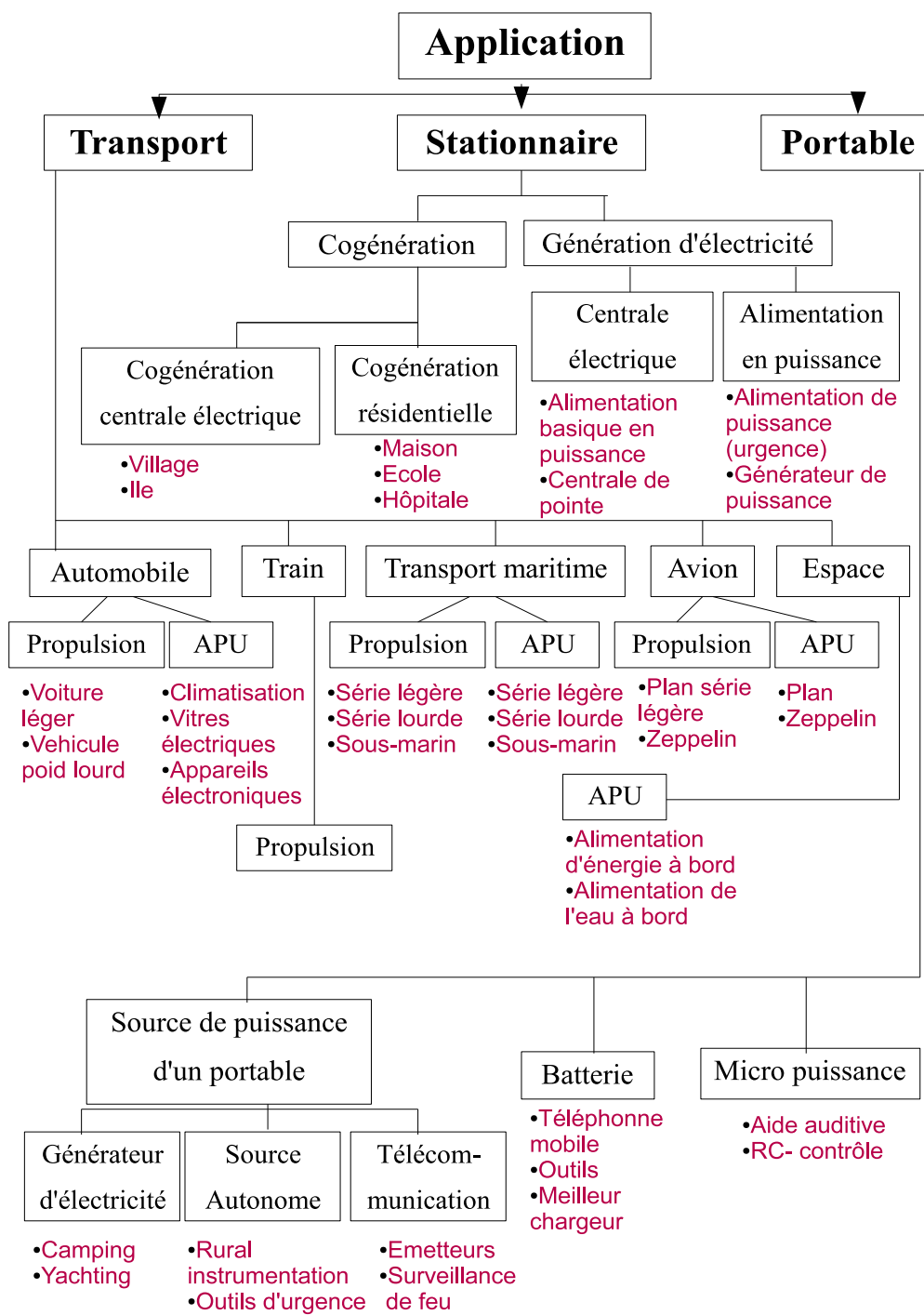


Fig. 1.15 – Les différentes applications des piles à combustible.

- La pile à électrolyte solide (*SOFC, Solid Oxide Fuel Cell*).

Le tableau 1.2 donne les caractéristiques des ces différentes piles ainsi que leurs températures de fonctionnement.

Type de pile	Electrolyte	Température de fonctionnement	Combustible	Comburant
PEMFC	Membrane à échange de protons	50-85°C	H_2 pur	Air ou O_2 pur
DMFC	Membrane à échange de protons	60-120°C	CH_3OH	Air ou O_2 pur
AFC	Solution KOH	<100°C	H_2 pur	Air ou O_2 pur
PAFC	Acide phosphorique	160-200°C	H_2 , CH_4 , CH_3OH	Air
MCFC	Mélange de Li_2CO_3 et de KCO_3	600-800°C	H_2 , CH_4 ,	Air
SOFC	Oxyde de zirconium stabilisé ZrO_2 et yttrium Y_2O_3	600-1000°C	H_2 , CH_4 , CH_3OH , CO	Air

Tab. 1.2 – Les caractéristiques des différents types de piles à combustible.

La technologie de pile à combustible la plus compatible aujourd'hui avec les exigences du transport est la *PEM*. Elle bénéficie d'un retour d'expérience certain au travers du grand nombre de prototypes déjà réalisés à ce jour. Elle représente les avantages suivants :

- Un fonctionnement à basse température, ce qui garantit une mise en fonctionnement rapide et réduit les contraintes cycliques thermiques appliquées aux matériaux, voir le tableau 1.2.
- L'électrolyte est solide. Il n'y a donc pas de risque de fuite de l'électrolyte.
- Une dynamique électrochimique rapide, adaptée aux régimes variables.
- Une bonne tolérance au CO_2 .
- Une puissance massique élevée, la densité de puissance peut atteindre 1kW/kg.
- Une longue durée de vie en fonctionnement et un coût plus faible.

Pour ces différentes raisons, la pile à combustible *PEM* est choisie comme le type de pile à combustible à utiliser pour le transport.

Cependant, il reste aujourd'hui plusieurs difficultés à surmonter pour permettre cette utilisation. Du point de vue mécanique, l'intégration de la pile dans l'automobile par exemple doit être précédée d'une maîtrise de son comportement vibratoire. En effet, l'automobile est soumis durant son cycle de vie à des vibrations qui vont se transmettre aussi à la pile. D'où la nécessité d'avoir un modèle qui prévoit le comportement mécanique (pour assurer une fiabilité de fonctionnement) et l'endurance de la pile (par exemple 5000 h pour un véhicule léger). De même, ce modèle peut servir pour aider à améliorer la conception de la pile pour une meilleure performance

mécanique.

Pour cela la procédure d'identification d'un système complexe (expliquée dans la partie 2) doit être appliquée à la pile à combustible *PEM*. Mais en quoi, la pile à combustible est-elle un système mécanique complexe ? Le paragraphe suivant répond à cette question.

1.3.5 La pile comme système mécanique complexe

La pile à combustible est un dispositif complexe dont les performances dépendent du cœur de pile mais également des débits, des pressions et des températures des gaz, carburant et comburant, et donc des auxiliaires.

La complexité provient de plusieurs phénomènes qui apparaissent au niveau d'un stack d'une pile à combustible (voir figure 1.16, [149]) :

- Le phénomène de serrage de boulons. La répartition des contraintes de serrage n'est pas uniforme dans tous les stacks. Les stacks proches des boulons subissent une plus grande contrainte que ceux qui sont au milieu. De plus les boulons sont utilisés pour serrer un ensemble de sous systèmes hétérogènes (les empilements) pour faire un système complexe qui est la pile. C'est une complexité structurelle.
- Le phénomène fluidique (flux gazeux). La pile est formée de composants qui sont matériellement différents. Il y a des gaz (oxygène et hydrogène), du liquide (eau) et des solides (électrolyte, membranes bipolaires, etc.). L'effet du phénomène fluidique sort du domaine de la mécanique pur pour entrer dans un domaine multi physique où il y a influence mutuelle entre la mécanique vibratoire, l'électricité, l'écoulement des fluides, le domaine thermique, etc.
- Le taux d'hydratation de la membrane joue un rôle essentiel pour une bonne performance de la pile. Par exemple la diminution du taux d'hydratation entraîne une dégradation des performances et un changement des caractéristiques physiques de la membrane, donc une plus faible résistance aux contraintes qui existent sur l'assemblage membrane électrolyte *AME*. Ce phénomène entre aussi dans le domaine de la multi physique où il y a influence de l'aspect mécanique sur l'aspect électrique et vice versa.
- Dans le domaine multi physique, nous pouvons citer aussi le phénomène ohmique. En effet, les déformations sur l'*AME* et les couches de diffusions *GDL*s influencent la performance de la pile. La raison est que ces déformations entraînent un changement de la résistance électrique au niveau de la pile. Ce qui abouti à une résistance ohmique (caractéristique physique) variable avec le temps et les conditions de fonctionnement de la pile.
- Le phénomène de contact qui est un comportement mécaniquement non-linéaire. Il existe entre les (*GDL*)s et les plaques bipolaires et entre les *GDL* et les (*AME*)s et entre deux plaques bipolaires voisines. Ces liaisons de contacts entraînent la présence des frottements sec et dynamique. Ces liaisons de contacts sont variables avec le temps et les conditions de fonctionnement de la pile.

Cette liste est une première analyse des phénomènes qui peuvent être présents dans une pile à combustible *PEM*. Nous ne pouvons pas dire à ce stade quel phénomène est le plus pertinent et va influencer le plus le mouvement dynamique de la pile. Les données des essais vont nous permettre de déterminer la ou les phénomènes qui ont le plus de poids et de savoir s'il y a d'autres types de complexités ou de non-linéarités non citées dans la liste.

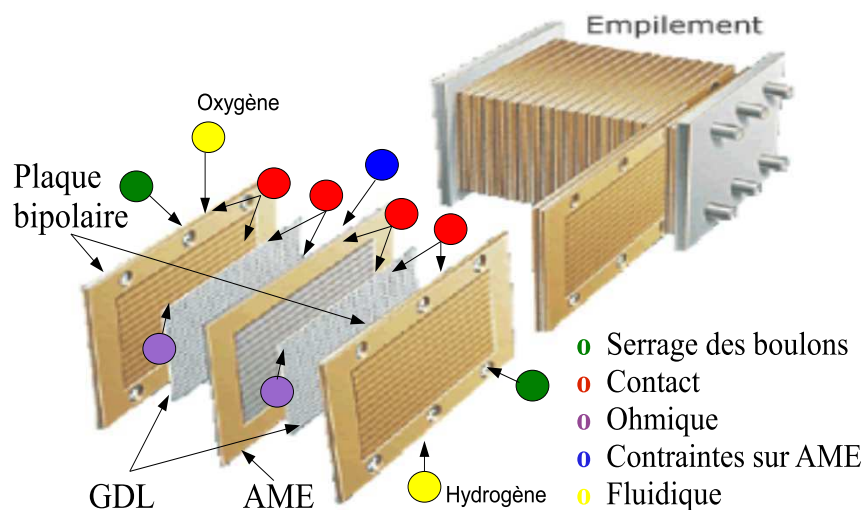


Fig. 1.16 – Les phénomènes complexes dans une pile à combustible *PEM*.

1.4 Conclusion

Ce premier chapitre a permis d'approfondir la définition du sujet de la thèse. Ce sujet consiste à proposer une procédure d'identification des systèmes mécaniques complexes en utilisant les données des essais vibratoires obtenues en vibrant ces systèmes mécaniques sur la plate-forme d'essais dynamiques de l'UTBM. Il englobe aussi les développements scientifiques autour de la plate-forme dynamique elle-même.

La pile à combustible est choisie comme exemple représentatif des systèmes mécaniques complexes. Ce choix est lié à l'activité scientifique prédominante dans l'institut *FCLAB* où se trouve la plate-forme vibrante, au fait que la pile est une bonne illustration générique des systèmes mécaniques complexes et au besoin urgent d'approfondir et de maîtriser l'aspect mécanique des piles à combustible pour leur implémentation dans le transport.

La procédure d'identification des systèmes mécaniques complexes comporte trois étapes :

- La conception et la réalisation des essais vibratoires qui se trouvent dans la procédure des essais vibratoires des systèmes complexes développée dans le chapitre 2. Les données tirées de ces essais vont être utilisées pour les deux étapes suivantes.
- La caractérisation des non-linéarités présentes dans la pile en les détectant, classant et localisant à partir des données expérimentales. Ce point est approfondi dans le chapitre 3.
- La modélisation du comportement dynamique de la pile à combustible avec une méthode basée sur des données expérimentales qui est les réseaux de neurones. Cette méthode ne demande pas une connaissance préliminaire du système à modéliser et elle est expliquée dans le chapitre 4.

Problématique illustrée de la procédure des essais vibratoires

Réaliser les essais vibratoires constitue la première étape de la procédure d'identification des systèmes mécaniques complexes. Afin que ces essais se déroulent dans le meilleur contexte possible, une procédure d'essai est indispensable.

C'est un document essentiellement technique, établi par le laboratoire et en accord avec le demandeur, décrivant les moyens à mettre en oeuvre, l'ensemble des opérations à effectuer par le laboratoire d'essais depuis l'arrivée du matériel à essayer sur le site d'essais, jusqu'à le départ de celui-ci et toutes les opérations relatives à l'expression des résultats [10].

Plusieurs procédures d'essais vibratoires ont été proposées dans la littérature pour caractériser la dynamique des systèmes mécaniques linéaires [47].

Avant de parler de la procédure d'essais pour les systèmes complexes, nous allons nous situer par rapport à deux points essentiels qui concernent le comportement vibratoire d'un système mécanique linéaire ou non-linéaire. Ces deux points sont : la définition du domaine des fréquences et la nature de l'amortissement.

1. Le comportement vibratoire varie selon le domaine de fréquence des sollicitations :
 - Pour les basses fréquences, le système mécanique peut être physiquement représenté par les modes propres de vibration.
 - Pour les hautes fréquences, des phénomènes du type transport et diffusion d'énergie apparaissent à cause de la dispersion des caractéristiques des sous-systèmes. En effet, en augmentant la fréquence, nous atteignons et dépassons la fréquence propre fondamentale de chacun des sous-systèmes, sollicitant ainsi un grand nombre de degrés de liberté internes liés à ces équipements. Une partie de l'énergie mécanique totale est donc transférée vers les sous-systèmes secondaires, avec pour effet d'introduire un amortissement apparent important des niveaux vibratoires dans la structure à tester. Ainsi, la représentation du premier cas n'est en revanche plus du tout pertinente pour les hautes fréquences.
 - Pour les fréquences intermédiaires, un régime de transition entre les deux comportements, basses et hautes fréquences s'établit.
2. Deux formulations pour l'amortissement sont possibles :
 - Système mécanique à faible amortissement modale où la formulation des modes propres est réelle.
 - Système mécanique avec grand amortissement modale où la formulation des modes propres est complexe.

Les systèmes que nous allons tester présentent une raideur relativement importante et nous ne attendons pas à des phénomènes de propagation d'onde transitoire mais à un régime vibratoire établi. Pour cela nous sommes dans la catégorie de basses fréquences. De plus, l'amortissement est supposé faible et la formulation réelle est utilisée.

Par contre, les systèmes mécaniques complexes que nous voulons tester sont des systèmes constitués d'assemblages multiples de sous-systèmes qui présentent des hétérogénéités matérielles et structurales. La complexité des essais vibratoires provient de la complexité structurale et des différents liaisons non-linéaires entre les sous-systèmes comme celle du contact qui engendrent un comportement globale non-linéaire qui nécessite des approches analytiques et expérimentales plus élaborées et par la suite une procédure d'essais plus adaptée à la complexité du système. Pour cela, nous proposons, dans ce chapitre une procédure générale des essais vibratoires pour les systèmes mécaniques complexes. Cette procédure permet de comprendre quels sont les éléments importants à prendre en compte dans la préparation des essais, le déroulement des tests et l'obtention des résultats, ensuite comment exploiter ces derniers en évitant les pièges d'une mauvaise interprétation.

Un exemple est développé tout au long du chapitre pour aider à la clarification de la chronologie de l'essai vibratoire et permettre la restitution de chaque étape dans un cadre concret en mettant en évidence les problématiques qui peuvent apparaître durant les essais. L'exemple étudié est le comportement dynamique d'une plaque bipolaire d'une pile à combustible *PEM*.

Le chapitre est divisé en 12 parties qui sont :

1. Objectifs des essais.
2. Montage : son modèle et son influence sur le comportement dynamique du système.
3. Système mécanique complexe : son modèle et ses caractéristiques.
4. Chaîne d'acquisition et ses différents constituants.
5. Profils et types de vibrations.
6. Conditions générales d'essais et de mesure en laboratoire.
7. Essais préliminaires et mesures de vérification.
8. Réalisation des essais.
9. Interprétation des mesures.
10. Exploitations des résultats.
11. Rapport d'essai et fourniture des résultats
12. Conclusion.

2.1 Objectifs des essais

Un essai vibratoire est une opération technique consistant à déterminer un ou plusieurs caractères ou caractéristiques du système testé conformément à une ou plusieurs méthodes d'essais. La méthode d'essai est une description technique plus ou moins détaillée, du principe à suivre et de la succession des opérations à réaliser pour déterminer la valeur d'une ou de plusieurs caractéristiques du système présenté à l'essai [10].

Les objectifs des essais sont variés mais ils ne changent pas avec la complexité du système à tester. D'une manière générale, ils peuvent être regroupés en six catégories, chacune correspond à un objectif spécifique, selon les différents environnements que va rencontrer un produit tout au long de son cycle de vie. Ces différentes catégories sont :

- Essai de qualification, d'homologation, d'admission (ou de réception) : c'est un essai dont le but est de comparer les performances d'un système aux exigences des spécifications écrites pour prononcer sa qualification, son homologation, son admission (ou sa réception).
- Essai d'environnement : durant cet essai, la structure mécanique est soumise à des conditions d'environnement représentatives des conditions réelles d'usage afin de déterminer leurs effets éventuels sur le matériel et détecter la présence des défauts.
- Essai de mise au point (ou de développement) : cet essai est destiné à valider des solutions techniques retenues pour un matériel nouveau en vérifiant la validité des modèles mathématiques. Il possède un objectif très différent des deux catégories précédentes et nécessite un matériel plus spécifique. Dans le cas le plus courant d'un système mécanique linéaire, le modèle mathématique est un modèle *éléments finis* dont le but est de comparer les caractéristiques modales aux fréquences de résonance de la structure testée. Dans le cas des systèmes complexes où nous avons peu d'information sur les propriétés physiques du système pour construire un modèle analytique, un modèle *boite noire* est une solution.
- Essai d'investigation : c'est un essai suivi et approfondi, parfois jusqu'à la destruction.
- Essai d'évaluation : il permet d'estimer les performances d'un système mécanique.
- Essai d'endurance : c'est un essai effectué dans le but de déterminer le comportement du système, sous des sollicitations données pendant une durée prédéterminée, généralement liée à tout ou une partie du profil de vie du matériel.
- Essai combiné : dans lequel plusieurs agents d'environnement agissent simultanément sur le système en essai.

Dans notre exemple, l'objectif est d'étudier le comportement dynamique d'une plaque bipolaire d'une pile à combustible *PEM* afin d'aider au développement de la plaque bipolaire. Ainsi, les essais que nous avons besoin de réaliser sont des essais de mise au point (le troisième cas).

2.2 Montage

Pour pouvoir analyser le comportement dynamique du système, la connaissance de l'excitation appliquée est indispensable. En fait, dans beaucoup des cas, le matériel influence son environnement, au point que l'excitation qui en découle ne peut être déterminée de manière satisfaisante qu'après avoir analysé les interactions entre le matériel et son environnement.

Dans cette étude, le matériel est supporté mécaniquement à travers un montage (interface matériel-exciteur) sur une table vibrante (excitateur) qui crée un environnement dynamique que nous savons caractériser grâce à un accéléromètre de pilotage. Cet environnement est de nature vibratoire, générant des excitations de type mécanique (vibrations structurales) qui se transmettent au matériel par voie mécanique à travers le montage. Ce dernier doit posséder une qualité indispensable : ne pas influencer le comportement dynamique du système à tester.

Ainsi, la conception du montage doit tenir compte du fait que la fonction de transfert du montage doit être aussi proche de 1 que possible dans la bande de fréquence considérée.

Ceci se traduit par le fait que le premier mode du montage doit être au-delà de la fréquence maximale de l'essai, de manière à ne pas injecter de niveau supérieur à celui désiré sur la structure en essai au moment de la résonance. En effet, si la fonction de transfert du montage n'est pas 1 mais parfois 2 ou 3, il a une fréquence de résonance dans la bande de fréquence considérée. Etant placé entre la force injectée et la structure, il peut y avoir sur-test.

Finalement, pour réaliser un montage valide, il faut maîtriser les points suivants :

- les conditions de fixation avec les tolérances de fabrication (rugosité, tolérances dimensionnelles, planéité...) ;
- les types de vis à utiliser (diamètre, longueur, nature...) ;
- les couples de serrage ;
- la masse du système à tester ;
- la position du centre de gravité ;
- les axes de référence ;
- les fréquences de ses principaux modes et leurs masses associées afin de prévoir un éventuel couplage dynamique entre la structure en essai et le montage.

Nous allons montrer dans ce qui suit, en choisissant deux types de montage pour notre exemple, comment ce dernier peut interférer dans les résultats et perturber le comportement dynamique du spécimen.

2.2.1 Montage souple

Le premier montage (voir figure 2.1) est composé de :

- 2 équerres en fonte dont les dimensions sont montrées figure 2.2 ;
- 8 vis ;
- 4 tirants ;

- 16 écrous.

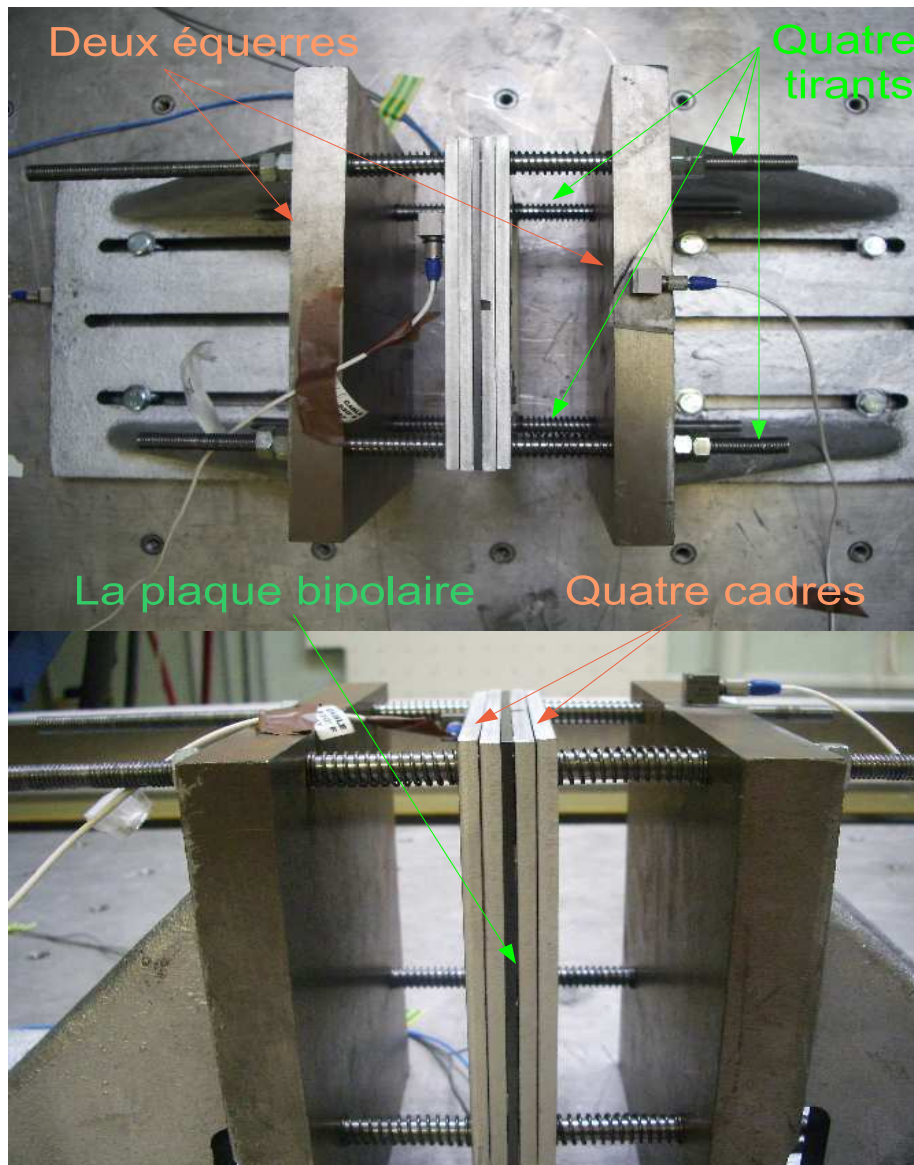


Fig. 2.1 – Le montage souple.

Les deux équerres sont vissées directement sur la table vibrante. Elles sont reliées entre elles grâce aux quatre tirants. Ces derniers servent de support pour la plaque, les cadres et les ressorts. De part et d'autre de la plaque (noir), se trouvent deux cadres et quatre ressorts comprimés de chaque côté. Les tirants ont une surface lisse entre les équerres pour permettre à la plaque, aux cadres et aux ressorts de glisser. A l'extérieur des équerres, les tirants sont filetés. Le filetage permet de fixer les équerres aux tirants grâce aux écrous.

Le modèle mathématique le plus courant pour les systèmes linéaires est le modèle par *éléments finis*. Il nous permet d'avoir les caractéristiques modales du système pour les comparer, au minimum, à la bande de fréquence considérée. Les modèles actuels de structures sont, compte tenu des progrès de l'informatique, devenus très représentatifs de la réalité. Le but du modèle du montage par *éléments finis* est de connaître ses fréquences propres, surtout celles qui se trouvent dans la plage de fréquence allant de 6 à 3000 Hz (la plage de fréquences utilisées pour ces essais).

Les noeuds du maillage du montage sont montrés dans la figure 2.3. Les conditions limites du montage sont 8 points d'encastrement correspondant aux 8 vis qui fixent les deux équerres à la table. Les fréquences propres sont montrées dans le tableau 2.1.

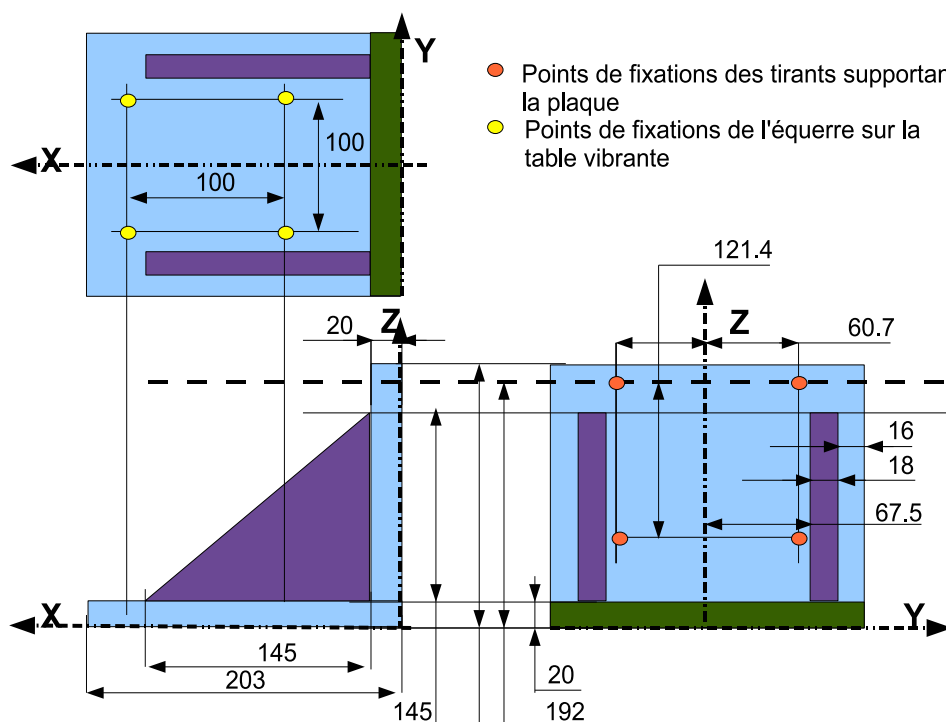


Fig. 2.2 – Les dimensions de l'équerre en mm.

Les résultats du calcul montrent qu'il existe deux fréquences propres du montage en dessous de 3000 Hz, voir le tableau 2.1. Ainsi, ce premier montage va perturber certainement le comportement dynamique du spécimen entre 6 et 3000 Hz. Le montage doit être rigidifié afin que sa plus petite fréquence propre soit plus grande que 3000 Hz. Pour cette raison, nous proposons un deuxième montage qui est expliqué dans le paragraphe suivant.

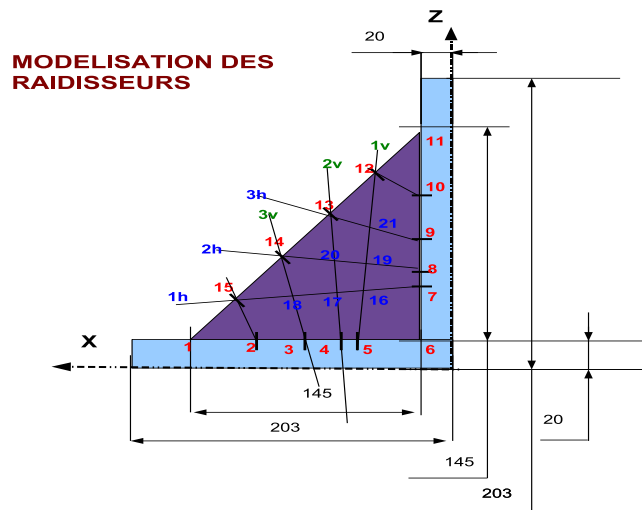


Fig. 2.3 – Les positions des noeuds du maillage.

Les fréquences propres (Hz)
2467.7
2467.7
2624
2624
4546

Tab. 2.1 – Les fréquences propres du montage.

2.2.2 Montage rigide

Le deuxième montage est similaire au premier mais il possède quatre brides en plus (voir figure 2.4). Les brides encastrent les équerres aux points où elles sont fixées.

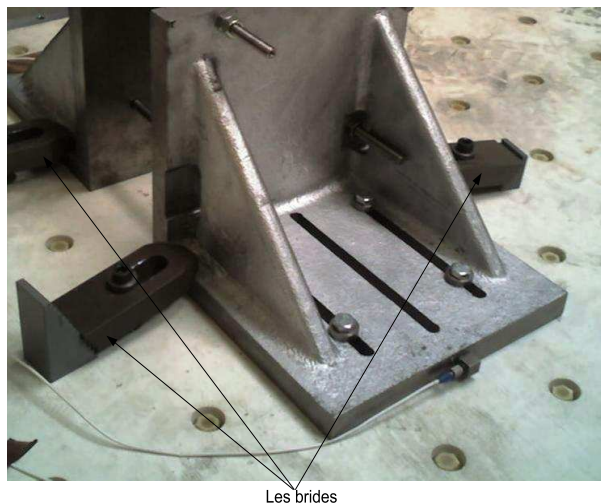


Fig. 2.4 – Le montage rigide.

Le modèle par *éléments finis* du deuxième montage contient des points d'encastrement supplémentaires, ce sont les noeuds des équerres qui sont en contact avec les brides. Ainsi, il possède 12 points d'encastrements : 8 pour les vis et 4 pour les brides.

Les résultats du calcul montrent que la première fréquence propre est 3583 Hz. Ainsi, toutes les fréquences propres du montage sont en dessus de 3000 Hz et il n'influencera pas le comportement dynamique du système.

Une fois le montage prêt, la seconde étape est d'étudier le système mécanique à tester. Il est présenté dans la partie suivante.

2.3 Système mécanique complexe

Il est important de définir le système avec un maximum de rigueur pour connaître son comportement lorsqu'il sera excité par un signal.

La problématique des systèmes complexes est que cette description est difficile à réaliser avec les méthodes analytiques comme la méthode des *éléments finis* par exemple à cause du manque d'information sur ses propriétés physiques.

Plus le système est complexe, plus le nombre de variables et les relations non-linéaires entre elles augmentent. Pour cela, cette étape de la procédure d'essais vibratoires

change par rapport celle du cas linéaire. Il faut procéder par trois stades comme suit :

- Le premier stade est similaire à celui de la procédure du cas linéaire. Il consiste à faire une description du système en essayant de définir les dimensions et les propriétés physiques connues du système. Cela nous permet d'avoir une compréhension physique du système qui va faciliter la modélisation. Cependant, la difficulté de cette étape augmente avec la complexité du système. Elle devient même impossible pour certains cas.
- Le deuxième stade, qui n'existe pas dans le procédure des systèmes linéaires, consiste à détecter et caractériser les non-linéarités et si possible donner leurs degrés et leurs types.
- Le troisième stade est la modélisation du système. Plusieurs méthodes de modélisation existent pour les systèmes complexes. Elles étaient abordées dans le chapitre précédant. La méthode de modélisation que nous avons choisie afin de modéliser le comportement global du système complexe est celle des réseaux de neurones. Cette méthode est une méthode boîte noire qui est basée seulement sur les données acquises des essais, ce qui est très utile dans le cas où le premier stade est difficile à réaliser.

En effet, les deuxième et troisième stades sont la raison pour laquelle les essais et par suite la procédure d'essai ont lieu. Ainsi, dans cette étape de préparation des essais, les essais n'ont pas encore eu lieu et nous ne possédons pas de données expérimentales donc la caractérisation des non-linéarités et la modélisation par les réseaux de neurones sont impossibles.

Pour cela, nous proposons de choisir dans ce stade une méthode parmi les méthodes analytiques existantes. Certes, avec une méthode analytique, qui est basée sur une linéarisation ou une simplification du système, nous ne pouvons pas avoir un modèle global et précis. Mais nous pouvons avoir un modèle du système autour d'un point de fonctionnement ou un modèle d'un des sous systèmes par exemple.

Cette approximation est suffisante pour ce stade car le but est seulement d'avoir une idée du comportement du système avant de faire les essais.

Une fois les essais terminés et les données acquises, les méthodes de caractérisation des non-linéarités ainsi que la modélisation par réseaux de neurones sont possibles.

2.3.1 Dimensions et caractéristiques physiques du système mécanique

Le système choisi comme exemple est la plaque bipolaire avec les cadres et les ressorts. Nous pouvons donner les dimensions et les caractéristiques physiques de chacun de ces sous systèmes.

Les caractéristiques de la plaque bipolaire (voir figure 2.5) des cadres sont montrées dans la tableau 2.2 :

La raideur de chacun des ressorts est égale à 810 N/m.

Les caractéristiques de :	La plaque bipolaire	Les cadres
Longueur (m)	0.14	0.14
Largeur (m)	0.14	0.14
Epaisseur (m)	0.0025	0.0045
Module de Young E (Pa)	$11.15 * 10^9$	$70 * 10^9$
Coefficient de Poisson μ	0.25	0.3
Masse volumique ρ (kg/m^3)	1968	2700

Tab. 2.2 – Les caractéristiques de la plaque bipolaire et des cadres.

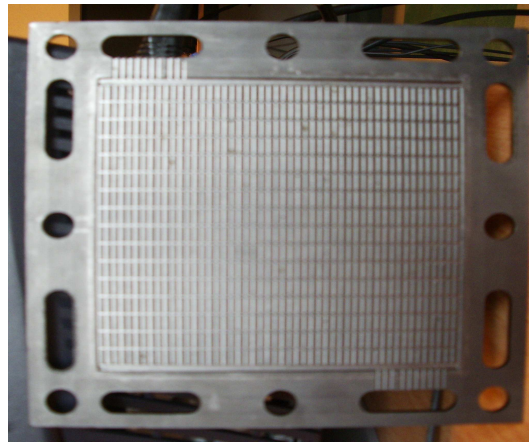


Fig. 2.5 – Plaque bipolaire d'une pile à combustible *PEM*.

2.3.2 Caractérisation des non-linéarités

Comme à ce stade de la procédure d'essai, les données expérimentales ne sont pas disponibles, nous nous limiterons, en ce qui concerne notre exemple, à une analyse des causes de la complexité en essayant de discerner la présence d'une ou plusieurs non-linéarités.

Le système est décomposé en six sous-systèmes : la plaque, les quatre cadres et les ressorts. Les cadres et la plaque sont maintenus l'un contre l'autre par les forces provenant des 8 ressorts.

Les cadres ont été ajoutés à la plaque pour remplacer l'effet des joints et des autres plaques qui se trouvent, dans une pile à combustible, de part et d'autre d'une plaque bipolaire.

La complexité du système global *plaque+cadres* provient d'une complexité structurale due au fait que le système est formé par plusieurs sous systèmes présentant différentes propriétés physiques et différentes fréquences propres.

Les sous systèmes sont parfaitement linéaires mais la complexité vient des liaisons entre ces sous systèmes. En effet, la force qui oblige ces sous systèmes à adhérer provient des ressorts. En effet, il y a huit forces qui proviennent des huit ressorts. Ces forces n'ont pas la même intensité et cette intensité peut changer suivant la direction et l'intensité du mouvement des cadres et des équerres et naturellement de l'excitation. Des frottements peuvent être présents entre les différents sous systèmes et entre les sous systèmes et les tirants.

Le résultat de cette complexité est que ces sous systèmes peuvent être adhérents en se touchant tout le long de la surface de contact mais aussi, par moments, ils peuvent être détachés les uns des autres. C'est une non-linéarité de contact. Eventuellement, d'autres types de non-linéarités peuvent être présentes comme une raideur non-linéaire par exemple.

Cette particularité des liaisons de contact variables entraîne une difficulté de prévoir le comportement du système global par des méthodes linéaires puisque nous ne pouvons pas maîtriser le changement de type de liaisons avec le temps et le type de vibrations imposées.

2.3.3 Modélisation du système mécanique complexe

La modélisation par réseaux de neurones est impossible à ce stade puisqu'il n'y a pas encore de données expérimentales. Pour cela nous avons recours à une modélisation par éléments finis de chacun des sous-systèmes. Cette modélisation ne nous permet pas de prévoir le comportement générale du système complet mais elle est intéressante pour montrer comment les cadres peuvent modifier le comportement dynamique de la plaque bipolaire.

Modèle de chacun des sous-systèmes par éléments finis

Des modèles séparés pour chacun des sous-systèmes ont été réalisés. Un premier modèle est pour la plaque bipolaire, un deuxième est pour un cadre et un troisième pour la plaque avec les cadres en considérant que tous les sous-systèmes adhèrent tout le temps. Cette hypothèse ne correspond pas à la réalité mais l'utilité du modèle est justifiée après en comparant les résultats des modèles avec ceux des essais. En effet, les capteurs collés sur la plaque mesurent tantôt des fréquences propres de la plaque trouvées au modèle 1 tantôt des fréquences propres du modèle 3. Ceci s'explique par le fait que, suivant les fréquences et les modes propres de chacun des sous-système, la plaque peut se trouver collée ou détachée des cadres.

Modèle de la plaque par éléments finis Le maillage a été réalisé en divisant par 15 la longueur et la largeur. Le résultat du calcul est montré dans le tableau 2.3. Nous nous limitons aux 22 premières valeurs des fréquences propres qui sont inférieures à 3000Hz. Les 15 premiers modes de la plaque sont montrés figure 2.6.

Fréquences propres de la plaque (Hz)
40.01
61.08
61.08
218.85
291.3
357.85
520.5
520.5
903.8
903.8
945.5
1035.8
1140.6
1569.4
1569.4
1781
1850
1990.6
1990.6
2281.8
2435.8
2539.2

Tab. 2.3 – Les fréquences propres de la plaque.

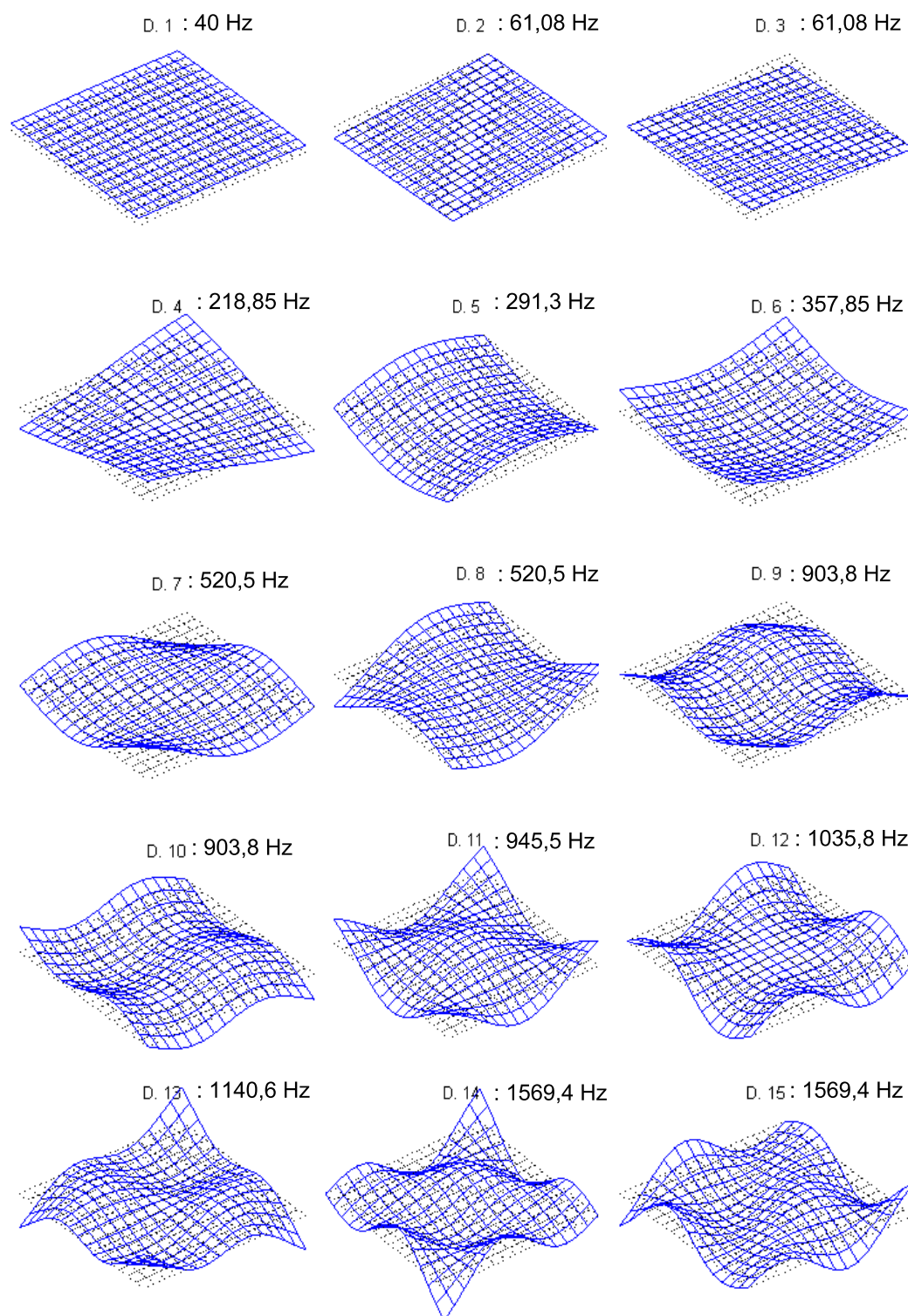


Fig. 2.6 – Les 15 premiers modes propres de la plaque.

Modèle d'un cadre avec les ressorts par éléments finis Les dimensions d'un cadre en largeur et en longueur sont équivalentes à ceux de la plaque bipolaire. Les quatre ressorts qui touchent le cadre sont représentés par quatre valeurs de raideurs supplémentaires ajoutées à la matrice globale de raideur dans les cases correspondantes à leurs positions (la raideur est supposée constante).

Les résultats du modèle montrent qu'il existe 6 fréquences propres en dessous de 3000 Hz, ce qui risque de perturber le comportement dynamique de la plaque. Les fréquences propres du cadre qui sont inférieures à 3000 Hz, sont montrées dans le tableau 2.4 et les modes propres dans la figure 2.7.

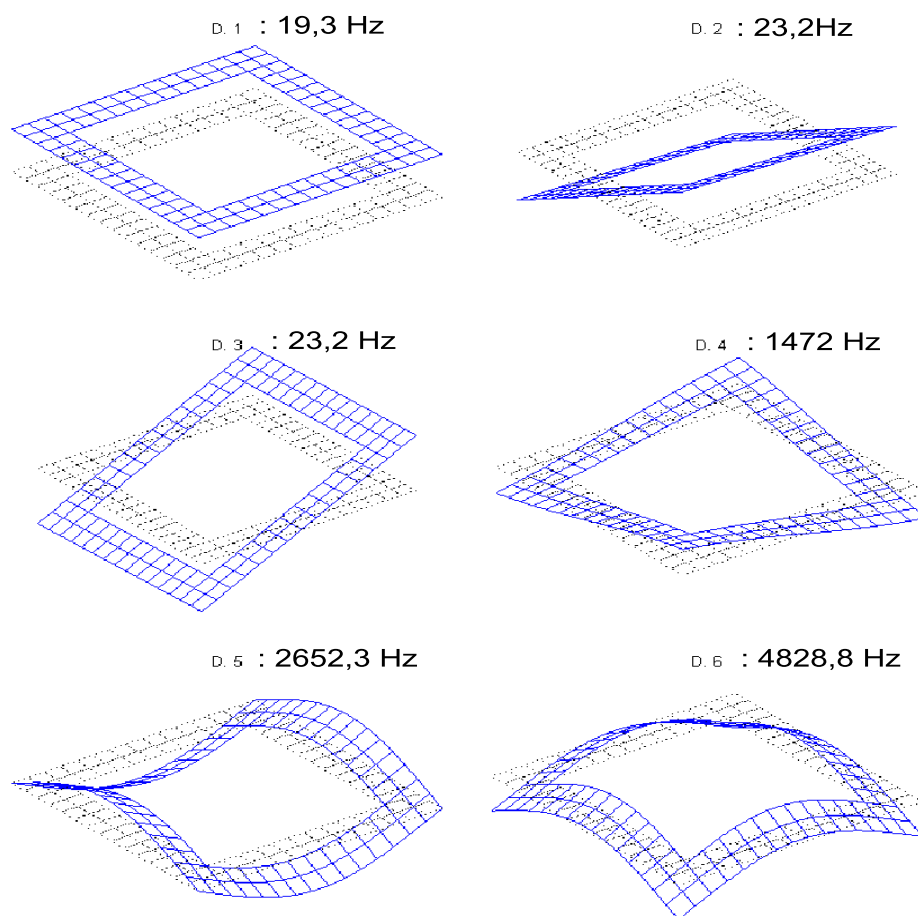


Fig. 2.7 – Les 6 premiers modes propres du cadre + ressorts.

Fréquences propres (Hz)
19.3
23.2
23.2
1472
2652.3

Tab. 2.4 – Les fréquences propres du cadre + les ressorts.

Modèle d'un cadre avec la plaque et les ressorts par éléments finis Pour compléter l'étude théorique, un modèle supplémentaire de la plaque avec un cadre et quatre ressorts, a été réalisé. Le but de ce modèle est de montrer l'influence du cadre sur les fréquences propres de la plaque. Les résultats du modèle sont exposées dans le tableau 2.5. Les formes des modes sont affichées figure 2.8.

Fréquences propres de la plaque + cadre + ressorts (Hz)
17.48
21.76
21.76
990.64
1398.4
2043.6
2043.6
2504.1

Tab. 2.5 – Les fréquences propres de la plaque + cadre + ressorts.

Une fois acquises les connaissances préliminaires sur le système testé, l'étape suivante est de choisir les capteurs : leur types, caractéristiques, nombre, positions, la façon de les fixer, le type de câbles qui les reliait au système d'acquisition, comment leurs mesures sont amplifiées, visualisées, traitées et enregistrées. Ces points sont discutés dans la partie suivante nommée *chaîne d'acquisition*.

2.4 Chaîne d'acquisition

Le but de la mesure est de faire correspondre, à une grandeur physique que nous désirons connaître, une grandeur compréhensible par le système d'acquisition. Il s'agit généralement des signaux électriques.

Ainsi un capteur délivre un signal qui est amplifié et converti en volts par un conditionneur. Le système d'acquisition n'a plus alors à traiter qu'un courant électrique dont l'intensité est directement reliée à l'amplitude du phénomène vu par le capteur [47].

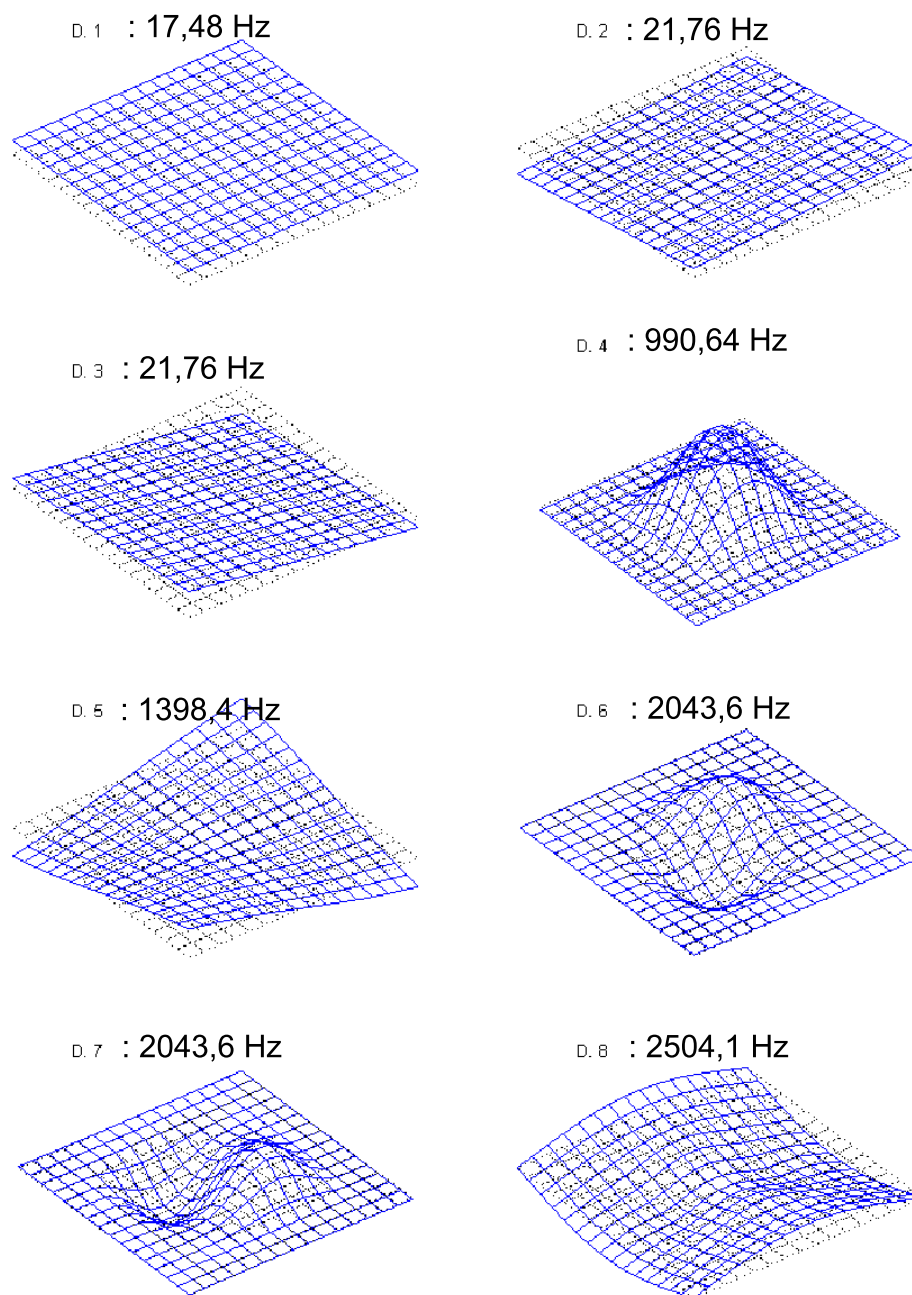


Fig. 2.8 – Les 8 premiers modes propres du modèle de la plaque + cadre + ressorts.

Une chaîne d'acquisition ne change pas dans une procédure pour un système non-linéaire. Elle peut être analogique ou numérique et est constituée par trois composants, qui sont :

1. Les capteurs qui sont chargés de la mesure proprement dite. Leurs caractéristiques autant physiques que fonctionnelles offrent une large gamme de choix permettant leur emploi dans les différents types d'essais vibratoires.
2. Le conditionnement.
3. L'interface d'acquisition et visualisation des signaux.

2.4.1 Capteurs

Un capteur est un dispositif qui délivre, à partir d'une grandeur physique, une autre grandeur, souvent électrique, fonction de la première et directement utilisable pour la mesure ou la commande [8]. Deux types de mesures intéressent principalement les essais vibratoires, ce sont les mesures d'accélération (respectivement vitesses ou déplacements) et d'efforts (forces ou contraintes).

Différents types de capteurs

Il y a plusieurs façons de classer les capteurs. Si nous les classons suivant le type de grandeur physique qu'ils mesurent, il y a les capteurs d'accélération, de vitesse, de déplacement et de force. Nous allons énumérer les types des capteurs accélérométriques car ce sont les capteurs utilisés principalement dans les essais vibratoires sur la plate-forme ainsi que les capteurs *PVDF*s qui sont des capteurs de déformation.

Capteurs accélérométriques Il est possible de regrouper ces capteurs en quatre grandes familles :

1. Les accéléromètres piézoélectriques :

Dans le cas des accéléromètres piézoélectriques, l'effort s'applique sur un élément du même nom qui peut être un cristal naturellement piézoélectrique (mais ceux-ci ont une faible sensibilité), un matériau ferroélectrique (le plus fréquemment utilisé) ou une céramique rendue piézoélectrique artificiellement. Ce dernier matériau est utilisé pour les capteurs très sensibles ou soumis à des conditions extrêmes de température [47].

Les accéléromètres à électronique intégrée sont basés sur le même principe, seul le conditionnement du signal varie légèrement. Ce type d'accéléromètre est choisi pour les essais sur la plaque bipolaire.

2. Les accéléromètres piézorésistifs :

Dans les accéléromètres piézorésistifs, le déplacement de la masse, en porte à faux par rapport à un support, crée un effort mesuré par le biais de jauges d'extensométrie à semi-conducteur en silicium.

3. Les accéléromètres asservis :

Dans ce type d'accéléromètre, le déplacement d'une masse provoque la création d'une force de rappel crée électriquement. Lorsque les deux actions s'équilibrent, la mesure du courant générant la force de contre-réaction donne la valeur de l'accélération.

4. Les accéléromètres utilisant une mesure de déplacement :

Il est encore possible de mentionner pour mémoire les accéléromètres utilisant une mesure du déplacement [19] de la masse sismique pour en déduire l'accélération à laquelle elle est soumise. Le capteur de déplacement utilisé peut être potentiométrique, inductif ou utilise une méthode optique.

La connaissance des caractéristiques de ces accéléromètres permet de faire un choix judicieux en fonction de l'utilisation que nous comptons en faire. Ainsi il est important de noter :

- La sensibilité : un capteur trop sensible sera vraisemblablement saturé lors de l'essai alors que, en revanche, un capteur ayant une sensibilité trop faible risque de donner un signal difficilement différentiable du bruit de fond,
- La bande de fréquence d'utilisation : c'est la bande de fréquence dans laquelle l'utilisation du capteur donnera une valeur correcte à plus ou moins 5 %.
- La fréquence de résonance du capteur : cette fréquence ne doit pas être excitée sous peine de destruction du capteur. Un rapport 4 à 5 en fréquence la sépare généralement de la borne supérieure de la bande de fréquence d'utilisation.
- La sensibilité transverse : c'est la mesure, donnée par le capteur dans une direction orthogonale à l'excitation, en pourcentage de la mesure maximale. C'est une notion importante car sa non-prise en compte peut engendrer des erreurs de diagnostic comme l'analyse d'un mouvement transverse en fait inexistant.

Bien sûr, d'autres caractéristiques ont aussi leur rôle à jouer dans la sélection d'un type de capteur, comme les caractéristiques géométriques ou les limitations dues à l'environnement. Le tableau 2.6 propose quelques critères permettant de sélectionner le type d'accéléromètre nécessaire.

Type d'accéléromètre	Piézoélectrique	Piézorésistif	Asservi	Potentiométrique
Encombrement	Faible	Moyen	Important	Important
Masse	0,5g à 100g	10g à 100g	100g	100g
Bande de fréquence	0,7 à 100kHz	0 à 10kHz	0 à 500Hz	0 à 50Hz
Dynamique	0,1g à 1 000g	0,02g à 50g	10^{-5} g à 40g	1g à 100g
Fragilité	Faible	Grande	Grande	Grande
Rapport de prix	1	1	5	1

Tab. 2.6 – Les critères de sélection des différents types d'accéléromètres.

Si le choix des capteurs joue un rôle important, trois autres facteurs sont aussi importants :

1. Le câble qui va relier ce même capteur à son module de conditionnement :
 Pour les accéléromètres piézoélectriques, par exemple, étant des capteurs à sortie haute impédance, l'utilisation d'un câble coaxial blindé est préconisé. Ce câble, lorsqu'il est soumis à des contraintes mécaniques, peut perturber le signal transmis de la manière indiquée dans le schéma de la figure 2.9. Le blindage extérieur se sépare du diélectrique et déséquilibre la répartition des charges électriques. Les charges sur le blindage s'écoulent le long du câble créant une impulsion de signal à l'entrée du conditionneur. Il est donc important de vérifier l'état des câbles utilisés lors de l'essai ou d'utiliser des câbles traités antibruit.

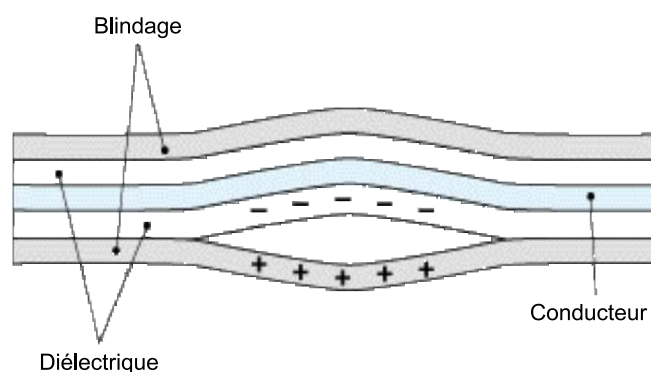


Fig. 2.9 – Effet triboélectrique dans les câbles coaxiaux.

2. La manière dont est fixé l'accéléromètre sur la structure :
 Elle risque d'influer la mesure elle-même. Ainsi, dans certains types d'accéléromètres, les parois du boîtier participent à l'élasticité du système masse-ressort. Une force appliquée au boîtier, comme un couple de serrage trop important, aura un effet sur les caractéristiques et le fonctionnement de l'accéléromètre. Enfin, l'expérience montre que la flexibilité ajoutée par une mauvaise fixation filtre les hautes fréquences. En ne considérant que les ordres de grandeur, une fixation est adaptée jusqu'à :
 - 100 Hz dans le cas d'un adhésif double face.
 - 1 kHz dans le cas d'un collage à l'Araldite.
 - 10 kHz dans le cas où l'accéléromètre est vissé avec un goujon rapporté.
 - 100 kHz si l'accéléromètre est vissé avec un goujon solidaire.
3. Les capteurs doivent être calibrés et étalonnés. Le calibrage se fait en général chez le constructeur [46] et l'étalonnage dans un laboratoire d'étalonnage [24].

Capteurs de déformation de type *PVDF* C'est un capteur de déformation. Il est de forme rectangulaire et formé d'un matériau piézoélectrique [36]. Ce type de capteur est en général collé sur la structure (voir figure 2.11). La déformation

de la structure d'un angle $\Delta\theta$ entraîne la création d'un courant électrique qui est proportionnelle à cette déformation (voir figure 2.10).

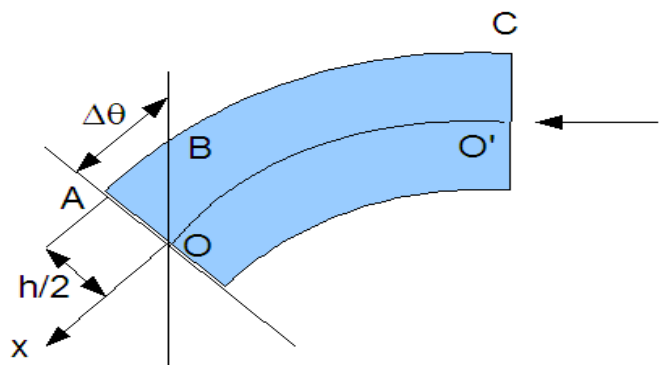


Fig. 2.10 – La déformation d'un capteur *PVDF*.

Capteurs utilisés pour les essais de la plaque bipolaire

Les capteurs choisis sont de deux types : des accéléromètres piézoélectriques à électronique intégrée et des *PVDFs*. Ils sont montrés dans la figure 2.11 et composés de :

- Un accéléromètre piézoélectrique unidirectionnel (sensible uniquement à la direction du mouvement de la table) est utilisé comme accéléromètre de pilotage du mouvement imposé (contrôle). Il est collé directement sur la table.
- Deux capteurs de mesure de type *PVDF* sont collés directement sur la plaque pour mesurer les angles de déformation de la plaque. A partir des angles, nous pouvons déduire la valeur de l'élongation de la plaque aux endroits où se trouvent les capteurs.

Les positions de ces capteurs *PVDFs* ont été calculées avec la méthode LQG qui est présentée dans le paragraphe suivant.

Puisque le signal des *PVDFs* est faible, il est important de les relier à un amplificateur. Le rôle de ce dernier est d'augmenter la valeur du signal afin qu'il ne soit pas perdu avec le bruit dans les câbles. La sortie de l'amplificateur, elle est reliée au système d'acquisition.

- Quatre accéléromètres piézoélectriques unidirectionnels de mesure sont placés comme suit : un sur le cadre, un sur une équerre en haut au milieu et un sur l'autre équerre en bas au milieu et un accéléromètre supplémentaire sur la plaque.

Les principales caractéristiques de ces capteurs sont montrées dans le tableau 2.7.

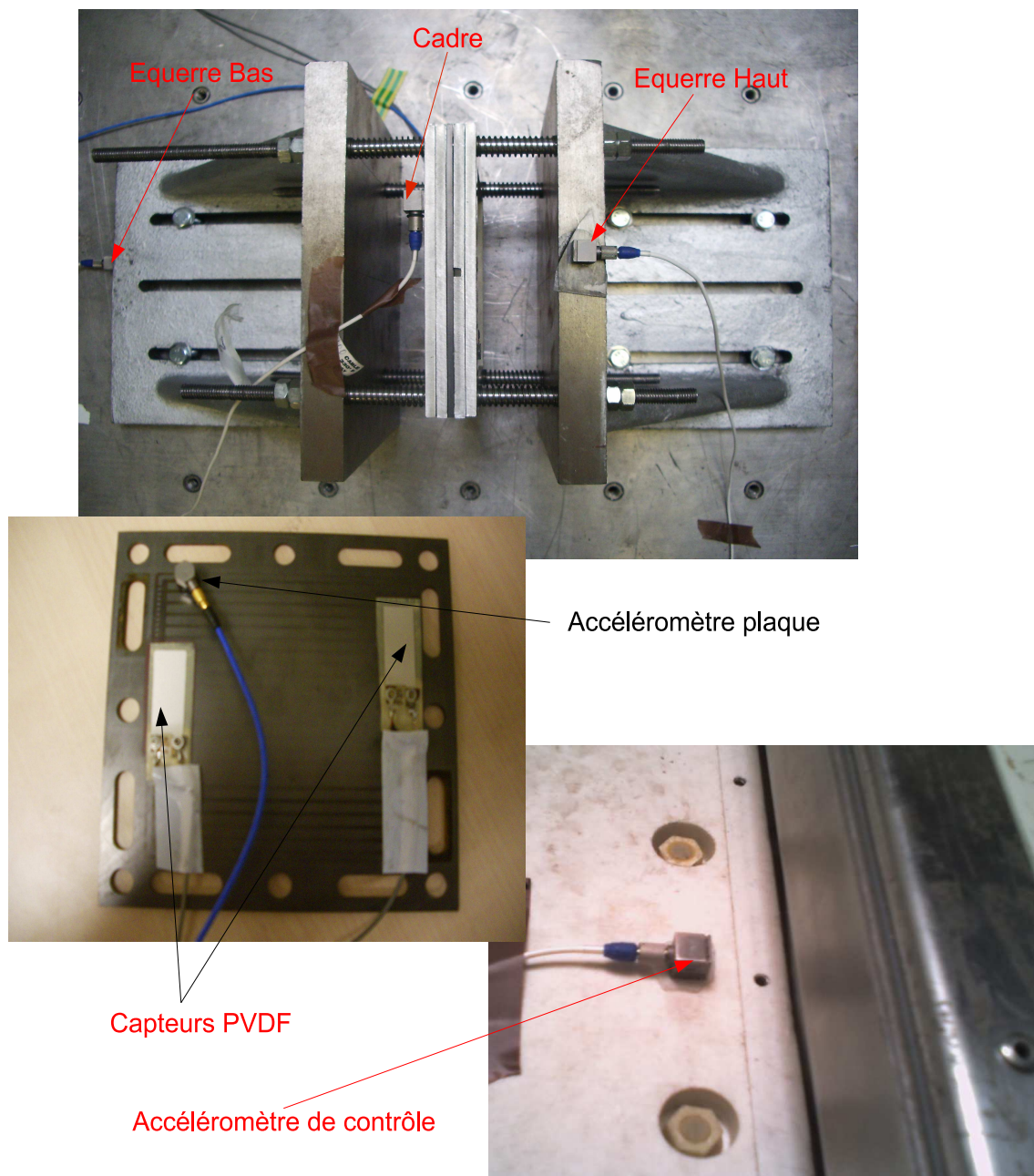


Fig. 2.11 – Les différents capteurs utilisés.

	Nom	Direct	Aliment	Type	Unité	Sensib(mV/g)	Numéro
Mesure	Equ Haut	'+X'	ICP	Accél	mV	99.5	4508
Mesure	Equ Bas	'+X'	ICP	Accél	mV	97.3	4507
Mesure	Cadre	'+X'	ICP	Accél	mV	100.7	4508
Mesure	plaque	'+X'	ICP	Accél	mV	9.72	M320C15
Contrôle	Table	'+X'	ICP	Accél	mV	98.9	4507
Mesure	PVDF G	'+Z'	AC	Dépl	mV	316V/m(calibre ampl)	
Mesure	PVDF D	'+Z'	AC	Dépl	mV	316V/m(calibre ampl)	

Tab. 2.7 – Les caractéristiques des capteurs utilisés.

Recherche du nombre et des positions des capteurs *PVDFs*

Le choix du nombre et des positions des capteurs de mesures est une étape primordiale dans la préparation des essais.

La méthode de *coûts modaux* basée sur la théorie de LQG (*Linear-Quadratic-Gaussian*) est choisie pour positionner les capteurs *PVDFs*. Cette partie contient une explication de la méthode ainsi que les résultats obtenus pour la plaque bipolaire.

Introduction à la théorie de LQG adaptée à l'utilisation de positionnement des capteurs À partir de la connaissance des excitations, une structure mécanique doit pouvoir être décrite par un modèle rendant compte de l'évolution des fonctions temporelles (variables d'états et de sorties) spécifiées par le concepteur.

Les coefficients inconnus liés au modèles du prédicteur sont déterminés par la minimisation d'un critère quadratique J . Ce critère minimise la différence entre les sorties réelles et les sorties prédites par le modèle.

Le problème est défini comme étant linéaire, quadratique et Gaussien [37].

L'équation générale d'un système est :

$$M\ddot{q} + H\dot{q} + Kq = Du \quad (2.1)$$

M est la matrice des masses, H la matrice des amortissements, K la matrice des raideurs, q les déplacements, $\dot{q}$ les vitesses, $\ddot{q}$ les accélérations, u les forces des excitations extérieures et D la matrice d'application des forces extérieures sur les degrés de liberté du système.

La mesure des capteurs est :

$$z = M_r \dot{q} + M_p q + v \quad (2.2)$$

avec z , les mesures des capteurs, M_r la matrice qui multiplie les vitesses, M_p la matrice qui multiplie les déplacements et v le bruit de la mesure du capteur supposé blanc. Dans cette étude, nous mesurons seulement les déplacements et par la suite M_r est supposée nulle.

La décomposition modale donnent les équations suivantes :

$$q = \Phi s, \dot{q} = \Phi \dot{s}, \ddot{q} = \Phi \ddot{s} \quad (2.3)$$

Avec

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n] \quad (2.4)$$

n est le nombre totale de modes propres, ϕ_i est le mode propre correspondant à la pulsation propre w_i pour chaque mode i . Φ vérifie les relations suivantes :

$$\Phi^T M \Phi = I \quad (2.5)$$

avec I , la matrice d'identité.

$$\Phi^T K \Phi = \text{diagonal}[w_i^2] = \Omega^2 \quad (2.6)$$

avec Ω , la matrice des pulsations propres. A ce niveau, les amortissements modaux ξ_i sont introduits :

$$\Phi^T H \Phi = \text{diagonal}[2\xi_i w_i] = 2\Xi\Omega \quad (2.7)$$

Avec Ξ , la matrice des amortissements modaux.

En remplaçant les équations 2.3, 2.5, 2.6 et 2.7 dans l'équation 2.1, nous obtenons l'équation d'état suivante :

$$\dot{x} = Ax + \underline{D}u \quad (2.8)$$

avec x , le vecteur d'état, tel que :

$$x = \begin{Bmatrix} \dot{s} \\ s \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

A est la matrice d'état, tel que :

$$A = \begin{Bmatrix} -2\Xi\Omega & -\Omega^2 \\ I & 0 \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

$\underline{D}$, la matrice d'influence des entrées tel que :

$$\underline{D} = [\Phi^T D, 0]^T \quad (2.11)$$

et

$$z = [0, M_p \Phi]x + v \quad (2.12)$$

La théorie LQG comporte les points suivants :

- Méthode des *coûts modaux* :

Elle permet de déterminer le critère quadratique à minimiser J qui permet de chiffrer la qualité des sorties, il est défini comme :

$$J = E[z^T z] = \text{tr}[M_p X M_p^T] \quad (2.13)$$

Avec z , les mesures du système et X , la variance de l'état du système.

Définissons Γ_{ZW} , la matrice des *coûts modaux*, tel que J est la somme de tous les termes de Γ_{ZW} .

$$\Gamma_{ZW} = \text{tr}[X(M_p^T M_p)] \quad (2.14)$$

- Norme énergétique de *perturbabilité* :

La norme énergétique de *perturbabilité* est caractérisée par un système particulier tel que :

- Les excitations ou les perturbations extérieures sont des perturbations réelles.
- La sortie du système est l'énergie totale (cinétique + potentielle) :

$$J = \frac{1}{2} E[q^T K q + \dot{q}^T M \dot{q}] \quad (2.15)$$

avec $E[.]$ l'espérance mathématique.

C'est un critère valable car c'est une forme quadratique qui correspond à une définition des sorties.

La norme énergétique de *perturbabilité* est égale à :

$$\hat{P}_i = \frac{1}{4\xi_i w_i} [\phi_{(i)}^T (D D^T) \phi_{(i)}] \quad (2.16)$$

Il s'agit à l'évidence de la décomposition modale de la valeur moyenne de l'énergie totale (cinétique et potentielle) injectée par les perturbations dans les différents modes propres et y restant, l'énergie dissipée n'étant pas comptabilisée.

Indépendamment des sorties telles qu'elles peuvent être définies dans le cas concret, cette norme indique les modes propres ayant une marge de stabilité faible relativement aux autres modes propres et qui ainsi risquent d'être rendus instables par une boucle d'asservissement.

- Norme énergétique d'*observabilité* des capteurs :

La norme énergétique d'*observabilité* est caractérisée par un système tel que :

- Les sorties sont les mesures des capteurs.
- Les excitations ou les perturbations extérieures ne sont pas des perturbations réelles mais des perturbations particulières tel que l'ensemble de perturbations injecte une énergie moyenne totale (cinétique et potentielle) unitaire dans chacun des modes propres.

L'écart quadratique moyen J s'écrit dans ce cas :

$$J = \text{tr}(Z) \quad (2.17)$$

avec Z la variance des mesures des capteurs. La norme énergétique d'*observabilité* est définie comme :

$$\hat{O}_i = \frac{1}{w_i^2} \phi_i^T (M_p^T M_p) \phi_i \quad (2.18)$$

C'est la décomposition modale des sorties si les excitations injectent dans chaque mode propre une énergie moyenne unitaire.

- Propriétés des normes énergétiques :
La matrice des *coûts modaux* est calculée comme suit :

$$\Gamma_{ZW}(i, i) = \hat{O}_i * \hat{P}_i \quad (2.19)$$

Étant donné le caractère diagonal dominant de J , les valeurs comparées des termes diagonaux permettent de définir les modes propres important pour les sorties.

Ainsi un mode important peut l'être parce qu'il a une grande perturbabilité et une grande observabilité. Si un mode n'a aucune importance pour les sorties, il a soit une observabilité, soit une perturbabilité nulle.

- Procédure de positionnement des capteurs *PVDFs* sur la plaque :
Au début, le nombre de capteurs choisi pour calculer les *coûts modaux* est égal à 1. Il faut commencer par définir les caractéristiques suivantes :
 - Les caractéristiques géométriques du capteur ; a et b les dimensions du capteur rectangulaire dans la figure 2.12.
 - Les caractéristiques du matériau du capteur.
 - La position d'un noeud de référence Nr qui va servir pour chercher la position du capteur ($Nr = 3$ dans la figure 2.12).
 - Deux matrices Tx et Ty qui donnent les positions des noeuds situés sur le contour du capteur (les noeuds de 1 à 8) par rapport à un repère local passant par Nr suivant les directions x et y .
 - Deux matrices Fx et Fy qui donnent aussi par rapport au même repère local, les déformations dans les directions x et y .

Pour chercher la position du capteur, nous cherchons la position d'un seul noeud qui est le noeud de référence Nr . Nous procédons de la manière suivante :

- Un balayage suivant x et y permettant d'avoir toutes les positions possibles que Nr peut prendre est effectué.
- Pour chaque position du noeud Nr , nous calculons :
 - Les coordonnées de tous les noeuds se trouvant sur le contour du capteur.
 - La position de ces noeuds dans le vecteur général des noeuds.
 - Les degrés de liberté correspondant à chacun des noeuds du contour et leurs positions dans le vecteur général des degrés de liberté.

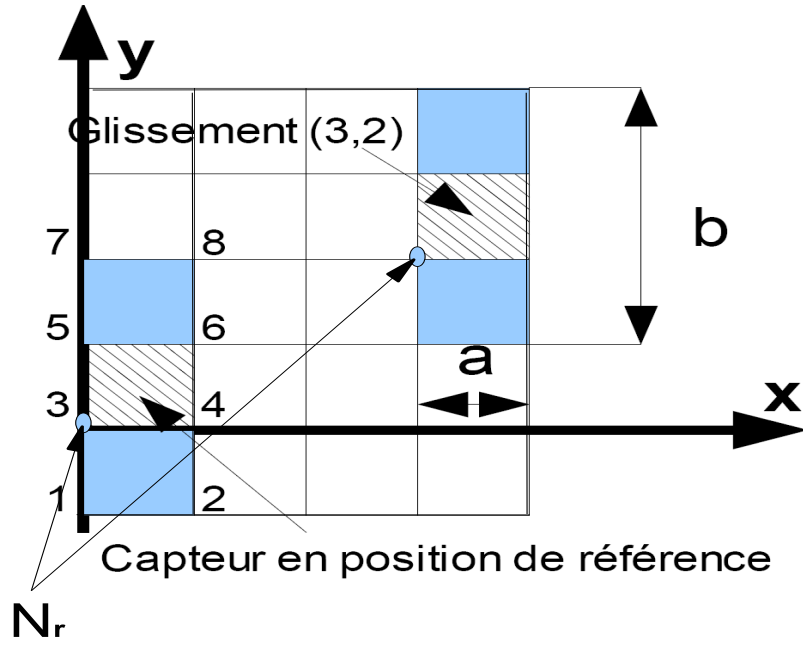


Fig. 2.12 – Le capteur *PVDF* en bleu (N_r est son noeud de référence), [36].

- La matrice M_p du capteur, M_r est nulle puisqu'il n'y a pas de composante de vitesse.
- L'observabilité pour un mode i suivant la formule 2.18 :

$$O_i = \frac{1}{w_i^2} \phi_i^T (M_p^T M_p) \phi_i$$

- Calcul de la *perturbabilité* pour chaque mode i suivant la formule 2.16 :

$$\hat{P}_i = \frac{1}{4\xi_i w_i} [\phi_i^T (D D^T) \phi_i]$$

En effet la *perturbabilité* ne varie pas avec la position du capteur, elle est constante pour un mode i .

- Calcul les *coûts modaux* Γ_{ZW} pour un mode i par la formule 2.19 :

$$\Gamma_{ZW} = O_i * P_i$$

en effet cela signifie que pour un mode i nous multiplions une matrice $O_i(x, y)$ (*observabilité* qui varie pour chaque position x et y du capteur) par une valeur constante qui est la *perturbabilité* pour un mode i .

A la fin de cette procédure, nous avons une matrice tridimensionnelle $\Gamma_{ZW}(my, mx, i)$.

- my représente la variation de N_r suivant la direction y .
- mx représente la variation de N_r suivant la direction x .
- i représente le numéro du mode.

Pour choisir la position du capteur, il faut trouver une position (x, y) qui permet d'obtenir la plus grande valeur de Γ_{ZW} pour tous les modes.

Pour trouver cette position, pour chaque mode i , nous procédons de la manière suivante :

- Chercher la plus grande valeur Max_i dans la matrice $\Gamma_{ZW}(y, x, i)$.
- Diviser chaque matrice $\Gamma_{ZW}(:, :, i)$ par la valeur Max_i pour normaliser dont toutes les valeurs sont entre 0 et 1.
- Définir un seuil S entre 0,2 et 1. Pour chaque mode i , remplacer, chaque point de la matrice $\Gamma_{ZW}(y, x, i)$ qui possède une valeur égale ou supérieur à S , par 1. Si sa valeur est inférieur à S , il est remplacé par 0. Ainsi nous obtenons des matrices qui ne contiennent que des valeurs 0 ou 1.
- En faisant varier le mode i de 1 au nvp (nombre maximale de modes qui nous intéressent, par exemple 10), deux matrices sont construites :

1. Une matrice $Pos(mx, my, 1)$ qui provient de la multiplication terme à terme des matrices :

$$Pos(mx, my, 1) = \Gamma_{ZW}(mx, my, 1) * \Gamma_{ZW}(mx, my, 2) \dots * \Gamma_{ZW}(mx, my, nvp)$$

où $*$ indique une multiplication terme à terme. Si cette matrice $Pos(mx, my, 1)$ possède une valeur égale à 1, cela signifie qu'il existe une position où le capteur est capable de voir tous les modes avec des *coûts modaux* supérieurs ou égaux à S . Le capteur *PVDF* est fixé à cet endroit. Sinon, nous passons à l'étape 2.

2. Une matrice $Pos(mx, my, 2)$ qui provient de l'addition de toute les matrices Γ_{ZW} pour tous les modes :

$$Pos(mx, my, 2) = \Gamma_{ZW}(mx, my, 1) + \Gamma_{ZW}(mx, my, 2) \dots + \Gamma_{ZW}(mx, my, nvp)$$

La plus grande valeur qui peut se trouver dans $Pos(:, :, 2)$ est nvp (le nombre maximal de modes inspectés) et ceci correspond à une valeur égale à 1 dans la matrice $Pos(mx, my, 1)$.

Si aucune valeur égale à nvp ne se présente dans $Pos(mx, my, 2)$ et par la suite aucune valeur de 1 dans $Pos(mx, my, 1)$, le nombre de capteurs doit être augmenté (2 capteurs ou plus si c'est nécessaire).

Application sur la plaque bipolaire La méthode LQG appliquée ici est linéaire. Pour la plaque bipolaire, nous avons appliqué cette méthode sur la plaque seule en la considérant comme un sous-système linéaire d'un système complexe.

Le nombre de modes choisi $nvp=22$ (puisque il y a 22 modes pour la plaque inférieurs à 3000 Hz) et la valeur du seuil $S=0,65$.

Le résultat du calcul nous donne les deux matrices $Pos(mx, my, 1)$ et $Pos(mx, my, 2)$:

$$Pos(:, :, 1) = \left\{ \begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\}$$

$$Pos(:, :, 2) = \left\{ \begin{array}{cccccccccccc} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right\}$$

Nous remarquons que tous les termes de la première matrice $Pos(:, :, 1)$ sont nuls. Cela signifie qu'il n'existe pas une position où un seul capteur est capable de voir les 22 modes pour le seuil $S=0,65$.

L'analyse de la deuxième matrice permet de décider que deux capteurs vont suffire pour voir les 22 modes. Nous avons choisi un premier capteur qui correspond à $Pos(2, 11, 2) = 13$ et un deuxième capteur qui correspond à $Pos(4, 1, 2) = 7$. Une analyse des matrices normalisées $\Gamma_{ZW}(2, 11, i)$ et $\Gamma_{ZW}(4, 1, i)$ pour chaque mode i , permet de connaître quels sont les modes propres de la plaque vus par les capteurs 1 et 2 respectivement avec un seuil supérieur à 65 % (voir le tableau 2.8).

Nous remarquons que les modes 3, 9 et 14 ne sont vus par aucun des capteurs avec un seuil $S=0,65$. La vérification de la matrice $\Gamma_{ZW}(y, x, i)$ montre qu'ils sont vus avec des valeurs de seuil entre 0,3 et 0,4 ; ce qui est acceptable.

Les résultats du calcul de positionnement de deux capteurs de déplacement *PVDFs* sur la plaque bipolaire sont montrés dans la figure 2.13.

Il reste à signaler que souvent le choix du capteur est lié aussi à l'objectif de l'essai que nous souhaitons réaliser. Une formulation plus complète, intégrant ces objectifs et un observateur peut être développée. Il en résulte qu'il peut être intéressant d'étudier un mode plus que les autres. Plus simplement, ceci peut être traduit par l'ajout d'une matrice de pondération diagonale où chaque élément traduit l'importance d'un mode suivant un rang allant de 1 à 10 par exemple.

Plaque + Ressorts (Hz)	Numéro du mode	<i>PVDF</i> 1	<i>PVDF</i> 2
40.01	1	×	
61.08	2	×	
61.08	3		
218.85	4		×
291.31	5	×	
357.85	6	×	
520.50	7		×
520.50	8	×	
903.8	9		
903.8	10		×
945.51	11	×	
1035.8	12		×
1140.6	13	×	
1569.4	14		
1569.4	15	×	×
1781	16	×	
1850	17	×	
1990.6	18	×	
1990.6	19		×
2281.8	20		×
2435.8	21	×	
2539.2	22	×	

Tab. 2.8 – Les fréquences propres de la plaque vues par chacun des capteurs *PVDF*s avec un seuil supérieur à 65 °/°.

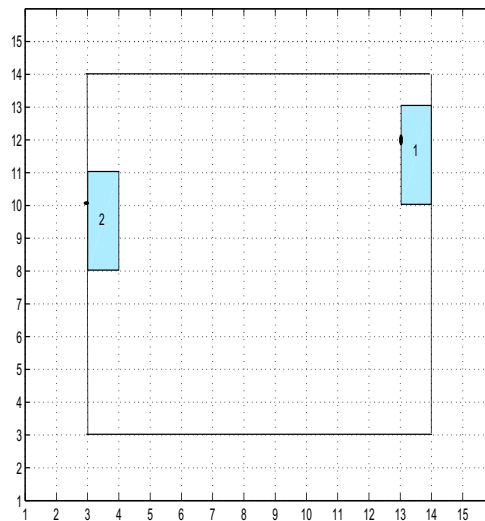


Fig. 2.13 – Les positions des capteurs *PVDF*s sur la plaque bipolaire.

2.4.2 Conditionnement

Le module de conditionnement est le deuxième élément de la chaîne de mesure. Le tableau 2.9 fait le lien entre les modules de conditionnement décrits ci-après et les capteurs présentés dans le paragraphe précédent.

Module de conditionnement	Type de capteur
Amplificateur de tension	Piézoélectrique
Amplificateur de charge	
Amplificateur à gain variable	Accéléromètres asservis
	Accéléromètres à électronique intégrée
Conditionneur de pont de jauges	Piézorésistif

Tab. 2.9 – Types de module de conditionnement en fonction du capteur utilisé.

Il existe trois types de modules de conditionnement qui sont : amplificateurs de tension et de charge, amplificateurs à gain variable et les conditionneurs de pont de jauges.

L'amplificateur du pot vibrant de la plate-forme vibrante de l'UTBM, comme déjà signalé dans le paragraphe 1.1.1, est un amplificateur à gain variable. Il permet de régler le gain entre 1 et 100.

Ce type d'amplificateur est souvent utilisé pour régler la sensibilité d'une chaîne d'acquisition dans le cas des accéléromètres asservis ou à électronique intégrée. C'est un amplificateur de haute précision qui réalise un bon isolement entre la source et le reste du système de mesure.

2.4.3 Interface d'acquisition et visualisation des signaux

L'interface d'acquisition est constitué du programme qui permet l'acquisition et le traitement des données. En effet, dans l'installation de la plate-forme de l'UTBM, il existe deux type d'interface d'acquisition de données qui peuvent fonctionner en parallèle : le système industriel et le système recherche (voir paragraphe 1.1.1).

Une fois tous les éléments concernant la chaîne d'acquisition choisis, il faut passer à la définition des profils des excitations. Le choix de ces profils est étroitement lié aux objectifs des essais. Ce point est discuté dans la partie suivante.

2.5 Profils et types des essais de vibrations

La sévérité d'un essai est liée à l'amplitude du mouvement, au domaine de fréquence exploré et à la durée de l'essai. Les différents types d'essais sont :

1. Essai type sinus balayé :

Les essais de vibrations sinusoïdaux n'ont généralement pas pour but de représenter l'environnement réel rencontré par le spécimen au cours de son utilisation, celui-ci ayant le plus souvent un caractère aléatoire. Cependant, outre leur simplicité de mise oeuvre, il s'agit sans doute du type d'essai qui permet d'apprendre le plus du comportement dynamique d'une structure, il permet :

- La caractérisation des modes de vibrations du matériel en essai.
- Une étude des non-linéarités des modes de vibrations.
- Une mise en évidence des défauts technologiques et des erreurs de conception : essai de mise au point au cours de développement d'un matériel.
- Une mise au point d'une isolation aux vibrations pour l'adapter au mieux à l'environnement vibratoire qu'il est nécessaire de filtrer et aux conditions d'installation sur le porteur.

Une excitation de type sinusoïdal est injectée au spécimen. La fréquence de ce sinus varie plus ou moins rapidement selon une loi qui peut être linéaire, exponentielle (appelée généralement logarithmique) ou hyperbolique :

- La loi linéaire entraîne que la réponse du système mécanique sollicité n'est jamais parfaitement permanente. Elle dépend de la rapidité du balayage, d'où l'importance de ce choix, fonction de l'objectif des essais.
- La loi logarithmique, de loin la plus utilisée par rapport aux deux autres, permet de rester un même temps, à coefficient d'amplification dynamique Q constant, dans l'intervalle de fréquences compris entre les points à demi-puissance d'une fréquence de résonance.
- Le balayage hyperbolique, en général peu utilisé, a pour principal intérêt qu'il réalise un nombre constant de cycles dans chaque intervalle Df délimité par les points à demi-puissance autour des pics. Cette propriété peut être utilisée pour simuler les effets d'un choc et pour effectuer des essais de fatigue.

Type de balayage	Linéaire	Logarithmique	Hyperbolique
Loi	$f = at + f_1$	$f = f_1 e^{t/\tau_1}$	$f = \frac{f_1}{1 - a f_1 t}$
Nb cycles réalisés entre f_1 et f_2	$N_b = \frac{1}{2a}(f_2^2 - f_1^2)$	$N_b = \tau_1(f_2 - f_1)$	$N_b = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$
Durée du balayage entre f_1 et f_2	$t_b = \frac{1}{a}(f_2 - f_1)$	$t_b = \tau_1 \ln\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$	$t_b = \frac{1}{a} \frac{f_2 - f_1}{f_2 f_1}$

Tab. 2.10 – Les caractéristiques des différents types de balayage (a coefficient générique, différent pour chaque équation).

Les équations indiquées dans le tableau 2.10 partent de l'hypothèse que le balayage est croissant et va de f_1 à f_2 ($f_1 < f_2$). Dans le cas du balayage logarithmique, la vitesse v est généralement exprimée en octave par minute. Le choix de cette vitesse permet de fixer la constante τ_1 grâce à la relation :

$$\tau_1 = \frac{60}{v \ln(2)} \quad (2.20)$$

Une valeur typique pour la partie identification de la signature du matériel est généralement inférieure ou égale à 1 octave/min [10].

L'intérêt du sinus balayé, par rapport aux autres types d'essais, est qu'il permet d'obtenir une excitation constante sur l'ensemble de la bande de fréquence étudiée. La quantité d'énergie injectée à chaque point de fréquence est parfaitement maîtrisée. Les variations d'amplitudes ne sont plus alors dues qu'aux réponses de la structure (résonances et anti-résonances). C'est la caractérisation la plus simple à analyser et c'est donc celle qui est utilisée pour obtenir une signature du spécimen.

Ainsi, les bas niveaux sont-ils principalement des sinus balayés dont l'amplitude est réglée assez bas, en fonction des calculs prévisionnels, pour ne pas endommager la structure. La superposition de ces essais, effectués avant et après une campagne de test, permet de s'assurer rapidement que le spécimen n'a pas été endommagé mécaniquement.

2. Essai type sinus fixe et appropriation de modes :

La manière la plus simple de mesurer un mode est d'exciter la structure à sa fréquence propre. A cette fréquence, en effet, et compte tenu du coefficient d'amplification dynamique, il est possible de supposer que les déplacements de la structure dus au mode propre sont prépondérants par rapport aux déplacements dus aux autres modes.

C'est aussi le meilleur essai pour détecter la non-linéarité au cas où l'excitation à une fréquence entraîne l'apparition d'autres fréquences dans la mesure comme les sous-harmoniques et les sur-harmoniques.

La méthode est mise en oeuvre de la manière suivante : dans un premier temps, il est nécessaire d'effectuer un sinus bas niveau de manière à repérer grossièrement la position des modes sans endommager le spécimen. Ensuite, chaque mode est excité l'un après l'autre. La méthode par appropriation a longtemps été la seule exploitable mais elle est maintenant rattrapée par la méthode du sinus balayé qui offre l'avantage d'une mise en oeuvre moins lourde (en moyenne, un essai par axe au lieu d'un essai par mode).

3. Essai type aléatoire :

Le but d'un essai aléatoire est de vérifier l'aptitude du spécimen à résister structuralement et/ou à fonctionner correctement dans l'environnement vibratoire susceptible d'être rencontré dans son profil de vie.

L'environnement vibratoire est caractérisé par des vibrations aléatoires à large bande de fréquence. Cette bande est variable suivant les cas envisagés :

- (a) La bande basse fréquence : de 0.5 à 50 Hz qui concerne les phénomènes produits par les vibrations dues au transport (planéité des routes, écoulement turbulent autour du véhicule...).
- (b) Les bandes de fréquence moyenne (5 à 500 Hz) ou de fréquence élevée (20 à 2000 Hz ou 5000Hz) produit par :

- Les vibrations forcées générées par des mécanisme en rotation (moteur, roulements à billes, engrenages...) superposée à une vibration aléatoire à large bande.
- Les vibrations dues à une agression acoustique extérieure (moteur de fusée, réacteur d'avion, tuyère de missile...).

Ce type d'essai a été retenu depuis le milieu des années 50 pour remplacer les essais sinus balayé incapables de représenter correctement un environnement dans lequel les résonances des équipements sont excitées simultanément.

Il est aussi utilisé, par ailleurs, pour identifier les fréquences propres et les coefficients d'amplification dynamique des structures. Cela offre l'avantage d'une durée d'essai plus courte qu'un essai sinus balayé mais présente l'inconvénient d'une mesure a priori moins précise.

Nous pouvons aussi indiquer leur utilisation pour simuler les effets de chocs à haut contenu fréquentiel ou difficiles à représenter par des formes simples.

Un signal aléatoire est un signal permanent qui se caractérise par sa non-répétitivité. De ce fait, la valeur instantanée d'un signal de ce type est imprévisible. Il est caractérisé par ses propriétés statistiques temporelles et fréquentielles. Les paramètres les plus utilisés en pratique sont :

- la distribution des valeurs instantanées du signal en fonction du temps ;
- la densité spectrale de puissance ;
- la valeur efficace du signal.

Les signaux aléatoires utilisés en vibration ont une densité de probabilité qui est généralement très proche, en amplitude, d'une distribution *Gaussienne* représentative de la plupart des signaux aléatoires vibratoires rencontrés dans l'environnement réel.

4. Essai type choc :

Un choc est un phénomène transitoire, c'est-à-dire qu'il se distingue d'une excitation sinusoïdale, qui est un phénomène stationnaire, ou d'une excitation aléatoire, qui peut être qualifiée à partir d'éléments statistiques.

C'est une onde mécanique qui se propage le long des chemins structuraux du spécimen et s'amortit de manière plus ou moins rapide en fonction de la nature des matériaux rencontrés et du nombre d'interfaces par lesquelles elle transite. Le but d'un essai de choc est de représenter une situation réelle rencontrée par le spécimen. Il est utilisé dans les essai de qualification, les essais en environnement et les essais d'endurance.

Un choc de durée très courte se rapproche d'une excitation percussionnelle (*Dirac*) permettant l'établissement direct de la fonction de transfert dans un système à comportement linéaire.

Il est possible de diviser les chocs en trois grandes catégories décrites dans le tableau 2.11, [47].

Il existe deux manières de caractériser un choc mécanique selon que l'on se place dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel. La manière

Nature	Caractéristiques	Moyens d'essai
Transport	Amplitude < 100g	*Machines génératrice de chocs de formes simples
Manutention	Durée ≈ 4 à 100 ms	*Excitateur électrodynamique
Pyrotechnique zone 2 (éloigné de la source)	Amplitude < 10 000g Durée ≈ 0.1 ms	* Machine de choc à impact métal-métal *Générateurs pyrotechniques
Pyrotechnique zone 1 (proche de la source)	Amplitude < 100 000g Durée $\approx 10^{-2}$ ms	*Générateurs pyrotechniques

Tab. 2.11 – Moyens d'essais utilisables en fonction de la nature des chocs à générer.

la plus évidente est celle du domaine temporel où les paramètres décrivant le choc sont le reflet direct de la réalité physique, à savoir :

- l'amplitude ;
- la durée ;
- la forme.

La grandeur physique décrite est le plus souvent une accélération mais peut aussi être un déplacement, une vitesse ou une force.

Finalement, de nombreuses normes viennent au secours de la personne désirant établir un programme d'essai de vibrations selon que le matériel est du domaine civil ou militaire, que le client est français ou étranger... Mais, ces normes ne sont là qu'à titre indicatif en tant qu'aide à la décision. Le choix du programme d'essai revient en fin de compte au demandeur selon l'objectif de l'essai, la configuration du matériel en essai, la définition de la pièce d'interface entre le vibreur et le spécimen (le montage) ou les conditions d'environnement (humidité, température...). Ce dernier point est traité dans le paragraphe suivant.

2.6 Conditions générales d'essais et de mesures en laboratoire

Ces conditions sont formées par les points suivants, [10] :

1. Choix des conditions atmosphériques :

Sauf indication contraire figurant dans les programmes d'essais, lorsque les

paramètres à mesurer dépendent de la température et/ou de la pression, les essais, les mesures et les vérifications sont effectués dans les conditions définies ci-après :

- Les lois de variations correspondantes sont connues : dans ce cas, les valeurs doivent être mesurées dans les conditions atmosphériques normales de mesure et d'essai et si nécessaire ramenées par le calcul aux conditions atmosphériques normalisées de référence.
- Les lois de variation ne sont pas connues : dans ce cas, les mesures doivent être effectuées dans les conditions atmosphériques pour essai et mesure d'arbitrage.

2. Conditions atmosphériques normalisées de référence :

- Définition :
Atmosphère à laquelle sont ramenées par le calcul les valeurs obtenues à la suite de mesures effectuées dans d'autres conditions atmosphériques.
- Valeurs :
Ces conditions sont :
 - température : 20°C,
 - pression atmosphérique : 1013 hPa (1013mbar).

3. Conditions d'essai :

- Conditions atmosphériques pour essai et mesure d'arbitrage :
 - Définition :
Atmosphère dans laquelle sont effectués les essais et mesures quand nous ne connaissons pas les lois de variation des paramètres en fonction de la température et de la pression.
 - Valeurs :
Les valeurs sont choisies parmi les suivantes :
 - température : $20 \pm 1^\circ\text{C}$ ou $23 \pm 1^\circ\text{C}$,
 - humidité relative : $55 \pm 10\%$,
 - pression atmosphérique : 860 à 1060 hPa (860 à 1060mbar).
- Conditions atmosphériques normales de mesure et d'essai :
 - Définition :
Atmosphère dans laquelle sont effectués les essais et mesures quand les lois de variation des paramètres en fonction de la température et de la pression sont connues ou quand aucune condition particulière n'est spécifiée.
 - Valeurs :
 - température : comprise entre 15°C et 35°C,
 - humidité relative : inférieure à 85 %,
 - pression atmosphérique : comprise entre 860 à 1060 hPa (860 à 1060mbar).

4. Tolérances :

- Tolérances sur les grandeurs déterminant la sévérité des essais :
Sauf indications contraires figurants dans les programmes d'essais, les tolérances admises sur les grandeurs déterminant la sévérité des essais sont les

suivantes :

- température : $\pm 2^{\circ}\text{C}$,
- humidité relative : $\pm 5\%$,
- pression : $\pm 5\%$ pour $p > 25\text{hPa}$ (25mbar) et $\pm 20\%$ pour $p < 25\text{hPa}$ (25mbar),
- fréquence : $\pm 2\%$ pour $f > 25\text{Hz}$ et $\pm 0.5\%$ pour $f < 25\text{Hz}$,
- vibrations sinusoïdales : amplitudes : $\pm 10\%$,
- vibrations aléatoires : accélération efficace : $\pm 20\%$,
- temps : $\pm 5\%$.
- Modalités pratiques pour s'assurer de la stabilité thermique :
 - Matériel en fonctionnement :

La stabilité thermique est atteinte quand l'élément de la plus grande inertie thermique du matériel en fonctionnement atteint une température dont la variation ne dépasse plus 2°C par heure au voisinage de la température finale.
 - Matériel hors fonctionnement :

La stabilité thermique est atteinte quand la partie de plus forte inertie thermique atteint la température demandée à $\pm 2^{\circ}\text{C}$ près.

2.7 Essais préliminaires et mesures de vérification

Il est recommandé, avant de réaliser la campagne d'essais, de s'assurer que l'installation fonctionne correctement. Les essais préliminaires ont pour but de réaliser une ultime vérification. Par ce moyen, il est notamment possible de vérifier les points suivants :

- Le respect des spécifications d'essai (au moins à vide).
- Les sensibilités des accéléromètres pilotes : au-dessous du premier mode (basse fréquence), ils doivent tous indiquer le même niveau (mouvement de corps rigide de l'outillage) et celui-ci doit être cohérent avec le niveau de l'excitation.
- La dynamique de la console de pilotage et sa capacité à piloter correctement les profils des essais.
- Les niveaux de bruit des voies accélérométriques.
- Le bon état général de l'installation.

Même si ces essais ne sont pas indispensables, ils permettent souvent de résoudre des problèmes qui prennent une tout autre dimension lorsqu'ils surviennent avec le spécimen en essai.

De manière classique, la vérification suivante est effectuée avec le spécimen en configuration d'essai mais avec un niveau d'effort injecté le plus faible possible. Il s'agit généralement d'un essai sinusoïdal bas niveau qui offre, en plus de la vérification du bon fonctionnement de toutes les voies de mesures situées sur la structure, la possibilité d'analyser les fréquences propres du matériel en essai (signature dynamique). A la fin de la campagne, un deuxième essai à bas niveau, effectué dans les mêmes conditions que le premier, va permettre de vérifier que la structure n'a pas subi de

dommages structurels suite aux essais de vibrations.

Une fois les essais préliminaires réalisés, nous pouvons passer à la réalisation des essais.

2.8 Réalisation des essais

La réalisation des essais est divisée en deux parties :

1. Les séquences d'essai :

Dans un essai de vibration, le temps dédié à l'essai proprement dit est généralement le plus réduit, loin derrière la préparation et le post-essai. Ainsi, si nous exceptons les essais d'endurance, il est possible de répartir un essai vibratoire en moyenne de la manière suivante :

- préparation : 80 %,
- essai : 0,1 % (chaque essai ne dure que quelques minutes en moyenne),
- post-essai : 19,9 %.

Si la préparation a été bien faite, l'essai a toutes les chances de bien se passer, aussi ne faut-il pas hésiter à passer du temps sur cette première phase.

La séquence des essais pour le système plaque bipolaire est détaillée dans le tableau 2.12. Les excitations sont envoyées selon l'axe perpendiculaire à la surface de la plaque.

2. Validation sommaire :

Les résultats sont rapidement visualisés après les essais de manière à s'assurer que l'ensemble des voies a été acquis correctement.

Il s'agit ici d'une vérification sommaire permettant d'identifier les voies manifestement hors service (absence de signal significatif, niveau incohérent...). Les causes de pannes peuvent être multiples sans que, pour autant, la qualité de la préparation soit en cause (voir tableau 2.13).

La liste dans le tableau n'est pas exhaustive et cela rend bien compte du fait qu'un essai de vibration est quelque chose de complexe par la multitude des éléments intervenant tant dans le contrôle du moyen lui-même que dans la chaîne permettant l'acquisition des mesures.

Il est à noter que l'absence d'une seule des voies de mesure peut être une raison de reprise d'essai ; il semble donc judicieux de dupliquer, quand cela est possible, les voies de mesure essentielles.

2.9 Interprétation des mesures

Cette partie comprend quatre points :

1. Incertitude sur les mesures :

Nom	type	amplitude (g)	fréquence (Hz)	Loi b.	vitesse b. (oct/min)	durée	vitesse max (m/s)	dépl. max cc (mm)
Essai préliminaire	Sinus balayé	0,1	6 à 3000	log.	1			
Niveau intermédiaire	Sinus balayé	0,5	6 à 3000	log.	1			
Niveau de qualification 1	Sinus balayé	1	15 à 3000	log.	1	8min 15s	0,104	1,1
Niveau de qualification 2	Sinus balayé	1,5	15 à 3000	log.	1	8min 15s	0,156	1,66
Niveau de qualification 3	Sinus balayé	2	15 à 3000	log.	1	8min 15s	0,208	2,21
Niveau de qualification 4	Aléatoire	1,56(rms), 6,25(max)	10 à 3000			1min	0,0685	0,00093
Niveau de qualification 5	Choc (1/2 sinus)	2				5 chocs de 6ms	0,0369	0,207
Niveau de qualification 6	Choc (1/2 sinus)	5				5 chocs de 6ms	0,0924	0,518
Niveau de qualification 7	Choc (1/2 sinus)	10				5 chocs de 6ms	0,185	1,04
Niveau de qualification 8	Choc (1/2 sinus)	15				5 chocs de 6ms	0,277	1,55
Essai de vérification	Sinus balayé	0,1	6 à 3000	log.	1			

Tab. 2.12 – La séquence des essais pour le système plaque bipolaire (b. pour balayage et cc pour crête-crête).

Mesure douteuse	Explications possibles
Signal au niveau du bruit de fond du capteur	*Ligne coupée ou mal connectée *Capteur dans un axe perpendiculaire à l'excitation et monté sur une partie rigide de la structure en essai
Signal de niveau supérieur à celui attendu	*Inversion de voie *Mauvais réglage de la sensibilité ou problème de conditionnement *Capteur faisant un angle avec l'axe d'excitation et donnant en perpendiculaire à l'excitation une composante non nulle de l'axe excité *Taux de sensibilité transverse du capteur important (certains capteurs donnent jusqu'à 10 pour cent) *Couplage dynamique transverse important
Signal de niveau significatif mais non cohérent avec le reste des mesures	*Conditionneur hors service *Capteur décollé *Mode local

Tab. 2.13 – Exemples de mesures douteuses et explications plausibles associées.

L'exploitation des mesures effectuées par un opérateur n'est possible que si l'on peut en faire une interprétation correcte, c'est-à-dire s'il est possible d'exprimer la grandeur voulue avec une précision connue et satisfaisante.

Il est possible de distinguer trois natures d'erreurs de mesure :

- Erreur systématique : un exemple typique est la dérive dans le temps de la sensibilité d'un capteur. Ce défaut est visible de manière flagrante en basse fréquence, lorsque le matériel a un comportement de corps rigide et qu'un capteur ne donne pas la même information que les autres. La seule réponse acceptable de l'opérateur devant ce type d'erreur est le renvoi du matériel défectueux au service d'étalonnage.
- Erreur parasite : elle est définie dans la norme NF X 07-001 [9] comme une erreur souvent grossière qui résulte d'une exécution incorrecte du mesurage. Une manière de traquer ce type d'erreur est de reprendre les procédures d'exécution d'essais afin de bien vérifier que toutes les étapes ont été correctement exécutées.
- Erreur fortuite ou aléatoire : ce type d'erreur est souvent le signe avant-coureur d'une panne ou d'une évolution du moyen. Une intervention du service de maintenance permet la plupart du temps de dépister le problème.

La meilleure façon de minimiser ces erreurs est de suivre une démarche organisée qui est un premier pas important vers l'atténuation des erreurs dans les processus de mesure et l'apparition de systèmes experts.

Une fois les erreurs de mesures correctement prises en compte, le réflexe de l'opérateur doit être de s'interroger sur la validité des mesures qu'il vient d'effectuer.

2. Validité des mesures :

Le signal que l'opérateur va devoir exploiter n'est plus que rarement un signal analogique.

En effet, si le numérique offre énormément d'avantages, il est aussi synonyme de perte d'information. C'est-à-dire que l'information que nous désirons exploiter a déjà été prétraitée (échantillonnage, filtrage...) et il est nécessaire de se poser la question de savoir si ce prétraitement n'a pas enlevé une partie significative de l'information pouvant fausser les analyses suivantes. Les types d'erreurs qui peuvent apparaître sont :

- Erreur due à l'échantillonnage :

Prenons l'exemple d'un signal temporel quelconque $x(t)$: nous calculons sa transformée de Fourier $X(f)$ dont le spectre ne s'étend pas au-delà de la fréquence f_c .

L'échantillonnage du signal temporel a pour effet, lors du calcul de la transformée de Fourier, de périodiser le signal dans le domaine des fréquences avec une période $1/T_e$ (T_e est l'intervalle de temps entre deux échantillons) et de l'atténuer en amplitude d'un facteur $1/T_e$. Il est possible de démontrer que le signal $x(t)$ est parfaitement défini par l'échantillonnage si la relation

suivante est vérifiée :

$$T_e \leq \frac{1}{2f_c}$$

Si cette valeur est respectée, nous pouvons éviter les phénomènes de recouvrement de spectre. Il est alors possible de récupérer le spectre initial non périodisé, sans distorsion et simplement atténué de $1/T_e$ en utilisant un filtre passe-bas. En règle générale, il est admis de prendre $f_e = 2,5f_c$ de manière à prendre en compte la pente de coupure du filtre et à s'accorder une marge d'incertitude.

– Erreur due à la reconstitution :

Le signal d'origine est retrouvé en appliquant une transformée de Fourier inverse. Ce qui revient, après calcul, à le reconstituer à partir d'une somme infinie de fonctions de type $\sin x/x$.

Ce type de calcul entraîne deux erreurs de natures différentes : une première due au fait que les sommes sont effectuées sur un nombre fini de fonctions (erreur de troncature) et une deuxième issue du lissage des points calculés pour obtenir le signal continu de départ (erreur d'interpolation).

– Erreur due à la quantification :

Un autre type d'erreur qui ne doit pas être oublié est celle due au fait que le signal est codé sur un certain nombre de bits, ce qui nécessite un certain nombre de chiffres significatifs. Ces erreurs d'arrondis, parfaitement quantifiables, peuvent être prises en compte dans l'estimation des incertitudes liée à une chaîne d'acquisition déterminée. L'utilisation de machines 12 bits (à rapprocher de la notion de dynamique du système exprimée en dB : 1 bit = 6 dB) rend ce type d'erreur généralement négligeable dans la mesure de phénomènes classiques. En général, concernant les essais de vibrations, il est recommandé de ne pas descendre au-dessous de 10 bits.

Le 2 systèmes utilisés pour l'acquisition des données dans la plate-forme vibrante de l'UTBM échantillonnent sur 16 bits.

3. Traitement de signal :

En résumé, un signal temporel acquis lors d'un essai vibratoire subit les traitements suivants :

- Échantillonnage avec un temps d'échantillonnage maximum égale à T_e .
- Les échantillons sont regroupés par blocs successifs de N (durée d'un bloc : $T_b = NT_e$); les calculateurs étant essentiellement basés sur le binaire, les tailles de ces blocs sont des puissances de 2, comme 512, 1024 par exemple.
- Chaque bloc est pondéré par application d'une fenêtre qui correspond à un filtrage temporel de largeur T_b . Le cas le plus simple est celui de la fenêtre rectangulaire. Le principal inconvénient de cette fenêtre est que, si sa durée ne correspond pas à un nombre entier de périodes du signal, il y a troncature des composants harmoniques du signal échantillonné. Pour

limiter ce problème de troncature, on lui préfère le plus souvent une forme de fenêtre ramenant les bords continûment à zéro. La fenêtre de *Hanning* est actuellement le meilleur compromis.

- Un important traitement à réaliser pour les signaux issus d'un système non-linéaire est la réduction de bruit. Pour les systèmes linéaires, le signal est filtré en général avec un filtre passe-bas à $f_c/2,5$.

Pour les systèmes non-linéaires, ce filtrage entraîne la perte d'information car l'excitation du système à f_c va entraîner l'apparition des harmoniques à des fréquences plus grandes que f_c . Un filtre passe-bas à f_c va éliminer ces harmoniques et par conséquent des informations essentielles sur la non-linéarité.

D'autres techniques de diminution du bruit comme un filtre médian sont utilisés pour les systèmes non-linéaires.

Un filtre médian calcule la médiane ponctuelle d'un signal donné, ce qui veut dire qu'il calcule la valeur médiane des points qui se trouvent dans une fenêtre coulissante de dimension donnée. La valeur médiane d'un ensemble de points se trouvant dans la fenêtre est définie comme suit : les points sont triés d'une façon croissante ou décroissante dans un vecteur, ensuite la valeur médiane de ce vecteur est choisie. L'utilisation de la valeur médiane à la place de la valeur moyenne permet d'avoir un filtre moins sensible aux valeurs extrêmes. Pour cela, il est capable de les éliminer sans altérer le signal.

- Une fois le bruit diminué, la transformée de Fourier est calculée sur chaque bloc pondéré. D'autres traitements ayant pour base la transformée de Fourier sont ensuite appliqués comme le calcul de la densité spectrale de puissance (DSP) par exemple.

2.10 Analyse et exploitation des résultats

Cette partie comporte deux étapes :

1. Comparaison des résultats aux spécifications :

Les essais de qualification ou de l'environnement d'une structure sont acceptés si les niveaux définis dans les spécifications ont été appliqués aux tolérances près. Si ce n'est pas le cas, le premier souci de l'opérateur est d'identifier l'origine du problème.

2. Comparaison modèle-expérience :

Pour la procédure d'essai des systèmes linéaires, cette étape importante permet de vérifier que le modèle est représentatif du comportement dynamique de la structure. Si ce n'est pas le cas, le modèle peut être corrigé au travers d'une étape de recalage du modèle.

Si, par contre, la modélisation est correcte, l'opérateur peut vérifier, en res-

tant sur le plan théorique, l'effet de modifications apportées à sa structure pour corriger un défaut, optimiser son matériel ou même développer un nouveau produit.

Pour les systèmes complexes avec peu d'information sur leurs propriétés physiques, cette comparaison n'est pas possible parce que la construction d'un modèle représentatif du système complexe n'est pas possible sans l'utilisation des données acquises durant les essais.

Le modèle approximatif qui a servi dans le paragraphe 2.3.3 nous permet de comprendre quelques aspects du système mais il n'est pas suffisant pour faire une comparaison globale comme dans le cas linéaire.

La comparaison des spectres des mesures des accéléromètres, collés sur la plaque et sur l'équerre bas (montage), pour différentes amplitudes d'excitation en sinus balayé nous permettent de donner les remarques suivantes (figures 2.14 et 2.15) :

- Si le système est linéaire, les différents spectres issus du sinus balayé avec une amplitude constante de 1g, 1.5g et 2g, doivent avoir exactement les mêmes fréquences de résonances. Le rapport des amplitudes des spectres doit être proportionnel à l'augmentation de l'amplitude de l'accélération comme dans la figure 2.15). Par contre, si nous analysons la figure 2.14, nous remarquons un tel comportement pour les fréquences 291 Hz et 600 Hz par exemple. Mais pour d'autres fréquences comme 1140 Hz et 2281 Hz, cette linéarité n'est plus valable.
- Les fréquences de résonances observées dans la figure 2.14, en éliminant ceux de la table, sont proches de quelques fréquences propres du modèle par élément finis pour la plaque seule (en rouge), de quelques fréquences propres du modèle du cadre (en bleu), de quelques fréquences propres du modèle de la plaque collée au cadre (en vert) et d'autres fréquences propres qui ne se trouvent pas dans le résultat des calculs.
Ceci montre l'effet des liaisons de contact entre la plaque et les cadres. Si la plaque est collée aux cadres, nous trouvons des fréquences de l'ensemble et si la plaque se détache des cadres par moment, nous trouvons des fréquences de la plaque seule. D'autres fréquences propres peuvent apparaître comme résultat du frottement entre la plaque et les cadres ou entre le système (plaque+cadre) et les tirants.
- Une remarque supplémentaire concerne la fréquence de résonance au alentours 1140 Hz. Plus l'amplitude de l'accélération augmente plus la fréquence est décalée vers une plus grande valeur. Ceci est due probablement à une variation de la raideur des ressorts (non-linéarité de raideur).

Les commentaires donnés ci-dessus sont élémentaires. Afin d'approfondir l'analyse du comportement dynamique du système, les données temporelles brutes acquises par le système recherche sont utilisées par la suite pour la procédure d'identification du système mécanique complexe. Cette procédure d'identification va remplacer l'étape de l'exploitation des mesures dans une procédure d'essais pour un système linéaire.

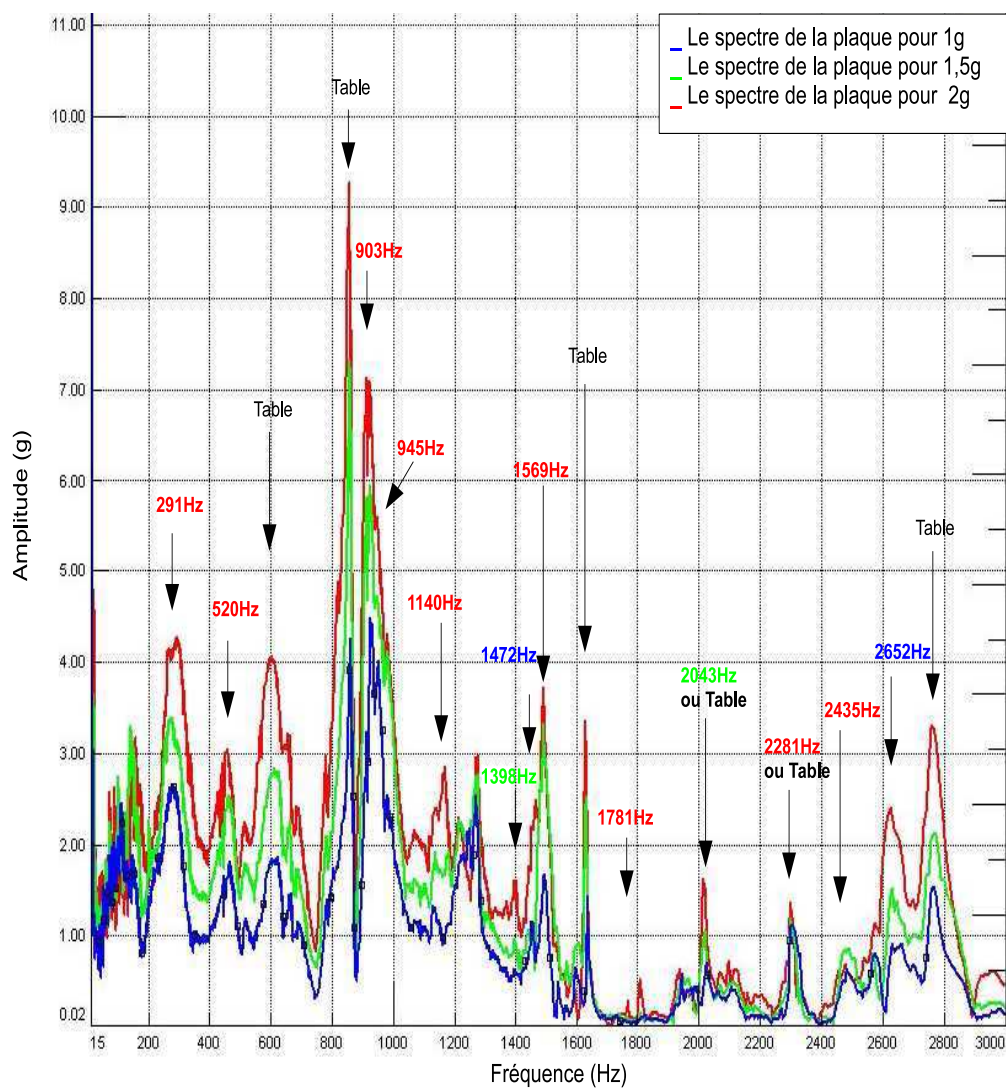


Fig. 2.14 – Les spectres des mesures de l'accéléromètre collé sur la plaque pour différentes amplitudes d'excitations en sinus balayé (1g, 1.5g et 2g).

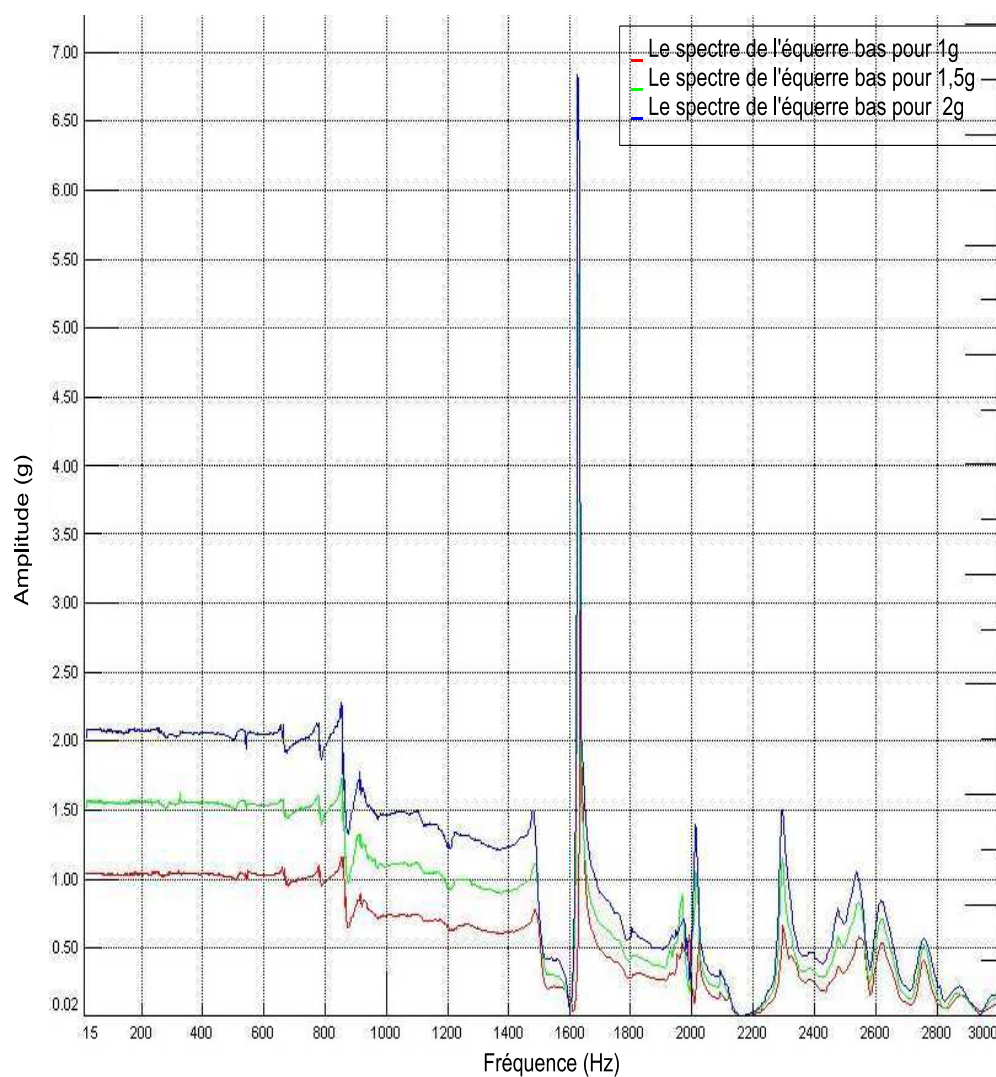


Fig. 2.15 – Les spectres des mesures de l'accéléromètre collé sur l'équerre bas pour différentes amplitudes d'excitations en sinus balayé (1g, 1.5g et 2g).

2.11 Rapport d'essai et fourniture des résultats

Le rapport d'essai est la preuve matérielle que la campagne s'est déroulée selon les spécifications demandées. Il doit permettre a posteriori de trouver toutes les réponses aux questions qui peuvent être posés dans le cas d'une analyse de problème.

2.12 Conclusion

Tout le long de ce chapitre, nous avons présenté une procédure illustrée pour des essais vibratoires pour des systèmes mécaniques complexes. Le but est de construire une procédure fiable et un outil opérationnel.

Les principes de base de cette procédure sont développés et comparés avec ceux de la procédure d'essais pour des systèmes linéaires.

Une fois les essais réalisés en respectant toutes les étapes de la procédure, les données acquises sont utilisées pour identifier le comportement dynamique du système mécanique testé.

Cette identification se caractérise par deux étapes successives :

- La caractérisation des non-linéarités présentes dans le système complexe. Cette caractérisation sera développée dans le chapitre 3.
- La modélisation du système mécanique complexe en utilisant les réseaux de neurones. La modélisation est approfondie dans le chapitre 4.

Caractérisation des non-linéarités

La plupart des phénomènes physiques sont non-linéaires, la linéarité n'est souvent qu'une première approximation [92]. Pour des amplitudes de mouvement suffisamment faibles cette approximation peut être adéquate mais ce n'est pas toujours le cas (e.g. le cas d'un frottement sec *dry friction*).

Ainsi, quand cette approximation n'est plus valable, la deuxième étape du processus d'identification d'un système mécanique non-linéaire est la caractérisation des ces non-linéarités (voir figure 1.11).

Cette caractérisation peut se réaliser dans le domaine temporel ou fréquentiel. Elle est composée de trois étapes, qui sont :

- La détection des non-linéarités qui permet de décider s'il existe des non-linéarités.
- Le classement des non-linéarités qui détermine leur types et leur ordres.
- La localisation des non-linéarités qui détermine où elles se trouvent.

Le chapitre est organisé comme suit :

La première partie est un exposé des propriétés d'un système non-linéaire. Ces propriétés entraînent le fait que les méthodes d'analyses linéaires sont incapables de les caractériser pour la simple raison que le principe de superposition n'est plus valable. Des fréquences d'entrée du système interagissent pour produire des fréquences de sortie au niveau des harmoniques ou des sous-harmoniques des fréquences d'entrée. Ainsi, l'analyse modale, qui est la méthode la plus populaire pour identifier les systèmes linéaires, est inefficace dans le domaine non-linéaire car les paramètres modaux changent avec chaque type et chaque amplitude d'entrée.

Une deuxième difficulté est la nature très *individualiste* de chaque élément non-linéaire et la corrélation entre les termes linéaires et non-linéaires dans un même système. Pour cela de nouvelles méthodes ont été développées.

Les parties suivantes exposent ces méthodes de caractérisation des non-linéarités. Elles sont divisées en trois parties selon leur domaine d'application : détection, classement ou localisation.

Une forte attention est donnée aux approches basées sur des données expérimentales. Des applications sur des données simulées par des modèles non-linéaires sont montrées tout le long du chapitre.

3.1 Propriétés d'un système non-linéaire

Le principe de base (la théorie de la superposition) qui s'applique à un système linéaire et qui forme le fondement de la théorie de l'analyse modale n'est plus valable en présence d'une non-linéarité.

Même un système qui contient une faible non-linéarité peut produire des phénomènes complexes et intéressants dont le système linéaire est incapable. Parmi ces phénomènes, il y a les sauts, les bifurcations, les saturations, les sous-harmoniques, les sur-harmoniques, les cycles limités, les interactions des modes, les hystérésis et les chaos [142].

Deux sortes de comportement non-linéaire peuvent être distingués :

- Il y a des non-linéarités qui apparaissent en augmentant l'énergie du mouvement comme les non-linéarités de raideur, d'inertie ou d'amortissement. Ces non-linéarités ne perturbent pas la dynamique linéaire du système pour de très faibles amplitudes de mouvement.
- Il y a des non-linéarités qui sont inévitables même pour de très faibles amplitudes de mouvement comme le frottement sec, les non-linéarités structurelles et les vibrations de choc non-linéaire (*non-linear vibro-impact oscillations*).

Un simple exemple est la vibration d'un système composé de deux éléments flexibles couplés par un joint mécanique. Une petite dégénération de ce joint (par fatigue) peut introduire des écarts (ou jeux) entre les composants à l'intérieur du joint, ce qui peut générer des vibrations non-linéaires qui affectent la dynamique du système dans une large bande de fréquence [23].

Dans [22], il a été prouvé qu'un faible jeu dans les roulements d'un système dynamique rotor entraîne des instabilités non-linéaires catastrophiques avec des larges amplitudes de mouvements chaotiques dans des bandes de fréquences proches de la vitesse critique linéaire.

Pour comprendre ces comportements, il faut comprendre les propriétés essentielles d'une réponse non-linéaire, qui sont les suivantes :

- La dépendance fréquence/énergie pour les oscillations libres. La fréquence du mouvement d'un oscillateur libre avec des caractéristiques de durcissement ou d'adoucissement (*hardening and softening*), augmente ou diminue avec l'amplitude respectivement [107].

C'est une déviation essentielle de la théorie de vibration linéaire qui calcule des fréquences naturelles indépendamment de l'amplitude de l'excitation. Cette dépendance de l'énergie empêche la séparation spatiale et temporelle de l'équation non-linéaire du mouvement contrairement au cas linéaire.

Elle est aussi la cause de plusieurs phénomènes dynamiques comme l'instabilité de *Lyapunov* pour les réponses des vibrations libres des oscillateurs non-linéaires et non amortis [107], l'inexistence des solutions analytiques pour des réponses libres amorties non-linéaires [114].

- Le phénomène de transfert irréversible de l'énergie non-linéaire entre les sous-systèmes (le pompage de l'énergie non-linéaire). Une étude de ce phénomène a été réalisée dans l'approche des modes propres non-linéaires (*non-linear normal mode*) NNM [91]. Ce dernier a été introduit dans [140]. Bien que le concept d'un mode propre puisse paraître non compatible avec l'inexistence du principe de superposition chez les systèmes non-linéaires, l'emploi du NNM a permis de comprendre mieux la dynamique des oscillateurs libres et forcés.
- La bifurcation des positions d'équilibre ou des cycles périodiques. Une bifurcation se produit quand quantitativement plusieurs dynamiques ont lieu dans un voisinage d'un point dans l'espace des paramètres. Cela correspond dans ce point à une rupture du théorème de la *fonction implicite* ou à une non-inversion du *Jacobien* du système dynamique linéarisé [144].
- La possibilité de co-existence de plusieurs points d'équilibre stable (un système linéaire ne peut avoir qu'un seul point d'équilibre stable). Chaque point d'équilibre possède son domaine d'attraction séparé. Le mouvement résultant dépend des conditions initiales.
- Des transitions non-linéaires brusques entre des attracteurs stables (sauts) causées par un phénomène d'hystérésis non-linéaire. Un exemple est une vibration forcée d'un système avec une non-linéarité sur l'amortissement [107] (voir figure 3.1).

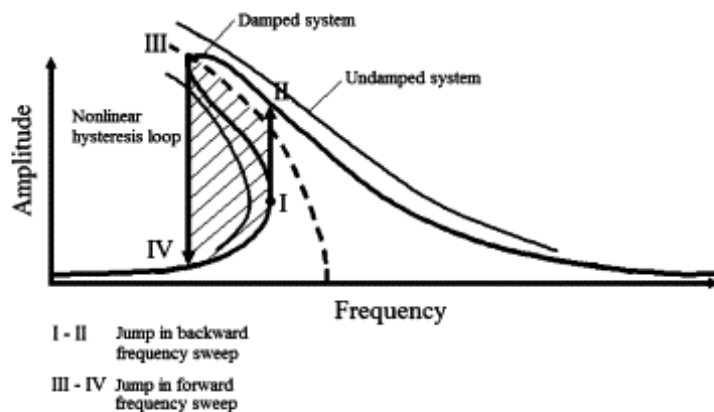


Fig. 3.1 – Le phénomène des transitions non-linéaires brusques pour un mode de résonance d'un système avec une non-linéarité sur l'amortissement, [107].

Le résultat de cet hystérésis est une transition brusque entre deux branches stables de la solution. Cela apparaît comme un changement de l'amplitude et de la phase du mouvement pour de faibles variations de la fréquence d'excitation ou pour une petite variation des conditions initiales du mouvement. Par

exemple, dans la figure 3.1, le saut III-IV est sensible à l'amortissement, une diminution de la valeur de ce dernier entraîne une diminution de la fréquence ce qui abouti à un saut.

- Une transition de mouvement régulier en mouvement chaotique où les dynamiques semblent imprévisibles, irréguliers et très sensibles aux conditions initiales.

Il est prouvé dans la littérature que des comportements chaotiques peuvent apparaître même pour des oscillateurs non-linéaires avec des configurations simples [131]. Il suffit un petit changement d'un paramètre peut changer la réponse dynamique.

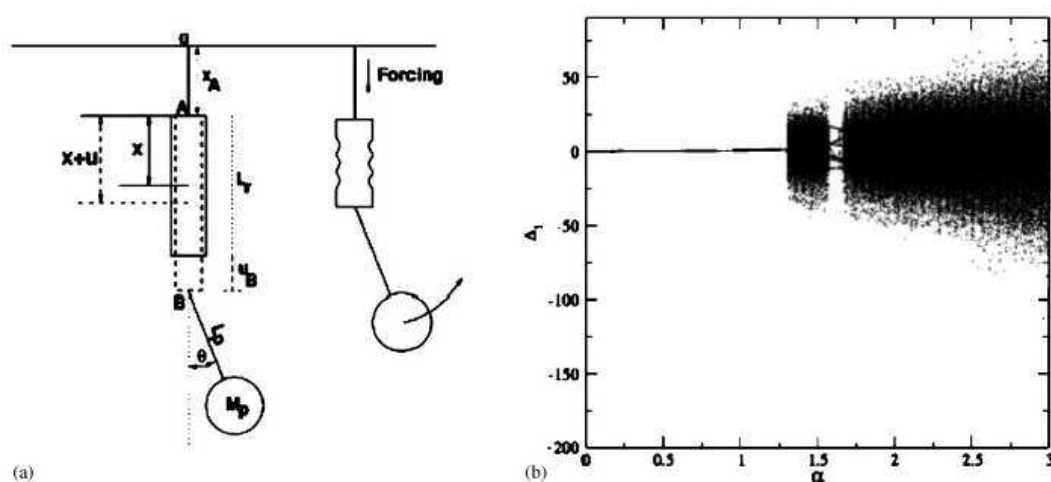


Fig. 3.2 – (a) système tige-pendule; (b) explosion chaotique due à l'augmentation de l'amplitude de l'excitation, [130].

Les oscillations d'un système tige-pendule (figure 3.2, cas (a)) sont étudiées dans [130]. Le système est excité par une force harmonique qui a une fréquence Ω et une amplitude α . Le déplacement de la tige Δ_1 est mesuré tout en augmentant l'amplitude α de l'excitation. Dans la figure 3.2, cas (b), le graphe montre la *Poincaré map* des mesures de Δ_1 en fonction de α (Un *Poincaré map* pour une valeur de α constante est construit en traçant sur la même ligne verticale, les valeurs de Δ_1 qui sont des multiples entiers de la période de l'excitation). Un comportement chaotique se déclenche à partir de $\alpha=1,29$.

De tel explosions chaotiques peuvent apparaître aussi dans des assemblages

flexibles destinés à opérer dans un régime linéaire quand un composant dé-génère à cause de la fatigue ou d'une défaillance. C'est le cas des systèmes dynamiques rotors lorsqu'un des roulement est défectueux [22].

- L'augmentation de la dimension de la dynamique quand une bifurcation a lieu. Ce qui veut dire que l'attracteur de la dynamique après la bifurcation est réalisé dans un sous-espace de dimension supérieure comparé à celui qui existait avant la bifurcation. La méthode de décomposition orthogonale propre (*proper orthogonal decomposition POD*) permet de calculer cette dimension [38].
- La résonance interne (*internal resonance IR*). Ce phénomène arrive quand deux ou plusieurs modes propres non-linéaires avec des fréquences propres linéarisées comparables échangent de l'énergie entre eux de façon réversible ou irréversible [107].

Un phénomène semblable dans la théorie linéaire est le transfert d'énergie, uniquement réversible, entre deux modes propres qui possèdent des fréquences propres très proches.

Les IRs sont responsables de l'augmentation des dimensions des dynamiques et des phénomènes très intéressants dans la nature comme la rotation chaotique de *Hyperion* [145], les écarts dans la distribution des astéroïdes [42] et des phénomènes fortement non-linéaires dans les systèmes mécaniques allant des bifurcations au chaos [144].

Dans Nayfeh [108], l'auteur parle d'un transfert d'énergie entre des modes correspondants à des faibles et des fortes fréquences pour des systèmes flexibles. Evidemment, un tel changement d'énergie entre deux modes avec des fréquences bien séparées n'est pas possible dans le domaine linéaire.

- Une excitation harmonique d'un système non-linéaire peut engendrer des résonance forcées comme des sous-harmoniques, des sur-harmoniques, des combinaisons ou des résonances auto-paramétriques.

A cause de la capacité d'un système non-linéaire à générer de multiples harmoniques à partir d'une unique fréquence à l'entrée, il est possible d'avoir une réponse non-linéaire qui est un régime permanent à une fréquence considérée comme très loin de la fréquence d'excitation [107].

Un autre exemple est la résonance auto-paramétrique qui peut avoir lieu dans un système composé d'un système primaire linéaire qui est couplé d'une façon non-linéaire avec des sous-systèmes secondaires. Le mode linéaire du système primaire peut perdre sa stabilité à cause des interactions énergétiques non-linéaires avec les sous-systèmes secondaires [139].

Ces caractéristiques permettent de différencier un système linéaire d'un système non-linéaire. L'utilisation des techniques d'identification traditionnelles des systèmes linéaires vont sûrement aboutir à un échec car elles ne prennent pas en compte ces caractéristiques qui doivent être la base de la procédure d'identification des systèmes non-linéaires.

Ainsi, pour caractériser les non-linéarités, de nouvelles méthodes sont développées. Il est difficile d'avoir une seule méthode qui peut prendre en compte toutes les

caractéristiques citées en haut à cause de la nature fortement individuelle du comportement non-linéaire. Pour cela de multiples méthodes ont vu le jour.

Nous allons exposer dans la suite celles qui sont les plus intéressantes pour notre application. Elles sont divisées en trois parties selon leur capacité à détecter, classer ou localiser les non-linéarités.

Afin d'appliquer ces méthodes et les comparer, un système masse-ressort avec un degré de liberté, une raideur K et un amortissement C a été simulé (cas a).

Une non-linéarité a été introduite dans le système en variant la valeur de la raideur K (cas b), en variant l'amortissement C (cas c) et en variant la raideur et l'amortissement ensemble (cas d).

Ainsi, nous avons un système linéaire (cas a) et trois systèmes non-linéaires (cas b, c et d) (voir figure 3.3). Les quatre systèmes sont excités par le même signal (un sinus balayé ou aléatoire selon la méthode appliquée) et le déplacement de chacun des quatre systèmes est considéré comme la sortie du système.

Les systèmes masses-ressorts considérés sont très simples mais la comparaison des différentes sorties va nous permettre de comparer trois types de non-linéarités avec le même système linéaire de base.

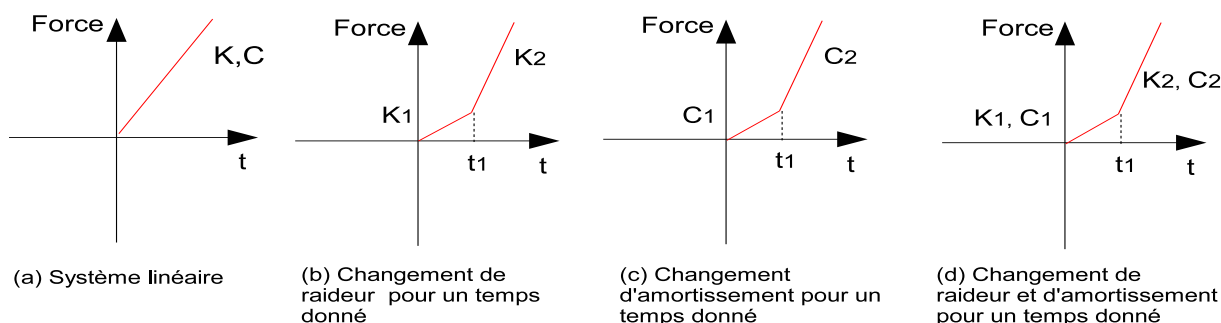


Fig. 3.3 – Les quatre systèmes masse-ressort.

L'idée est de construire dans la suite une bibliothèque de signatures des non-linéarités en considérant d'autres types que les trois cas étudiés ici [Annexe D : Bibliothèque des non-linéarités].

Finalement, tous les systèmes décrits dans ce chapitre sont supposés déterministes

et ne varient pas dans le temps dans le sens que s'il y a les mêmes conditions d'excitations, la réponse du système est toujours la même sans incertitude.

3.2 Détection des non-linéarités

La principale question qui se pose est : quand un modèle linéaire est-il insuffisant ? Quelles sont les méthodes de détection de la non-linéarité d'un système mécanique ? Il existe de simples tests qui nous permettent de déterminer si le système est non-linéaire. Parmi ces tests, nous citons :

1. Le test de superposition :

La principal caractéristique des systèmes non-linéaires est qu'ils ne satisfont pas, sur tous les régimes d'opération, les conditions :
de superposition :

$$y(t) = g[x_1(t) + x_2(t)] = g[x_1(t)] + g[x_2(t)] \quad (3.1)$$

et d'homogénéité :

$$y(t) = g[\alpha x(t)] = \alpha g[x(t)] \quad (3.2)$$

Il faut que le système soit dans un état d'équilibre avant de vérifier ces deux caractéristiques. La procédure proposée est la suivante :

- Appliquer un signal d'entrée équivalent à zéro et attendre pour avoir un état stable. Après, il faut regarder s'il y a un décalage $offset - DC = D$.
- Appliquer deux autre signaux d'entrée différents x_1 et x_2 tel que :

$$x_2(t) = \alpha x_1(t) \quad (3.3)$$

- Si le système est linéaire le rapport $r(t)$ doit être équivalent à α tout le temps :

$$r(t) = \frac{y_2(t) - D}{y_1(t) - D} \quad (3.4)$$

Sinon, le système est non-linéaire et l'indice de non linéarité est v tel que :

$$v = \max_i \left| \frac{r(t) - \alpha}{\alpha} \right| \quad (3.5)$$

Pour un système linéaire, v est égale à zéro.

Un logiciel a été développé pour appliquer cette méthode.

2. La fonction de la cohérence :

Elle est utilisée normalement pour calculer la qualité des données mesurées sous une excitation aléatoire. Elle est calculée comme suit :

$$\gamma^2(w) = \frac{|S_{yx}(w)|^2}{S_{xx}(w)S_{yy}(w)} = \frac{H_1}{H_2} \quad (3.6)$$

avec $H_1 = \frac{S_{yx}(w)}{S_{xx}(w)}$ et $H_2 = \frac{S_{yy}(w)}{S_{yx}(w)}$.

$S_{yy}(w)$, $S_{xx}(w)$ et $S_{yx}(w)$ contiennent la DSP de la réponse, la DSP de l'excitation et la DSP croisée entre la réponse et l'excitation respectivement.

La fonction de la cohérence est égale à l'unité pour toutes les pulsations w si le système est linéaire et s'il n'y a pas de bruit.

En effet, la fonction de la cohérence est faible dans les cas suivant : des entrées non corrélées, une dispersion ou d'autre erreurs de traitement de signal. Un cas supplémentaire, intéressant pour nous, est la présence des non-linéarités dans le système [21].

Si les deux premières possibilités sont éliminées avec une procédure d'essai particulière, la fonction de cohérence peut être utilisée pour détecter la non-linéarité.

La fonction de la cohérence a été calculée pour les quatre systèmes masse-ressort de la figure 3.3 : système linéaire, système avec une raideur K non-linéaire, système avec un amortissement C non-linéaire et système avec K et C non-linéaires. Le résultat est montré dans la figure 3.4. Nous remarquons une chute de la valeur de la cohérence dans les cas b, c et d (systèmes non-linéaires).

Bien que cette méthode soit facile à implémenter, son utilisation est limitée pour les raisons suivantes :

- La fonction de la cohérence ne fait pas de différence entre la réponse d'un système non-linéaire et un signal bruité. Ainsi l'élimination de toutes les sources de bruit des mesures est nécessaire mais pas toujours complètement faisable.
- Les faibles non-linéarités ne provoquent pas une grande chute de la valeur de la cohérence. Il est donc difficile de les détecter.

3. Les tests de corrélations croisées :

Billings et *Tsang* [30] ont établis de simples tests de corrélations pour détecter la non-linéarité à partir des données mesurées. Soit x l'excitation et y la sortie mesurée. Si les deux mesures sont disponibles, la fonction de corrélation calculée est la suivante :

$$\phi_{x^2y'}(\tau) = E[x(t)^2y'(t + \tau)] \quad (3.7)$$

Cette fonction est nulle pour toutes les valeurs de τ si le système est linéaire. L'apostrophe signifie que la moyenne a été retranchée du signal. Si seules les sorties sont accessibles, la fonction de corrélation calculée est :

$$\phi_{y'y^2}(k) = E[y'(t + k)(y'(t))^2] \quad (3.8)$$

En pratique, les valeurs de cette fonction de corrélation ne sont jamais identiques à zéro mais elles peuvent être bornées dans un interval qui tend vers zéro. Le calcul de la fonction de corrélation du système masse-ressort pour le cas linéaire (cas a de la figure 3.3) donne des valeurs bornées entre 0,0013 et

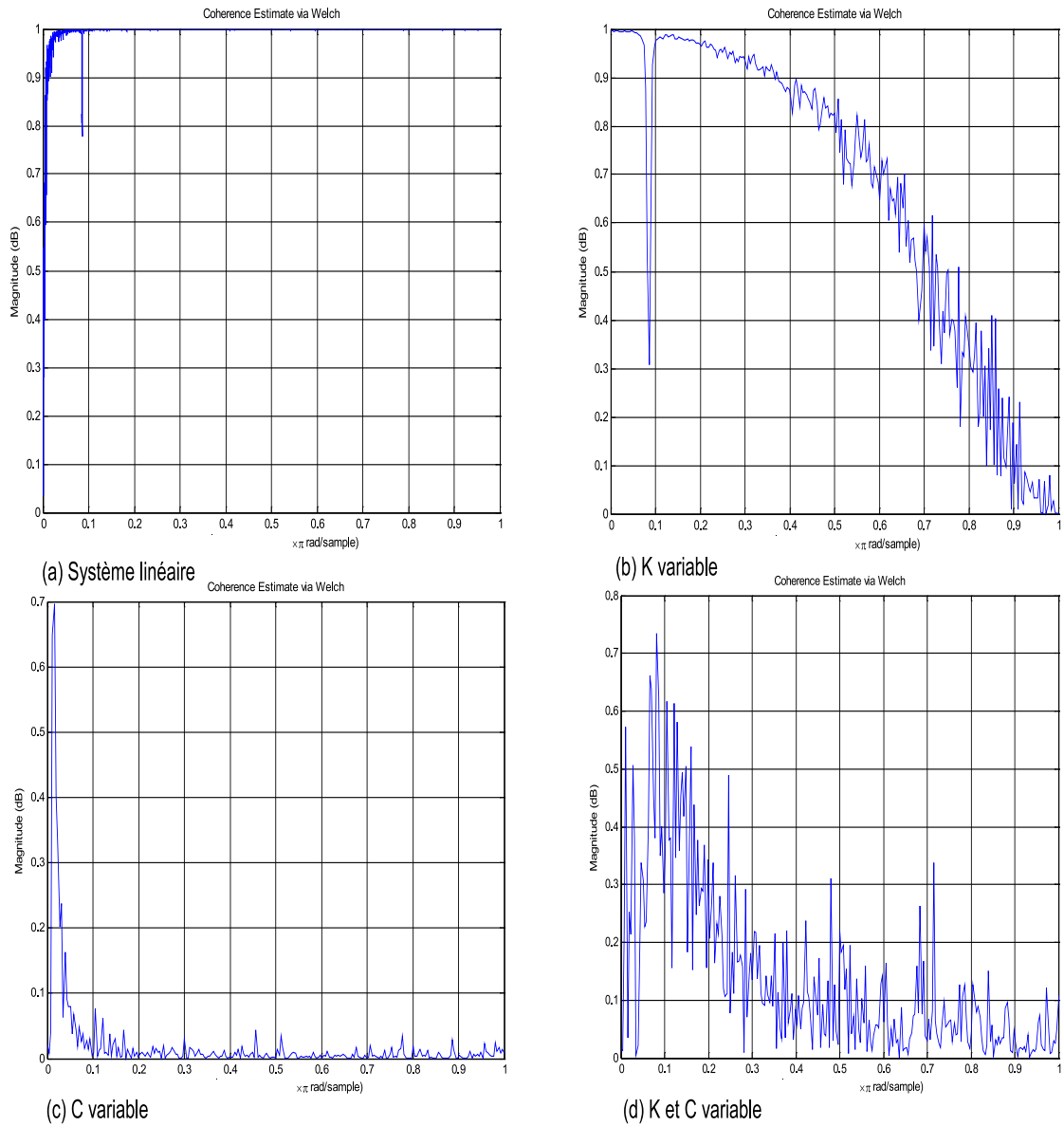


Fig. 3.4 – Application du test de la cohérence aux quatre systèmes masse-ressort.

-0,0013 ; proche de zéro (voir figure 3.5). Tandis que pour le système masse-ressort avec une raideur K variable (cas b de la figure 3.3), la valeur de la fonction chute vers -0,9 loin de zéro.

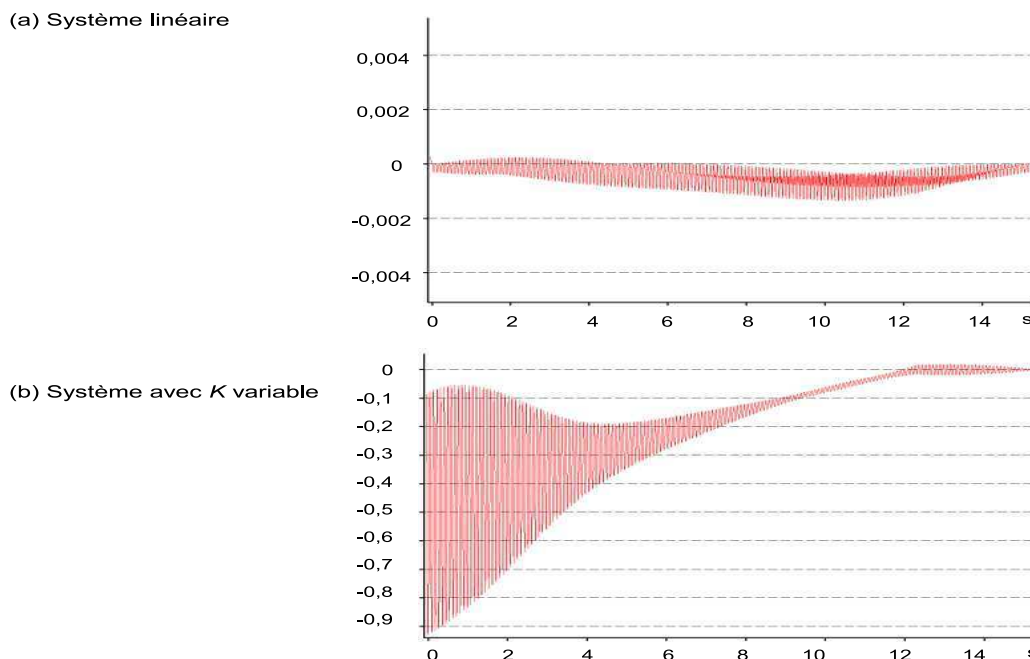


Fig. 3.5 – Application du test des corrélations croisées aux deux systèmes masse-ressort.

4. L'hypothèse nulle :

La procédure qui consiste à établir une hypothèse et après à essayer de prouver qu'elle n'est pas vraie est celle de l'hypothèse nulle.

Dans notre cas, l'hypothèse est que le système mécanique est linéaire. Si l'hypothèse nulle est rejetée, le système mécanique concerné ne se trouve pas dans la classe des systèmes linéaires. L'intérêt de cette méthode est qu'elle a besoin seulement comme information les données tirées du banc d'essai.

Pour prouver que la série temporelle (signal mesuré ou simulé) est contradictoire avec l'hypothèse nulle, il faut appliquer la *statique discriminante*. Cette dernière est une quantité qui est calculée à partir de la série temporelle que nous voulons étudier et à partir d'autres séries temporelles qui sont compatibles avec l'hypothèse nulle.

Les statiques discriminantes varient avec l'hypothèse nulle choisie. Par exemple, si l'hypothèse nulle est de savoir si une série temporelle est chaotique, la statique discriminante sera l'exposant de *Lyapunov* qui est un facteur lié à la sensibilité aux conditions initiales. Si l'hypothèse nulle est de savoir si une série temporelle est linéaire, la statique discriminante sera dans ce cas la *prévisibilité non-linéaire* ϵ . La *prévisibilité non linéaire* ϵ est une valeur qui mesure le

déterminisme qui se trouve dans une série temporelle.

Le principe est le suivant :

Il faut calculer la *statique discriminante* soit D à partir de la série temporelle étudiée. Ensuite, il faut calculer les valeurs des D_i correspondants aux autres séries temporelles compatibles avec l'hypothèse nulle.

Si la valeur D venant de la série temporelle étudiée tombe dans la bande des valeurs des autres D_i , elle est compatible avec l'hypothèse nulle.

Si D ne tombe pas à l'intérieur de la bande, l'hypothèse nulle peut être rejetée. Par exemple si l'hypothèse nulle est le chaos et qu'après le calcul l'hypothèse nulle est rejetée, cela veut dire que la série temporelle n'est pas compatible avec le chaos mais aucune autre conclusion ne peut être tirée. Par exemple, nous ne pouvons pas dire que la série temporelle est linéaire.

Comment trouver les séries temporelles qui sont compatibles avec l'hypothèse nulle de linéarité ?

Le nom de ces séries temporelles est *les données de substitution* ou *surrogate data*.

Une méthode simple pour générer des *données de substitution* compatibles avec un hypothèse nulle de linéarité est d'utiliser un bruit blanc Gaussien comme entrée.

En effet, la fonction de transfert d'un système linéaire est composée de deux parties : la partie module $A(w)$ et la partie phase $\varphi(w)$. La fonction de transfert décrit la relation entre l'entrée et la sortie du système linéaire dynamique. Ainsi, pour la calculer, il faut mesurer à la fois l'entrée et la sortie du système. Si l'entrée est un bruit blanc Gaussien, nous pouvons calculer la fonction $A(w)$ même si nous n'avons pas mesuré l'entrée. La fonction de phase $\varphi(w)$ peut être choisie aléatoirement avec des nombres qui varient entre 0 et 2π pour chaque w . Ainsi, parce que l'entrée n'est pas mesurée, la phase $\varphi(w)$ nous apparaît comme aléatoire mais en réalité elle est définie par l'entrée.

Si le même système linéaire dynamique est excité avec un nouveau signal blanc Gaussien, la fonction du module $A(w)$ est la même que le cas précédent mais la fonction phase $\varphi(w)$ varie.

Ainsi, pour calculer les données de substitution, il faut procéder de la manière suivante :

- (a) Calculer la transformée de Fourier de la série temporelle à étudier. Le résultat est une amplitude $A_{sortie}(w)$ et une phase $\varphi_{sortie}(w)$ pour chaque fréquence w .
- (b) Remplacer les phases $\varphi_{sortie}(w)$ par des nombres aléatoires entre 0 et 2π . Il faut faire attention que la symétrie soit conservée dans la fonction phase $\varphi_{sortie}(w) = -\varphi_{sortie}(-w)$.
- (c) Calculer la transformée inverse de Fourier de $A_{sortie}(w)$ et de la phase aléatoire $\varphi_{sortie}(w)$. Le signal temporel obtenu constitue une *donnée substitutive*.

- (d) La procédure peut être répétée avec de nouvelles données aléatoires pour la fonction phase pour obtenir un nombre s de *données substitutives*.

Puisque les *données substitutives* possèdent la même amplitude $A_{sortie}(w)$ que la série temporelle d'origine, elles possèdent le même spectre de puissance. Puisque la fonction d'auto-corrélation est la transformée de Fourier du spectre de puissance, elles possèdent aussi la même fonction d'auto-corrélation que la série d'origine.

Les paramètres d'un modèle linéaire optimal pour une série temporelle dérivent de la fonction d'auto-corrélation [90]. Comme la série d'origine et les *données substitutives* possèdent la même fonction d'auto-corrélation, toutes les deux possèdent le même modèle linéaire optimal. Et puisque nous n'avons pas déterminé de cette façon l'ordre du modèle linéaire optimal p , elles ont le même modèle linéaire optimal pour n'importe quel ordre.

Pourquoi calculer la *prévisibilité non linéaire* ϵ ?

Une équation $x_{t+1} = f(x_t)$ est déterministe si $f(x_t)$ possède une seule valeur pour chaque valeur possible de x_t . Connaissant la valeur de x_t , la fonction $f(.)$ détermine la future valeur de x_{t+1} .

Le déterminisme et la fonction d'auto-corrélation sont deux moyens très efficaces pour détecter la non-linéarité.

Si une série est linéaire et déterministe, les valeurs de la fonction d'auto-corrélation sont élevées (proche de 1).

Si les valeurs de la fonction d'auto-corrélation sont proches de zéro, nous avons tendance à dire que c'est un signal aléatoire donc non déterministe. Ce n'est pas vrai, car la fonction d'auto-corrélation ne peut pas différencier entre un signal aléatoire et un signal non-linéaire.

Dans ce cas, le signal peut être aléatoire non déterministe mais aussi un signal non-linéaire déterministe. Ces deux signaux sont très différents par leur déterminisme : pour un signal aléatoire, connaître x_t ne donne aucune information sur x_{t+1} , et la fonction d'auto-corrélation est nulle. Tandis qu'un signal non-linéaire est un signal déterministe mais cette relation entre x_t et x_{t+1} se trouve dans la dynamique non-linéaire du système pour laquelle la fonction d'auto-corrélation est insensible.

Donc pour détecter la non-linéarité, il faut chercher s'il existe un déterminisme dans le signal (en calculant la *prévisibilité non linéaire*) et après il faut prouver que ce déterminisme ne provient pas d'une dynamique linéaire (en effectuant le test de l'hypothèse nulle de linéarité).

Comment calculer la *prévisibilité non linéaire* ϵ ?

Pour savoir si un système est déterministe, il faut utiliser la série temporelle (réponse dynamique du système) pour construire un modèle de la dynamique du système. Si les prédictions de ce modèle sont parfaites, le système est complètement déterministe. Si les prédictions sont bonnes mais imparfaites, le

système contient un composant déterministe. Si les prédictions sont fausses, le système n'est pas déterministe.

La méthode la plus facile pour construire un modèle est la suivante :

Supposons que nous ayons les mesures jusqu'à un temps T et que nous voulions prédire la valeur au temps $T+1$:

- (a) Il faut construire un vecteur de régression temporelle tel que :

$$X_t = (x_t, x_{t-h}, \dots, x_{t-(p-1)h}) \quad (3.9)$$

avec p , la dimension de l'espace de régression (p est autant élevé que le système est non linéaire), et h le pas de retard dans l'espace de régression (h dépend de la fréquence d'échantillonnage utilisée durant l'acquisition) [90].

- (b) Choisir le vecteur de régression temporelle correspondant au temps T , X_T et chercher dans l'espace des vecteurs de régressions temporelles le vecteur X_a qui est plus proche de X_T que tous les autres X_t .
- (c) S'il y a déterminisme, cela veut dire que les événements du futur sont causés par des événements du passé. X_T décrit les événements passés de X_{T+1} et X_a décrit aussi les événements passés de X_{a+1} . Si X_T est proche de X_a et le système est déterministe donc X_{T+1} doit être proche de X_{a+1} . Ainsi nous pouvons remplacer la prédiction de X_{T+1} par la valeur de X_{a+1} que nous allons nommer P_{T+1} .

Une amélioration de la procédure peut être réalisée en prenant un nombre k de vecteurs $X_{a1}, X_{a2}, \dots, X_{ak}$ proches de X_T . La prédiction de X_{T+1} est déduite à partir de la moyenne des vecteurs $X_{a1}, X_{a2}, \dots, X_{ak}$:

$$P_{T+1} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k D_{a_i+1} \quad (3.10)$$

L'erreur de prédiction, qui est la différence entre P_{T+1} et la valeur réelle de X_{T+1} , donne une idée de la qualité de la prédiction. Mais calculer l'erreur de prédiction sur une seule valeur n'est pas suffisant.

Si la série temporelle mesurée contient $2T$ points, les T premiers points sont pris pour construire le modèle dynamique et ce modèle est utilisé pour prédire les T valeurs restantes. La procédure est la suivante :

- (a) Les T premiers points sont utilisés pour prédire la valeur de X_{T+1} qui est P_{T+1} . Un nouveau vecteur de régression temporelle est construit au temps T de la façon suivante :

$$X_{T+1} = (P_{T+1}, x_{T+1-h}, \dots, x_{T+1-(p-1)h}) \quad (3.11)$$

- (b) Les k vecteurs proches de X_{T+1} sont cherchés pour prédire la valeur de X_{T+2} qui sera P_{T+2} .
- (c) Un nouveau vecteur X_{T+2} est construit en y introduisant la valeur de P_{T+2} et ainsi de suite jusqu'à la prédiction de X_{T+T} . Les prédictions du passé sont utilisées pour faire les prédictions du futur.
- (d) Une fois la prédiction de toutes les valeurs faite, l'erreur moyenne de prédiction sera :

$$\epsilon = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T (D_{T+k} - P_{T+k})^2 \quad (3.12)$$

Une grande valeur de ϵ signifie que les prédictions sont mauvaises et que le système n'est pas déterministe.

La question qui se pose pour décider si ϵ est petit : c'est par comparaison à quoi ? Il faut le comparer à ϵ_0 du pire modèle que nous puissions construire. Ce modèle est constitué d'une seule prédiction P_0 pour toutes les valeurs des points allant de $T+1$ à $2T$. Cette unique prédiction sera la plus mauvaise car elle ignore la dynamique du système. Elle aura la forme suivante :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T (D_{T+k} - P_0)^2 \quad (3.13)$$

Si nous remplaçons P_0 par M qui est la moyenne de la série temporelle, ϵ_0 sera égale à la variance de la série temporelle σ^2 .

Ainsi il faut calculer le rapport ϵ/σ^2 . Si le rapport est proche de 1, cela veut dire que l'erreur de prédiction est grande. Si le rapport est proche de zéro, l'erreur de prédiction est petite et le système est déterministe.

Application aux systèmes masse-ressort :

Les algorithmes de l'hypothèse nulle de linéarité et de la *prévisibilité non-linéaire* ϵ ont été programmés. Une application aux systèmes masse-ressort excités par un signal blanc Gaussien a été réalisée.

Les réponses du système linéaire (cas a de la figure 3.3) et du système avec deux non-linéarités de raideur (K) et d'amortissement (C) (cas d de la figure 3.3) ont été simulées. L'application du test de l'hypothèse nulle de non-linéarité avec la *prévisibilité non linéaire* comme *statique discriminante* donne les résultats exposés dans la figure 3.6.

Les paramètres choisis sont les suivants : p , la dimension de l'espace de régression est choisie égale à 4, s , le nombre des *données de substitution*, est 10 et k , le nombre de voisins cherchés, est 50. La valeur de p est calculée par la méthode de Lipschitz (paragraphe 3.3.2), les valeurs de s et k doivent assurer un compromis entre un nombre suffisant pour avoir une erreur de prédiction représentative du modèle sans rendre le calcul très long et compliqué.

Nous remarquons que dans la partie (a), qui est celle du système linéaire, les valeurs de ϵ/σ^2 à partir de $k=5$ varie entre 0,4 et 0,6 ; ce qui signifie qu'il y a des composants déterministes dans le système. Mais ce déterminisme est compatible avec l'hypothèse nulle de la linéarité puisque la valeur de la *statique discriminante* de la série temporelle étudiée se trouve dans la bande de celles des *données substitutives*.

Pour la partie (b) qui est celle d'un système non-linéaire, la valeur de la *statique discriminante* est plus petite que celles des *données substitutives*. Donc nous pouvons refuser l'hypothèse de la linéarité.

L'hypothèse nulle du chaos :

Un cas plus spécifique de la non-linéarité est le chaos. Un signal chaotique est déterministe et à partir d'une condition initiale x_0 , il est possible de calculer toutes les valeurs jusqu'à x_t . Mais une autre caractéristique du chaos est la dépendance aux conditions initiales (calculée par le coefficient de *Lyapunov*) qui entraîne le fait que s'il y a une erreur dans la mesure de x_0 même minime, il va avoir une divergence après quelques itérations et les calculs seront complètement erronés. Ceci explique l'incapacité de prédire le temps (comportement chaotique) pour une durée supérieure à quelques jours. Ainsi pour montrer l'hypothèse nul du chaos, il faut utiliser comme *statique discriminante* le coefficient de *Lyapunov*.

Une fois que les tests de non-linéarités faits, nous sommes dans la certitude d'avoir affaire à un système non-linéaire et, il faut analyser le type de la non-linéarité présente dans le spécimen. Parfois, il existe plusieurs types de non-linéarités qui sont combinées. Le classement des non-linéarités est exposé dans la partie suivante.

3.3 Classement des non-linéarités

Dans cette partie nous allons essayer de répondre à la question suivante : si la non-linéarité existe, quel est son type et son ordre ?

Il existe plusieurs méthodes pour classer les non-linéarités. Notons que la plupart des méthodes qui classent les non-linéarités permettent aussi de les détecter.

3.3.1 Détermination des types de non-linéarités

1. La méthode fréquentielle du premier ordre :

Pour un système linéaire, la réponse fréquentielle est unique indépendamment de l'amplitude du signal d'entrée. Si l'entrée est une sinusoïde, la sortie est une sinusoïde qui possède la même fréquence et une amplitude proportionnelle à celle du signal d'entrée. Ce n'est pas le cas du système non-linéaire dont la sortie varie avec la fréquence et l'amplitude de l'excitation.

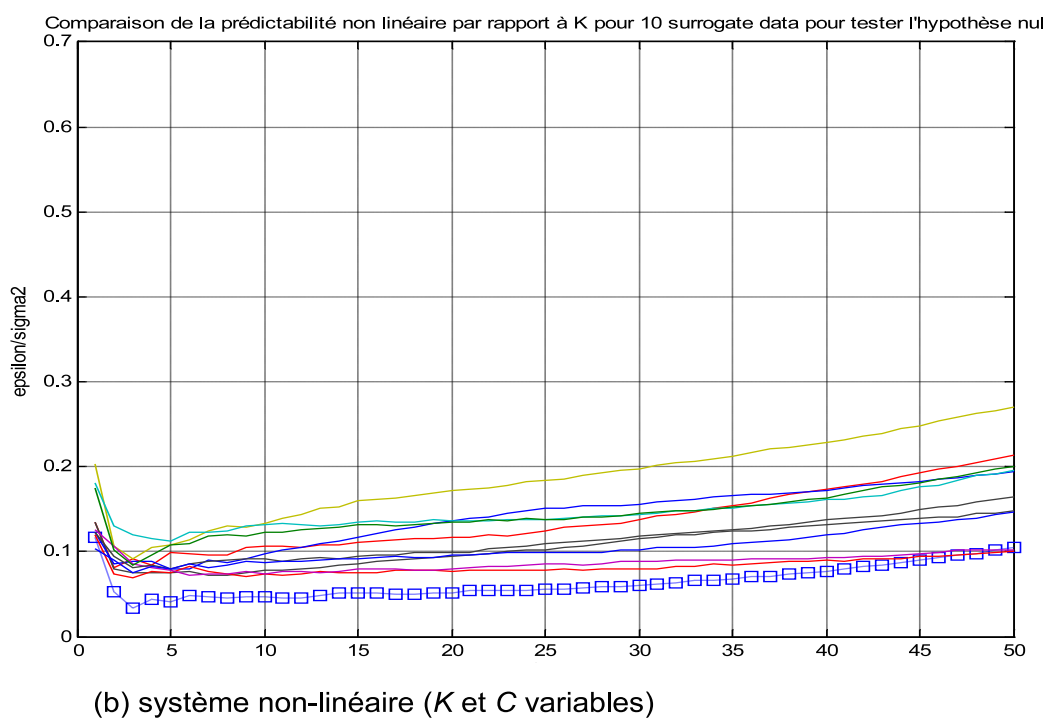
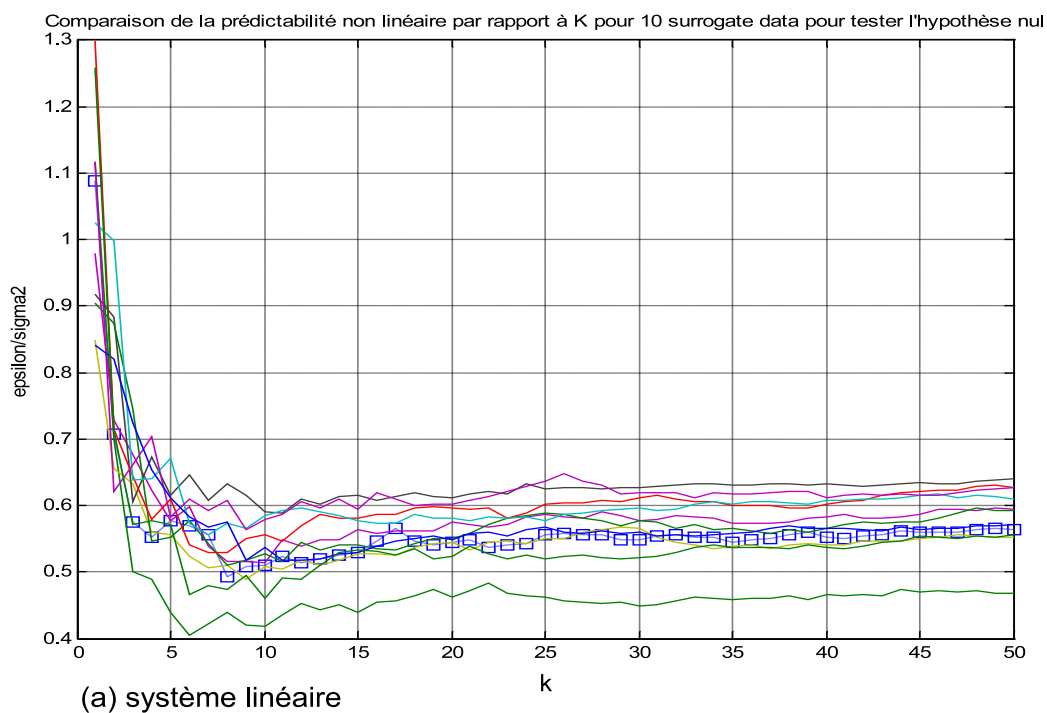


Fig. 3.6 – Application de l'hypothèse nulle aux deux systèmes masse-ressort.

En se basant sur cette propriété, le système est excité avec un sinus balayé, ce qui permet de générer une réponse fréquentielle (*Frequency Response Function FRF*).

La forme de la courbe de *FRF*, en comparaison avec celle du modèle linéaire sous-jacent, est utilisée pour détecter et classer les non-linéarités du système [47].

Des chocs peuvent être aussi utilisés comme excitation. Mais il est alors plus difficile de classer les non-linéarités. Si le système est affecté par un bruit de mesure, il est recommandé de prendre la sortie moyenne d'un certain nombre d'essais.

La comparaison des *FRFs* des sorties des systèmes masse-ressort, obtenues pour différentes excitations de type sinus balayé, pour la même bande de fréquence mais avec des amplitudes différentes (3, 6 et 9 g par exemple), est montrée dans la figure 3.7.

Le système linéaire (cas a) réagit d'une façon régulière, la fréquence de résonance est toujours la même avec une amplitude du spectre qui est proportionnelle à l'amplitude de l'excitation. La fréquence de résonance dans le spectre du système non-linéaire avec une raideur K variable (cas b) se déplace vers la droite à fur et à mesure que l'amplitude de l'excitation augmente. De plus, l'amplitude du spectre n'est plus proportionnelle à l'amplitude de l'excitation. Pour le système non-linéaire avec une raideur K et un amortissement C variables (cas c), la fréquence de résonance est divisée en plusieurs fréquences et les courbes des spectres sont assez irrégulières.

La méthode fréquentielle du premier ordre permet de détecter des simples non-linéarités. S'il y a un couplage des non-linéarités comme dans le cas c de notre exemple (raideur et amortissement variables), il est difficile de classer le type. En plus, un type de non-linéarité peut se comporter sur une certaine bande d'amplitude de l'excitation comme un autre type.

Pour cela la forme de la *FRF* n'est pas toujours utile pour discerner le type de non-linéarité.

Une autre limite est que le transfert d'énergie de l'entrée aux fréquences autres que la fréquence pilote est un comportement caractéristique des systèmes non-linéaires. Ceci limite l'utilité de la méthode d'estimation de *FRF* pour décrire les systèmes non-linéaires car elle est dépendante de l'amplitude de l'entrée.

2. Les méthodes fréquentielles d'ordre supérieur ou les séries de *Volterra* et de *Wiener* :

Les ordres supérieurs de *FRF* peuvent être calculés directement par une analyse de *Fourier* multi-dimensionnelle. Ceci implique tous les ordres supérieurs à deux. Les différences entre cette méthode et celle de la *FRF* du premier ordre sont les suivantes :

- Les ordres supérieurs de *FRF* peuvent suivre la trace des harmoniques qui sont produites par un système non-linéaire, ce qui n'est pas possible avec la *FRF* de premier ordre.
- La *FRF* de premier ordre change avec l'amplitude du signal d'excitation

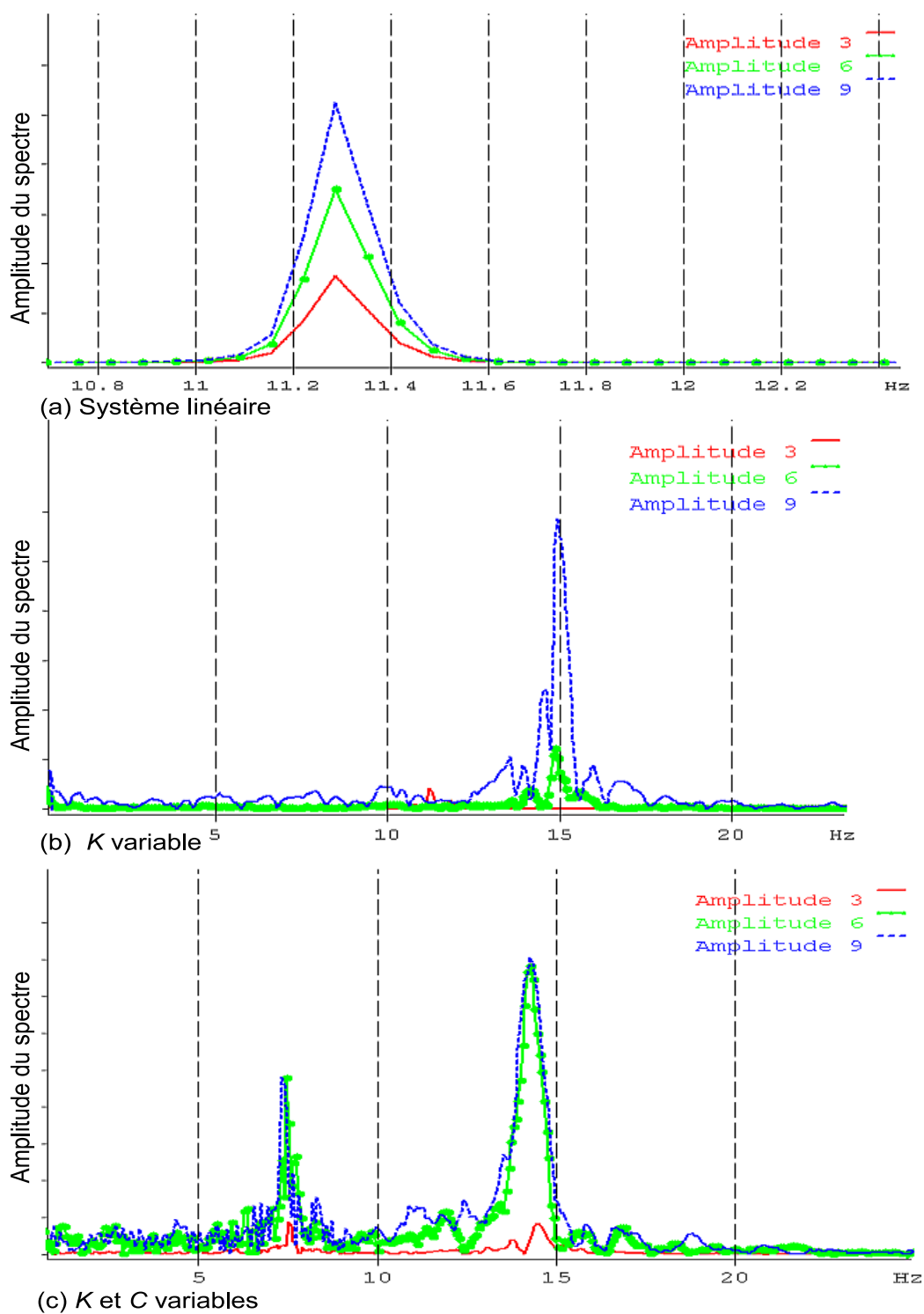


Fig. 3.7 – Comparaison des FRF s des sorties des systèmes masse-ressort linéaire et non-linéaires pour différentes amplitudes d'excitations.

tandis que celle d'ordre supérieur est indépendante de l'amplitude.

- Une *FRF* d'ordre supérieur est une combinaison de plusieurs *FRFs* de premier ordre calculées pour plusieurs fréquences d'excitations différentes.

La clé pour calculer les *FRFs* d'ordre supérieur est dans les séries de *Volterra* et *Wiener* [129]. Ils dérivent du modèle *Volterra* pour les relations non-linéaires entre les entrées et les sorties. Soit l'excitation $x(t)$, le modèle génère la sortie $y(t)$ comme suit :

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) + \dots \quad (3.14)$$

avec :

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(\tau)x(t-\tau)d\tau \quad (3.15)$$

$$y_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 \quad (3.16)$$

$$y_3(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3 \quad (3.17)$$

Les fonctions $h_1(\tau), h_2(\tau_1, \tau_2), h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3), \dots, h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ sont une généralisation de la réponse d'un système linéaire à une impulsion. Ceux sont les fonctions noyaux de *Volterra* (*Volterra kernels*).

Les transformations des noyaux de *Volterra* ou les *FRFs* d'ordres supérieurs sont définies comme les transformations multi-dimensionnelles de *Fourier* des noyaux.

$$H_n(w_1, \dots, w_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)e^{-i(w_1\tau_1+\dots+w_n\tau_n)}d\tau_1\dots d\tau_n \quad (3.18)$$

Avec :

$$Y(w) = Y_1(w) + Y_2(w) + Y_3(w) + \dots \quad (3.19)$$

$$Y_1(w) = H_1(w)X(w) \quad (3.20)$$

$$Y_2(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H_2(w_1, w-w_1)X(w_1)X(w-w_1)dw_1 \quad (3.21)$$

Il y a deux méthodes pour déterminer les *FRFs* d'ordres supérieurs :

- Si les mesures des entrées et des sorties du système sont disponibles et le type de l'excitation est un bruit blanc Gaussien, il est possible d'évaluer les *FRFs* en procédant à plusieurs transformées multi-dimensionnelles de Fourier et en prenant les moyennes des résultats. Le problème est que le calcul devient très compliqué au delà de la *FRF* du second ordre.
- Si l'équation de mouvement du système est connue, la méthode de vérification de l'harmonique (*Harmonic Probing Method HPM*) [88] est utilisée. La *HPM* permet de calculer toutes les *FRFs* d'ordres supérieurs en fonction de H_1 (la *FRF* d'ordre 1).

La méthode *HPM* ne sera pas abordée en détail car elle nécessite la disponibilité de l'équation du mouvement du système et nous ne connaissons pas les équations de mouvement des systèmes testés sur la plate-forme vibrante. Les limites de cette méthode sont multiples :

- Les *FRFs* d'ordres supérieurs sont difficiles à calculer et à interpréter pour des données expérimentales d'un système à plusieurs degrés de liberté.
- Les séries de *Volterra* ne convergent que pour des non-linéarités polynomiales. Ainsi les non-linéarités qui sont discontinues ou non-polynomiales ne possèdent pas une représentation *Volterra*.
- La théorie de *Wiener* utilise des polynômes orthogonaux dans le but d'étendre la capacité des séries fonctionnelles à représenter des non-linéarités non-polynomiales.

3. La dynamique de la raideur de premier ordre :

La méthode consiste à calculer la fonction inverse de la *FRF* qui s'appelle la fonction de raideur dynamique (*dynamic stiffness function DSF*) [1]. L'intérêt de calculer cette fonction est que la raideur et l'amortissement sont découplés respectivement dans la partie réelle et imaginaire de cette fonction.

Ainsi, la partie réelle renseigne sur la présence d'une non-linéarité de raideur et la partie imaginaire sur la présence d'une non-linéarité d'amortissement.

Deux graphes sont accessibles : l'un contient la partie réelle de la *DSF* en ordonnée et la racine du carré de la fréquence en abscisse et l'autre contient la partie imaginaire de la *DSF* en ordonnée et la fréquence linéaire en abscisse. Si le résultat est une ligne, le système est linéaire sinon, la forme de la courbe permet de détecter et aussi de classer les non-linéarités.

Le problème de cette méthode est similaire à celui que la méthode fréquentielle du premier ordre : la caractérisation est dépendante de l'amplitude de l'entrée appliquée au système non-linéaire.

4. La transformation *Wavelet* :

La transformation *Wavelet* [63] utilise une famille de fonctions basiques, appelées *Wavelets* pour le traitement d'un signal dans le domaine temps-fréquence. Chaque élément $\psi_{a,\tau}(t)$ de la famille des *Wavelets* est exprimé par rapport à la fonction *Wavelet* mère $\Psi(t)$. Un scalaire positif a est utilisé pour étirer la fonction *Wavelet* et par conséquent augmenter la période et diminuer la fréquence. Un autre scalaire τ est utilisé pour la décaler dans le temps. Ainsi, la fonction *Wavelet* est exprimée comme suit :

$$\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t - \tau}{a}\right) \quad (3.22)$$

La transformation *Wavelet* décompose un signal en une somme de fonctions basiques. Elle ressemble à la transformation de Fourier sauf que les fonctions basiques de *Wavelet* ne sont pas complexes et exponentielles. Puisque la famille des *Wavelets* est définie par deux scalaires, un pour l'échelle et un pour la position, le résultat de la transformation *Wavelet* est un graphique tridimensionnel.

Ce graphe $W(a, \tau)$ montre combien le signal $x(t)$ est corrélé avec $\psi_{a,\tau}(t)$ pour chaque valeur de a et τ :

$$W(a, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,\tau}^*(t) dt \quad (3.23)$$

Les fonction basiques de *Wavelet* s'amortissent rapidement pour localiser des parties du signal qui se produisent sur un petit interval de temps. Cette propriété de localisation les privilégie pour analyser des systèmes non stationnaires et détecter les défauts de la structure dynamique. Ceci n'est pas possible avec la transformée de Fourier qui ne peut pas analyser de petites portions de temps car tout le signal temporel est analysé pour chaque fréquence.

Une vue de $W(a, \tau)$ dans le plan de phase (a, τ) montre que $W(a, \tau)$ possède une couleur plus foncée dans les endroits où les valeurs de la corrélations sont les plus élevés. Une courbe peut être extraite de $W(a, \tau)$, c'est la courbe qui donne le scalaire de l'échelle dominant par rapport au temps (c'est la courbe qui correspond aux valeurs des corrélations les plus élevées dans le graphique tri-dimensionnels).

Cette courbe est associée avec les fonctions *Wavelets* qui ont eu le plus de corrélation avec le signal. Si la courbe est constante par rapport au temps, le système est linéaire. Ainsi, la forme de la courbe peut être utilisée pour détecter et aussi classer les non-linéarités.

La transformation de *Wavelet* a été appliquée aux mesures des sorties des quatre systèmes masse-ressort de la figure 3.3 : linéaire, raideur K variable, amortissement C variable et raideur K et amortissement C variables, résultant d'une excitation sinusoïdale (figure 3.3).

La figure 3.8 montre les quatre graphes tridimensionnels résultants des transformées de Wavelet pour les quatre sorties des quatre systèmes.

Dans le cas du système linéaire (cas a), la courbe qui donne le scalaire de l'échelle (a) dominant par rapport au temps (les valeurs les plus élevées de corrélations) est une droite. Pour le système avec une raideur variable (cas b), cette courbe n'est plus une droite, elle est en forme des dents de scie. Pour le cas d'un amortissement variable (cas c), la courbe diminue avec le temps. Le dernier cas, d, possède une courbe qui diminue avec le temps tout en présentant des irrégularités semblables au cas b.

Les limites de cette méthode est qu'elle est applicable seulement à un type de données : la réponse de la vibration d'un système à un seul degré de liberté et qui est non variable dans le temps.

5. La méthode surfacique de la force de rappel (*Restoring Force Surface Method RFS*) :

La procédure basique a été introduite par *Masri* et *Caughey* en 1979 [102] pour un système possédant un degré de liberté. Le principe de la méthode est basé sur la deuxième loi de *Newton* :

$$m\ddot{y} + f(y, \dot{y}) = x(t) \quad (3.24)$$

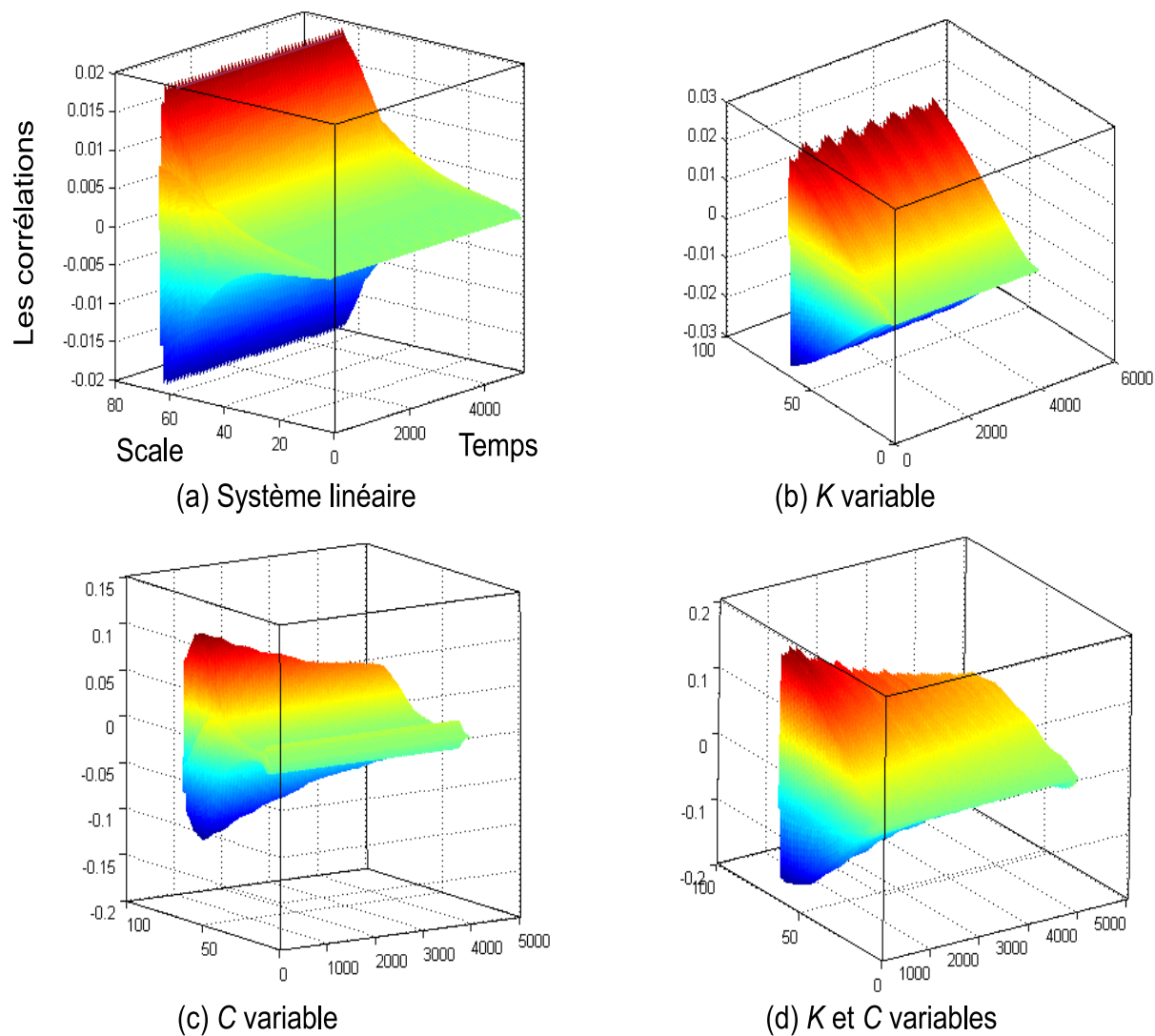


Fig. 3.8 – Les graphes $W(a, \tau)$ résultant de l'application de *Wavelet* aux quatre systèmes masse-ressort.

avec m , la masse du système et $f(y, \dot{y})$, la force de rappel interne qui agit pour rétablir l'équilibre du système quand ce dernier est sollicité. f est une fonction de la position $y(t)$ et de la vitesse $\dot{y}(t)$. Puisque f est supposée dépendant seulement de y et de $\dot{y}$, elle peut être représentée par une surface dans le plan de phase (le plan $(y, \dot{y}(t))$). Un ré-arrangement de l'équation précédente donne :

$$f(y, \dot{y}) = x(t) - m\ddot{y} \quad (3.25)$$

Si la masse m est connue, l'excitation $x(t)$ et l'accélération $\ddot{y}(t)$ sont mesurées, toutes les valeurs à droite de l'équation sont connues et par la suite f est connue. En général, les mesures d'un signal temporel sont échantillonnées avec un interval de temps Δt .

Si $t_i = (i - 1)\Delta t$ est le i ème temps d'échantillonnage, alors la fonction f_i correspondante est :

$$f_i = f(y_i, \dot{y}_i) = x_i - m\ddot{y}_i \quad (3.26)$$

avec $x_i = x(t_i)$ et $\ddot{y}_i = \ddot{y}(t_i)$. Ainsi f_i est connue pour tous les temps d'échantillonnage. Si les vitesses $\dot{y}_i$ et les déplacements y_i sont connus (par mesure directe ou par intégration), pour chaque instant $i = 1, \dots, N$ un triplet $(y_i, \dot{y}_i, f_i)$ est connu.

Les deux premiers points déterminent la position dans le plan et le troisième point donne la hauteur de la force de rappel correspondant à ce point. Ainsi, en représentant la force de rappel comme une fonction du déplacement et de la vitesse dans un graphe tridimensionnel, la non-linéarité peut être visualisée. Une caractérisation de la force élastique et de la force dissipative est obtenue en prenant une coupe transversale du graphe tridimensionnel le long des axes où la vitesse ou le déplacement sont nuls, respectivement.

La méthode *RFS* a été appliquée aux quatre systèmes masse-ressort de la figure 3.3 : linéaire, avec raideur K variable, avec amortissement C variable et avec K et C variables (figure 3.3).

Les forces de rappel ont été calculées pour les quatre cas et exposées dans la figure 3.9.

Pour le cas linéaire (cas a), la force de rappel est une succession de cercles qui se trouvent dans un même plan. Pour K variable (cas b), les cercles ne se trouvent plus dans un même plan et nous observons deux plans séparés dans la partie inférieure de la figure. Pour C variable (cas c), la force de rappel a la forme d'un anneau et pour la dernier cas (cas d), elle ressemble à une toupie. Une extension de cette méthode a été réalisée pour décrire les systèmes à comportement hystérésis [28]. Un autre développement a eu lieu pour décrire des systèmes à plusieurs degrés de liberté [15].

Mais malgré l'utilisation de cette méthode pour des systèmes à plusieurs degrés de liberté, elle est essentiellement choisie à cause de sa simplicité et son efficacité pour l'identification des systèmes à un degré de liberté ou d'une non-linéarité localisée entre deux degrés de liberté. Une autre difficulté peut apparaître dans l'intégration ou la différenciation numérique qui peut introduire des erreurs.

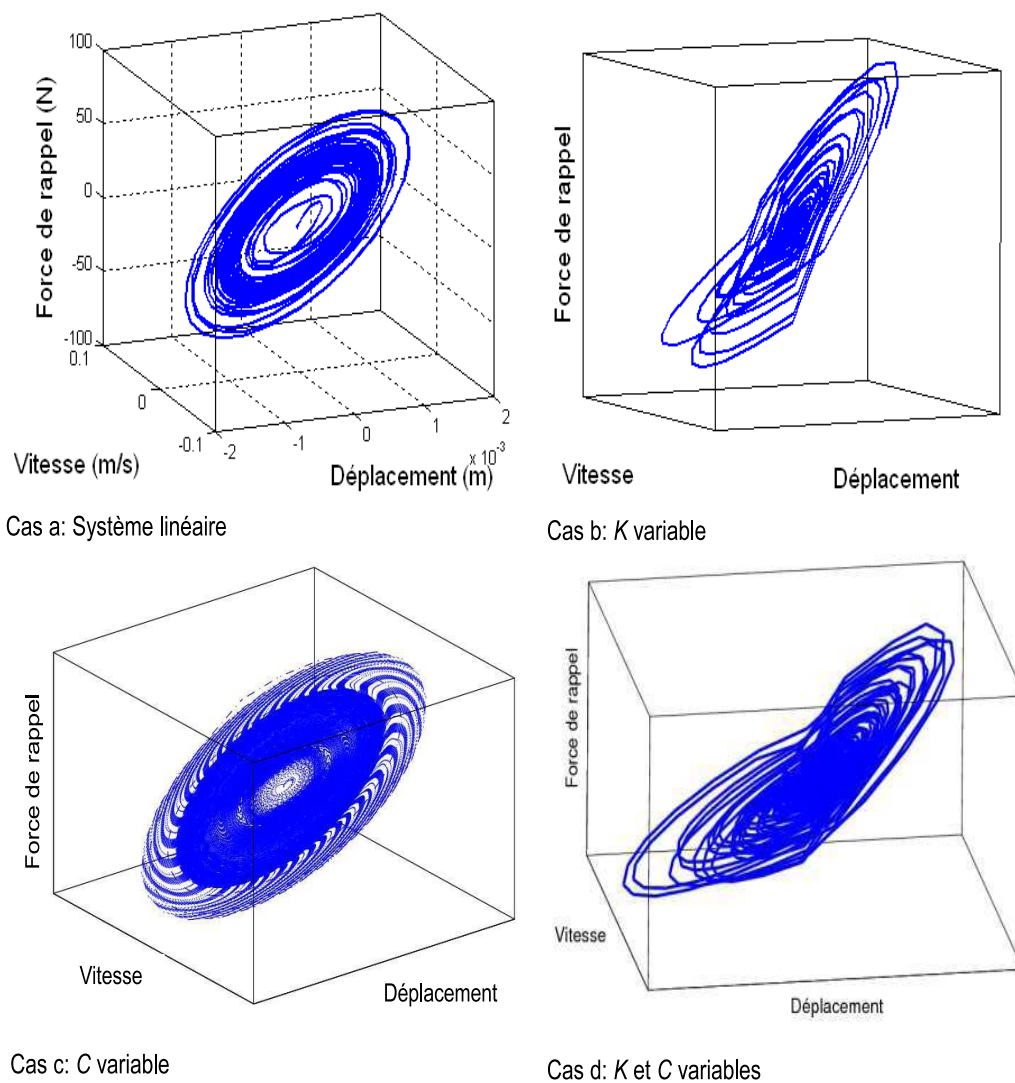


Fig. 3.9 – Application de la méthode *RFS* aux quatre systèmes masse-ressort

6. *Return plot* :

L'idée d'utiliser une représentation graphique *return plot* de $y(t+d)$ en fonction de $y(t)$ (t est le temps et d varie suivant le degré de non-linéarité du système) nous permet d'exposer la relation du déterminisme qui se trouve entre les différentes mesures [90].

Cette représentation graphique est indispensable pour l'analyse des réponses des systèmes non-linéaires soumis à des vibrations. La forme du *return plot* donne une idée du type de la non-linéarité qui apparaît sous forme de signature. La figure 3.10 montre le *return plot* des sorties des quatre systèmes masse-ressort de la figure 3.3 excités avec un sinus balayé. L'excitation a été effectuée dans deux plages de fréquence : la première plage ne contient pas de fréquence propre du système tandis que la deuxième contient une.

Nous remarquons que le *return plot* du système avec K et C variables est pratiquement une addition des *return plot* des systèmes avec K variable et C variable séparément.

7. *Recurrence plot* :

Le *recurrence plot* donne une idée de la périodicité d'une série temporelle. Cette méthode est aussi utilisée pour détecter un comportement chaotique qui est apériodique. En effet, la présence de bruit dans les séries temporelles peut faire apparaître une série périodique comme apériodique. L'idée est de répondre à la question ; *combien une série temporelle est apériodique ?*.

Soit D_t la mesure acquise au temps t . Le vecteur de régression temporel DD_t est crée de la façon suivante :

$$DD_t = (D_t, D_{t-h}, \dots, D_{t-(p-1)h}) \quad (3.27)$$

avec p est la dimension de l'espace de régression (p est autant élevé que le système est non linéaire), et h le pas de retard dans l'espace de régression (h dépend de la fréquence d'échantillonnage utilisée durant l'acquisition) [90]. Ainsi DD_t constitue un point dans l'espace de régression temporel de dimension p . La distance entre deux points qui correspondent aux temps i et j est :

$$\delta_{i,j} = |DD_i - DD_j| \quad (3.28)$$

Si la série temporelle est périodique avec une période égale à T , $\delta_{i,j} = 0$ si $|i - j| = nT$, pour $n=0,1,2,\dots$.

Soit r une distance choisie et calculons les valeurs i et j tel que $|DD_i - DD_j| < r$.

Le *recurrence plot* est le graphe qui possède i comme abscisse, j comme ordonnée et un point correspond aux coordonnées (i,j) si $|DD_i - DD_j| < r$.

Le but de ce graphe est de montrer comment la trajectoire construite se répète avec le temps (avec périodicité ou non).

Pour une série périodique de période T , le *recurrence plot* correspond à des traits ayant un angle de 45° avec l'axe des abscisses et espacés entre eux par une distance égale à la période T [83].

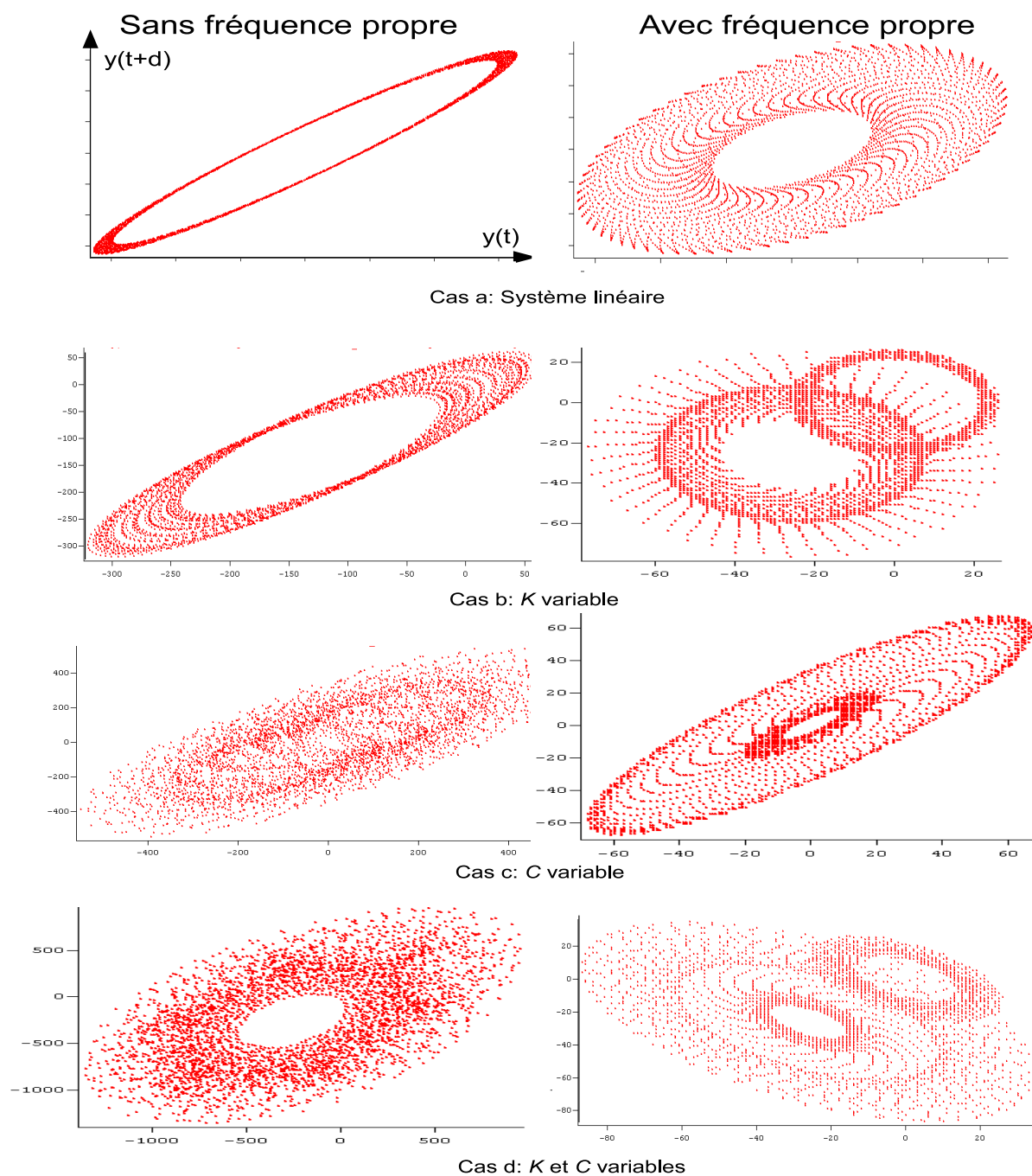


Fig. 3.10 – Application du *return plot* aux quatre systèmes masse-ressort.

Le nombre de points dans le *recurrence plot* correspond au nombre de fois que la trajectoire est approchée avec une distance plus petite que r d'une trajectoire précédente.

L'intégrale de corrélation $C(r)$ est définie comme la fraction des paires de temps i et j où $|DD_i - DD_j| < r$ pour $i \neq j$:

$$C(r) = \frac{\text{nombre de fois } |DD_i - DD_j| < r}{N(N-1)} \quad (3.29)$$

$C(r)$ est la densité de l'encre dans le *recurrence plot*, le numérateur est le nombre de points présents dans le *recurrence plot*, le dénominateur est le nombre maximum possible de points (en éliminant le cas où $i=j$) et N est le nombre de points.

Les *recurrence plot* ont été calculés pour les quatre systèmes masse-ressort de la figure 3.3 pour deux types d'excitations : un sinus balayé dont la plage de fréquence ne contient pas de fréquence propre du système et un autre dont la plage de fréquence contient une.

Le résultat est montré figure 3.11. Nous remarquons que pour le premier graphe (cas a) qui est linéaire sans fréquence propre, les traits sont inclinés de 45° et espacés. Dans le (cas b), la fréquence propre perturbe la périodicité et ceci est montré par une forme qui ressemble à une selle. Les différentes signatures des non linéarités provoquées par la variation de la raideur, de l'amortissement ou des deux ensemble sont montrées dans les cas allant de c à h.

Une autre comparaison intéressante est l'étude de la variation de l'intégrale de corrélation $C(r)$ en fonction du rayon r . La valeur de $C(r)$ augmente avec r mais cette augmentation est presque nulle pour une série périodique, une pente légère pour une série chaotique mais une pente très forte pour une série aléatoire.

Il existe une relation étroite entre $C(r)$ et la conception des fractales pour les systèmes chaotiques. $C(r)$ peut être exprimée de la façon suivante :

$$C(r) = Ar^\nu \quad (3.30)$$

avec A une constante de proportionnalité. Le logarithme de la fonction précédente donne :

$$\log C(r) = \nu \log r + \log A \quad (3.31)$$

Pour trouver la valeur de ν , il suffit de tracer $(\log C(r))$ en fonction de $(\log r)$ et de trouver la pente. Si le système est chaotique, cette procédure est utilisée pour calculer la dimension du fractale. Nous nous limiterons à ce stade car l'étude des systèmes chaotiques et des fractales peut constituer un sujet de thèse à part.

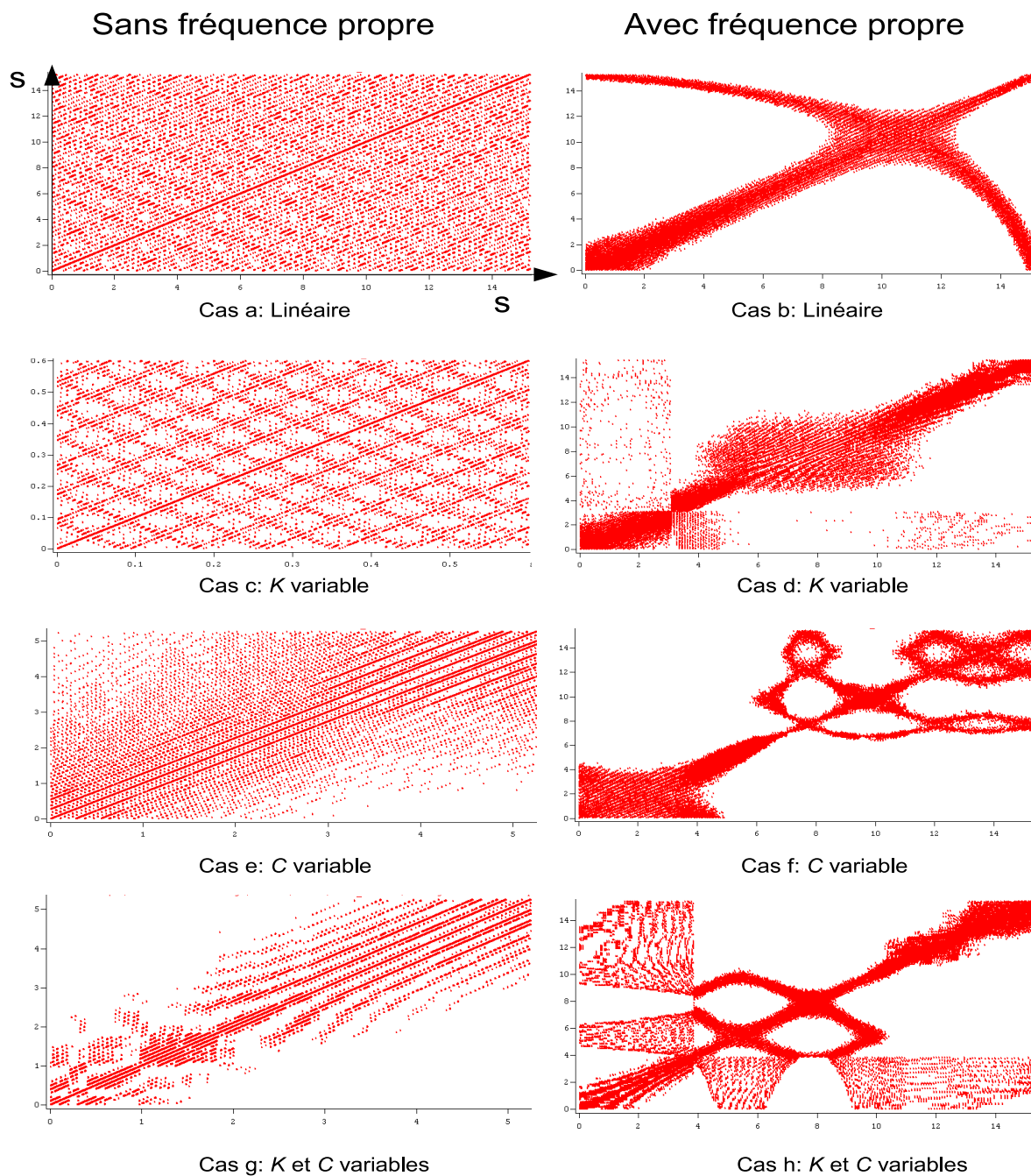


Fig. 3.11 – Application du *recurrence plot* aux quatre systèmes masse-ressort.

Pour compléter la liste des méthodes qui permettent de classer les types de non-linéarités, il faut signaler la méthode du trajet inverse (*Reverse Path Method RPM*) [49] et la méthode de l'identification non linéaire à travers un retour de la sortie (*Nonlinear Identification through Feedback of the Output NIFO*) [13] qui sont basées sur la séparation de la partie non-linéaire de la réponse du système de la partie linéaire afin d'éliminer les distorsions causées par la présence des non-linéarités dans la *FRF*.

La méthode du trajet inverse construit des réponses fréquentielles non corrélées de la partie linéaire et non-linéaire.

La méthode est applicable seulement aux systèmes non-linéaires qui peuvent être modélisés par des équations différentielles et elle implique la mesure de la réponse du système exactement à la position où se trouve la non-linéarité, ce qui n'est pas évident.

La méthode de *NIFO* considère les forces non-linéaires comme une rétroaction des forces internes du modèle linéaire du système. Elle est facile à implémenter mais elle ne garantit pas le conditionnement et la non corrélation entre les termes linéaires et non-linéaires.

3.3.2 Détermination des ordres des non-linéarités

La méthode de *Lipschitz* :

La méthode des coefficients de Lipschitz [4] présentée brièvement ci-après est l'une des méthodes les plus fréquemment utilisées pour calculer l'ordre de non-linéarité.

Le système soumis à une entrée $u(t)$ (excitation), sa réponse dynamique est mesurée par une sortie $y(t)$. N_e et N_s correspondent, respectivement, aux nombres de points de l'entrée et de la sortie à prendre dans le passé.

Leurs valeurs dépendent du degré de non-linéarité calculé à partir des coefficients de Lipschitz.

La valeur de N_e varie entre 1 et $nvec$ (constante qui désigne le nombre maximum de points dans le passé pour l'entrée $u(t)$), celle de N_s entre 1 et $mvec$ (constante qui désigne le nombre maximum de points dans le passé pour la sortie $y(t)$).

Pour chaque couple de N_e et N_s , le calcul suit les étapes suivantes :

1. La construction d'un vecteur $\varphi(t)$ qui est calculé comme suit :

$$\varphi(t) = [u(t-1)u(t-2)...u(t-N_e)y(t-1)y(t-2)...y(t-N_s)] \quad (3.32)$$

Le temps t varie de $\max(N_e, N_s)$ à N (N est le nombre total de points dans les vecteurs $u(t)$ ou $y(t)$)

2. Pour chaque couple formé de deux temps différents (t_i) et (t_j) entre $\max(N_e, N_s)$ et N , le coefficient de Lipschitz est calculé comme suit :

$$q(i, j) = \frac{\|y(t_i) - y(t_j)\|}{\|\varphi(t_i) - \varphi(t_j)\|}, \quad i \neq j \quad (3.33)$$

avec $\|\cdot\|$, la norme euclidienne.

Donc pour chaque couple N_e et N_s , il existe $(N - \max(N_e, N_s))^2$ coefficients $q(i, j)$ qui correspondent à toutes les combinaisons de i et de j .

3. Ce vecteur de coefficients $q(i, j)$ de dimension $(1, (N - \max(N_e, N_s))^2)$, est trié par ordre décroissant et les p plus grandes valeurs de $q(i, j)$ sont sélectionnées et stockées dans un vecteur q_1 de dimension $(1, p)$. La valeur de p vaut en général $0,01 N$.
4. A partir de ces p plus grandes valeurs, un critère est calculé comme suit :

$$\bar{q}(N_e, N_s) = \left(\prod_{k=1}^p \sqrt{n} q_1(k)^n \right)^{\frac{1}{p}} \quad (3.34)$$

avec $n = N_e + N_s$ le nombre de régressions temporelles qui correspond à la dimension du vecteur $\varphi(t)$. Si n est insuffisant, le critère de *Lipschitz* va tendre vers l'infini. A partir d'une certaine valeur de n , le critère de *Lipschitz* va diminuer mais d'une façon très peu significative.

Les étapes ci-dessus sont répétées pour chaque couple N_e et N_s . Finalement, nous obtenons une matrice de dimension $(nvec, mvec)$ qui contiennent les critères $\bar{q}(N_e, N_s)$ pour chaque valeur de N_e et N_s .

Le graphe qui affiche les critères de Lipschitz $\bar{q}$ en fonction de N_e et N_s permet de choisir le couple (N_e, N_s) optimal.

Si le système possède plusieurs entrées $u^i(t)$ et plusieurs sorties $y^j(t)$. Le nombre i varie entre 1 et le nombre total d'entrées et j varie entre 1 et le nombre total de sorties.

N_{ei} et N_{sj} correspondent alors, respectivement, aux nombres de points de l'entrée (i) et de la sortie (j) à prendre dans le passé.

A titre d'exemple, le graphe de la matrice des critères de Lipschitz $\bar{q}$ en fonction de N_{e1} et N_{s1} est exposé dans la figure 3.12.

Ce graphe a été calculé pour $i = 1$ (entrée numéro 1) et $j = 1$ (sortie numéro 1). N_{e1} est varié de 1 à 10 ($nvec = 10$) et N_{s1} est varié entre 1 et 10 ($mvec = 10$). Au début, la courbe commence à diminuer et elle se stabilise pour une valeur précise de N_{e1} et N_{s1} . Pour cet exemple, les valeurs finales sélectionnées sont : $N_{e1} = 6$ et $N_{s1} = 3$.

La méthode Lipschitz a été appliquée aux quatre systèmes masse-ressort de la figure 3.3. Le résultat est donné figure 3.13.

Dans cet exemple, il y a une seule entrée, $u(t)$ (donc $i=1$), c'est le sinus balayé qui excite le système masse-ressort et une seule sortie, $y(t)$ (donc $j=1$), c'est le déplacement de la masse dans chacun des systèmes.

Dans ce calcul, nous avons supposé ($N_e = N_s = c$), c.a.d le nombre de points de régression dans le temps pour l'entrée $u(t)$ est égale à celui de la sortie $y(t)$.

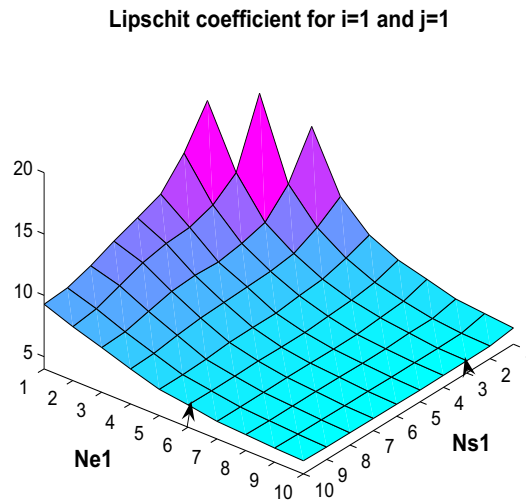


Fig. 3.12 – La méthode de Lipschitz.

Dans ce cas, la courbe n'est plus tri-dimensionnelles, elle est bi-dimensionnelles et possède c en abscisse et la diagonale de la matrice $\bar{q}_{11} = \bar{q}(N_{e1}, N_{s1})$ en ordonnée. La valeur de c choisie est celle de l'abscisse du point où la pente de la courbe varie et la diminution de l'indice de *Lipschitz* n'est plus significative.

Ainsi, pour le (cas a), système linéaire sans fréquence propre, $c=1$ car la valeur de l'indice de Lipschitz ne diminue pas ce qui veut dire que un seul point correspondant au temps $(t-1)$ est nécessaire pour calculer le point au temps (t) . C'est un résultat attendu pour un système linéaire. Ainsi l'ordre de non-linéarité est égale à $c-1$, ce qui fait une valeur de zéro pour le système linéaire.

Pour le (cas b), système linéaire avec fréquence propre, deux points sont nécessaires, correspondants au temps $(t-1)$ et $(t-2)$ car la courbe diminue et la pente change vers le point dont l'abscisse est égale à 2.

Cela veut dire que la méthode de *Lipschitz* considère la fréquence propre comme une non-linéarité car l'écart de la réponse est très grand par rapport à l'écart de l'excitation.

A cause de la fréquence propre, il y a eu besoin d'un point supplémentaire. Ainsi il faut faire attention si le signal analysé est dans un domaine où nous excitions une fréquence propre du système. Dans ce cas, il faut retrancher un 1 supplémentaire de la valeur de c . L'ordre de non-linéarité sera dans ce cas égale à $c-2$.

Pour le cas c, d, e, f, g et h, les valeurs de c sont égales à 2, 3, 2, 3, 2 et 3. Ainsi, la valeur de c , pour une excitation dans la bande où il y a une fréquence propre du système, est toujours supérieure de 1 et l'ordre de non-linéarité pour les cas allant de c à h est égale à 1.

Une dernière remarque est que l'addition de deux types de non-linéarités, les cas (g) et (h), ne signifie pas nécessairement une addition ou une augmentation du nombre

de points nécessaires dans le vecteur de régression temporelle donc pas un ordre supplémentaire de non-linéarité.

3.4 Localisation des non-linéarités

La localisation d'une non-linéarité dans un modèle discret est relativement facile pour des structures simples. L'approche est la méthode fréquentielle du premier ordre. Une information sur les modes les plus affectés par la non-linéarité est donnée en calculant les *FRF*s pour des excitations avec des amplitudes différentes. La forme de la *FRF* se déforme autour des modes où se trouvent la non-linéarité ce qui permet de la localiser. Une deuxième méthode plus élaborée est celle de *Hilbert*, elle peut être appliquée dans le domaine temporel ou fréquentiel.

1. La transformation de *Hilbert* dans le domaine temporel :

Caractériser le changement de la fréquence avec l'amplitude de l'excitation est une bonne piste pour détecter, classer et localiser la non-linéarité. Le graphe qui donne l'amplitude en ordonnée et la fréquence en abscisse est un point d'appui de cette méthode.

La transformation de *Hilbert* utilise la réponse temporelle du système pour créer un signal analytique généralisé à partir duquel d'importantes caractéristiques sont tirées. Les amplitudes et les fréquences instantanées sont calculées à partir de l'amplitude du signal analytique et la dérivée de sa phase instantanée [133].

La transformation de *Hilbert* décale toutes les composantes fréquentielles dans un signal de $\pm \frac{\pi}{2}$ selon la formule :

$$H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{\tau - t} d\tau = -\frac{1}{\pi t} x(t) \quad (3.35)$$

Le signal analytique généralisé résultant, $y(t)$, utilisé dans la transformation de Hilbert dans le domaine temporel est :

$$y(t) = x(t) + iH[x(t)] \quad (3.36)$$

Finalement, l'amplitude instantanée, $A(t)$, et la fréquence instantanée, $w(t)$, sont calculés comme suit :

$$A(t) = |y(t)| = \sqrt{x^2(t) + H^2[x(t)]} \quad (3.37)$$

$$w(t) = \frac{d}{dt} \left(\arctan \frac{H[x(t)]}{x(t)} \right) \quad (3.38)$$

Deux conditions sont obligatoires pour le bon fonctionnement de la transformation de *Hilbert* dans le domaine temporel :

- Le vecteur temporel doit contenir un seul composant fréquentiel pour que la fréquence instantanée soit utile.

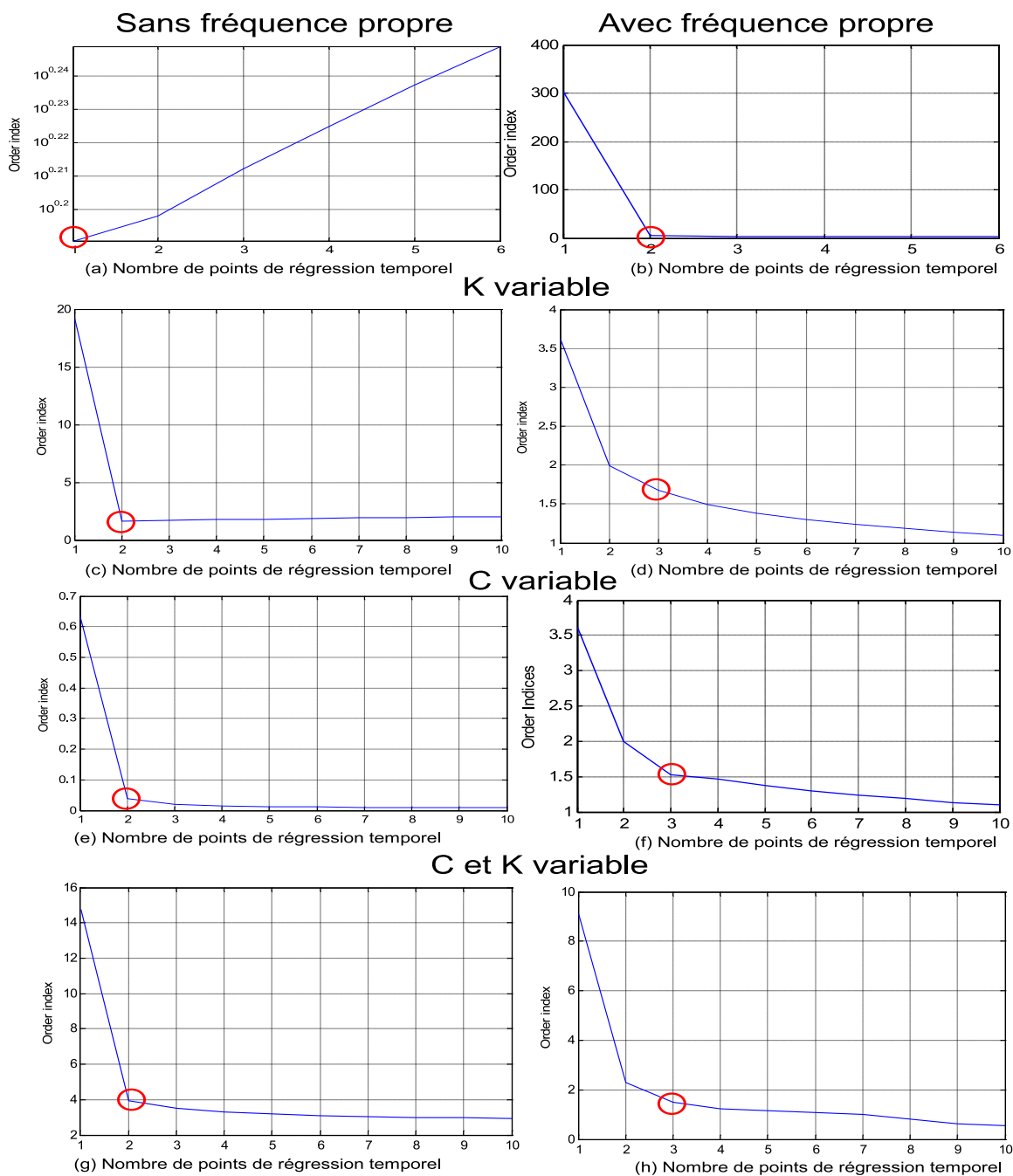


Fig. 3.13 – La méthode de *Lipschitz* appliquée aux quatre systèmes masse-ressort.

- Le changement de l'amplitude doit être lent par rapport au changement de phase, sinon le changement de fréquence avec l'amplitude est perturbé par un effet de crénelage.

Les inconvénients de cette méthode sont les suivants :

- Un grand effort doit être investi dans le filtrage du signal temporel et le découplage des modes. Ainsi, pour des modes très couplés ou si le nombre des modes propres est très élevé, il est difficile d'arriver à une conclusion.
2. La transformation de *Hilbert* dans le domaine fréquentiel :

La *FRF* de la réponse d'un système linéaire est égale à sa transformée de *Hilbert*. Cette dernière est basée sur le principe que les parties réelle et imaginaire d'une *FRF* linéaire, causale et invariante dans le temps sont en relation. Cette relation est simple et peut être calculer de la façon suivante :

$$H[Im(FRF(w))] = -Re(FRF(w)) \quad (3.39)$$

$$H[Re(FRF(w))] = Im(FRF(w)) \quad (3.40)$$

Si ces relations ne sont pas vérifiées, le système possède des non-linéarités.

Puisque l'intégrale de la transformée de *Hilbert* est sur toute la bande de fréquences, les *FRFs* qui ne sont pas limitées dans une bande de fréquence possèdent des erreurs dans leurs transformées de *Hilbert*.

Pour corriger ces erreurs, de nouvelles formules pour calculer les parties réelle et imaginaire de la transformée de *Hilbert* sont introduites :

$$Re(H) = \frac{2w_0}{\pi} \int_0^w \frac{Re(FRF(w))}{w^2 - w_0^2} dw \quad (3.41)$$

$$Im(H) = \frac{2}{\pi} \int_0^w \frac{w Im(FRF(w))}{w^2 - w_0^2} dw \quad (3.42)$$

Ainsi, il faut représenter sur le même graphe la transformée de *Hilbert* et la *FRF*. Les modes où les courbes se superposent sont des modes qui ne sont pas affectés par une non-linéarité tandis que les modes où les deux courbes divergent correspondent à une non-linéarité (voir figure 3.14 [92]).

Ainsi, la méthode de *Hilbert* fréquentielle permet de détecter et de localiser mais elle ne permet ni de classer ni de donner un ordre de grandeur à la non-linéarité.

La méthode de *Hilbert* est une méthode efficace et rapide mais elle possède des limites concernant des systèmes avec des modes couplés et une difficulté de caractériser des faibles non-linéarités.

Un autre indicateur basé sur la transformée de *Hilbert* dans le domaine fréquentiel peut être utilisé pour détecter les non-linéarités, c'est la fonction de cohérence de *Rauch* [3] calculée comme suit :

$$\lambda^2 = \frac{|H[FRF(w)]FRF(w)^*|^2}{|H[FRF(w)]|^2 |FRF(w)^*|^2} \quad (3.43)$$

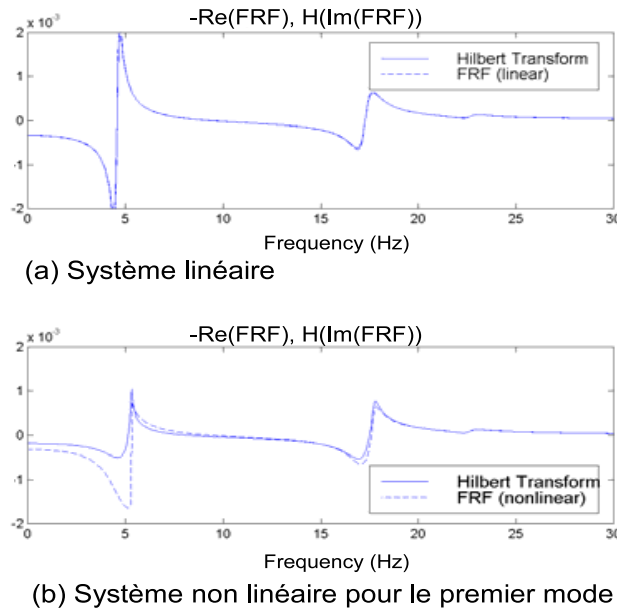


Fig. 3.14 – La méthode de Hilbert appliquée aux deux systèmes masse-ressort avec deux degrés de liberté.

avec $*$ signifie le conjugué complexe. Pour un système linéaire, la valeur de la fonction de cohérence de *Rauch* est égale à 1. C'est un indicateur plus fiable que la fonction de cohérence ordinaire mais il est beaucoup plus compliqué à calculer.

3.5 Conclusion

Il est très important de comprendre les mécanismes des non-linéarités afin que le processus de l'identification du système non-linéaire soit réussi. Cette étape de la procédure est difficile surtout en présence de plusieurs types de non-linéarités qui peuvent présenter différentes dynamiques et bifurcations avec une possibilité de couplage.

Malheureusement, à cause de la nature très individuelle des systèmes non-linéaires et de la non validité des principes de bases applicables aux systèmes linéaires comme le principe de superposition, il n'existe pas de méthode générale applicable à tous les systèmes pour caractériser les non-linéarités.

La plupart des techniques développées se limitent à un degré de liberté (*SDOF*), certaines d'entre elles ont été modifiées pour résoudre des cas de plusieurs degrés de liberté (*MDOF*). Actuellement des simples structures continues avec des non-linéarités localisées sont accessibles. Mais si nous passons à des systèmes plus complexes avec un très grand nombre de degrés de liberté, des modes couplés avec une

faible séparation, la majorité de ces méthodes se montrent inefficaces.

Beaucoup d'objectifs restent à réaliser dans le domaine des non-linéarités. Parmi ces objectifs, citons :

- La combinaison des méthodes les plus fiables afin d'avoir une procédure unique applicable à tous les systèmes non-linéaires.
- La plupart des méthodes sont limitées à la réponse correspondant au comportement asymptotique des systèmes avec faibles non-linéarités. Mais puisque des fortes non-linéarités sont observées de plus en plus dans les applications pratiques, de nouveaux phénomènes dynamiques comme la capture de la résonance qui est un phénomène transitoire doivent être pris en compte. Ainsi il existe une nécessité de développer de nouvelles méthodes pour caractériser le comportement transitoire des systèmes fortement non-linéaires.

Une fois la caractérisation des non-linéarités réalisée (application d'une ou plusieurs des méthodes discutées dans ce chapitre pour déterminer le type, l'ordre et la position), la troisième étape de la procédure d'identification qui est la modélisation du système non-linéaire peut être réalisée. Cette modélisation est discutée dans le chapitre suivant.

Modélisation par les réseaux de neurones

La modélisation physique d'un système complexe nécessite de connaître beaucoup d'informations sur son comportement. Ces modèles physiques de comportement temporel sont d'autant moins disponibles que les systèmes à modéliser sont complexes. Une solution est alors de créer des modèles de type *boite noire* comme les réseaux de neurones (voir la figure 4.1).

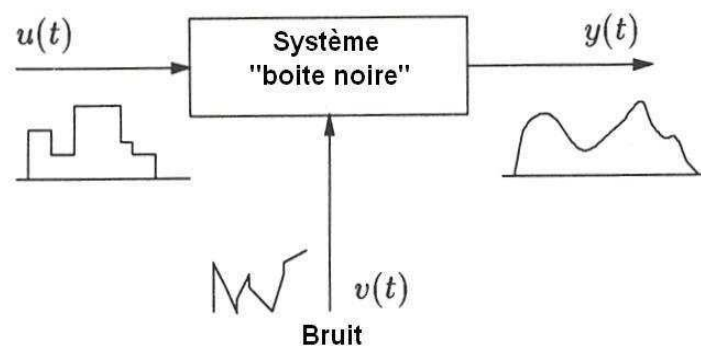


Fig. 4.1 – Schéma d'un système boîte noire.

Les méthodes *boite noire* peuvent créer un modèle en utilisant comme seules informations les mesures effectuées sur les entrées et les sorties du système [85]. Comme déjà expliqué dans le chapitre 1, les réseaux de neurones sont un support efficace pour cette modélisation car ils excellent dans la représentation des comportements non-linéaires.

La vitesse, le parallélisme, l'auto-organisation, la généralisation, l'apprentissage supervisé, la facilité d'implémentation et de mise en oeuvre des réseaux de neurones sont des avantages supplémentaires [39].

En effet, ils peuvent s'adapter aux changements de problèmes, compenser les erreurs du réseau et améliorer les performances avec le temps. Ils sont indépendants de la complexité des modèles, pour cela ils sont idéaux pour la modélisation et la commande de processus dont la complexité provient des non-linéarités. De plus, la possibilité d'incorporer au système de commande un modèle interne neuronal offre de larges perspectives en matière de robustesse.

La définition des réseaux de neurones, leurs types ainsi que leur applications dans la

modélisation de systèmes mécaniques complexes sont développés dans ce chapitre. Il est constitué des parties suivantes :

1. Historique et applications.
2. Neurone biologique.
3. Neurone formel.
4. Types de réseaux de neurones.
5. Réseaux les plus adaptés à la modélisation non-linéaire.
6. Etapes de la conception d'un réseau de neurones.
7. Conclusion.

4.1 Historique et applications

L'idée de réseaux de neurones n'est pas récente. Elle est passée par plusieurs stades. Les étapes décisives dans la formalisation des réseaux de neurones sont présentées ci-dessous :

- 1940 : La machine de *Turing*.
- 1943 : Première définition d'un neurone formel par *McCulloch* et *Pitts* comme une abstraction du neurone biologique.
- 1948 : Les réseaux d'automates (*Von Neuman*).
- 1949 : La première règle d'apprentissage qui a été proposée dans l'ouvrage *The organization of behavior* par *Donald Hebb*. Les percepts ou concepts sont physiquement représentés dans le cerveau par l'entrée en activité (simultanée) d'une assemblée de neurones.
- 1958 : Le modèle de perceptron de *Frank Rosenblatt*. C'est un réseau de neurones inspiré du système visuel. Il possède deux couches de neurones : une couche de perception et une couche liée à la prise de décision. C'est le premier système artificiel capable d'apprendre par expérience et le premier modèle pour lequel un processus d'apprentissage a pu être défini.
- 1960 : Le modèle de L'Adaline (*ADaptive LINar Element*) a été présenté par *Widrow* et *Hoff*. Ce modèle sera par la suite le modèle de base des réseaux multi-couches.
- 1969 : Le livre de *Minski* et *Papert*, *Perceptrons*. Cet ouvrage contient une étude critique très complète des perceptrons.
- 1972 : T. *Kohonen* présente ses travaux sur les mémoires associatives et propose des applications à la reconnaissance de formes.
- 1974 : Communications sur les méthodes de Rétropropagation (*Werbos*).
- 1982 : Le modèle de *Hopfield* qui utilise des réseaux totalement connectés basés sur la règle de *Hebb*. Ils ont permis d'analyser la dynamique.
- 1984 : Une type de réseaux neuronales qui est les cartes de *Kohonen* avec un algorithme non supervisé basé sur l'auto-organisation.

- 1985 : La machine de *Boltzman*, autre type de réseaux à attracteurs avec une dynamique de *Monte-Carlo*.
- 1986 : La rétropropagation (*Rumelhart* et *McClelland*), nouvelles architectures de réseaux de neurones, applications, reconnaissance de l'écriture, reconnaissance et synthèse de la parole, vision (traitement d'images).
- 1990 : Applications dans la Société de l'information : nouvelles applications, recherche et filtrage d'information sur le Web, extraction d'information, veille technologique, multimedia (indexation, ...).

Aujourd'hui, les réseaux neuronaux sont utilisés dans de nombreux domaines. Leur application est avantageuse pour traiter des problèmes complexes qui rencontrent des environnements difficiles et variables.

Ils sont utilisés pour des recherches concernant l'intelligence artificielle, la robotique et le système nerveux central. Ils sont aussi présents dans le domaine de l'informatique (les algorithmes), l'automatique (radar, sonar,...), dans la modélisation des procédés industriels et l'analyse de risque, la reconnaissance des formes et des mots, la vision et tous les modèles d'auto-organisation (voir figure 4.2).

L'une des applications la plus intéressante est le problème de l'identification et du contrôle des systèmes mécaniques complexes non-linéaires. La raison est que dans ce domaine, les théories analytiques sont très nombreuses et utiles, mais elles demandent beaucoup d'informations sur les propriétés physiques des systèmes complexes à modéliser. Ces informations sont le plus souvent indisponibles. L'approche neuronale n'a besoin que des données expérimentales ce qui aboutit au fait que les recherches sur les systèmes complexes sont au centre des recherches à long terme des réseaux de neurones [39].

4.2 Neurone biologique

Les réseaux de neurones sont des modèles mathématiques et informatiques, des assemblages d'unités de calculs appelées neurones formels, et dont l'inspiration originelle est la cellule nerveuse humaine (voir figure 4.3) [86].

Pour comprendre le mode de fonctionnement des réseaux de neurones, une petite explication du mécanisme du cerveau est nécessaire.

La physiologie du cerveau montre que celui-ci est constitué de cellules (les neurones) interconnectées. Les neurones reçoivent les signaux (impulsions électriques) par des extensions très ramifiées de leur corps cellulaire (les dendrites) et envoient l'information par de longs prolongements (les axones). Les impulsions électriques sont régénérées pendant le parcours le long de l'axone. La durée de chaque impulsion est de l'ordre d'1 ms et son amplitude d'environ 100 mV.

Chaque neurone intègre en permanence jusqu'à un millier de signaux synaptiques. Ces signaux n'opèrent pas de manière linéaire (effet de seuil).

Le cerveau contient entre 10 et 1 000 billion de neurones. Il existe une centaine

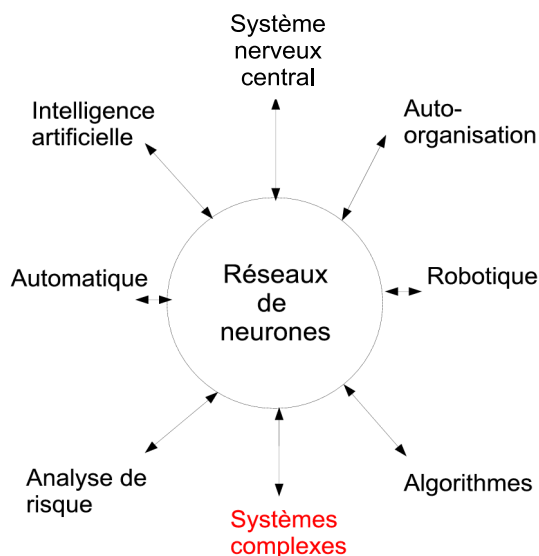


Fig. 4.2 – Les applications des réseaux de neurones.

de types de neurones. Le diamètre d'un neurone est d'environ 30 microns. La vitesse de propagation des influx nerveux est de l'ordre de 120m/s [39], c'est à dire bien inférieure à la vitesse de transmission de l'information dans un circuit électronique. Quelques centaines à plusieurs dizaines de milliers de contacts synaptiques sont comptés par neurone.

La connectique du cerveau ne peut pas être codée dans un document biologique tel l'ADN pour de simples raisons combinatoires. La structure du cerveau provient donc en partie des contacts avec l'environnement. L'apprentissage est donc indispensable à son développement.

Il semble que cet apprentissage se fasse par un double mécanisme : des connexions sont établies de manière redondantes et aléatoires puis seules les connexions entre des neurones simultanément actifs sont conservées (phase de sélection) tandis que les autres sont éliminés. On parle de stabilisation sélective.

Ainsi, les neurones, les synapses, l'apprentissage et la stabilisation sélective constituent le fondement biologique de la théorie des réseaux de neurones. La question qui se pose est : comment rendre compte des processus cognitifs à partir d'un ensemble d'unités, dotées chacune d'une faible puissance de calcul et interconnectées en réseau ?

Nous allons essayer de répondre à cette question en développant dans la partie sui-

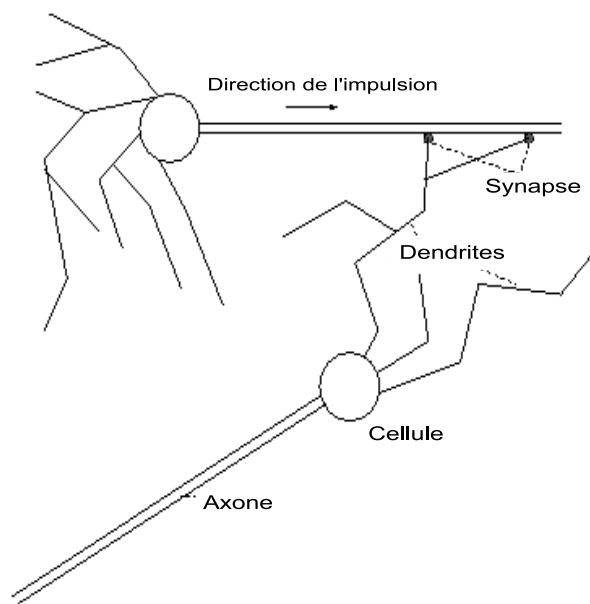


Fig. 4.3 – Les neurones biologiques schématisés.

vante le neurone formel et son principe de fonctionnement.

4.3 Neurone formel

Un neurone formel est une fonction algébrique non-linéaire, paramétrée, à valeurs bornées [45]. Les variables sur lesquelles opère le neurone sont habituellement désignées sous le terme d'entrées du neurone, et la valeur de la fonction est désignée sous celui de sortie.

Le neurone reçoit une combinaison d'entrées (variables x_i) et les pondère grâce à des valeurs réelles appelées poids synaptiques (paramètres W_i), voir figure 4.4.

Le neurone calcule ainsi une somme u de ses entrées pondérées selon l'équation 4.1. Cette somme, à laquelle est ajouté un terme constant ou *biais*, noté b , devient l'argument d'une fonction d'activation f qui calcule la sortie y selon l'équation 4.2.

$$u = W_0.b + \sum (W_i x_i) \quad (4.1)$$

$$y = f(u) \quad (4.2)$$

La fonction d'activation (ou fonction de seuil, ou encore fonction de transfert) f , peut être paramétrée de différentes manières, selon l'utilisation du neurone et selon la nature continue ou discrète, de la sortie y du neurone.

Les fonctions de seuil présentent généralement trois intervalles :

- En dessous du seuil, le neurone est non-actif (souvent dans ce cas, sa sortie vaut 0 ou -1).
- Aux alentours du seuil, une phase de transition.
- En dessus du seuil, le neurone est actif (souvent dans ce cas, sa sortie vaut 1).

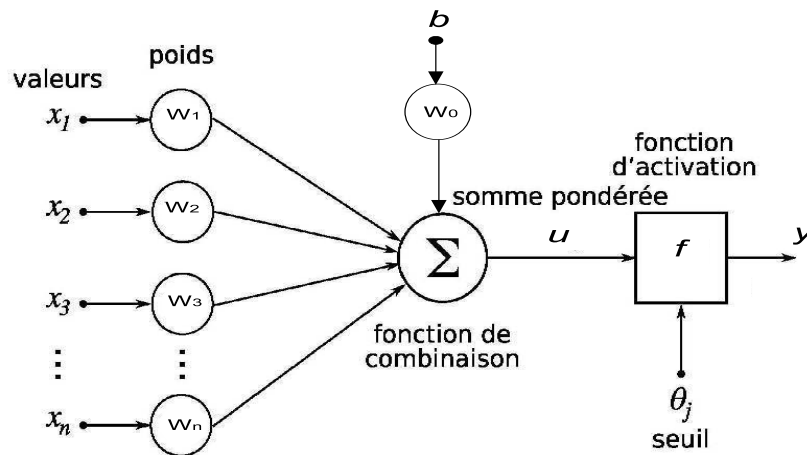


Fig. 4.4 – Le neurone formel.

La figure 4.5 montre les principales fonctions d'activation. La fonction tangente hyperbolique est le plus souvent utilisée pour introduire une non-linéarité dans le fonctionnement des neurones [126].

L'intérêt des neurones réside dans les propriétés résultantes de leur association en réseaux. Il existe plusieurs types de réseaux de neurones. Ces derniers sont développés dans la partie suivante.

4.4 Types de réseaux de neurones

La classification des réseaux de neurones est réalisée suivant deux caractéristiques, qui sont :

1. Le mode d'apprentissage c.a.d comment estimer les poids.

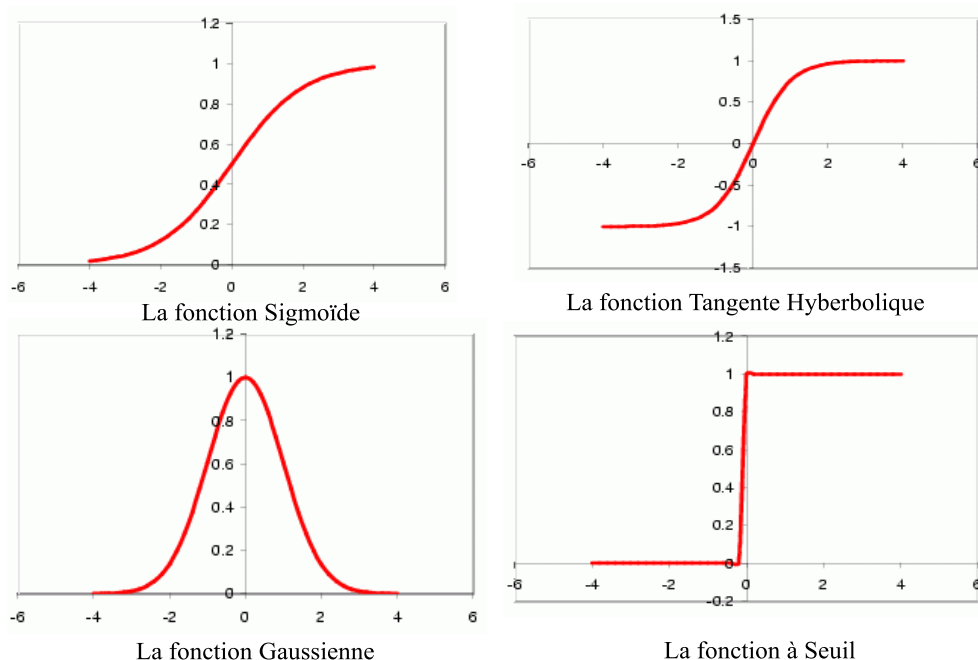


Fig. 4.5 – Les fonctions d'activation.

2. L'architecture du réseau qui comprend les types d'interconnexions et le choix des fonctions de transferts.

4.4.1 Classification suivant le mode d'apprentissage

Le but de l'apprentissage est d'adapter les poids liés aux connexions en fonction des stimulations présentes à l'entrée du réseau. Une fois l'apprentissage réalisé, les poids ne sont plus modifiés. Il existe trois types d'apprentissage :

1. Apprentissage supervisé :

Des séries d'exemples des entrées x et des sorties y sont fournis. L'algorithme doit trouver le vecteur poids W tel que, la sortie du réseau $y = F(W(x))$, avec une bonne généralisation. La généralisation est une nécessité pour que le réseau soit capable de prédire le comportement pour des entrées qui sont différentes que celles utilisées pendant la phase de l'apprentissage.

Il existe plusieurs méthodes d'apprentissage supervisé comme la méthode de *Newton*, la méthode des gradients conjugués, la méthode de *Levenberg-Marquardt*, les méthodes de gradient stochastique en discrimination linéaire...

Il est important de noter que les deux premières catégories de la classification des réseaux de neurones selon l'architecture du paragraphe 4.4.2 (les réseaux multicouches et les récurrents) sont toujours combinées avec un apprentissage supervisé.

2. Apprentissage semi-supervisé (renforcement) :

Le comportement de référence précis n'est pas disponible, mais en revanche il est possible d'obtenir des indications qualitatives comme par exemple des indications sur le résultat (vrai/faux).

3. Apprentissage non supervisé :

Seulement des entrées x sont disponibles. L'algorithme doit trouver W tel que les x soient correctement groupés selon, $F(W)$, avec une bonne généralisation [48]. L'apprentissage non supervisé est souvent combiné avec les cartes topologiques.

4.4.2 Classification suivant l'architecture du réseau

En classifiant les réseaux de neurones suivant l'architecture, nous obtenons quatre classes principales :

1. Les réseaux de neurones multicouches ou *feedforward* :

L'un des exemples le plus important des réseaux multicouches est le *Perceptron Multi-Couches (PMC)* qui se structure en couches où l'activité de la première (couche d'entrée) est fixée à l'entrée du système et celle de la dernière (couche de sortie) est interprétée comme la réponse du réseau [67].

Une ou plusieurs couches intermédiaires (couches cachées) s'interposent entre l'entrée et la sortie (voir figure 4.6). Le calcul de l'activation dans le réseau s'effectue en propageant l'activation initiale de la couche d'entrée jusqu'à la couche de sortie. L'erreur est calculée dans le sens inverse. De tels réseaux sont utilisés pour des applications non-linéaires.

La topologie d'un réseau de neurones multicouches est définie par son nombre de couches, son nombre de neurones par couches et également son modèle de connexions. Ainsi un réseau de trois couches est constitué de la façon suivante :

- Les noeuds d'entrée : La première couche est appelée couche d'entrée. Elle recevra les données source que nous voulons utiliser pour l'analyse. Sa taille est donc directement déterminée par le nombre de variables d'entrées.
- Les noeuds cachés : La seconde couche est une couche cachée, en ce sens qu'elle n'a qu'une utilité intrinsèque pour le réseau de neurones et n'a pas de contact direct avec l'extérieur. Les fonctions d'activations sont en général non-linéaires sur cette couche mais il n'y a pas de règle à respecter. Le choix de sa taille n'est pas implicite et doit être ajusté.
- Les noeuds de sortie : La troisième couche est appelée couche de sortie. Elle donne le résultat obtenu, après compilation par le réseau, des données entrées dans la première couche. Sa taille est directement déterminée par le nombre de variables voulues en sortie.

D'une manière générale, le sens de transfert de l'information est défini par la nature des connexions directes. Elles sont dirigées d'une couche d'indice inférieur vers une couche d'indice supérieur. Mais entre les deux couches, les connexions peuvent être partielles ou totales.

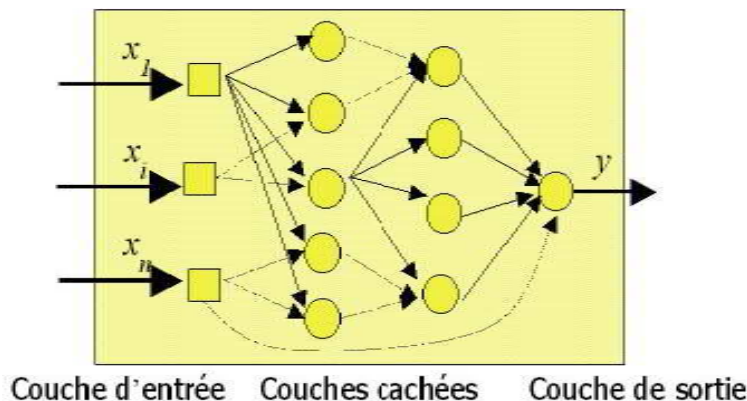


Fig. 4.6 – Réseaux de neurones multicouches.

Les réseaux de neurones multicouches, contiennent d'autre types que le *PMC* :

- (a) Le *réseau à fonctions de base radiale (RBF)* : Un *RBF* est un réseau à couches qui a comme origine une technique d'interpolation nommée *méthode d'interpolation RBF*. Elle consiste à approximer un comportement désiré par une collection de fonctions appelées *fonctions-noyaux* [87].
- (b) Les machines à vecteurs de support (*Support Vector Machines SVM*) : qui sont une généralisation des classifieurs linéaires. Ils ont été appliquées à de très nombreux domaines (bio-informatique, recherche d'information, vision par ordinateur, finance...) [75].

2. Les réseaux récurrents :

Dans ce type de réseau intervient la notion du temps dans le traitement, et une mémoire contextuelle devient nécessaire pour retenir les calculs intermédiaires. Ce qui différencie ce type de réseau c'est qu'il contient des boucles qui ramènent aux entrées la valeur d'une ou plusieurs sorties. Ces boucles peuvent être présentes soit au niveau des neurones soit entre les différentes couches.

Les réseaux récurrents contiennent les types suivant :

- (a) *Time Delay Neural Networks (TDNN)* qui est dédié au traitement des séquences temporelles car leurs connexions retardées permettent la mémorisation et le rappel de l'état précédent.

- (b) Les réseaux de *Jordan* et d'*Elman*.

En effet *Elman* s'inspire du réseau de *Jordan* pour proposer une architecture plus adaptée au traitement des séquences structurées. Là où le réseau de *Jordan* bouclait ses sorties sur ses entrées, *Elman* fait boucler sa couche cachée sur elle-même.

L'effet de cette boucle est de recopier sans autre traitement la valeur de la couche cachée dans la couche de contexte, de telle sorte que l'état de la couche de contexte à un temps t est égal à l'état de la couche cachée au temps $(t-1)$. Cette boucle récurrente permet de retenir une trace des événements passés.

Pour augmenter la performance du réseau, *Elman* a multiplié les vecteurs d'état pour stocker un maximum d'informations sur les états précédents. En effet, avec le même nombre de poids mais avec un nombre de vecteurs d'états plus grand, le réseau apprend plus vite [104].

3. Les cartes topologiques, qui contiennent :

- (a) *Self-Organizing Maps (SOM)* : qui utilise un apprentissage non supervisé qui produit une représentation discrétisée à deux dimensions des entrées nommée carte ou *Map* [75].
- (b) Les Cartes de *Kohonen* : qui a pour objet de faire apparaître une organisation dans un ensemble de données, pouvant être de nature quelconque [50].

4.5 Réseaux les plus adaptés à la modélisation non-linéaire

Les réseaux neuronaux les plus adaptés à la modélisation non-linéaire sont une combinaison d'un réseau de neurones classique avec un vecteur de régression temporelle qui résulte d'une structure de modèle non-linéaire.

Pour comprendre la structure d'un modèle non-linéaire, il faut commencer par expliquer la structure d'un modèle linéaire [112].

Un système linéaire peut être décrit par un modèle qui a la forme suivante :

$$y(t) = G(q^{-1})u(t) + H(q^{-1})e(t) \quad (4.3)$$

avec G et H des opérateurs linéaires avec une régression temporelle telle que $q^{(-d)}x(t) = x(t-d)$, d est un multiple de la période d'échantillonnage, $e(t)$ est un bruit blanc indépendant des entrées précédentes, $u(t)$ est le vecteur entrée et $y(t)$ le vecteur sortie.

La structure du modèle est l'ensemble des modèles candidats tel que :

$$M : [G(q^{-1}, \theta), H(q^{-1}, \theta)] \text{ tel que } \theta \in D_m, \quad (4.4)$$

θ est constitué de p paramètres variables et D_m est un sous-ensemble de $\mathbb{R}^p$ dans lequel se fait la recherche du modèle. Le modèle se résume à un choix particulier de $\theta = \theta^0$.

La structure du modèle peut être représentée avec une autre forme qui est celle de prédiction :

$$\hat{y}(t|t-1, \theta) = H^{-1}(q^{-1}, \theta)G(q^{-1}, \theta)u(t) + [1 - H^{-1}(q^{-1}, \theta)]y(t) \quad (4.5)$$

La forme générale de la structure d'un modèle est aussi représentée comme suit :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{(-d)}\frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) \quad (4.6)$$

avec :

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots a_nq^{-n} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + \dots b_mq^{-m} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots c_kq^{-k} \\ D(q^{-1}) &= 1 + d_1q^{-1} + \dots d_lq^{-l} \\ F(q^{-1}) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots f_rq^{-r} \end{aligned}$$

Il existe plusieurs structures de modèle linéaire, nous allons exposer les plus importantes pour notre application :

- La structure du modèle *ARX* (*AutoRegressive, eXternal input*) qui est défini par :

$$G(q^{-1}, \theta) = q^{(-d)}\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \text{ et } H(q^{-1}, \theta) = \frac{1}{A(q^{-1})} \quad (4.7)$$

En combinant les équations 4.5 et 4.6 avec 4.7, le prédicteur prend la forme suivante :

$$\hat{y}(t|\theta) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + [1 - A(q^{-1})]y(t) = \varphi^T(t)\theta \quad (4.8)$$

Avec :

$$\varphi^T(t) = [y(t-1), \dots, y(t-n), u(t-d), \dots, u(t-d-m)]^T \text{ et } \quad (4.9)$$

$$\theta = [-a_1, \dots, -a_n, b_0, \dots, b_m]^T \quad (4.10)$$

Bien que G possède des pôles, il y a toujours une relation algébrique entre la prédiction, les entrées et les sorties avec un retard temporel. Pour cela, le prédicteur est toujours stable même si le système est instable. C'est une caractéristique très importante de la structure du modèle *ARX*.

- La structure du modèle *ARMAX* (*AutoRegressive, Moving Average, eXternal input*) qui est défini par :

$$G(q^{-1}, \theta) = q^{(-d)}\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \text{ et } H(q^{-1}, \theta) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad (4.11)$$

En combinant les équations 4.5 et 4.6 avec 4.11, le prédicteur prend la forme suivante :

$$\hat{y}(t|\theta) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + [1 - A(q^{-1})]y(t) + [C(q^{-1}) - 1]\epsilon(t, \theta) = \varphi^T(t, \theta)\theta \quad (4.12)$$

avec : $\epsilon(t, \theta) = y - \hat{y}(t|\theta)$, c'est l'erreur de prédiction,

$$\varphi(t, \theta) = [y(t-1), \dots, y(t-n), u(t-d), \dots, u(t-d-m), \epsilon(t, \theta), \dots, \epsilon(t-k, \theta)]^T \quad (4.13)$$

et

$$\theta = [-a_1, \dots, -a_n, b_0, \dots, b_m, c_1, \dots, c_k]^T \quad (4.14)$$

A cause de la présence du polynomes C , le prédicteur possède des pôles. Ainsi, pour que le prédicteur soit stable, les racines de C doivent rester à l'intérieur d'un cercle unité. En plus, ces pôles impliquent que le vecteur de régression φ est dépendant des paramètres du modèle θ , ce qui rend l'estimation de ces paramètres beaucoup plus compliquée.

Maintenant, passons au cas non-linéaire.

Les contre-parties non-linéaires au modèle linéaire sont obtenues par la formule suivante :

$$y(t) = g[\varphi(t, \theta), \theta] + e(t) \quad (4.15)$$

et pour le prédicteur :

$$\hat{y}(t|\theta) = g(\varphi(t, \theta), \theta) \quad (4.16)$$

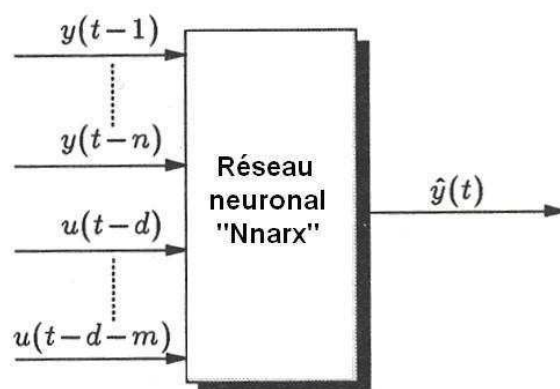
Avec $\varphi(t, \theta)$ le vecteur de régression, θ est le vecteur des paramètres variables comme les poids d'un réseau de neurones, g est la fonction réalisée par le réseau neuronal et $e(t)$ est un bruit blanc.

Selon le choix du vecteur de régression, différentes structures de modèles non-linéaires apparaissent. Si le vecteur de régression est choisi comme celui du modèle ARX , le réseau neuronal résultant est appelé $NNARX$ comme une acronyme de *Neural Network ARX*. Si le vecteur de régression est celui de $ARMAX$, le réseau de neurones résultant est $NNARMAX$.

1. Le réseau $NNARX$ qui est représenté dans la figure suivante 4.7, représente la configuration d'apprentissage du réseau avec $u(t)$, les entrées, $y(t)$, la sortie mesurée et $\hat{y}(t)$, la sortie prédite.

Quelque soit le type de système, la prédiction de son état au temps t nécessite au moins, pour un système à comportement dynamique linéaire, la connaissance de l'état au temps $t - \Delta t$. Par ailleurs, les sollicitations pendant la période de la prédiction, c'est-à-dire dans l'intervalle de temps Δt , sont supposées constantes [112].

Plus un système a un comportement non-linéaire, plus la connaissance du passé

Fig. 4.7 – Le réseau neuronal *NNARX*.

est indispensable. Le réseau *NNARX* tient compte des informations temporelles précédentes et une relation algébrique pure existe entre les prédictions, les mesures et les entrées avec régression temporelle. Le modèle est ainsi toujours stable. Cette stabilité fait de *NNARX* le choix préféré pour modéliser des structures non-linéaires qui sont déterministes ou avec un faible niveau de bruit.

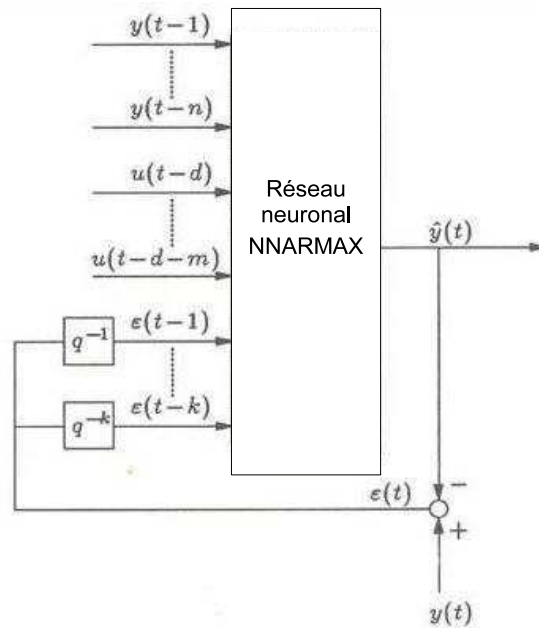
2. Le réseau *NNARXM* a une structure similaire à celle de *NNARX* mais avec *NNARXM* nous pouvons envisager la construction d'un modèle avec plusieurs sorties.
3. Le réseau *NNARMAX* est représenté dans la figure 4.8. Nous pouvons le classer parmi les réseaux récurrents. Il a comme entrée en plus des sorties et des entrées mesurées, une fonction d'erreur qui mesure la différence entre la prédiction et la sortie mesurée. Tous les types d'entrées subissent une régression dans le temps.

Pour le modèle linéaire *ARMAX*, nous pouvons garantir la stabilité du prédicteur en s'assurant que les racines de C sont dans un cercle unité. Mais pour le modèle non linéaire *NNARMAX*, il est beaucoup plus difficile d'analyser la stabilité [70].

Eventuellement, la stabilité peut être considérée comme une propriété locale. *NNARMAX* est stable dans certains régimes et non stable dans d'autres. Dans tous les cas, la stabilité de *NNARMAX* peut engendrer des problèmes dans la pratique. Pour cette raison, nous allons choisir *NNARXM* comme structure de modèle non-linéaire.

Ainsi, la solution proposée est d'utiliser comme entrées du modèle non-linéaire un vecteur de régression temporel du type *NNARXM* tout en adaptant comme architecture intérieure du modèle, un réseau neuronal classique qui est le *perceptron multicouches PMC* [112].

Le *PMC* a été choisi car il est avantageux pour l'apprentissage des relations non-

Fig. 4.8 – Le réseau neuronal *NNARMAX*.

linéaires qui se trouvent dans une base de données.

Cette solution a aussi les avantages suivants :

- C'est une extension naturelle des structures linéaires connues.
- L'architecture intérieure du *PMC* peut être augmentée graduellement pour obtenir une plus grande flexibilité pour des modèles plus complexes.
- Les décisions à prendre par l'utilisateur sont réduites à un nombre raisonnable.
- Ce type de modèle est valable pour les problèmes de contrôle.

4.6 Etapes de la conception d'un réseau de neurones

Le processus de modélisation d'un système par réseau de neurones comporte plusieurs étapes comme le montre la figure 4.9.

La première chose à faire avant de choisir le type de réseau c'est de réaliser les essais vibratoires pour pouvoir constituer les échantillons des données d'apprentissage, d'épuration et de validation. Cette étape est cruciale et va aider le concepteur à déterminer le type de réseau le plus approprié pour résoudre son problème.

La façon dont se présente l'échantillon conditionne : le type de réseau, le nombre de neurones d'entrées, le nombre de neurones de sortie et la façon dont il faudra mener l'apprentissage, l'épuration et la validation.

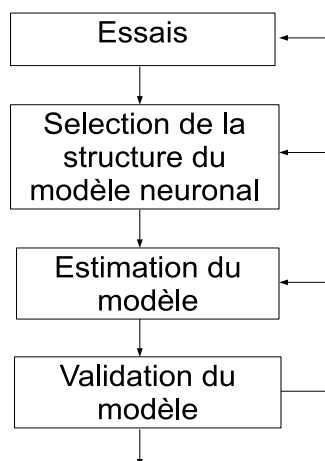


Fig. 4.9 – Démarche de la modélisation.

Une fois les échantillons prêts, nous pouvons choisir la structure du réseau. Il faut d'abord choisir le type de réseau : un *perceptron*, un *Hopfield*, un *Kohonen*... Dans le cas du perceptron par exemple, il faudra aussi choisir le nombre de couches cachées et le nombre de neurones dans chaque couche cachée.

L'étape suivante est l'estimation du modèle qui comporte l'apprentissage et l'épuration. L'apprentissage consiste tout d'abord à calculer les poids optimaux des différentes liaisons et l'épuration permet de trouver l'architecture optimale du réseau en optimisant plusieurs types d'erreurs.

La procédure est terminée par la validation du modèle obtenu par les réseaux de neurones. Une fois le réseau calculé, il faut toujours procéder à des tests afin de vérifier la capacité de généralisation du réseau. Il y a plusieurs méthodes pour effectuer une validation : la visualisation graphique, le calcul des corrélations et l'histogramme de l'erreur de prédiction.

4.6.1 Essais

La première partie de la démarche consiste à collecter des informations à partir de plusieurs essais vibratoires du système mécanique. Les essais doivent être réalisés conformément à la procédure des essais vibratoires développée dans le chapitre 2. Nous allons récapituler quelques points essentiels :

Essais préalables pour la connaissance générale du système

En principe, avant la collecte des informations utiles pour l'élaboration du réseau de neurones, il est intéressant de réaliser des tests pour avoir une idée du comporte-

ment général, par exemple pour connaître les fréquences propres et pour caractériser les non-linéarités du système [61].

Détermination de la fréquence d'échantillonnage

La zone de fréquences couverte par les sollicitations de la plate-forme vibrante est de 6 à 3000 Hz. Ceci veut dire que si nous effectuons une acquisition sinus balayé à pas constant d'échantillonnage, il faudrait échantillonner autour de 30 000 Hz. Ceci signifie notamment pour les sollicitations à faibles fréquences en sinus balayé, un morceau de données redondantes difficile à traiter avec des moyens informatiques habituels comme des *PC* même puissants. C'est la raison pour laquelle nous avons développé un programme d'acquisition sous *LabVIEW* qui permet de réaliser un échantillonnage variable en temps réel [annexe B : Programme d'acquisition sous LabVIEW].

Définition de profils des essais et du vecteur de données *Vec*

Pour acquérir les propriétés dynamiques du système à modéliser, il faut le solliciter dans toute la gamme de fréquences et d'amplitudes correspondant aux conditions d'usage. Nous pouvons l'exciter avec plusieurs types de signaux : choc, sinus balayé et aléatoires et même profils de route.

Les sollicitations aléatoires sont les plus utiles pour la phase d'apprentissage du réseau car elles englobent toutes les fréquences et par suite toute la dynamique du système.

Le sinus balayé peut servir comme appui au signal aléatoire s'il parcourt toutes les plages de fréquences intéressantes du système notamment les fréquences propres.

Le choc est peu utile pour l'identification du système. Par contre, il est intéressant d'utiliser un signal de choc dans l'étape de la validation pour savoir si le modèle réagit correctement dans toutes les situations.

Ainsi, des signaux de choc, sinus balayé et aléatoire sont envoyés comme excitations et les mesures des capteurs sont enregistrées. Ensuite, l'information est traitée et filtrée si nécessaire par un filtre médian pour éliminer le bruit provenant des capteurs et des câbles.

Le nombre de points minimum demandé pour avoir une modélisation correcte varie selon l'application et selon la complexité du système à modéliser.

Une fois le vecteur de points acquis et filtré *Vec* prêt, il faut le diviser en trois parties séparées. La première partie, Z^N , est pour l'apprentissage du réseau (*training*), la deuxième, Z^T , pour l'épuration (*pruning*) et la dernière, Z^V , pour la validation.

Il est essentiel que la première partie, utilisée pour l'apprentissage, contient des informations sur tout le comportement du système. Si dans les données d'apprentissage, il y a une redondance d'informations sur un régime et un manque sur un autre régime, le modèle prédira avec précision le comportement du système mécanique

dans le premier régime mais aura des difficultés de prédiction dans le second régime. Finalement, toutes les valeurs sont normalisées entre -1 et 1.

4.6.2 Structure du modèle neuronal

La deuxième partie de la démarche consiste à choisir la structure du réseau neuronal. Elle comporte les parties suivantes :

Architecture du réseau

L'architecture d'un réseau neuronal, c'est-à-dire sa structure, est formée de : son type, le nombre de couches cachées, le nombre de neurones dans chaque couche cachée...

Il existe un ensemble de modèles candidats pour un système dynamique non-linéaire. Suite à la discussion du paragraphe 4.5, un perceptron multicouches *PMC* est choisi à cause de sa capacité d'apprentissage des relations non-linéaires qui se trouvent dans un ensemble de données.

Sorties du réseau

Le nombre des sorties du réseau est équivalent au nombre des capteurs de mesure. Les prédictions de ces sorties seront comparées aux mesures enregistrées par ces capteurs qui se trouvent dans le vecteur des données *Vec*.

Entrées du réseau et régressions temporelles

En ce qui concerne les entrées, il faut en déterminer le nombre. En effet, même si la seule véritable entrée est l'accélération de la table vibrante qui est fournie par le capteur de pilotage, le réseau de neurones prendra comme entrées un certain nombre de points du passé au niveau de l'accélération de la table et des sorties. Cela est primordial pour prendre compte de la dynamique et de la non-linéarité du système. C'est ce qu'on appelle le nombre de régressions dans le temps.

Il est clair que le nombre de régressions va être un facteur dominant du temps de calcul et qu'il est donc nécessaire de le dominer.

Pour le déterminer, la méthode des coefficients de Lipschitz [4] présentée déjà au chapitre 3 (paragraphe 3.3.2) est l'une des méthodes les plus fréquemment utilisées. Elle permet de déterminer l'ordre de non-linéarité. En effet, plus le système est complexe, plus le nombre de points de régressions temporelles est grand.

Soit Z^N le vecteur de données (réellement c'est une matrice de données) utilisé pour l'apprentissage :

$$Z^N = [U^1(t), Y^1(t)], t = 1, N \quad (4.17)$$

N est le nombre de points utilisés pour l'apprentissage. Z^N est composé de :

- $U^1(t)$, une matrice de dimension $(2, N)$, qui est constituée de : $u^1(t)$, le vecteur d'accélération imposée à la table vibrante (mesurée par l'accéléromètre de contrôle) et $u^2(t)$, la fréquence d'échantillonnage correspondante pour chaque point.

$$U^1(t) = [u^1(t), u^2(t)]^T \quad (4.18)$$

- $Y^1(t)$, une matrice de dimension (m, N) , qui correspond aux sorties mesurées par les capteurs de mesures. Le nombre de sorties étant égal à m .

$$Y^1(t) = [y^1(t), y^2(t), \dots, y^m(t)]^T \quad (4.19)$$

L'entrée du réseau de neurones est le vecteur de régression temporelle $\varphi(t)$, correspondant à *NNARX* (voir paragraphe 4.5), qui est calculé comme suit :

$$\varphi(t) = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_z] \quad (4.20)$$

$$= [u^1(t-1)u^1(t-2)\dots u^1(t-N_{e1})u^2(t-1)u^2(t-2)\dots u^2(t-N_{e2})y^1(t-1)y^1(t-2)\dots y^1(t-N_{s1})y^2(t-1)y^2(t-2)\dots y^2(t-N_{s2})y^m(t-1)y^m(t-2)\dots y^m(t-N_{sm})] \quad (4.21)$$

Avec :

- z , le nombre total de régressions dans le temps,
- N_{ei} et N_{sj} correspondent, respectivement, aux nombres de points d'entrée (i) et de sortie (j) à prendre dans le passé (i varie de 1 à 2 et j varie de 1 à m).

Les valeurs de N_{ei} et N_{sj} dépendent du degré de non-linéarité. Ils sont calculés à partir des coefficients de *Lipschitz* (voir paragraphe 3.3.2).

Après le calcul de toutes les valeurs de N_{ei} et N_{sj} pour toutes les entrées $u^i(t)$ et les sorties $y^j(t)$, le nombre total de régressions temporelles, z , est calculé comme suit :

$$z = N_{e1} + N_{e2} + N_{s1} + \dots + N_{sm} \quad (4.22)$$

Couches cachées

Le nombre de couches cachées est généralement choisi égal à 1. Mais, si la complexité du système l'impose, le nombre de couches cachées peut être augmenté.

Le nombre de neurones dans la couche cachée est déterminé de façon à ce qu'il soit un peu plus grand que le nombre de neurones optimal car ce dernier va être optimisé par un algorithme pendant la phase d'épuration.

Les fonctions d'activations des neurones cachés sont généralement de type hyperbolique $f(x) = \tanh(x)$ pour représenter les phénomènes non-linéaires.

Pour les neurones de sorties, une fonction d'activation linéaire $f(x) = x$ est appropriée. Ce choix résulte de plusieurs tests réalisés sur différentes fonctions d'activation pour des réseaux neuronaux modélisant des systèmes non-linéaires.

4.6.3 Estimation du modèle

L'estimation du modèle comporte deux étapes : l'apprentissage et l'épuration qui sont traités successivement dans la suite.

Apprentissage

Le but de l'apprentissage est de déterminer les paramètres du modèle appelés poids qui vont générer un modèle capable de donner au plus juste les sorties réelles du système [127].

Le modèle choisi doit donc minimiser le critère représentant la variance de l'erreur de prédiction appelée aussi erreur quadratique [98] :

$$V_N = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N [Y(t) - \hat{Y}(t|\theta)]^T [Y(t) - \hat{Y}(t|\theta)] \quad (4.23)$$

Avec :

- N : nombre de points du vecteur d'apprentissage Z^N ,
- $Y(t) = [y^1(t), y^2(t), \dots, y^m(t)]^T$: les sorties réelles du système mesurées par les capteurs de mesure,
- $\hat{Y}(t) = [\hat{y}^1(t), \hat{y}^2(t), \dots, \hat{y}^m(t)]^T$: les sorties prédites par le réseau neuronal,
- θ : le vecteur des poids que nous cherchons à déterminer.

Il existe deux types de poids :

- W^1 , formé par les poids entre les entrées et la couche cachée et par les biais des neurones de la couche cachée,
- W^2 , formé par les poids entre la couche cachée et les sorties et les biais des neurones de sortie.

Donc en total, θ est le vecteur de poids calculé comme suit :

$$\theta = [W^1; W^2] \quad (4.24)$$

La méthode de *Levenberg-Marquardt* (apprentissage supervisé) est la plus indiquée pour minimiser la variance de l'erreur de prédiction d'un modèle neuronal *PMC* combiné avec *NNARXM* [101]. En fait, elle minimise une approximation du critère V^N nommée $L^{(i)}(\theta)$ dans un voisinage qui est une sphère de rayon $\delta^{(i)}$ centrée autour de l'itération actuelle $\theta^{(i)}$.

$$\theta^{(i+1)} = \arg \underbrace{\min}_{\theta} (L^{(i)}(\theta)) \quad (4.25)$$

dans le voisinage $|\theta - \theta^{(i)}| \leq \delta^{(i)}$.

La nouvelle itération est obtenue par la relation :

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + f^{(i)} \quad (4.26)$$

où $f^{(i)}$ est la direction de descente calculée par la formule :

$$f^{(i)} = -[R(\theta^i) + \lambda^{(i)} I]^{-1} G(\theta^{(i)}) \quad (4.27)$$

avec :

- $\lambda^{(i)}$, un paramètre qui varie entre 0 et l'infini, dont la détermination est développée figure 4.10,
- le gradient :

$$G(\theta^{(i)}) = \left(\frac{dL^{(i)}(\theta)}{d\theta} \right) \Big|_{\theta=\theta^{(i)}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^n [\psi(t|\theta^{(i)})]^T [y(t) - \hat{y}(t|\theta^{(i)})] \quad (4.28)$$

avec :

$$\psi(t, \theta^{(i)}) = \frac{d\hat{y}(t|\theta^{(i)})}{d\theta}, \quad (4.29)$$

- la matrice hessienne :

$$R(\theta^{(i)}) = \left(\frac{d^2 L^{(i)}(\theta)}{d\theta^2} \right) \Big|_{\theta=\theta^{(i)}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^n [\psi(t|\theta^{(i)})]^T [\psi(t|\theta^{(i)})] \quad (4.30)$$

$\lambda^{(i)}$ peut être déterminée par des méthodes directes ou des méthodes indirectes. La méthode indirecte de *Fletcher* [52] a été retenue et est présentée dans la figure 4.10. Elle consiste à calculer le quotient :

$$r^{(i)} = \frac{V_N(\theta^{(i)}) - V_N(\theta^{(i+1)})}{V_N(\theta^{(i)}) - L^{(i)}(\theta^{(i+1)})} = \frac{V_N(\theta^{(i)}) - V_N(\theta^{(i)} + f^{(i)})}{V_N(\theta^{(i)}) - L^{(i)}(\theta^{(i)} + f^{(i)})} \quad (4.31)$$

avec

$$L^{(i)}(\theta^{(i)} + f^{(i)}) = V_N(\theta^{(i)}) + f^T G(\theta^{(i)}) + \frac{1}{2} f^T H(\theta^{(i)}) f. \quad (4.32)$$

Epuration

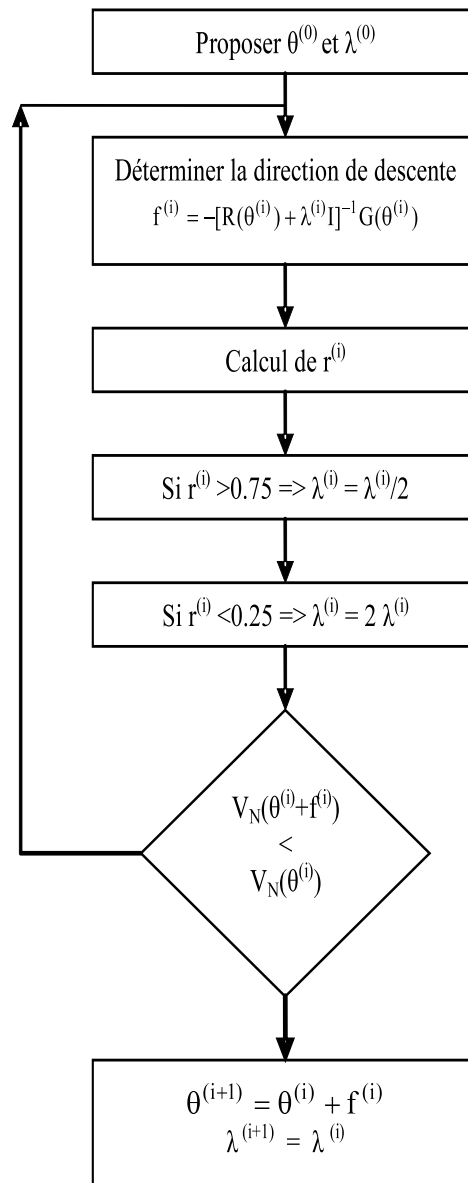
Le principe de l'épuration est de commencer par un nombre de neurones relativement élevé et puis d'épurer successivement les branches du réseau neuronal (les poids) une à une jusqu'à trouver la configuration du réseau optimal [5]. Des critères d'arrêt différents de l'erreur quadratique V_N sont utilisés comme critères de minimisation.

Ainsi, l'erreur finale de prédiction FPE et l'erreur de test V_T [6] sont introduites dans ce paragraphe. Ces deux critères renseignent sur la capacité du modèle à prédire des sorties fiables pour des entrées inconnues, c'est-à-dire pour le deuxième jeu de données $Z^T(U^2, Y^2)$ qui, rappelons le, n'a pas servi pour l'apprentissage.

1. Erreur finale de prédiction :

Elle s'exprime comme suit :

$$FPE = \hat{V}_M = \frac{1}{2} \sigma_e^2 \left(1 + \frac{p}{N} \right) \quad (4.33)$$

Fig. 4.10 – Détermination de $\lambda(i)$.

où p est le nombre de poids et σ_e^2 est la variance du bruit qui est calculée comme suit :

$$\sigma_e^2 = 2 \frac{N}{N+p} V_N(\hat{\theta}, Z^N). \quad (4.34)$$

L'erreur *FEP* atteint sa valeur minimale $\sigma_e^2/2$ quand N tend vers l'infini. Mais comme le vecteur d'apprentissage est fini, l'erreur est toujours supérieure à $\sigma_e^2/2$.

2. Erreur de Test :

L'erreur de test V_T se calcule en se basant sur le second jeu d'informations $Z_T(U^2, Y^2)$ qui est totalement différent du premier jeu $Z_N(U^1, Y^1)$ utilisé pour l'apprentissage.

Une valeur de V_T proche de V_N , signifie que le modèle obtenu par l'apprentissage est bon. En effet, l'erreur de test est composée de deux types d'erreur : l'erreur de biais et l'erreur de variance.

- (a) L'erreur de biais apparaît quand le meilleur modèle du système mécanique ne se trouve pas dans l'ensemble des modèles candidats définis dans la structure du modèle neuronal définie au paragraphe 4.6.2. Ceci peut arriver si le nombre de neurones est insuffisant pour bien identifier le système. C'est le sous-apprentissage.
- (b) L'erreur de variance est due à un réseau qui est trop grand (un nombre excessif de neurones), ce qui favorise la présence des minima locaux et augmente la variance des poids estimés. Le modèle identifie non seulement le système mais aussi le bruit qui se trouve dans le vecteur Z_N . C'est le sur-apprentissage.

A cause des effets antagonistes de ces deux types d'erreurs, la courbe de l'erreur de test passe par un minimum représentatif du meilleur modèle.

Les deux types d'erreurs *FEP* et V_T vont aider à choisir l'architecture des connexions entre les entrées, les neurones de la couche cachée et les neurones des sorties. En effet, il n'est pas nécessaire que le réseau soit entièrement connecté. L'idée est de commencer avec un grand réseau de neurones. Ensuite, les poids sont éliminés un à un jusqu'à l'obtention de l'architecture optimale du réseau [2]. La démarche est expliquée figure 4.11.

Voici ci-dessous la signification de quelques symboles se trouvant figure 4.11 :

- $\delta V^{(i)} = V_N(\hat{\theta}^{(j)}, Z^N) - V_N(\theta^{(j)}, Z^N)$,
où $\theta^{(j)}$ est le vecteur de poids réduit [7],
- $\delta V_M^{(i)} = V_M(\hat{\theta}^{(j)}, Z^N) - V_M(\theta^{(j)}, Z^N)$,
où V_M est l'erreur *FPE* et $p1^j$ le nombre de poids restant à l'itération j .

Par exemple, la figure 4.12 montre le résultat de l'épuration sur un réseau initial de 20 neurones. Signalons que ces 18 neurones qui restent ne sont pas entièrement connectés.

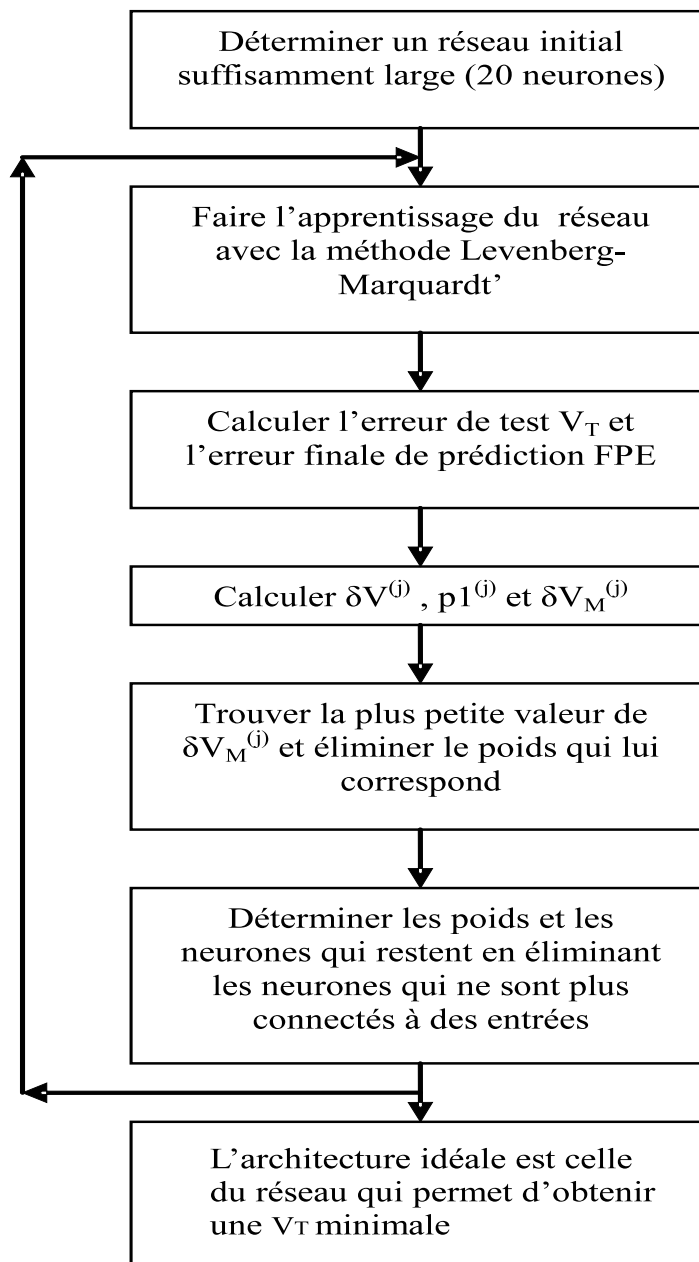


Fig. 4.11 – L'épuration.

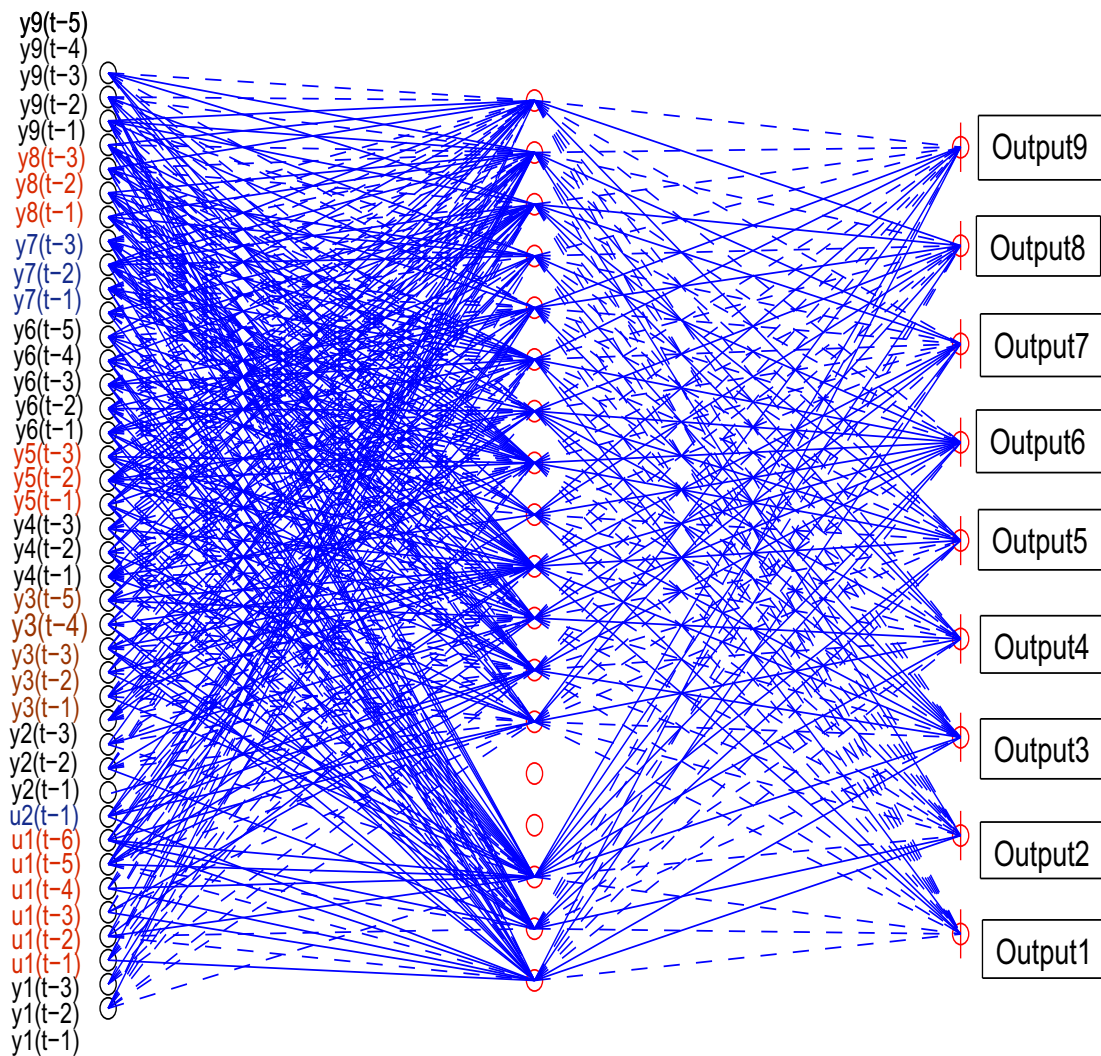


Fig. 4.12 – Le réseau neuronal final après épuration.

4.6.4 Validation du modèle

Pour valider le modèle, un troisième jeu d'informations $Z_V(U^3, Y^3)$ différent de Z_N et de Z_T est utilisé. La validation se fonde sur trois analyses : les corrélations entre les erreurs de prédiction et les excitations, la visualisation et la fiabilité des prédictions.

Corrélations

Si toutes les informations qui concernent la dynamique du système sont introduites dans le modèle, l'erreur de prédiction $\epsilon = Y(t) - \hat{Y}(t)$ est indépendante des signaux d'entrées et de sorties. Pour s'assurer de cette indépendance, nous calculons deux importantes fonctions qui sont l'auto corrélation de la fonction d'erreur ϵ et la corrélation croisée entre les excitations et la fonction d'erreur [62].

$$\hat{r}_{\epsilon\epsilon}(\tau) = \frac{\sum_{t=1}^{N-\tau} (\epsilon(t, \hat{\theta}) - \bar{\epsilon})(\epsilon(t - \tau, \hat{\theta}) - \bar{\epsilon})}{\sum_{t=1}^{N-\tau} (\epsilon(t, \hat{\theta}) - \bar{\epsilon})^2} = \begin{cases} 1 & \text{si } \tau = 0 \\ 0 & \text{si } \tau \neq 0 \end{cases} \quad (4.35)$$

$$\hat{r}_{U\epsilon}(\tau) = \frac{\sum_{t=1}^{N-\tau} (\epsilon(t - \tau, \hat{\theta}) - \bar{\epsilon})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (U(t) - \bar{U})^2 \sum_{t=1}^N (\epsilon(t, \hat{\theta}) - \bar{\epsilon})^2}} = 0, \forall \tau \quad (4.36)$$

Visualisation de la prédiction

La représentation graphique simultanée des sorties mesurées et des prédictions du modèle neuronal donne une idée de la précision des prédictions suivant les différents régimes d'excitation.

Fiabilité de la prédiction

La fiabilité de la prédiction pour une entrée précise, se détermine comme suit :

- Estimation de la variance de l'erreur de prédiction par rapport au vecteur de régression $\varphi(t)$:

$$\sigma_p^2(t) = E[(\epsilon^2(t, \hat{\theta})) | \varphi(t)] \quad (4.37)$$

- Estimation de l'intervalle de confiance pour les prédictions [135] :

$$Y(t) \in [\hat{Y}(t | \hat{\theta}) - \sigma_p; \hat{Y}(t | \hat{\theta}) + \sigma_p] \quad (4.38)$$

4.7 Conclusion

Les réseaux de neurones est une méthode qui excelle dans l'identification des non-linéarités. Le progrès informatique actuel va renforcer l'utilisation de cette méthode

qui nécessite une grande puissance de calcul. Afin d'avoir une vision claire de l'importance de cette méthode, nous allons finir ce chapitre en montrant les limitations et les avantages des réseaux de neurones.

Les limitations :

- L'incapacité actuelle de simuler un très grand réseau de neurones (incapacité informatique), mais cette limitation va disparaître progressivement avec le développement informatique.
- Le modèle neuronal se veut une copie du fonctionnement du cerveau mais jusqu'à maintenant il n'existe pas de modèle précis du fonctionnement des neurones biologiques.
- Le réseau neuronal est considéré comme un sous-ensemble des algorithmes possibles pour une solution. Ainsi, il ne correspond pas toujours à la solution optimale surtout qu'il n'apporte pas une compréhension physique supplémentaire du système. Pour cela, son adoption comme solution préférée doit être restreint aux cas où d'autres solutions analytiques ne sont pas possibles.
- Si le réseau neuronal est très complexe, la performance est limitée à cause de l'augmentation du nombre des minima locaux.
- Pour évaluer la performance du réseau, il faut avoir des sources d'informations réelles tirées généralement d'un banc d'expérience. Il faut faire attention d'avoir, pour l'apprentissage, des données représentatifs du comportement du système suivant différents régimes de fonctionnement. Parfois, cette source d'information est inaccessible.
- Le bruit et les imperfections de la mesure qui alimente le réseau de neurones peuvent avoir des conséquences indésirables sur le modèle.

Les avantages :

- Les réseaux de neurones sont la solution la plus avantageuse pour le rapport *coût-efficacité*. Leur réalisation en général impose un *coût* faible par rapport aux autres solutions si elles existent.
- La facilité d'implémentation des réseaux de neurones favorise le développement des approches algorithmiques surtout celles concernant l'apprentissage.
- Il est prévu un grand développement des réseaux de neurones avec l'augmentation des performances des processus et des matériels informatiques.
- Le réseau neuronal peut permettre de trouver une solution non neuronale optimale du problème car il peut aider à la compréhension des problèmes complexes même si eux mêmes ne trouvent pas la solution optimale.
- Le réseau de neurones excelle dans le domaine du contrôle des modules robotiques où c'est très difficile de prédire en avance le comportement non-linéaire de tous les éléments. En effet, le frottement entre les joints, le soudage, la distribution de masse d'inertie... et d'autres causes de non-linéarité peuvent parfois être mesurés ou calculés mais le coût est considérable. Ainsi, même si le réseau neuronal donne une moins bonne solution, il est très avantageux de

l'utiliser pour minimiser le coût. Le même raisonnement peut être effectué en ce qui concerne les systèmes piles à combustible.

Application à une pile à combustible *PEM*

Le dernier chapitre de cette thèse est une application directe de la procédure d'identification d'un système complexe à partir des données des essais vibratoires sur une pile à combustible *PEM*. Cette procédure d'identification comporte trois étapes qui constitueront les sections de ce chapitre.

La première étape est la réalisation des essais vibratoires en utilisant la plate-forme d'essais dynamiques. Les données tirées de ces essais vibratoires sont utilisées pour accomplir les deux étapes suivantes. La deuxième étape consiste à caractériser les non-linéarités dans la pile en les détectant, classant et localisant. La troisième étape est la modélisation avec les réseaux de neurones afin de créer un modèle temporel prédictif du comportement dynamique de la pile.

La procédure a été appliquée à une pile à combustible *PEM* formée de cinq cellules construite par *IRD* [82]. Les charges mécaniques appliquées à cette pile sont extraites des spécifications aéronautiques pour vibration robuste *DO-160D*.

Le comportement de cette pile a été étudié dans le cadre du projet européen *CE-LINA (Fuel Cell Application in a New Configured Aircraft)* [74]. *AIRBUS* explore l'application des systèmes piles à combustible dans la configuration électrique des avions. Ceci devrait permettre d'une part de réduire la consommation en carburant, le bruit et l'émission des gaz et ainsi d'augmenter le rendement de l'avion d'une façon significative par rapport aux groupes auxiliaires de puissance actuels [74].

Pour atteindre ce but, l'un des plusieurs objectifs à réaliser est une enquête sur le comportement dynamique de la pile à combustible sous des conditions limites de fonctionnement comme ceux d'un avion.

5.1 Réalisation des essais vibratoires

Objectifs des essais

Durant les essais vibratoires, la pile à combustible est considérée comme un système mécanique et le but des essais est de collecter des données qui peuvent nous renseigner sur son comportement dynamique.

Ainsi, le premier but est d'identifier le comportement dynamique du système pour trouver les propriétés principales (comme des non-linéarités) et construire un modèle temporel ; c'est un essai de mise au point.

Plusieurs accéléromètres de mesures sont collés sur la structure pour récupérer la réponse dynamique de cette dernière. Les données acquises durant les essais par ces

accéléromètres de mesure vont servir à réaliser l'identification.

Un deuxième objectif est de comparer les performances du système aux exigences des spécifications (spécifications aéronautiques pour vibration robuste *DO-160D*) pour prononcer sa qualification ; c'est aussi un essai de qualification.

Pour cela il est important de savoir si les vibrations mécaniques entraînent des endommagements à l'intérieur de la pile à combustible comme des déchirures au niveau de la membrane, des joints ou une étanchéité altérée à cause des déplacements des composants.

Le compartiment anodique est mis sous pression avec de l'azote aux alentours de 300 mbar relatif tandis que les autres compartiments (cathode et refroidissement) sont à pression ambiante. Les valeurs de pressions dans chacun des trois compartiments sont mesurées en permanence avec trois capteurs de pression pour détecter toute fuite interne possible entre les compartiments.

En addition, un débitmètre est utilisé pour surveiller une augmentation potentiel du flux d'azote venant vers le compartiment anodique. Avec cette configuration, nous sommes informés s'il y a une fuite interne (entre les différents compartiments) ou une fuite externe (de l'un des compartiments vers l'extérieur). La figure 5.1 montre cette configuration.

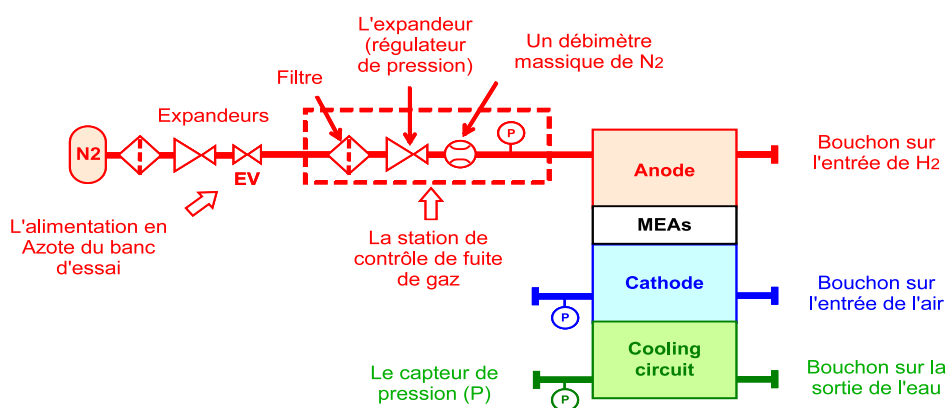


Fig. 5.1 – Le schéma fluidique pour monitorer une fuite interne ou externe.

Montage

La façon d'intégrer la pile à combustible dans l'avion n'avait pas encore été réfléchi par *AIRBUS*. C'est pourquoi, le montage de la pile sur la plate-forme vibrante n'a pas été conçu pour représenter le montage réel de la pile dans l'avion et un simple montage validé par *AIRBUS* a été développé. Des brides ont ensuite été ajoutées pour rigidifier le montage.

Ce dernier permet d'encastrer les parties rigides de la pile (le bâti en rouge) à la table vibrante.

La pile est vibrée suivant ses trois axes orthogonaux X, Y et Z. Le mouvement de vibration est à chaque fois parallèle à un des trois axes orthogonaux de la pile. Chaque axe est vibré à part et le même montage est utilisé pour les trois axes.

La figure 5.2 montre le montage pour l'axe X où le système est fixé sur la table pour sollicitations horizontales. Pour vibrer selon l'axe Y, la pile est tournée de 90° sur la table pour sollicitations horizontales. Finalement, pour vibrer selon l'axe Z, la pile est mise sur la table pour sollicitations verticales.

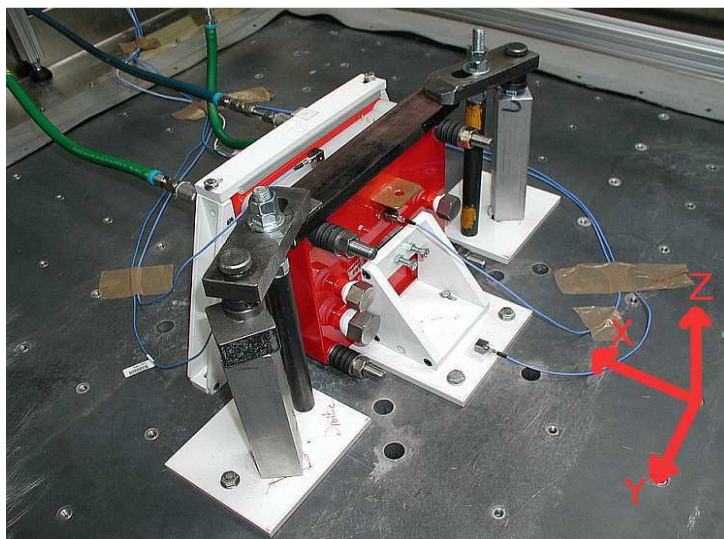


Fig. 5.2 – La configuration de la pile pour l'axe X (la table pour sollicitations horizontales).

Système

La pile à combustible *PEM* est composée de cinq cellules empilées avec une surface active de chaque membrane équivalente à 156 cm^2 . Elle peut fonctionner

à la pression atmosphérique ou à une pression plus élevée (jusqu'à 3 bar absolu approximativement).

Capteurs

Les capteurs utilisés sont des accéléromètres piézoélectriques. Outre l'accéléromètre de pilotage (contrôle) qui est collé directement sur la table à côté de la pile à combustible, les accéléromètres de mesure sont répartis sur la structure et le montage.

Les accéléromètres de mesure sont des accéléromètres mono-dimensionnels (1D) et des accéléromètres tridimensionnels (3D). Ils sont positionnés comme suit : un (3D) sur le montage, un (3D) sur le bâti, un (3D) sur la plaque bipolaire centrale en haut et deux (1D) sur la plaque bipolaire centrale à droite et à gauche de la plaque.

Les différentes positions des accéléromètres sont montrées dans la figure 5.3 et leurs différents caractéristiques sont exposées dans le tableau 5.1.

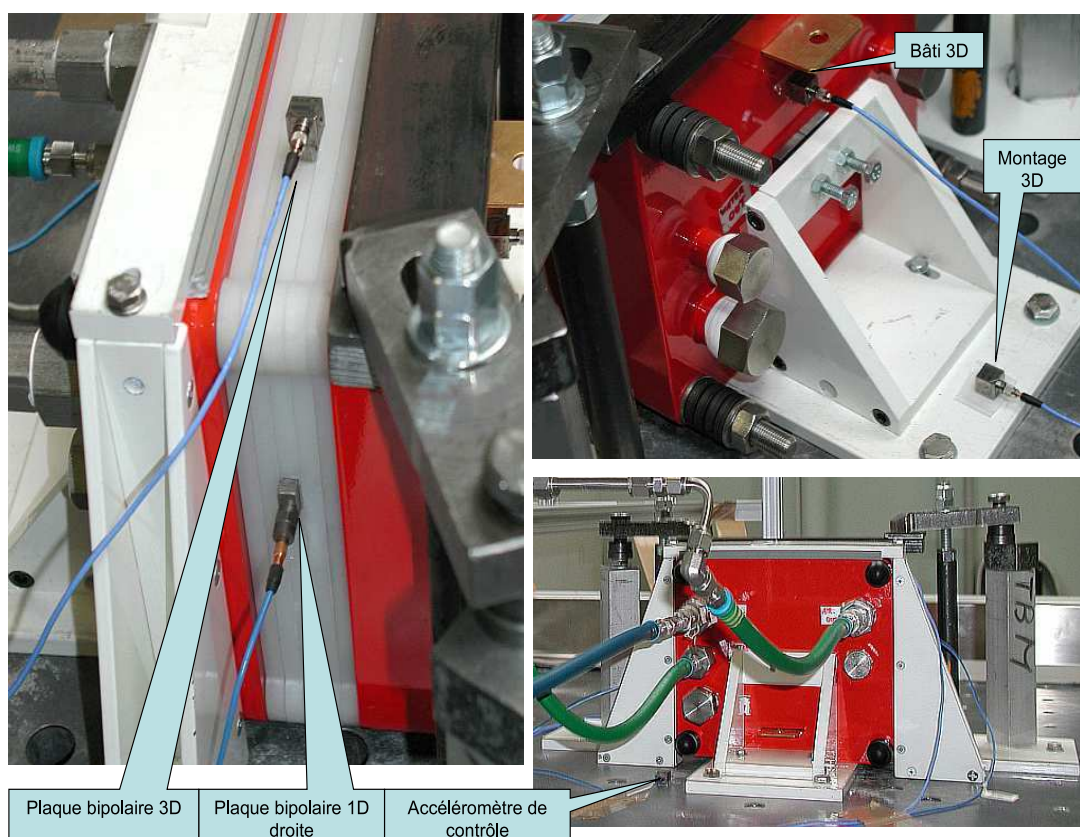


Fig. 5.3 – Les différents positions des accéléromètres.

Type	Nom	Direction	Sensibilité	Unité	Nom de série
Mesure	Montage 3D	+X	9,42	mV/g	PCB-HT356B21
Mesure	Montage 3D	+Y	10,22	mV/g	PCB-HT356B21
Mesure	Montage 3D	+Z	9,77	mV/g	PCB-HT356B21
Mesure	Plaque bipolaire 1D gauche	+Y	10,06	mV/g	PCB-M320C16
Mesure	Plaque bipolaire 1D droite	-Y	10,06	mV/g	PCB-M320C16
Mesure	Plaque bipolaire 3D	+X	10,05	mV/g	PCB-HT356B21
Mesure	Plaque bipolaire 3D	+Y	9,85	mV/g	PCB-HT356B21
Mesure	Plaque bipolaire 3D	+Z	9,69	mV/g	PCB-HT356B21
Mesure	Bâti 3D	+X	10,16	mV/g	PCB-HT356B21
Mesure	Bâti 3D	+Y	9,61	mV/g	PCB-HT356B21
Mesure	Bâti 3D	+Z	10,06	mV/g	PCB-HT356B21
Contrôle	Table	+X	98,9	mV/g	BK-4507

Tab. 5.1 – Les caractéristiques des accéléromètres pour le montage X.

Interface d'acquisition

Comme déjà expliqué dans le paragraphe 1.1.1, la plate-forme vibrante est équipée de deux systèmes d'acquisition : le système industriel et le système recherche. Les deux systèmes sont complémentaires et ont été comptés dans cette étude.

Les données acquises par le système recherche sont celles qui sont utilisées dans le processus d'identification car il offre deux avantages : accès aux données temporelles brutes non filtrés et changement de la fréquence d'échantillonnage en temps réel ce qui permet d'avoir un nombre de points optimum durant les acquisitions du type sinus balayé.

Profils et types des essais

La pile à combustible est vibrée suivant les trois axes mais chaque axe séparément.

Les profils des essais sont déterminés par trois paramètres : le type de l'avion, la catégorie et la position de la pile dans l'avion.

La pile sera placée dans la pointe arrière de l'avion et elle est caractérisée par *AIRBUS (DO-160D)* comme un équipement de catégorie R (*Robust Vibration*). Ainsi, chaque axe est vibré suivant la courbe *W* de la procédure de test sinus balayé correspondante à la catégorie R.

Les profils des essais (la courbe *W*) sont montrés figure 5.4.

La courbe *W* débute avec une fréquence de 6Hz, une amplitude d'accélération de 1g et une amplitude de déplacement (crête-crête) de 2,54mm et finit avec une fréquence de 2kHz, une amplitude d'accélération de 20g et une amplitude de déplacement (crête-crête) de 0,00254mm.

Pour chacun des trois axes, le premier essai est un sinus balayé avec une ampli-

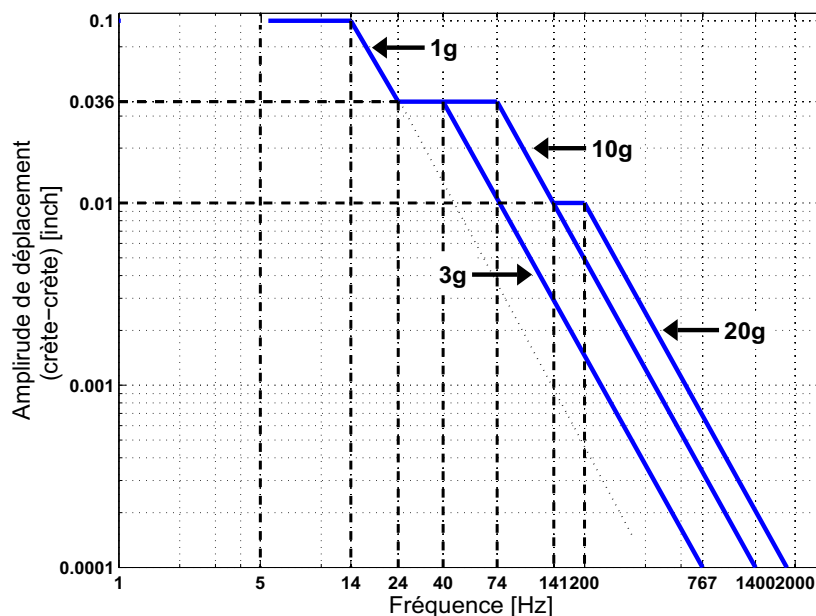


Fig. 5.4 – La courbe W pour les essais vibratoires de catégorie R.

tude d'accélération équivalente à 1g et une bande de fréquence qui varie de 6Hz à 442Hz (la valeur 442Hz est l'intersection sur la courbe W entre la droite inclinée qui correspond à une amplitude d'accélération égale à 1g et la droite horizontale correspondante à un déplacement crête-crête égale à 0,00254mm ou 0,0001inch). Ensuite pendant l'essai suivant, l'amplitude de accélération est augmentée de 1g et ainsi de suite jusqu'à atteindre une accélération de 20g.

La bande de fréquence de chaque essai augmente avec l'augmentation de la valeur de l'amplitude de l'excitation en g. Le type de balayage est logarithmique et la vitesse de balayage est 1octave/minute.

Chaque essai contient deux balayages : le premier part de 6Hz jusqu'à la fréquence maximale et le deuxième part de la fréquence maximale jusqu'à 6Hz.

Un court test préliminaire de faible amplitude est réalisé avant et après chaque essai pour s'assurer du bon fonctionnement de l'installation. Les fixations du montage sont aussi vérifiées.

La durée de chaque essai varie entre 10 et 20 minutes, elle dépend de la vitesse de balayage et de la largeur de la bande de fréquence investiguée.

Conditions générales des essais

Pour les avions, il existe trois catégories pour la température et l'altitude des essais.

La sélection de la température et de la catégorie de l'altitude dépend de la position

du système dans l'avion, de l'altitude maximale d'opération de l'avion et si le système est prévu ou non de fonctionner dans un environnement avec une température et/ou une pression contrôlées.

Le système pile à combustible sera installé dans la pointe arrière de l'avion dans un environnement qui n'est pas sous pression et qui n'a pas une température contrôlée. Ainsi, la catégorie de la pile est identifiée par *AIRBUS* comme catégorie D2 [20].

Pour cette catégorie, les conditions des essais sont les conditions ambiantes :

- La température : elle peut varier entre $+15^{\circ}\text{C}$ et $+35^{\circ}\text{C}$.
- L'humidité relative : elle doit être $< 85\%$.
- La pression ambiante : elle peut varier entre 84kPa et 107kPa, ce qui correspond à une pression d'altitude de +5000 à - 1500 pied.

Les tolérances sur les conditions des essais sont :

- Température : $+/- 2^{\circ}\text{C}$.
- Altitude : $+/- 5\%$ de la pression spécifiée.

Réalisation des essais

Les essais qui ont pu être réalisés sont les essais de 1g à 9g pour les axes X et Y et les essais de 1g à 12g pour l'axe Z.

Les essais n'ont pas pu être continuer pour atteindre 20g à cause d'une fréquence propre de la table vibrante pour les sollicitations horizontales aux alentours de 700 Hz et celle des sollicitations verticales aux alentours de 500Hz.

L'effet de ces fréquences propres augmente avec l'amplitude de l'excitation. Le logiciel de pilotage contient une procédure de sécurité qui arrête le pot vibrant si de grandes amplitudes sont mesurées par les capteurs de mesure.

Interprétation des mesures

Dans le cadre de l'interprétation des mesures, deux analyses préliminaires ont été faites : l'une concerne les accéléromètres de mesure et l'autre concerne les capteurs des pressions et le débitmètre massique.

1. Une première analyse consiste à regarder les spectres des mesures des accéléromètres. Ces spectres sont directement fournis par le système industriel.

La figure 5.5 montre les spectres des mesures des deux accéléromètres (1D) droite et gauche et de l'accéléromètre (3D) de la plaque bipolaire pour l'essai correspondant à une excitation de 5g suivant l'axe Y.

La figure 5.6 montre les spectres des mesures de l'accéléromètre (3D) fixé sur le bâti de la pile pour le même essai.

La fréquence propre de la table vers 700Hz est observée dans les deux figures. Des remarques supplémentaires peuvent être tirées à partir des figures 5.5 et 5.6 :

- En vibrant la pile selon la direction Y, des fréquences de résonances sont observées selon l'axe Z et surtout X en plus de l'axe Y sur les accéléromètres

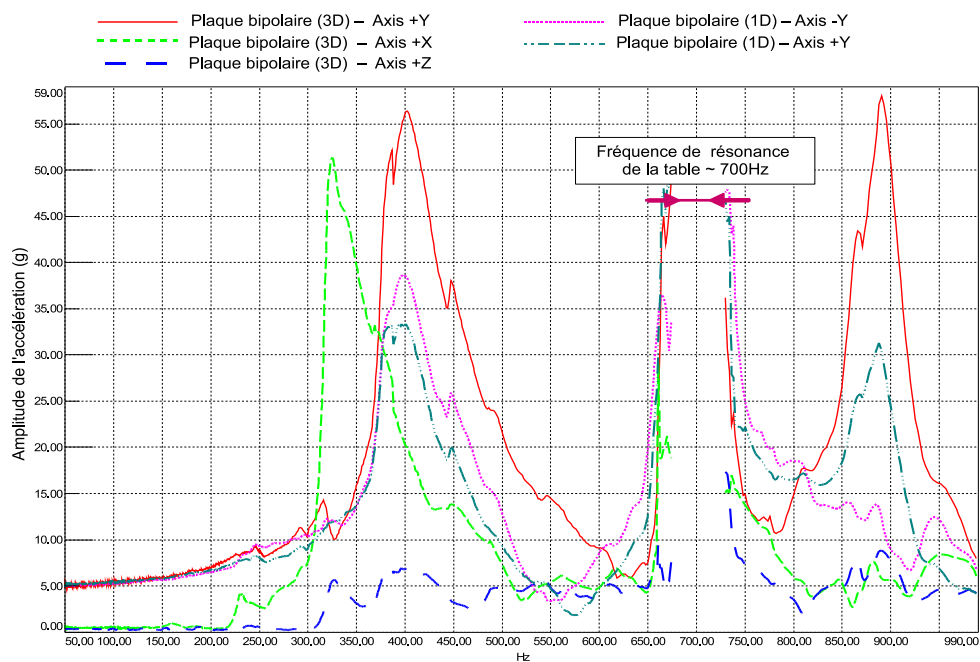


Fig. 5.5 – Les spectres des mesures des accéléromètres sur la plaque bipolaire centrale pour l'essai de 5g selon l'axe Y.

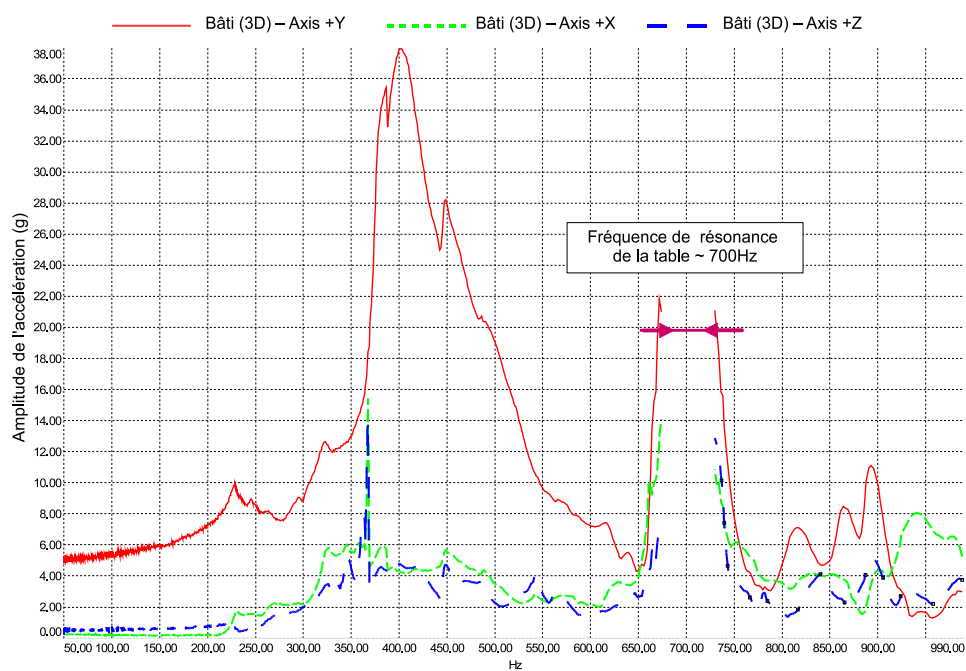


Fig. 5.6 – Les spectres des mesures de l'accéléromètre du bâti(3D) pour l'essai de 5g selon l'axe Y.

fixés sur le bâti et la plaque bipolaire. Ceci veut dire que les mesures dans les trois directions sont corrélées.

- Si nous considérons la fréquence de résonance au alentour de 880Hz mesurée par les trois accéléromètres fixés sur la plaque bipolaire centrale (voir figure 5.5). Les deux accéléromètres (1D) mesurent selon le même axe que l'excitation qui est l'axe Y. Si nous comparons leurs mesures par rapport à celle de la voie Y de l'accéléromètre (3D), nous remarquons que les trois accéléromètres voient la fréquence propre mais à des amplitudes différentes, ce qui veut dire que ce mode n'est pas un mode rigide et qu'il y a une déformation de la plaque.
- Si nous comparons la voie Y de l'accéléromètre (3D) de la plaque bipolaire (voir figure 5.5) et celle de l'accéléromètre (3D) du bâti (voir figure 5.6) qui sont sur le même niveau par rapport à l'axe Y, nous remarquons que tout les deux voient la fréquence de résonance à 880Hz mais l'amplitude du spectre est beaucoup plus grande pour la plaque bipolaire (un rapport de 5,24) ce qui veut dire qu'il y a une plasticité non négligeable entre la plaque et le bâti.

2. Une deuxième analyse concerne les signaux temporels des trois capteurs de pression et du débitmètre massique. L'analyse de ces signaux montre qu'il n'y a pas eu d'augmentation de pression ni dans le compartiment cathodique ni dans le circuit de refroidissement.

La cathode reste toute la durée des essais à la pression ambiante, ainsi nous pouvons déduire qu'il n'y pas eu d'augmentation de pression résultant d'une fissure dans une membrane ou du déplacement d'un joint.

De même la valeur de la pression dans le circuit de refroidissement (pression ambiante) reste constante durant toute la durée des essais.

Une faible diminution de la pression dans le compartiment anodique est observée. Elle a une valeur approximative de 25mbar/heure. Cette valeur correspond à des mesures effectuées sur la pile dans des moments où il n'y avait pas d'essais vibratoires. Cette faible fuite peut être expliquée par une fuite du compartiment anodique vers l'extérieur et elle est située au niveau des connexions fluidique de la pile. Un petit manque d'étanchéité dans les connections est dû à l'utilisation nécessaire de *Teflon*.

A titre d'exemple, la figure 5.7 montre l'évolution des pressions des trois compartiments et du débit d'azote mesuré par le débitmètre massique pour un essai dans l'axe Z. Des interpolations linéaires des mesures ont été affichées sur la figure pour enlever le bruit lié aux mesures. Nous ne constatons ni de diminution ni d'une augmentation soudaine de pression. Le débit d'azote est constant et proche de zéro.

Après cette interprétation des mesures, un rapport a été rédigé pour *AIRBUS* [125]. Ce rapport contient la description du banc d'essai (plate-forme, système d'acquisition, système en essai, montage, capteurs...), une description du mode opéra-

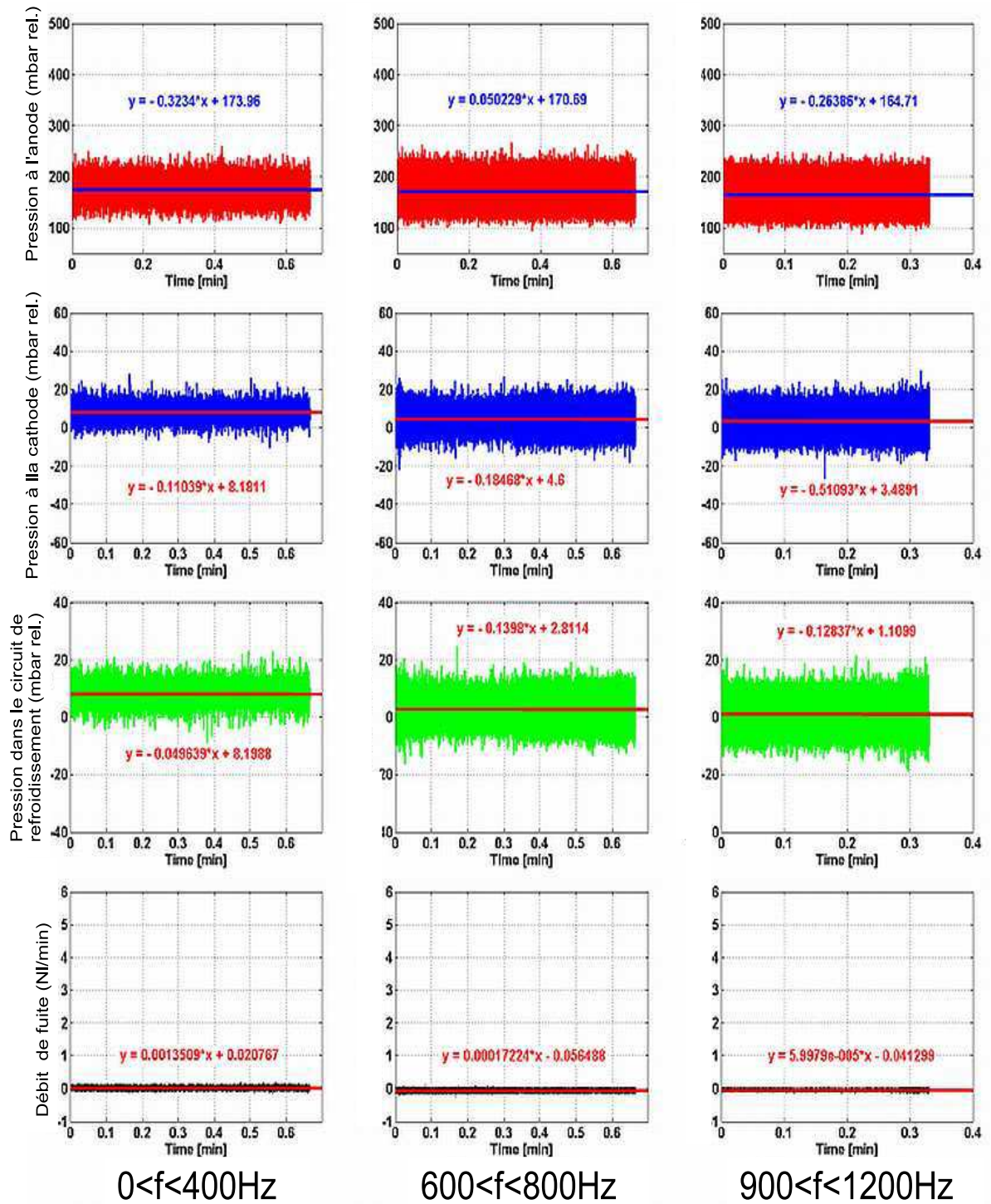


Fig. 5.7 – L'évolution des pressions et du débit durant un essai suivant l'axe Z.

toire des essais réalisées (les profils des essais, le déroulement des essais...) ainsi que les mesures et leur interprétation.

L'étape 1 de la procédure d'identification de la pile à combustible fini à ce stade. Les essais ont été réalisés conformément à la procédure d'essai. Les premières constatations sont que la pile n'a pas été endommagée. Les mesures temporelles brutes des accéléromètres de pilotage et de mesure sont accessibles. Ces données vont être utilisées à compter des étapes 2 et 3 de la procédure d'identification qui sont la caractérisation des non-linéarités et la modélisation du comportement mécanique de la pile à combustible.

5.2 Caractérisation des non-linéarités

La possibilité de caractériser les non-linéarités à partir des données expérimentales est possible et différentes méthodes ont été exposées au chapitre 3. Cette caractérisation commence par la détection des non-linéarités.

5.2.1 Détection des non-linéarités

Pour détecter s'il y a des non-linéarités, la méthode de l'hypothèse nulle est celle qui est la plus utilisée généralement. Mais nous ne pouvons pas l'appliquer sur nos données issues des essais car l'excitation est un sinus balayé et pour l'hypothèse nulle l'excitation doit être un bruit blanc Gaussien.

Nous avons donc utilisé la méthode fréquentielle du premier ordre en affichant les spectres des mesures dans une même bande de fréquence mais avec des amplitudes d'excitations différentes.

La figure 5.8 montre la comparaison des spectres des mesures de la voie en direction de l'axe Z du capteur (3D) sur la plaque bipolaire centrale pour des excitations du type sinus balayé selon l'axe Y qui ont des amplitudes de 4g, 5g et 6g respectivement. La bande de fréquence de l'excitation du sinus balayé est entre 342Hz et 352Hz. La fréquence d'échantillonnage est égale à 4000Hz.

La comparaison des spectres a suscité les remarques suivantes :

- La présence des modes où les valeurs des fréquences propres varient avec l'amplitude de l'excitation ou des modes où les valeurs des fréquences propres ne sont pas proportionnelles à l'amplitude de l'excitation. Par exemple la fréquence de résonance entre 690 et 700Hz (première harmonique de la fréquence 1), l'amplitude de la fréquence pour 5g est supérieure à celle pour 6g. C'est un comportement dû à la présence d'une non-linéarité.
- La présence de composantes fréquentielles additionnelles dans les mesures des réponses autres que les fréquences d'excitation.

Ces fréquences additionnelles, qui sont connues sous le nom de distorsion har-

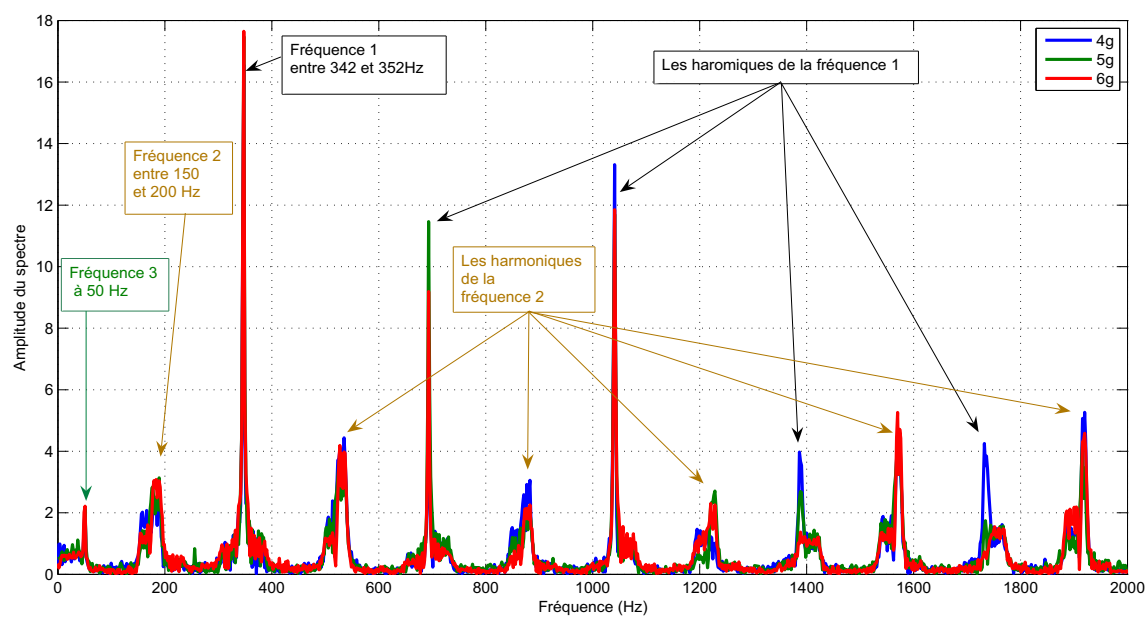


Fig. 5.8 – Les spectres des mesures en direction de Z pour des excitations selon Y pour les amplitudes de 4g, 5g et 6g.

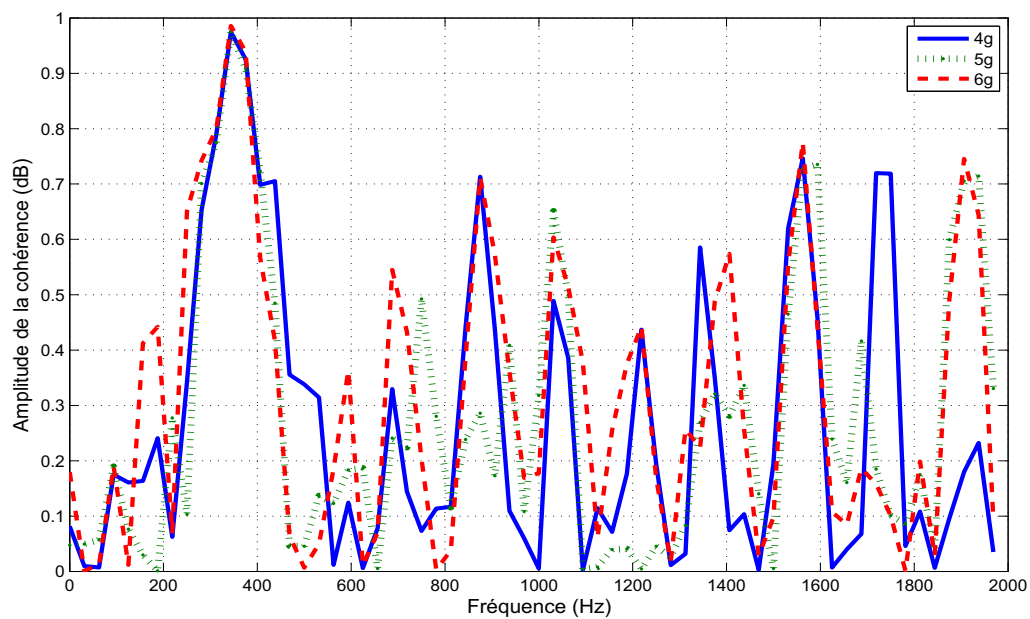


Fig. 5.9 – Les fonctions de cohérences pour les mesures selon Z pour des excitations selon Y pour les amplitudes de 4g, 5g et 6g.

monique, sont des combinaisons de fréquences présentes dans les non-linéarités polynomiales comme $x^2(t)$ et $x^3(t)$.

Par exemple dans le cas de la présence d'une non-linéarité quadratique ($x^2(t)$), si un système est excité dans la plage de deux fréquences propres w_1 et w_2 , la réponse contiendra des composantes fréquentielles additionnelles comme $2w_1$, $2w_2$, $w_1 - w_2$ et $w_1 + w_2$.

En effet, l'excitation interagit avec une force de rappel interne non-linéaire (qui contient les sous-harmoniques et les sur-harmoniques) du système sous-jacent pour produire la réponse finale [14].

Dans le cas des spectres de la figure 5.8, l'excitation est un sinus qui balaye la fréquence entre 342 et 352Hz.

La réponse du système est une fréquence propre w entre 342 et 352Hz (comportement linéaire) et des fréquences propres qui sont situées à un rapport $2w$, $3w$, $4w$ et $5w$ (comportement non-linéaire).

De plus les non-linéarités (polynomiales ou non-polynomiales) dans un système à plusieurs degrés de liberté entraînent une réaction entre les différents modes propres du système, ce qui engendre des composantes fréquentielles à des fréquences non modales [56]. Ainsi, l'excitation de la structure dans un interval de fréquence entraîne une réponse et surtout des fréquences propres dans d'autres bandes de fréquences.

Dans la figure 5.8, il y a apparition d'une fréquence propre en dehors des fréquences d'excitations (entre 150 et 200Hz) ainsi que ses harmoniques.

- La présence des fréquences propres qui se divisent en deux fréquences propres voisines et le transfert d'énergie entre les deux. Si nous examinons la fréquence 2 qui se trouve entre 150 et 200 Hz, elle semble coupée en deux parties, une petite et une grande. L'amplitude de la petite fréquence propre pour une excitation de 4g est supérieure à celle pour 6g par exemple. L'explication peut être un transfert d'énergie éventuel entre les deux fréquences de résonances.
- Une fréquence supplémentaire apparaît à 50Hz mais cette fréquence est propre à l'alimentation électrique de la plate-forme et sa source n'est pas une non-linéarité du système.

Les fonctions de cohérences ont été calculées pour les mêmes mesures utilisées pour calculer les spectres de la figure 5.8, le résultat est affiché dans la figure 5.9.

Les valeurs des fonctions de cohérences sont proches de 1 au alentour de la fréquence d'excitation entre 342 et 352Hz, par contre elles sont faibles ailleurs et présentent des pics notamment aux alentours des fréquences proches des modes propres observés dans la figure 5.8.

Une attention doit être faite au bruit de la mesure qui peut causer aussi des chutes des valeurs des fonctions de cohérences. Pour cela, les signaux ont été filtrés avec un filtre médian (voir paragraphe 2.9) avant le calcul des fonctions de cohérence.

C'est un filtre qui permet de réduire le bruit notamment pour les systèmes non-linéaires.

Le fait que les pics des cohérences correspondent aux pics des spectres prouve que

les chutes sont dues à une ou plusieurs non-linéarités qui se manifestent dans ces fréquences de résonance. Ceci ne veut pas dire que les chutes de la cohérence en dehors de ces fréquences propres ne sont pas dues à la présence d'un bruit de mesure car ce dernier n'est jamais complètement éliminé.

Des remarques similaires sont observées en analysant les réponses selon Y et Z pour une excitation selon Y, ainsi que pour les réponses selon X, Y et Z pour des excitations selon X et Z.

Ces remarques nous ont poussé à étudier plus attentivement les fréquences propres des spectres de la figure 5.8 afin d'essayer de déterminer les types des non-linéarités présentes.

5.2.2 Détermination des types des non-linéarités

Deux méthodes ont été appliquées simultanément sur des mesures acquises des essais pour essayer de savoir les types des non-linéarités présentes.

Ces deux méthodes sont le *Recurrence plot* et le *Return plot* (voir paragraphe 3.3.1). Ce sont des méthodes qualitatives qui donnent le résultat sous forme de graphes. La comparaison de ces graphes avec la bibliothèque de graphes que nous avons développée pour plusieurs types de non-linéarités va nous guider dans le choix du ou des types des non-linéarités présentes dans la pile. Cette bibliothèque est présentée dans l'annexe D [Annexe D : Bibliothèque des non-linéarités].

Nous avons choisi les réponses suivant les axes X, Y et Z de l'accéléromètre (3D) qui est fixé sur la plaque bipolaire centrale pour une excitation de type sinus balayé selon Y avec une amplitude de 6g.

Les signaux temporels choisis sont montrés figure 5.10 (cas (1), (2) et (3)). Pour chacun de ces trois signaux temporels, 4000 points sont choisis. Ces points correspondent au temps entre 18 et 19s et à une excitation de type sinus balayé entre 342 et 352Hz.

Les spectres des trois signaux choisis (selon X, Y et Z) sont calculés et sont montrés figure 5.10 (cas (4) et (5)). Dans les spectres, il existe plusieurs modes propres. Ces modes propres sont les mêmes pour les trois axes mais nous notons des différences dans les amplitudes.

Ainsi, avant d'appliquer les méthodes qualitatives sur ces trois signaux, il faut bien filtrer et séparer les différents modes propres présents dans les spectres. Pour cela les signaux temporels choisis sont filtrés comme suit :

- Fréquence 1, qui aussi la fréquence de l'excitation entre 342 et 352Hz (figure 5.10, cas (6)).
- Fréquence 2, entre 150 et 200Hz. La fréquence 2 est divisée en deux petites fréquences, une entre 150 et 175Hz et l'autre entre 175 et 200Hz (figure 5.10, cas (7)).

- Fréquence 3, entre 46 et 53Hz (figure 5.10, cas (8)).
- Harmonique de la fréquence 1, entre 688 et 698Hz (figure 5.10, cas (9)).
- Harmonique de la fréquence 2, entre 495 et 543Hz (figure 5.10, cas (10)).
- Partie constante sans fréquence propre, entre 400 et 430 Hz.

Le type de filtre utilisé à chaque fois est un filtre fréquentiel passe-bande. Le résultat du filtrage est 6 signaux temporels (6 cas) pour chaque axe et les méthodes de caractérisation sont appliquées pour chaque signal.

Avant de commencer l'analyse, les *Recurrence plots* et les *Return plots* sont calculés pour la fréquence 1 du signal mesuré selon Z pour des excitations selon Y d'amplitudes 4g, 5g et 6g respectivement.

La figure 5.11 montre les résultats et nous pouvons remarquer que les signatures suivant les différentes amplitudes sont presque équivalentes. Pour cela nous allons montrer seulement les résultats de l'analyse des mesures du capteur (3D) sur la plaque bipolaire centrale pour une seule amplitude d'excitation de 6g selon l'axe Y entre 342 et 352Hz.

Résultats de la méthode *Recurrence Plot*

La figure 5.12 montre le résultat pour la mesure selon l'axe Z pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g entre 342 et 352Hz.

Les *Recurrence Plots* sont respectivement ceux de la fréquence 1, fréquence 2, fréquence 3, harmonique de la fréquence 1, harmonique de la fréquence 2 et la partie constante.

La figure 5.13 montre le résultat pour la mesure selon l'axe Y pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

La figure 5.14 montre le résultat pour la mesure selon l'axe X pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

Résultats de la méthode *Return plot*

La figure 5.15 montre le résultat pour la mesure selon Z de l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g entre 342 et 352Hz.

Les *Return Plots* sont respectivement ceux de la fréquence 1, fréquence 2, fréquence 3, harmonique de la fréquence 1, harmonique de la fréquence 2 et une partie constante.

La figure 5.16 montre le résultat pour la mesure selon Y pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

La figure 5.17 montre le résultat pour la mesure selon X pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

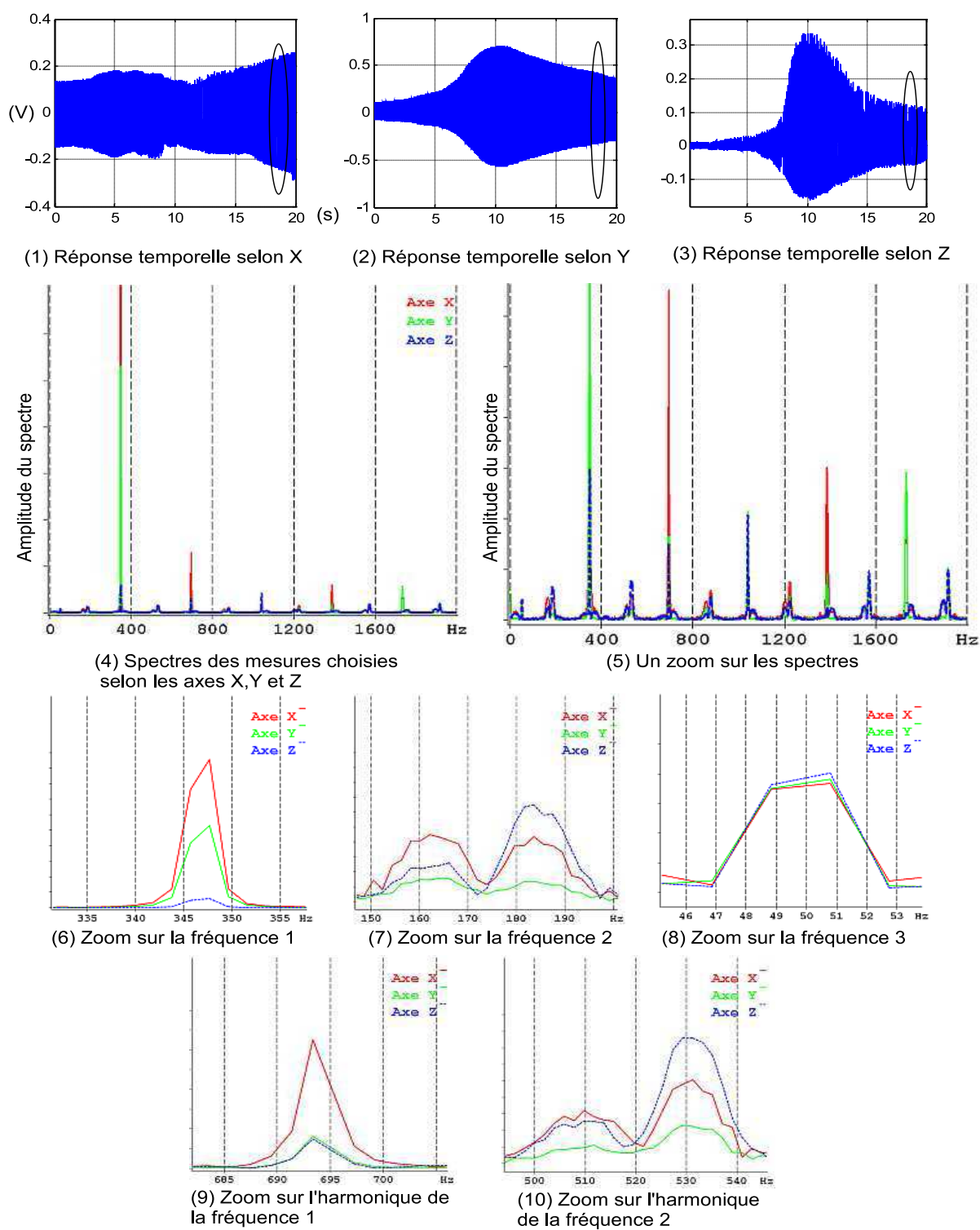


Fig. 5.10 – Les spectres des mesures selon X, Y et Z de l'accéléromètre (3D) sur la plaque bipolaire centrale pour une excitation de type sinus balayé selon Y avec une amplitude de 6g et une gamme de fréquence allant de 342 à 352 Hz.

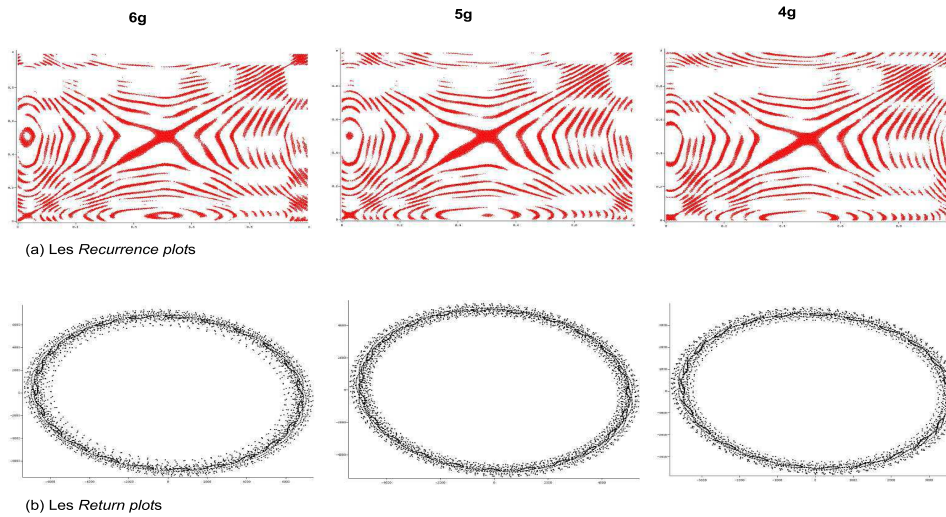


Fig. 5.11 – Les *Recurrence plots* et les *Return plots* pour la fréquence 1 de la mesure selon Z pour des excitations selon Y avec des amplitudes d'excitations différentes (4g, 5g et 6g)

Comparaison des résultats avec la bibliothèque

Les signatures se trouvant dans les figures 5.12, 5.13, 5.14, 5.15, 5.16 et 5.17 sont comparées à des signatures de différents types de non-linéarités se trouvant dans la bibliothèque, [43], [annexe D : Bibliothèque des non-linéarités].

Il faut savoir que le choix du type de non-linéarité n'est pas toujours évident et parfois subjectif pour plusieurs raisons :

- Il y a souvent un couplage de plusieurs types de non-linéarités et le résultat final n'est pas toujours la somme des graphes des non-linéarités en question.
- Deux signatures de deux non-linéarités différentes peuvent être très proches dans certains régimes.
- Le type de non-linéarité en question ne figure pas dans la bibliothèque. Le caractère très individuelle des non-linéarités fait qu'une bibliothèque ne peut jamais englober tous les types des non-linéarités.

La comparaison est montrée figure 5.18 pour les *Recurrence plot* et 5.19 pour les *Return plot*.

Sachant que *Lugre*, *Stribeck*, *Dynamique* et *Coulomb* sont des modèles de frottement sec (voir le paragraphe suivant), deux types de non-linéarités sont déduites des comparaisons : une non-linéarité due au frottement sec, c'est la plus observée et

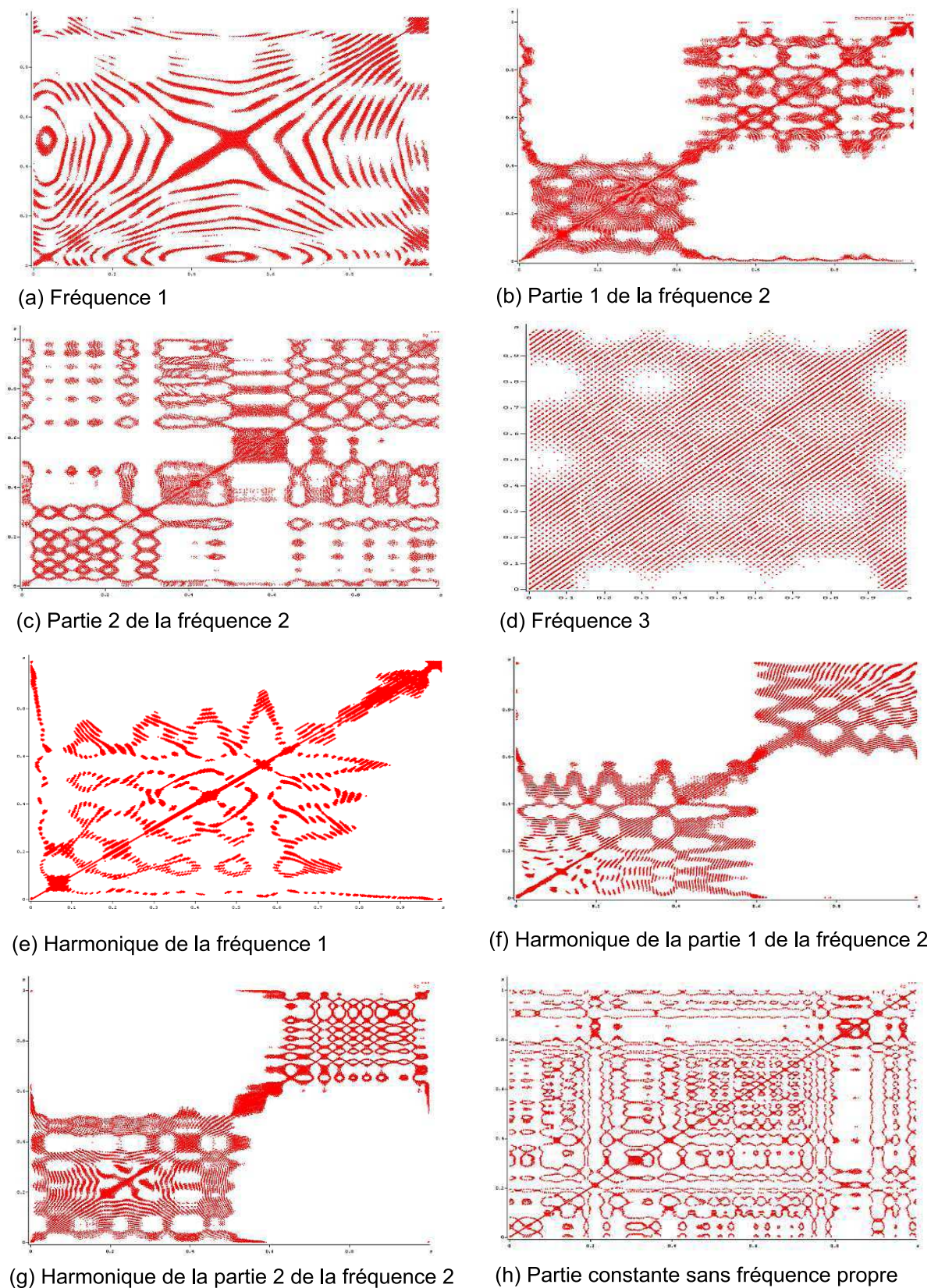


Fig. 5.12 – Les *Recurrence plots* pour la réponse selon Z pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

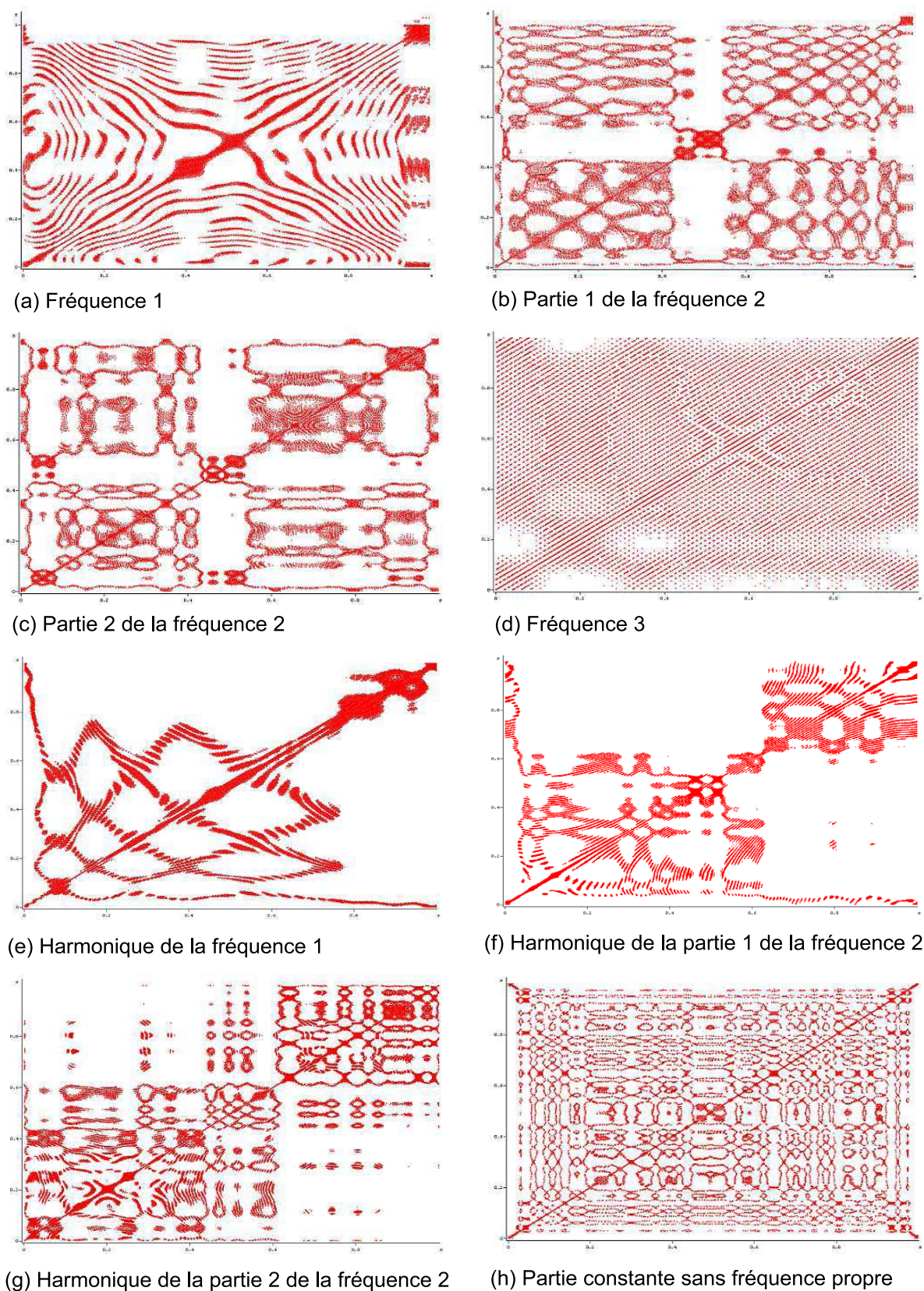


Fig. 5.13 – Les *Recurrence plots* pour la réponse selon Y pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

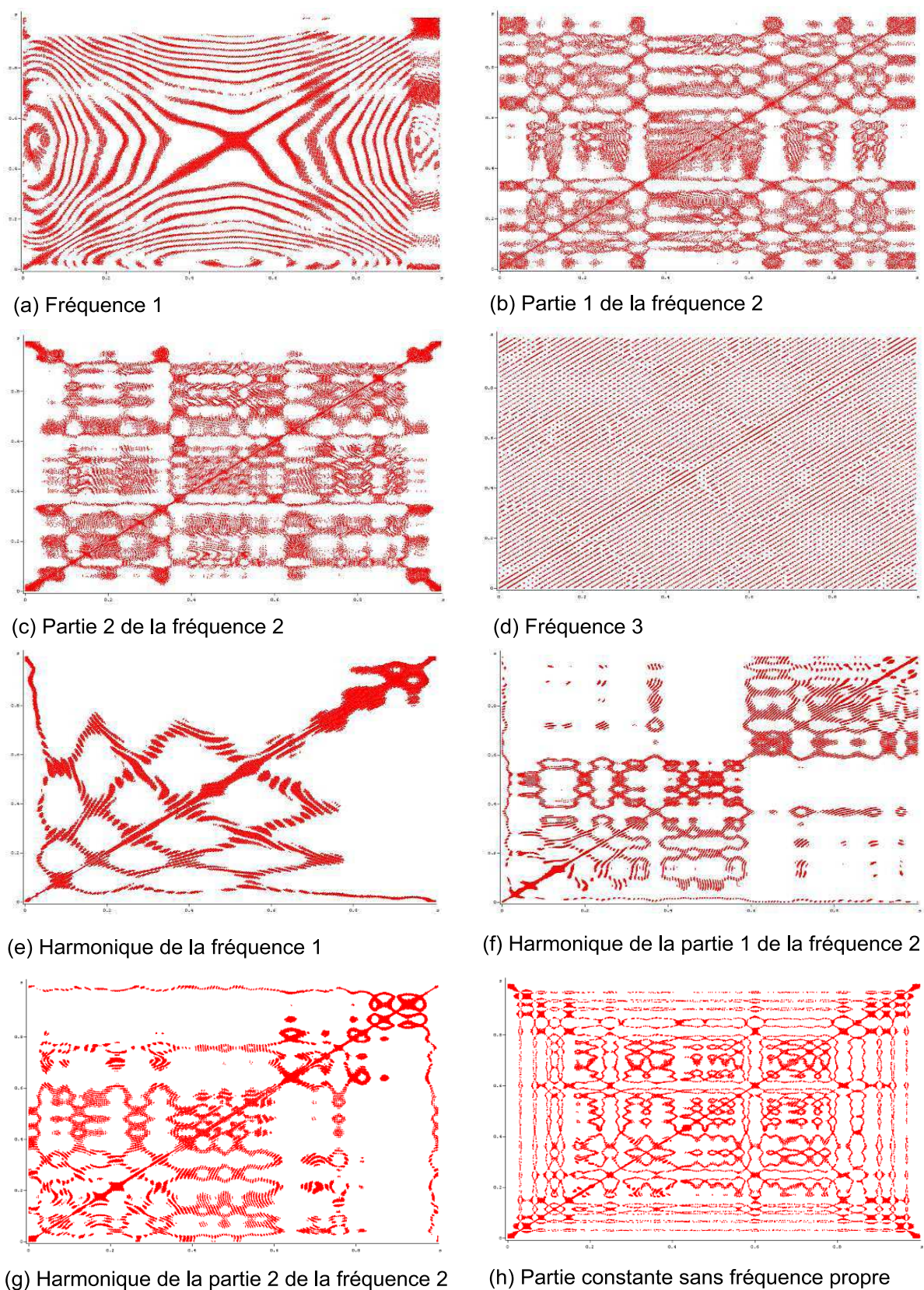


Fig. 5.14 – Les *Recurrence plots* pour la réponse selon X pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

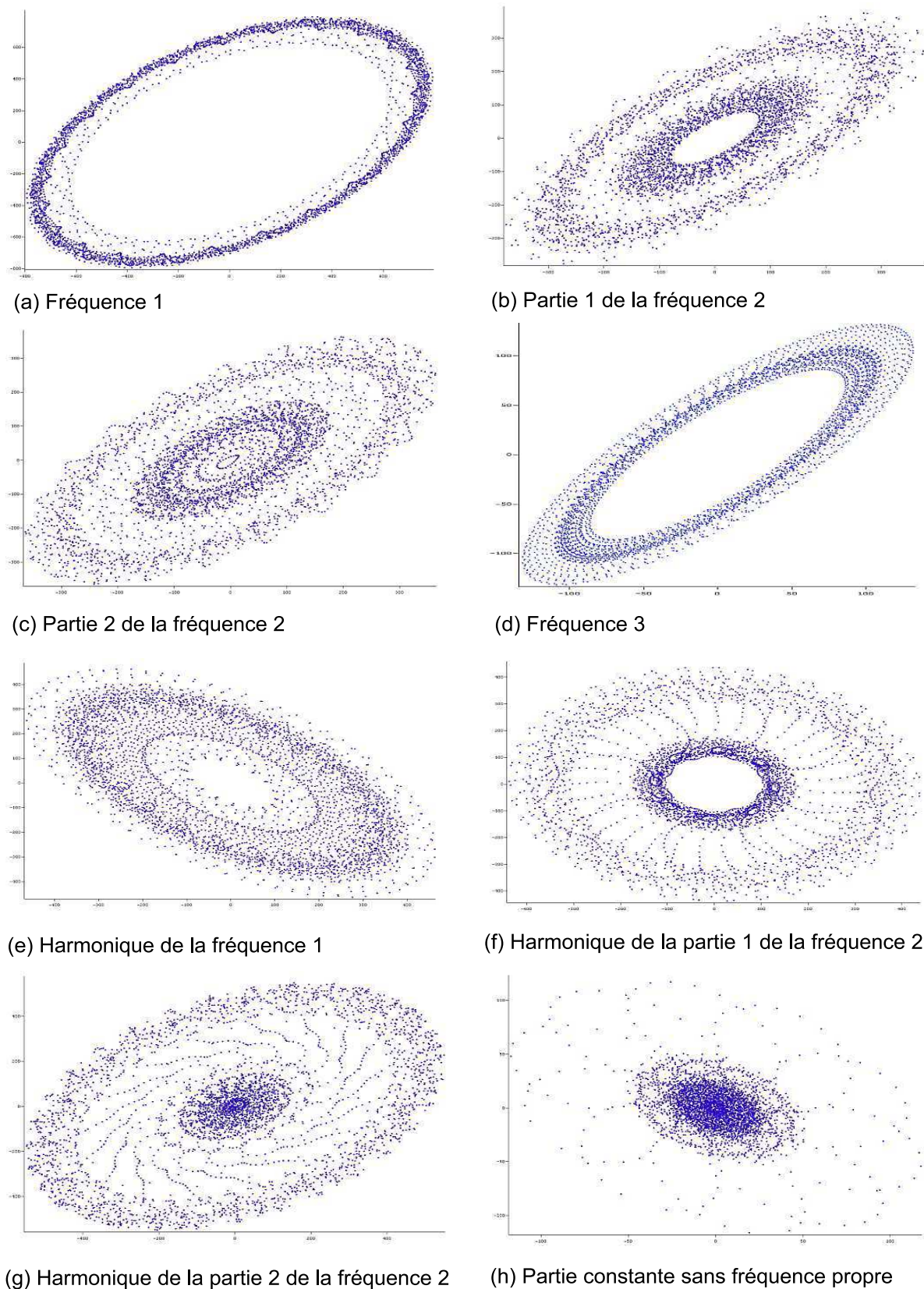


Fig. 5.15 – Les *Return plots* pour la mesure selon Z pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

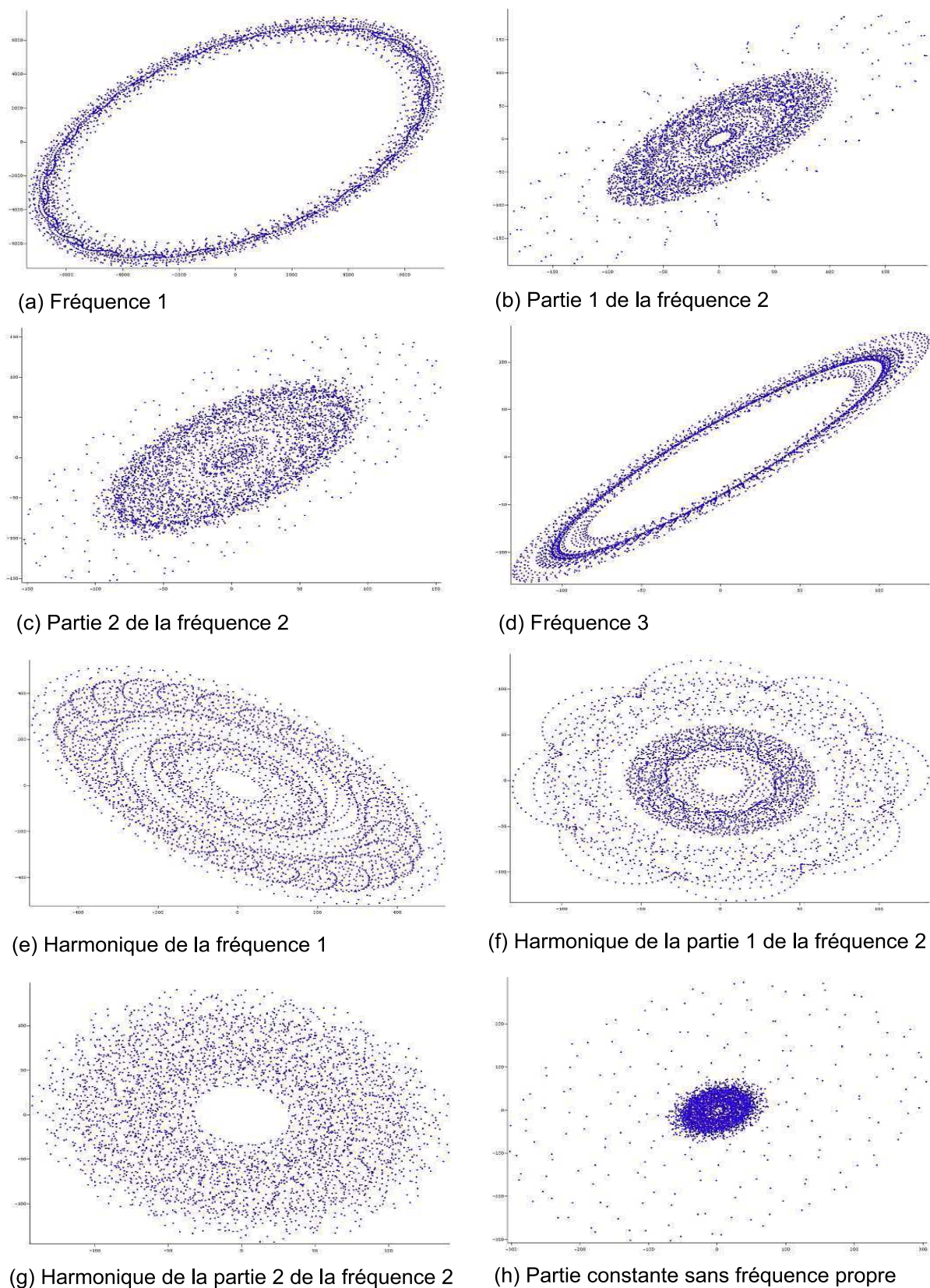
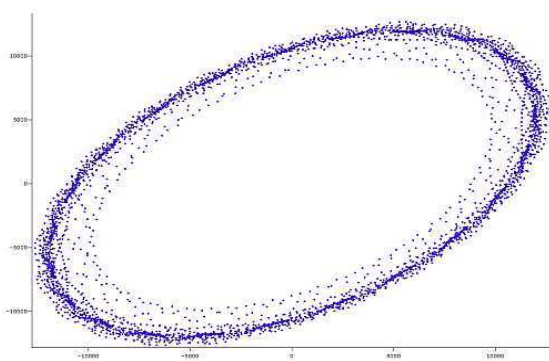
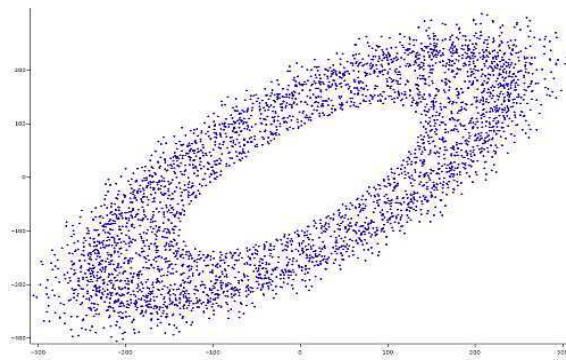


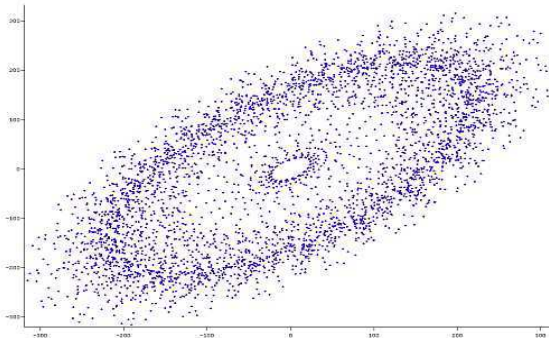
Fig. 5.16 – Les *Return plots* pour la mesure selon Y pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.



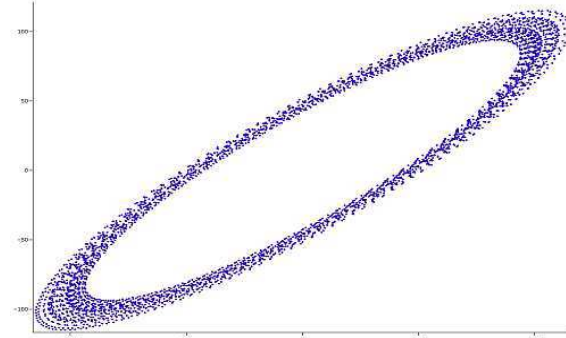
(a) Fréquence 1



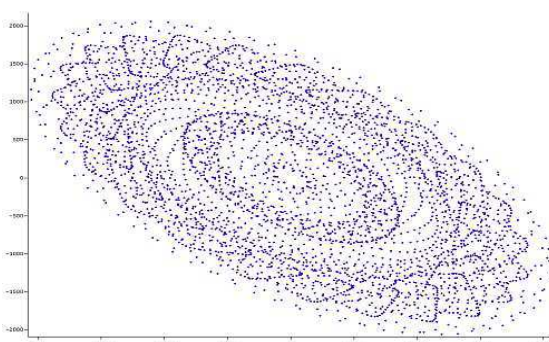
(b) Partie 1 de la fréquence 2



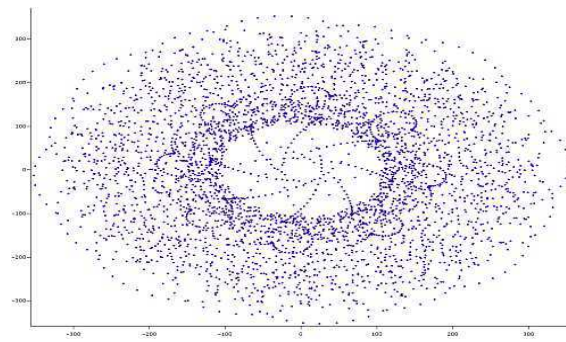
(c) Partie 2 de la fréquence 2



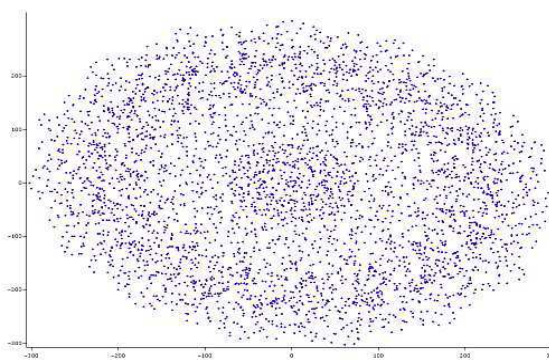
(d) Fréquence 3



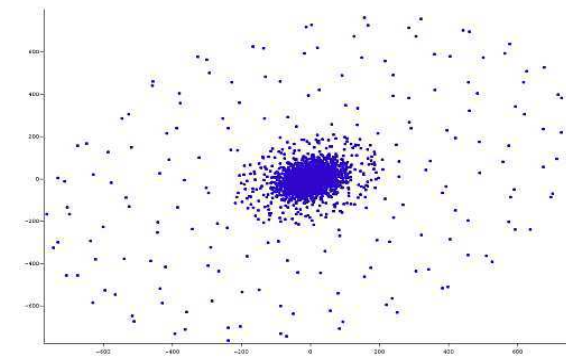
(e) Harmonique de la fréquence 1



(f) Harmonique de la partie 1 de la fréquence 2



(g) Harmonique de la partie 2 de la fréquence 2



(h) Partie constante sans fréquence propre

Fig. 5.17 – Les *Return plots* pour la mesure selon X pour l'excitation selon Y avec une amplitude de 6g.

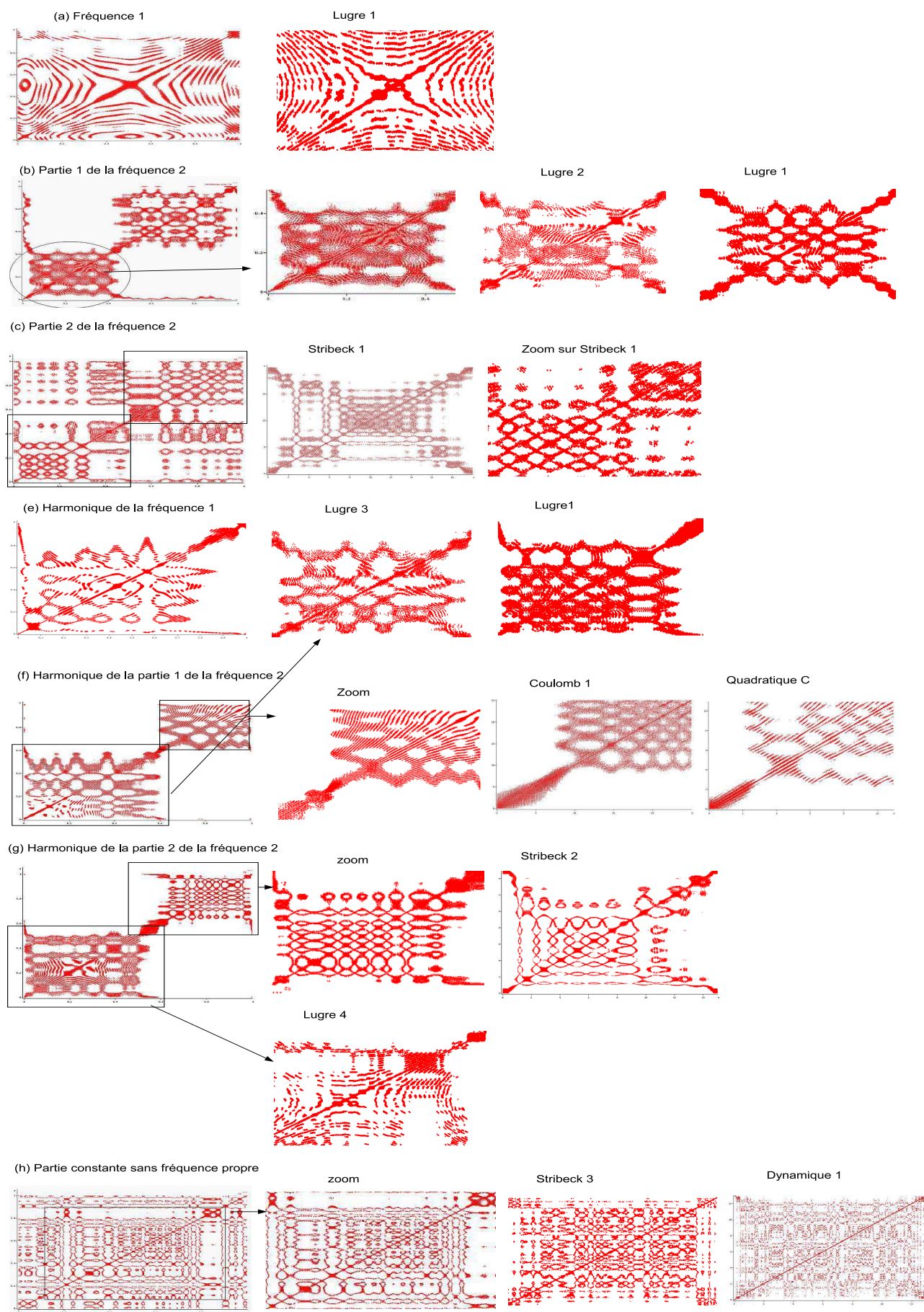


Fig. 5.18 – Comparaison des signatures des *Recurrence plots* des mesures de la pile et des modèles de frottement.

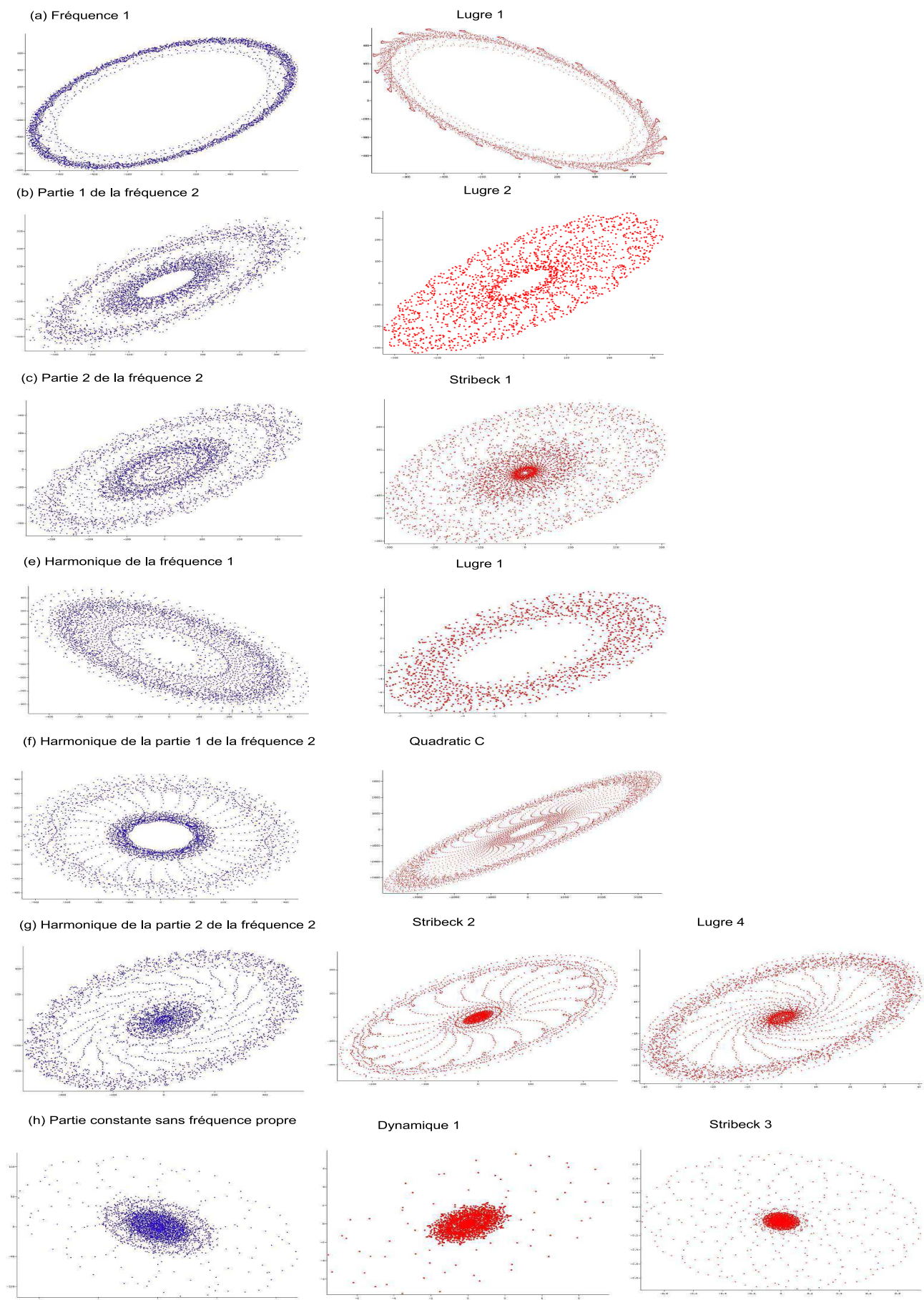


Fig. 5.19 – Comparaison des signatures des *Return plots* des mesures de la pile et des modèles de frottement.

la plus pertinente et peut être une non-linéarité quadratique de l'amortissement.

La signature du frottement sec est présente dans tous les modes propres des spectres des mesures selon X, Y et Z de la figure 5.10, celle de la non-linéarité quadratique de l'amortissement ($ma + cv^2 + kx = excitation$, avec $m=10$ kg, $K=10\,000$ N/m et $C=50\,N \cdot (s/m)^2$) apparaît dans l'harmonique de la première partie de la fréquence 2 de la mesure selon Z.

D'autres types de non-linéarités peuvent être présentes mais noyées dans la signature du frottement sec qui est la plus importante et apparente dans les mesures selon les trois axes. Ainsi nous pouvons déduire que le frottement est la non-linéarité qui pèse le plus dans le comportement dynamique de la pile.

Si nous revenons à l'analyse préliminaire des non-linéarités qui a été fait dans le premier chapitre (paragraphe 1.3.5). Nous avons distingué cinq phénomènes principaux : le phénomène de serrage, le phénomène de contact, le phénomène ohmique, le phénomène de contraintes sur *AME* et le phénomène fluidique.

Le frottement sec peut être associé au phénomène de serrage et au phénomène de contact. En effet, le phénomène de contact entre les différentes plaques bipolaires et entre les plaques bipolaires, les *GDLs* et les *AMEs* et la force de ce contact qui est réglée par le serrage des boulons influence le type et l'intensité du frottement entre les différents composants de la pile.

Les phénomènes ohmique, fluidique et le phénomène de contraintes sur *AME* ne sont pas des phénomènes purement mécaniques. Pour étudier l'influence des vibrations sur ces phénomènes et inversement, il faudrait d'autres types de capteurs. Ces derniers peuvent mesurer par exemple l'électricité produite par la pile pour le phénomène ohmique et le phénomène de contraintes sur *AME* et les températures des gaz et de l'eau de refroidissement pour le phénomène fluidique. Pour cela, nous ne pouvons pas analyser ces trois phénomènes avec les données présentes.

Des signatures similaires sont observées en analysant les réponses pour des excitations selon Y pour d'autres bandes de fréquences et pour les réponses pour des excitations selon X et Z.

Comparaison des résultats des essais sur la pile avec ceux des essais sur la plaque bipolaire

Une comparaison supplémentaire est réalisée entre les signatures trouvées pour l'accéléromètre (3D) fixé sur la plaque bipolaire centrale de la pile à combustible *PEM* avec celles de l'accéléromètre fixé sur la plaque bipolaire dans les essais sur le système *plaque bipolaire* détaillé dans le chapitre 2 (paragraphe 2.3).

Pour le système *plaque bipolaire*, deux versions sont considérées : la *plaque bipolaire* seule (cas a, figure 5.20) et la *plaque bipolaire* avec les cadres (cas b, figure 5.20).

La signature des mesures de l'accéléromètre fixé sur la *plaque bipolaire* seule est plus proche de celle de l'accéléromètre fixé sur la plaque bipolaire centrale de la pile (cas c, figure 5.20) que celle de l'accéléromètre sur la *plaque bipolaire* avec les cadres.

Dans le système *plaque bipolaire* seule, le frottement sec se trouve entre la plaque bipolaire et les tirants.

Nous pouvons conclure que pour la pile à combustible testé dans le cadre du projet *CELINA*, la signature du frottement sec entre les plaques bipolaires et les tirants est la plus importante.

Frottement sec

Une petite fenêtre est ouverte pour expliquer le frottement sec puisque c'est la non-linéarité la plus pertinente dans la pile. Ce paragraphe explique aussi les différents modèles de frottement développés pour avoir les signatures du frottement observées dans les figures 5.18 et 5.19.

Le frottement sec est un phénomène qui est englobe les systèmes dont le mouvement est contrarié par un frottement. De tels systèmes sont très intéressants dans plusieurs domaines d'ingénierie surtout pour le problème de contact [57].

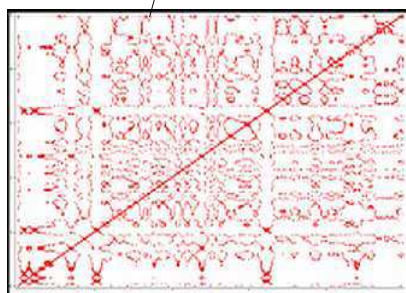
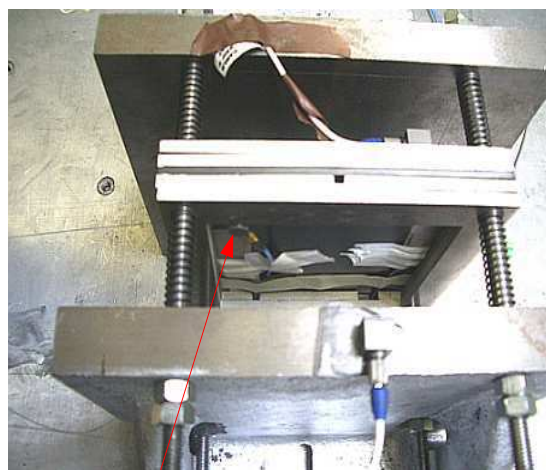
Ce problème de frottement prend une autre dimension dans les problèmes dynamiques car la direction de la vitesse de glissement peut changer très vite. Ces changements de la direction de vitesse causent des discontinuités dans la force de frottement, compliquant le processus d'évaluation de la réponse des systèmes impliquant le frottement [106].

Un problème supplémentaire est l'endommagement mécanique dû aux vibrations qui entraîne souvent un changement dans les caractéristiques non-linéaires des systèmes mécaniques ; par exemple un desserrage des boulons peut augmenter le frottement non-linéaire de Coulomb [64].

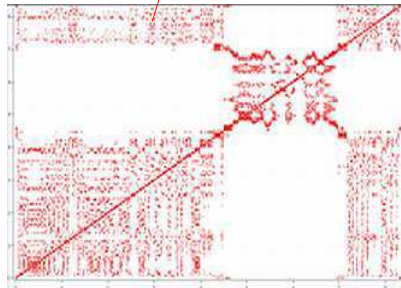
La modélisation des instabilités liées au frottement sec a été largement abordée sur des systèmes discrets tels que les systèmes masses-ressorts. Ces systèmes ont souvent servi et servent encore de *banc d'essai* à la mise au point de plusieurs modèles de frottement capables de décrire ces instabilités [109].

Un grand nombre de ces modèles concernent l'étude de la loi de *Coulomb* (coefficient de frottement constant) modifiée [120]. Une manière simple de rendre compte de ces instabilités est d'introduire un coefficient de frottement qui dépend de la vitesse du glissement et du déplacement (*Stribeck*) [79], qui reprend le principe de *Stribeck* en y ajoutant le facteur de rugosité des matériaux considérés (*Lugre*) [110] et qui dépend de l'accélération (*Dynamique*) [136].

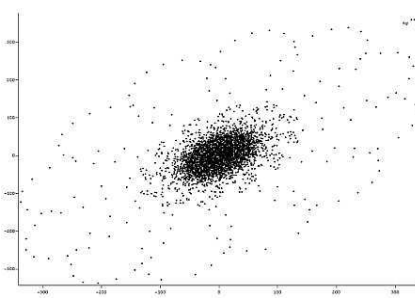
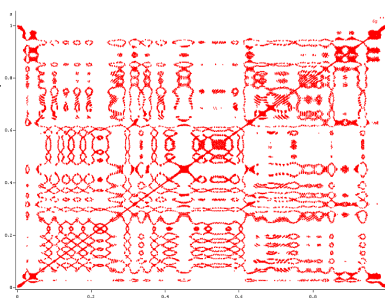
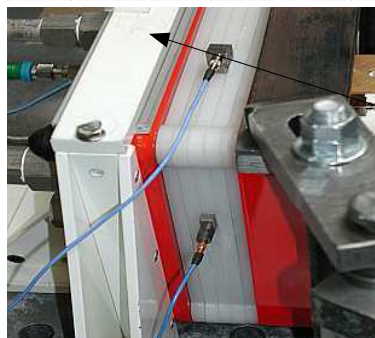
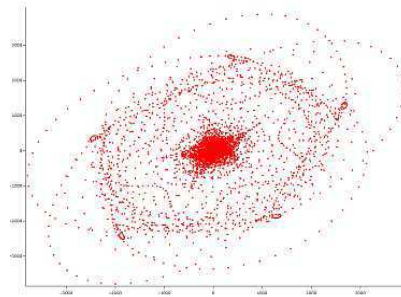
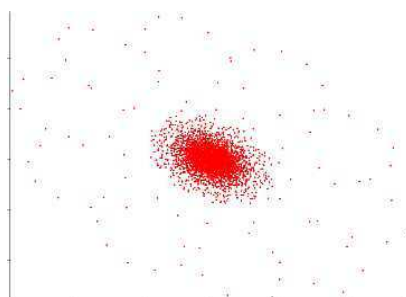
Les quatre modèles de *Coulomb*, *Stribeck*, *Lugre* et *Dynamique* sont montrés dans



Cas a:
Recurrence plot
et *Return plot*
de la mesure de
l'accéléromètre
fixé sur la plaque
bipolaire seule



Cas b:
Recurrence plot
et *Return plot*
de la mesure de
l'accéléromètre
fixé sur la
plaque bipolaire
avec les cadres



Cas c: *Recurrence plot* et *Return plot* de la mesure de l'accéléromètre 3D
selon X de la pile pour une excitation selon X (partie sans fréquence propre)

Fig. 5.20 – Comparaison des signatures des *Recurrence plots* et des *Return plots* des mesures de la pile (cas c) et des mesures de la *plaque bipolaire* avec et sans cadres (cas b et a respectivement).

la figure 5.21, voir aussi [annexe D : Bibliothèque des non-linéarités].

Les paramètres choisis pour ces modèles de frottement qui ont engendrés les signatures qui se trouvent dans la figure 5.18 sont montrés dans le tableau 5.2.

Coulomb	K(N/m)	C(Ns/m)	m(Kg)	offset(-)	gain(-)		
Coulomb1	10 000	1	10	0	10		
Stribeck	a1 (-)	a2(-)	$F_r(-)$	N(N)	k(N/m)	C(Ns/m)	m(Kg)
Stribeck 1	0,35	0,4	2	50	10 000	1	10
Stribeck 2	0,35	0,4	2	40	10 000	10	10
Stribeck 3	0,5	1	0,5	30	1 000	1	10
Lugre	σ_0 (N/m)	σ_1 (Ns/m)	σ_2 (Ns/m)	$F_c(N)$	$F_s(N)$	$V_s(m/s)$	k(N/m)
Lugre 1	50 000	0	1200	1	1,5	0,001	50 000
Lugre 2	100000	316	10	10	15	0,002	50 000
Lugre 3	100000	316	0,4	10	15	0,001	50 000
Lugre 4	50 000	0	0,8	0,4	0,5	0,001	50 000
Dynamique	$F_s(-)$	$F_d(-)$	$a_1(-)$	$a_2(-)$	N(N)	k(N/m)	m(Kg)
Dynamique1	0,3	0,25	12	0,1	50	10 000	10

Tab. 5.2 – Les paramètres des quatre modèles de frottement dans la figure 5.18, (-) veut dire sans unité.

Il faut noter que cette étape de détermination des types des non-linéarités est nécessaire pour comprendre et analyser les résultats mais elle n'est pas indispensable pour la modélisation du système mécanique par les réseaux de neurones.

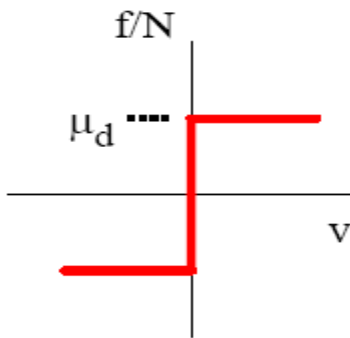
La partie indispensable pour la modélisation est la détermination de l'ordre de non-linéarité pour pouvoir déterminer le nombre de points qu'il faut prendre dans le passé comme entrées du modèle neuronale.

5.2.3 Détermination de l'ordre : les coefficients de Lipschitz

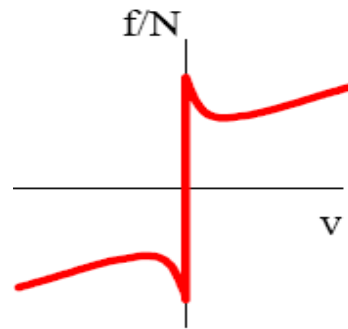
La méthode de Lipschitz a été expliquée dans le chapitre 3 (paragraphe 3.3.2). L'application de cette méthode sur les mesures des capteurs de la pile donne les résultats montrés tableau 5.3.

5.3 Modélisation par les réseaux de neurones

La modélisation par réseaux de neurones est la troisième étape de la procédure d'identification du comportement mécanique de la pile à combustible. Elle permet d'avoir un modèle temporel unique qui peut prédire le comportement mécanique de la pile à combustible selon les trois axes X, Y et Z (les trois axes ont été définis figure 5.2).



Cas a: **Coulomb**
 $f = \mu_d N \text{ sign}(v)$ avec $\mu_d = \text{cte}$



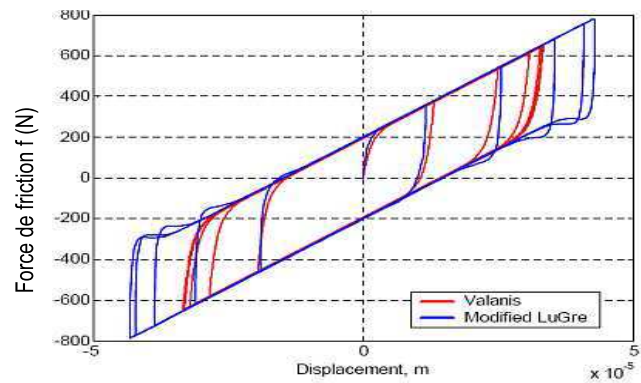
Cas b: **Stribeck**
 $f = \mu_d N \text{ sign}(v)$ avec $\mu_d = [1 + (Fr - 1) \exp(aI * x)] [1 - \exp(a2 * v)]$

Cas c: **Lugre**

$$f = \sigma_0 Z + \sigma_1 \dot{Z} + \sigma_2 v$$

$$\dot{Z} = v - Z \frac{|v|}{G(v)}$$

$$G(v) = \frac{1}{\sigma_0} \left[F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{v}{V_s}\right)^2} \right]$$



Cas d: **Dynamique**

$$f = \mu_d N \text{ sign}(v)$$

avec:

$$\mu_d = F_d [1 + ((F_s - F_d)/F_d) \exp(-b * a * \text{sign}(v))] \text{ si } \text{sign}(a) > 0$$

$$\mu_d = F_d [1 - ((F_s - F_d)/F_d) \exp(-b * a * \text{sign}(v))] \text{ si } \text{sign}(a) < 0$$

$$\text{avec } b = a I / (a^2 + \text{sign}(a))$$

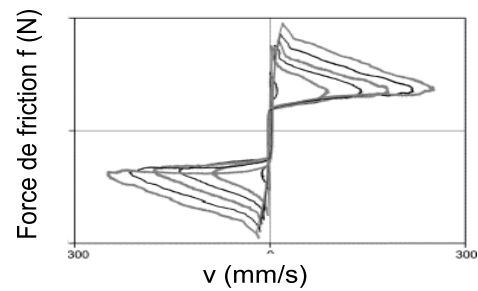


Fig. 5.21 – Les quatre modèles de frottement sec.

Nom du vecteur	Nature de la mesure	Axe	Nom du capteur	Type d'essai	Nombre de points à prendre dans le passé
$u_1(t)$	excitation	selon X	capteur de pilotage	essai selon l'axe X	$N_{e1} = 2$
$u_2(t)$	excitation	selon Y	capteur de pilotage	essai selon l'axe Y	$N_{e2} = 2$
$u_3(t)$	excitation	selon Z	capteur de pilotage	essai selon l'axe Z	$N_{e3} = 2$
$u_4(t)$	fréquence d'échantillonnage				$N_{e4} = 1$
$y_1(t)$	mesure	selon X	accéléromètre (3D) sur la plaque bipolaire centrale	essai selon l'axe X, Y et Z	$N_{s1} = 2$
$y_2(t)$	mesure	selon Y	accéléromètre (3D) sur la plaque bipolaire centrale	essai selon l'axe X, Y et Z	$N_{s2} = 2$
$y_3(t)$	mesure	selon Z	accéléromètre (3D) sur la plaque bipolaire centrale	essai selon l'axe X, Y et Z	$N_{s3} = 4$
$y_4(t)$	mesure	selon -Y	accéléromètre (1D) sur la droite de la plaque bipolaire centrale	essai selon l'axe X, Y et Z	$N_{s4} = 2$
$y_5(t)$	mesure	selon Y	accéléromètre (1D) sur la gauche de la plaque bipolaire centrale	essai selon l'axe X, Y et Z	$N_{s5} = 2$

Tab. 5.3 – Les résultats de la méthode de Lipschitz.

Les réseaux de neurones ont été choisis dans le premier chapitre (paragraphe 1.2.5) comme la méthode la plus appropriée pour modéliser des systèmes complexes dont nous possédons peu d'information sur leur formulation mathématique et physique. Les seules données nécessaires sont les mesures acquises durant des essais vibratoires. Afin d'accomplir le modèle neuronal de la pile, nous appliquons la procédure de développement d'un modèle neuronal qui a été développée dans le quatrième chapitre (voir figure 4.9). Cette procédure comporte 4 étapes, elle commence par les essais (étape déjà faite), le choix du réseau neuronal, l'estimation du modèle par l'apprentissage et l'épuration et finalement la validation du modèle.

Les données tirées des essais doivent être divisées en trois parties séparées : une partie pour l'apprentissage Z^N , une partie pour l'épuration Z^T et une partie pour la validation Z^V . La séparation complète des trois parties va nous aider à connaître la capacité de généralisation que possède le modèle neuronal choisi. Toutes les valeurs sont normalisées entre -1 et +1.

5.3.1 Choix de la structure du modèle neuronal

L'architecture d'un réseau neuronal constitue sa structure qui est formée de : son type, le nombre de couches cachées, le nombre de neurones dans chaque couche cachée...

Un perceptron multicouches *PMC* est choisi de préférence à cause de sa capacité d'apprentissage des relations non-linéaires qui se trouvent dans un ensemble de données.

Le nombre de couches cachées choisi est égale à 1. Le nombre de neurones dans cette couche cachée est choisi égal à 7. Ce nombre sera optimisé par la suite avec des algorithmes spécifiques. Les fonctions d'activation des neurones de la couche cachée sont du type tangente hyperbolique et ceux des neurones de sortie sont du type linéaire. Le nombre de neurones de sortie est cinq, ce nombre correspond aux prédictions des cinq canaux de mesures de l'accéléromètres (3D) et des deux accéléromètres à droite et gauche (1D) sur la plaque bipolaire centrale. Les prédictions des cinq neurones de sorties seront comparées avec les mesures acquises durant les essais par les accéléromètres de mesure correspondant.

Le nombre de neurones des entrées pour le réseau doit être déterminé avec précision. En effet, même si la seule véritable entrée est l'accélération de la table vibrante qui est fournie par le capteur de pilotage, le réseau de neurones prendra aussi comme entrées un certain nombre de points du passé au niveau de l'accélération de la table et des sorties. Cela est primordial pour prendre compte de la dynamique et de la non-linéarité du système. C'est ce qu'on appelle le nombre de régressions dans le temps.

Soit Z^N les données acquises des essais utilisées pour l'apprentissage. Z^N est exprimée comme suit :

$$Z^N = [U^1(t); Y^1(t)], t = 1, N \quad (5.1)$$

N est le nombre de points utilisés pour l'apprentissage, dans cette application N est choisie égale à 2000. Z^N est composé de :

- $U^1(t)$, une matrice de dimension $(4, N)$, qui est constituée de : $u^1(t)$, le vecteur d'accélération imposée à la table vibrante (mesurée par l'accéléromètre de pilotage) pour l'axe X, $u^2(t)$, le vecteur d'accélération imposée pour l'axe Y, $u^3(t)$, le vecteur d'accélération imposée pour l'axe Z et $u^4(t)$, la fréquence d'échantillonnage correspondante pour chaque point.

$$U^1(t) = [u^1(t); u^2(t); u^3(t); u^4(t)] \quad (5.2)$$

- $Y^1(t)$, une matrice de dimension $(5, N)$, qui correspond aux sorties mesurées par les capteurs de mesures. Le nombre de sorties étant égal à 5.

$$Y^1(t) = [y^1(t); y^2(t); \dots; y^5(t)] \quad (5.3)$$

Donc Z^N est une matrice de dimension $(9, N)$.

L'entrée du réseau de neurones est le vecteur de régression temporelle $\varphi(t)$, qui est calculé comme suit :

$$\varphi(t) = [u^1(t-1)u^1(t-2)\dots u^1(t-N_{e1})\dots u^4(t-1)u^4(t-2)\dots u^4(t-N_{e4}) \\ y^1(t-1)y^1(t-2)\dots y^1(t-N_{s1})\dots y^5(t-1)y^5(t-2)\dots y^5(t-N_{s5})] \quad (5.4)$$

N_{ei} et N_{sj} correspondent, respectivement, aux nombres de points de l'entrée (i) et de la sortie (j) à prendre dans le passé. Ici, i varie de 1 à 4 et j varie de 1 à 5. Les valeurs de N_{ei} et N_{sj} dépendent du degré de non-linéarité calculé à partir des coefficients de Lipschitz (voir paragraphe 3.3.2). Après le calcul de toutes les valeurs de N_{ei} et N_{sj} pour toutes les entrées $u^i(t)$ et les sorties $y^j(t)$, le nombre total de régressions temporelles, z , qui correspond au nombre des neurones d'entrée est calculé comme suit :

$$z = N_{e1} + \dots + N_{e4} + N_{s1} + \dots + N_{s5} \quad (5.5)$$

Le résultat des calculs est : $N_{e1} = 2$, $N_{e2} = 2$, $N_{e3} = 2$, $N_{e4} = 1$, $N_{s1} = 2$, $N_{s2} = 2$, $N_{s3} = 4$, $N_{s4} = 2$ et $N_{s5} = 2$ (voir paragraphe 5.2.3). Ainsi, le nombre de neurones d'entrée est 19.

Une fois la structure du modèle neuronal choisie, nous passons à la deuxième étape qui est l'estimation du modèle.

5.3.2 Estimation du modèle

L'estimation du modèle comporte deux étapes : l'apprentissage et l'épuration qui sont traités successivement dans la suite.

Apprentissage

Le but de l'apprentissage est de déterminer le vecteur des poids θ en utilisant la matrice de données Z^N (N est égale à 2000 points réparties équitablement entre

les trois axes d'excitation). Les poids vont générer un modèle capable de prédire les sorties du système. Le modèle choisi doit minimiser le critère suivant :

$$V_N = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N [Y(t) - \hat{Y}(t|\theta)]^T [Y(t) - \hat{Y}(t|\theta)] \quad (5.6)$$

Avec $\hat{Y}(t)$ les sorties prédites par le réseau neuronal. θ est composée de deux types de poids :

- W^1 , formé par les poids entre les entrées et la couche cachée et par les biais des neurones de la couche cachée,
- W^2 , formé par les poids entre la couche cachée et les sorties et des biais des neurones des sorties.

La méthode de minimisation qui utilisée est celle de *Levenberg-Marquardt* (voir paragraphe 4.6.3).

Epuration

Le principe de l'épuration est de commencer initialement avec un nombre de neurones relativement élevé et puis d'épurer successivement les branches du réseau neuronal (les poids) une à une jusqu'à trouver la configuration du réseau optimale. La matrice de données utilisées pour cette partie est Z^T (T est égale à 1500 points réparties équitablement entre les trois axes d'excitation).

L'erreur finale de prédiction FPE et l'erreur de test V_T [6] sont calculées en plus de V_N (voir paragraphe 4.6.3). Ces trois types d'erreurs vont aider à choisir l'architecture des connections entre les entrées, les neurones de la couche cachée et les neurones des sorties. Le réseau neuronal ne doit pas être entièrement connecté. Il s'agit de trouver l'architecture optimale.

Par exemple, la figure 5.22 montre le résultat de l'épuration sur le réseau initial de 7 neurones et 180 poids. Seulement 6 neurones et 36 poids sont nécessaires. Les traits en continus correspondent à des valeurs de poids positives et ceux en pointillés correspondent à des valeurs négatives.

5.3.3 Validation du modèle

Pour valider le modèle, une troisième matrice de données Z_V différente de Z_N et de Z_T est utilisée.

Z_V contient 1 500 points dont les 500 premiers correspondent à une excitation selon l'axe Z, les points allant de 501 à 1000 correspondent à une excitation selon l'axe Y et les points allant de 1001 à 1500 correspondent à une excitation selon l'axe X. Toutes les excitations sont du type sinus balayé (voir figure 5.4).

La validation se fonde sur trois analyses : les corrélations entre les prédictions et les mesures, la visualisation des prédictions et les histogrammes.

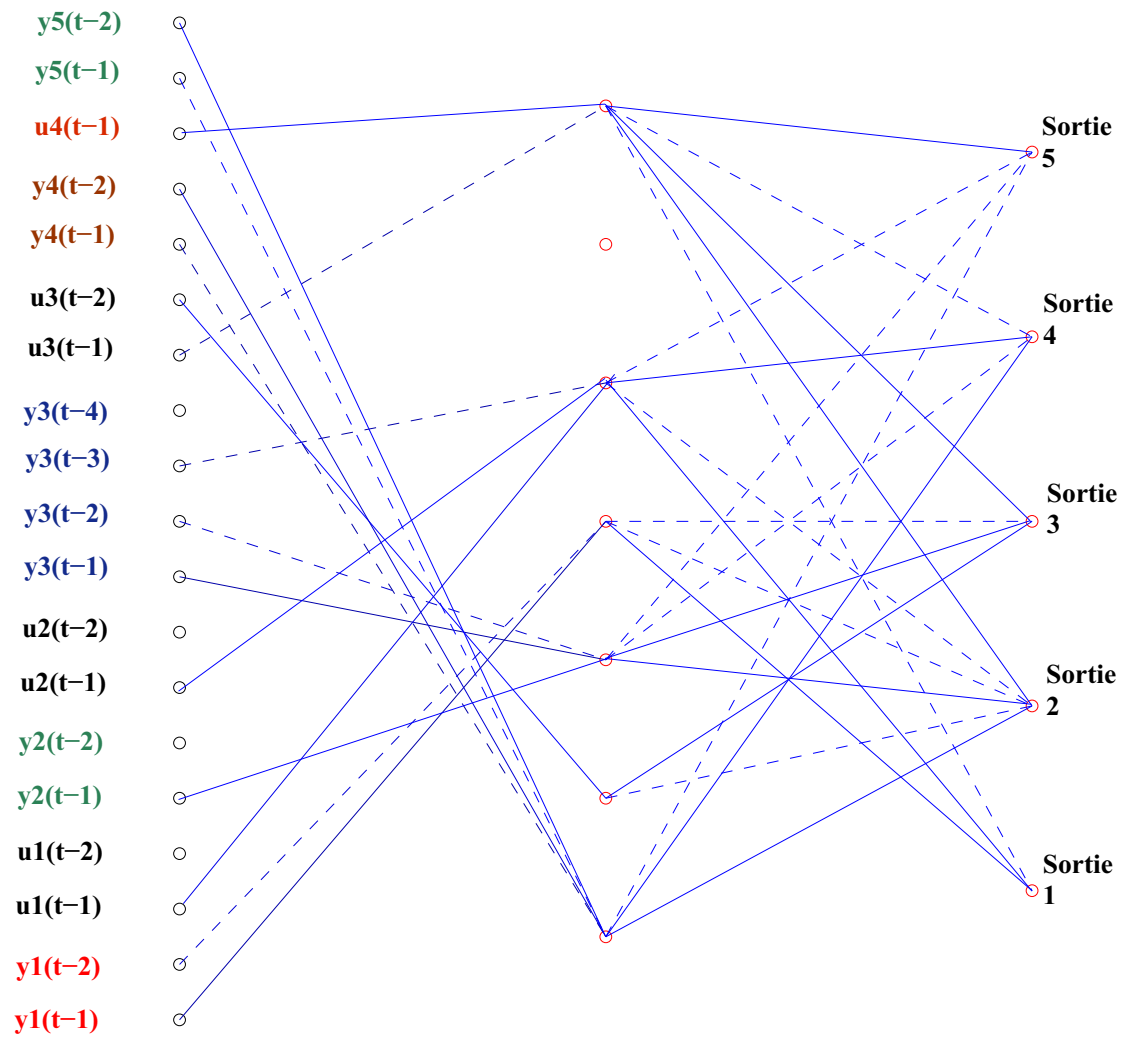


Fig. 5.22 – Le réseau neuronal final après épuration.

Corrélations

Deux importantes fonctions de corrélations qui sont ; l'auto-corrélation de la fonction d'erreur ϵ et la corrélation croisée entre les entrées et la fonction d'erreur, peuvent nous renseigner si toutes les informations qui concernent la dynamique du système sont introduites dans le modèle.

A titre d'exemple, les résultats de corrélations pour la sortie 1, la prédiction de y_1 (la mesure de l'accéléromètre (3D) sur la plaque bipolaire centrale selon l'axe X), sont montrées dans la figure 5.23. La fonction d'auto-corrélation tend vers zéro, ce qui signifie que l'erreur de prédiction pour la sortie 1 est indépendante du signal d'excitation.

Les fonctions de corrélations croisées entre l'erreur de prédiction de la sortie 1 avec les différentes entrées sont montrées tableau 5.4.

Nom de la sortie	Nom de l'entrée	Bande de variation de la fonction de corrélations croisées
$\hat{y}_1$, sortie 1	u_1 , excitation selon l'axe X	de -0,05 à 0,05
$\hat{y}_1$, sortie 1	u_2 , excitation selon l'axe Y	de -0,2 à 0,2
$\hat{y}_1$, sortie 1	u_3 , excitation selon l'axe Z	de -0,02 à 0,02
$\hat{y}_1$, sortie 1	u_4 , fréquence d'échantillonnage	de -0,02 à 0,02

Tab. 5.4 – Les valeurs des fonctions de corrélations croisées entre la sortie 1 et les différentes entrées.

Les résultats pour la corrélation croisée entre la sortie 1 et u_2 sont moins bons que les autres, ceci est dû au fait qu'il y a une grande corrélation entre l'excitation en Y et la mesure en X au point où se trouve le capteur de mesure.

Visualisation des prédictions

La représentation graphique simultanée des sorties mesurées et des prédictions du modèle neuronal pour ces sorties donne une idée de la précision des prédictions suivant les différents régimes d'excitation. Elle permet de voir comment le modèle décrit le comportement dynamique du système.

Le figure 5.24 montre la comparaison entre la sortie 1 et sa prédiction.

Le vecteur Z_V choisi contient des réponses de la pile à des excitations imposées suivant les trois axes X, Y et Z. Ainsi le graphe montre aussi la variation de l'amplitude de la mesure suivant la direction de l'excitation.

D'après la figure 5.24, nous pouvons constater que la sortie 1 (réponse de la plaque bipolaire centrale selon l'axe X) est insensible à l'excitation de direction Z, par contre elle est beaucoup plus influencée par une excitation en direction Y. Ce qui explique la valeur élevée de la fonction de corrélation croisée entre u_2 (excitation imposée selon Y) et l'erreur de prédiction de la sortie 1.

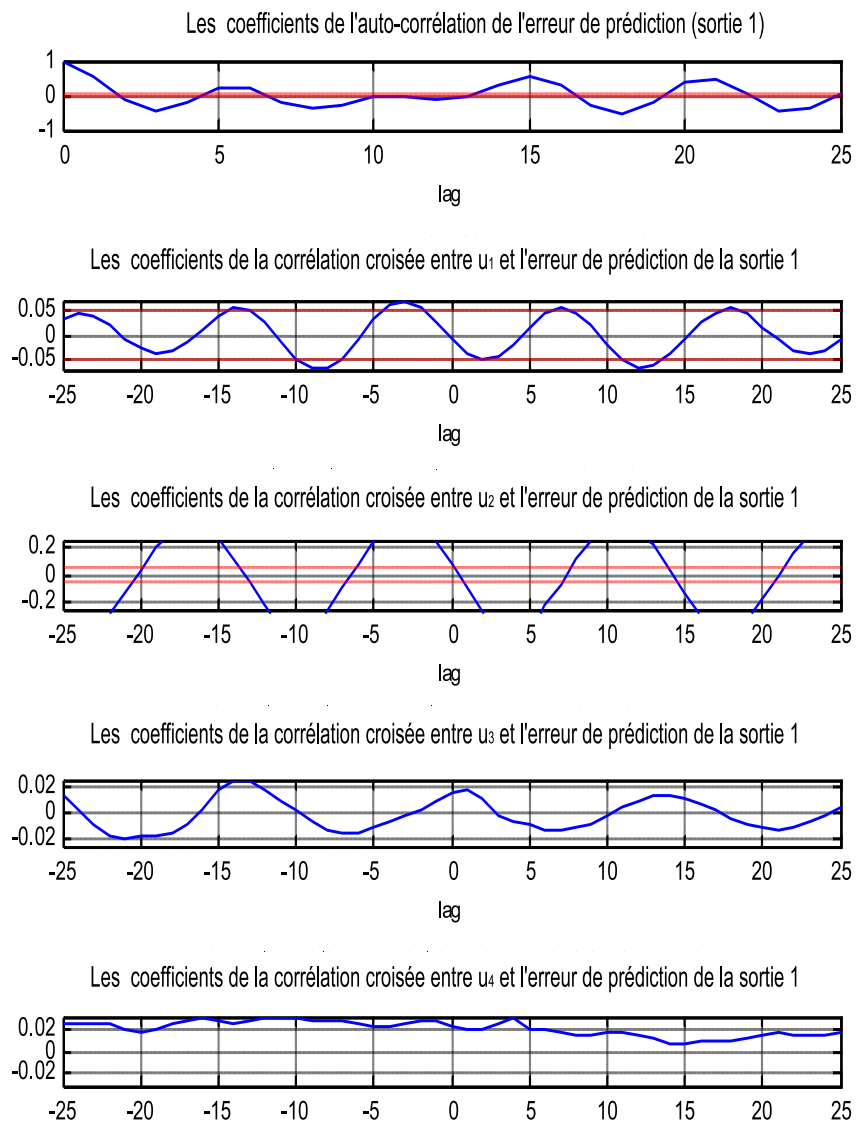


Fig. 5.23 – Les corrélations pour la sortie 1.

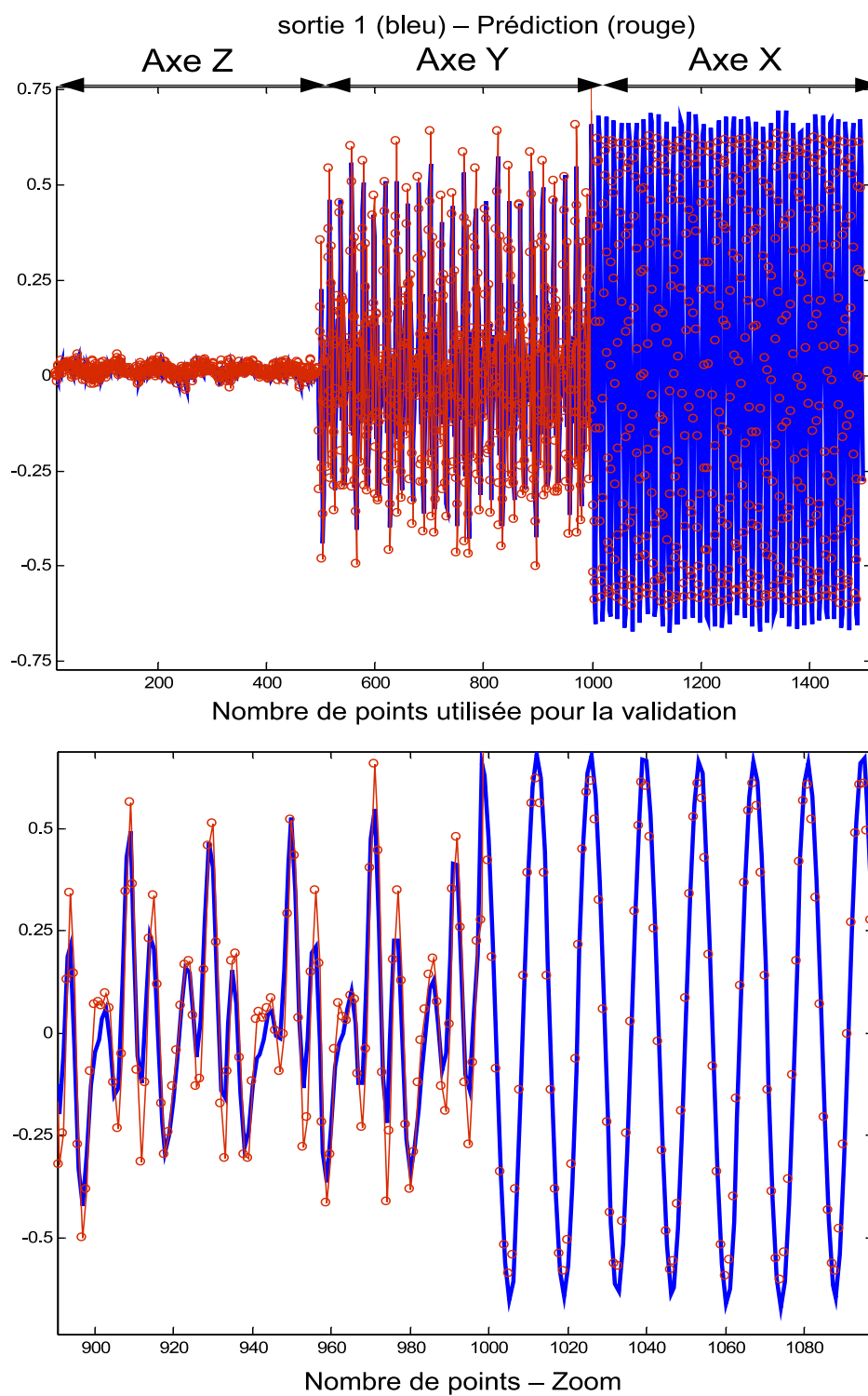


Fig. 5.24 – La visualisation de la prédiction pour la sortie 1 (mesure selon X de l'accéléromètre (3D)).

Malgré cette variation dans la réponse de la sortie 1, le modèle arrive à suivre les variations et prédire d'une façon correcte. Mais, l'inspection visuelle n'est pas suffisante, pour cela il faut calculer aussi l'histogramme de la fonction d'erreur.

Histogramme

L'histogramme de l'erreur de prédiction pour la sortie 1 est montré dans la figure 5.25. Sa forme est presque symétrique et il possède la majorité des valeurs de ϵ concentrées autour de zéro. C'est une preuve que la plupart des informations concernant la dynamique du système ont été incorporées dans le modèle neuronal.

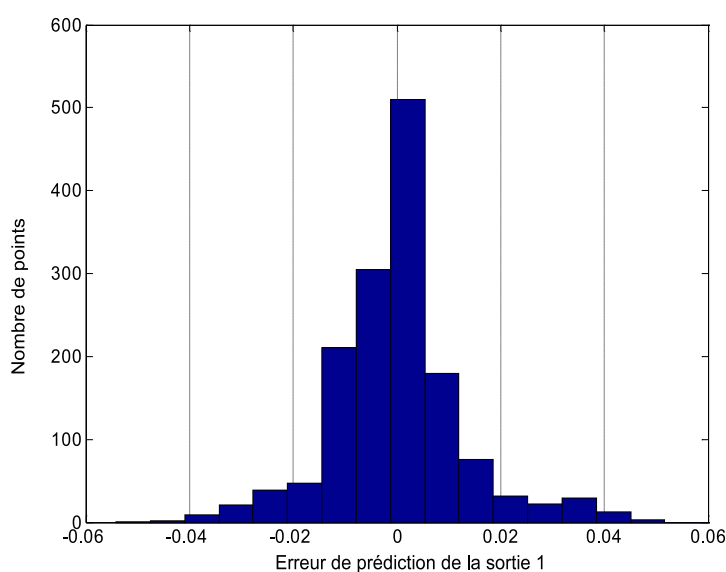


Fig. 5.25 – L'histogramme de l'erreur de prédiction pour la sortie 1.

Les réponses de la sortie 1 sont montrées uniquement par souci de place mais les prédictions sont acceptables et proches des mesures réelles des capteurs pour toutes les sorties.

Pourtant, l'exactitude de la prédiction n'est pas pareille pour tous les axes. Par exemple pour une sortie qui prédit la mesure en direction de X, la prédiction est meilleure pour une excitation en direction de X, Z puis Y successivement.

De même la prédiction n'est pas pareille pour toutes les sorties. En effet, les capteurs de mesures ont des positions différentes sur la pile et l'observabilité des capteurs varie avec la position et l'orientation de l'axe de mesure.

5.4 Conclusion

La technologie d'une PEM, qui est toujours en cours de développement, doit être adaptée aux conditions de fonctionnement extrêmes et des conditions dynamiques variées (comme son implantation dans un avion) tout en garantissant une sécurité et une fiabilité maximum.

Pour cela, le comportement mécanique vibratoire d'une pile à combustible soumise à différents efforts mécaniques a été étudié.

La procédure d'identification du comportement d'un système complexe a été appliquée sur une PEM conçue spécialement pour ce but. Un banc d'essais a été réalisé aussi pour cet objectif. La pile a été vibrée selon ses trois axes orthogonaux avec des excitations de type sinus balayé dont le profil est défini par des exigences aéronautiques.

En outre, un contrôle de fuite gazeux a eu lieu pendant les essais. Aucune variation significative du taux de fuite entre le commencement et la fin des essais n'a été observé. Grâce aux mesures du débitmètre massique et des capteurs de pression utilisées pendant les essais, nous pouvons affirmer que la pile étudiée n'a pas été endommagée par les essais vibratoires. Aucun problème de fissure de membrane ou autres défauts de fonctionnement dans la pile (p.e. joint défective) n'a été observé. Les données tirées des essais ont été aussi utilisées pour caractériser les non-linéarités et pour créer un modèle neuronal unique pour les trois axes d'excitation.

Deux types de non-linéarités ont été détectées : le frottement sec et une non-linéarité quadratique d'amortissement. Le frottement sec est la non-linéarité dominante dans le comportement dynamique de la pile et sa signature apparaît dans tous les modes propres des mesures selon les trois axes de la pile.

De plus, la comparaison entre les signatures de la pile avec ceux du système *plaque bipolaire* avec et sans cadres nous a permis de déduire qu'une importante partie de la signature du frottement sec dans la pile résulte du contact entre les plaques bipolaires et les tirants. Ainsi, concevoir une pile à combustible dans laquelle les tirants sont en dehors des plaques bipolaires, en éliminant tout contact direct entre les tirants et les plaques, permettra probablement de résoudre une partie du problème de frottement sec.

Un modèle neuronal a été créé. Il a passé les étapes suivantes : apprentissage, épuration et validation. Les résultats des prédictions sont satisfaisants. Cette approche est prometteuse puisqu'elle peut être étendue à plusieurs applications pratiques dans le domaine des piles à combustible et dans le domaine des essais vibratoires.

1. Les possibles applications du modèle neuronal dans le domaine de la pile à combustible sont les suivantes :
 - Le problème de fatigue est un point important lié à la fiabilité de la pile. Des essais d'endurance où la pile est sollicitée pendant de longues durées sont également à prévoir et à étudier et c'est là que peut jouer un rôle très utile la disposition d'un modèle temporel pour monitorer les essais.
 - Une autre utilité du modèle temporel est qu'il peut être adapté pour être

utilisé comme un contrôleur. Il peut être implémenté en temps réel pour remplacer la pile afin d'analyser et optimiser les performances et la conception des paramètres des composants auxiliaires de la pile (compresseur,...). Le but est de perfectionner le comportement de l'ensemble du système pile.

2. Dans le domaine de préparation des essais, une application possible des réseaux de neurones concerne le positionnement des capteurs.

Pour une première phase, la connaissance du comportement du système est faible. Ainsi, un nombre maximum de capteurs peuvent être distribués sur la pile pour mesurer sa réponse. Normalement une analyse de Fourier guide le choix des positions de capteurs. Une méthode plus intéressante et adaptée à la complexité du système sera de créer un réseau neuronal capable de prédire les meilleures positions des capteurs.

Finalement, ce travail offre des perspectives et montre la nécessité de le continuer afin de réaliser un modèle qui englobe tous les aspects de la pile à combustible. Deux propositions nous semblent intéressantes pour la suite :

- Les résultats suivant concerne une *PEM* avec petit assemblage puisqu'elle contient seulement cinq plaques bipolaires.
Le comportement dynamique d'une pile contenant un plus grand nombre de plaques bipolaires risque d'être différent car elle est moins rigide. Une plus grande flexibilité liée à l'augmentation du nombre de cellules peut augmenter les forces de contacts entre les plaques et entraîner une fuite de gaz.
Pour cela il est impératif d'étudier et modéliser des *PEMs* de différentes dimensions et contenant un nombre différent de cellules pour savoir si une association de plusieurs petites/moyennes piles est plus fiable mécaniquement qu'une seule grande pile au cas où une plus grande puissance est demandée.
- Le phénomène de couplage entre les vibrations et les propriétés chimiques et électriques de la pile comme l'effet des vibrations sur l'écoulement des fluides, le courant produit et la puissance de la pile constitue un point essentiel qu'il faut étudier et si possible construire un modèle unique qui contient l'aspect mécanique et électrique de la pile tout en prenant compte de l'interaction entre les deux.

Conclusion générale

Une procédure d'identification des systèmes mécaniques complexes a été développée durant cette thèse. Ce travail s'inscrit dans un cadre de recherche pour réaliser des développements scientifiques autour de la plate-forme d'essais vibratoires de l'institut *FCLab*. En particulier, les recherches ont porté sur des systèmes piles à combustible.

Pour atteindre cet objectif, *FCLab* cherche des méthodes d'identification, basées uniquement sur des études expérimentales, des systèmes mécaniques complexes tels que les piles à combustible.

Ce choix est dû au fait que les méthodes analytiques exigent une connaissance préalable des propriétés physiques des systèmes complexes. Ces propriétés sont d'autant moins disponibles que le système est complexe. La procédure développée propose une solution dans un cas où la complexité du problème ne permet pas d'envisager d'autres solutions. Elle permet d'identifier le système à partir des données tirées du banc d'essais et de disposer d'un modèle prédictif de son comportement vibratoire.

Cette thèse a débuté avec un chapitre qui définit précisément son sujet. Trois points essentiels y ont été développés : la plate-forme d'essais vibratoires de l'UTBM, les systèmes mécaniques complexes et les systèmes piles à combustible.

Le premier point a présenté la plate-forme, les systèmes de pilotage et d'acquisition et les limites de la plate-forme pour des essais industriels.

Le deuxième point a défini les systèmes mécaniques complexes, les différentes sources de complexités ou de non-linéarités ainsi que la procédure d'identification de tels systèmes qui est composée de trois étapes discutées successivement dans les trois chapitres suivants.

Le troisième point a présenté les piles à combustible, il contient : un historique, les différents types et applications des piles et leur principe de fonctionnement. Ce premier chapitre a été conclu avec une présentation des propriétés des piles à combustible qui conduisent à les classer parmi les systèmes mécaniques complexes.

Ensuite, le premier point de la procédure d'identification, c'est à dire les essais vibratoires, est discuté. Pour un bon déroulement des essais, une procédure d'essais vibratoires qui tient compte des spécificités des systèmes complexes a été développée tout le long du deuxième chapitre.

Cette procédure englobe : les objectifs des essais, le montage et sa problématique, le système mécanique à tester, la chaîne d'acquisition avec le positionnement et le choix des capteurs, le choix des profils des excitations, les conditions générales d'essais, la réalisation des essais et la vérification et l'exploitation des résultats de ces essais ainsi que la rédaction d'un rapport.

Le deuxième point de la procédure d'identification est la détection, la caractérisation et la localisation des non-linéarités présentes dans un système mécanique complexe. Il a été développé dans le chapitre trois qui débute par une discussion sur les propriétés des systèmes non-linéaires comme la bifurcation, la dépendance des fréquences et des amplitudes des excitations, etc.

Parmi les méthodes de détection, nous pouvons citer : le test de superposition, la fonction de cohérence, les tests de corrélations croisées et l'hypothèse nulle.

La caractérisation a été divisée en deux points : le classement par type et par ordre des non-linéarités. Pour les méthodes de classement par types, nous avons cité : la méthode fréquentielle du premier ordre, les méthodes fréquentielles d'ordre supérieur, la dynamique de la raideur, *Wavelet*, etc. La méthode de Lipchitz a été choisie pour le classement par ordre des non-linéarités.

Pour les méthodes de localisation, les méthodes de *Hilbert* dans le domaine temporel et fréquentiel ont été retenues.

Toutes ces méthodes ont été expliquées et appliquées sur les sorties simulées de quatre systèmes masse-ressort (un linéaire et trois non-linéaires) dans le but de construire une bibliothèque de signatures des différents types de non-linéarités.

Une fois que les non-linéarités, présentes dans le système complexe, ont été détectées, classées et localisées, le troisième point de la procédure d'identification est la modélisation de ce système complexe.

La méthode de modélisation choisie est une méthode boîte noire qui demande comme information uniquement les données tirées des bancs d'essais. C'est la méthode des réseaux de neurones artificiels.

Le quatrième chapitre a approfondi l'approche neuronale, il a détaillé le principe de fonctionnement d'un réseau neuronal, son historique, ses applications, les différents types de réseaux qui existent, ceux qui sont le plus adaptés à la modélisation non-linéaire.

Un perceptron multicouches combiné avec un vecteur de régression temporel *NNARXM* a été choisi. Les différentes étapes de la procédure de création d'un tel modèle neuronal ont été détaillées par la suite. Elles englobent : les essais, la définition de la structure du modèle neuronal, l'estimation du modèle qui contient l'apprentissage et l'épuration et enfin la validation du modèle.

Finalement, cette procédure d'identification a été appliquée sur une pile à combustible de type *PEM* dans le cadre du projet européen *CELINA* pour *AIRBUS*.

Un banc d'essais a été réalisé aussi pour cet objectif. La pile a été vibrée selon ses trois axes orthogonaux avec des excitations de type sinus balayé dont le profil est défini par des exigences aéronautiques.

En outre, un contrôle de fuite de fluide a eu lieu pendant les essais. Aucune variation significative du taux de fuite entre le commencement et la fin des essais n'a été observé.

Les données tirées des essais ont été aussi utilisées pour caractériser les non-linéarités et pour créer un modèle neuronal unique pour les trois axes d'excitation :

- Deux types de non-linéarités ont été détectées : le frottement sec et une non-

linéarité quadratique d'amortissement. Le frottement sec est la non-linéarité la plus dominante dans le comportement dynamique de la pile et sa signature apparaît dans tous les modes propres des mesures selon les trois axes de la pile. De plus, une grande partie de cette signature de frottement sec résulte du contact entre les plaques bipolaires et les tirants. A partir de ce résultat, nous pouvons proposer la conception d'une pile à combustible dans laquelle les tirants ne sont pas en contact avec les plaques bipolaire.

- Le modèle neuronal a passé les étapes suivantes : apprentissage, épuration et validation. Les résultats des prédictions sont satisfaisants.

Ce travail a permis de réaliser plusieurs développements scientifiques et techniques autour de la plate-forme vibrante, des systèmes mécaniques complexes et des piles à combustible.

Pour la plate-forme vibrante, ces développements permettront au *FCLAB* de proposer des services scientifiques aux industriels par delà la livraison des mesures brutes. Parmi ces développements nous citons :

- Une procédure permettant d'utiliser le logiciel de réplique de profils routiers.
- Le calcul des limites de la machine pour des essais industriels.
- Un programme d'acquisition qui permet de changer la fréquence d'échantillonnage en temps réel.
- Un programme pour calculer le nombre et les positions des capteurs basé sur la théorie de *LQG*.

Pour le domaine des systèmes mécaniques complexes, les développements sont les suivants :

- Une procédure des essais vibratoires pour des systèmes mécaniques complexes.
- Le développement de programmes pour différentes méthodes de classification des non-linéarités.
- Une bibliothèque qui contient les signatures de différents types de non-linéarités.
- Le développement des programmes pour la modélisation par réseaux de neurones des systèmes mécaniques complexes en dynamique.

Pour le domaine des piles à combustible, nous citons :

- Réalisation des essais vibratoires sur une pile à combustible de type *PEM* dans le cadre du projet *CELINA*.
- Réalisation des essais vibratoires sur une plaque bipolaire avec et sans cadres qui vient d'une pile à combustible de type *PEM*.
- Détection et caractérisation des non-linéarités dans la pile à combustible testée comme le frottement sec par exemple.
- La comparaison des signatures de frottement sec dans la pile avec le système *plaque bipolaire* avec et sans cadres permettant de déduire qu'une partie importante du frottement sec vient du contact entre les tirants et les plaques.
- Développement d'un modèle temporel avec les réseaux de neurones qui prédit le comportement mécanique de la pile selon les trois axes d'excitations.

Enfin, les travaux menés pendant cette thèse conduisent à proposer des perspectives un peu plus générales concernant la procédure d'identification des systèmes mécaniques complexes et l'identification du comportement vibratoire des piles à combustible.

En ce qui concerne la procédure d'identification des systèmes mécaniques complexes, trois points pourraient évoluer :

- Une combinaison des méthodes les plus fiables dans le domaine de la caractérisation des non-linéarités pour avoir une procédure unique applicable à un grand nombre de systèmes non-linéaires.
- Le développement d'un modèle neuronal à temps réel. Un tel modèle permettrait le contrôle d'un système mécanique complexe et il serait implémenté par exemple pour remplacer la pile afin d'analyser et optimiser les performances et la conception des paramètres des composants auxiliaires de la pile (compresseur, etc).
- L'utilisation d'un modèle neuronal pour développer une méthode de positionnement de capteurs.

En ce qui concerne le comportement vibratoire de la pile, nous pouvons citer les points suivants :

- L'application de la procédure d'identification sur des *PEMs* de différentes dimensions et contenant un nombre différent de cellules pour savoir si une association de plusieurs petites/moyennes piles est plus fiable mécaniquement qu'une seule grande pile au cas où une plus grande puissance est demandée.
- Une étude des aspects multi physique de la pile pourrait être réalisée. En particulier, il conviendrait de voir comment les vibrations influencent des phénomènes comme les phénomènes ohmique et fluide.

Pour cela des essais spécifiques en vibrations pourraient être réalisés pour des piles en fonctionnement, en utilisant des capteurs qui mesurent les courants dans chaque cellule par exemple, la puissance électrique de la pile ainsi que les températures et les pressions des fluides à l'intérieur de la pile. Les informations tirées de ces capteurs en plus de celle des accéléromètres et des capteurs de déformation permettront d'investiguer cet aspect multi physique.

- Il semble également qu'il pourrait être très intéressant de s'intéresser aux signatures des non-linéarités dans les mesures des capteurs du courant par exemple pour savoir si elles ressemblent aux signatures mécaniques et voir l'influence de la non-linéarité mécanique comme le frottement sec sur l'aspect électrique de la pile.
- Ensuite, un modèle neuronal global contenant tous les aspects multi physique de la pile pourrait être développé à partir des données mesurées par tous les types de capteurs. Ce modèle pourrait prédire en plus des accélérations, les courants produits par chaque cellule, la puissance électrique de la pile, les pressions des fluides, etc, en fonction des vibrations imposées à la pile.

Annexes

Procédure *TWR*

Le but du *TWR* (*Time Waveform Replication*, réplique du profil routier) est de reproduire les déformations d'une structure mesurées sous des conditions normales d'opération.

Une des plus grandes applications du *TWR* est le domaine de l'automobile. Par exemple, la conception d'une voiture de grande durabilité et confort nécessite des tests excessifs qui demandent beaucoup de temps et d'argent.

Ces tests sur route sont toujours inconfortables pour le pilote. À signaler un changement permanent du temps, des conditions de route et d'embouteillage ce qui conduit à l'impossibilité de la reproduction parfaite du même test une deuxième fois.

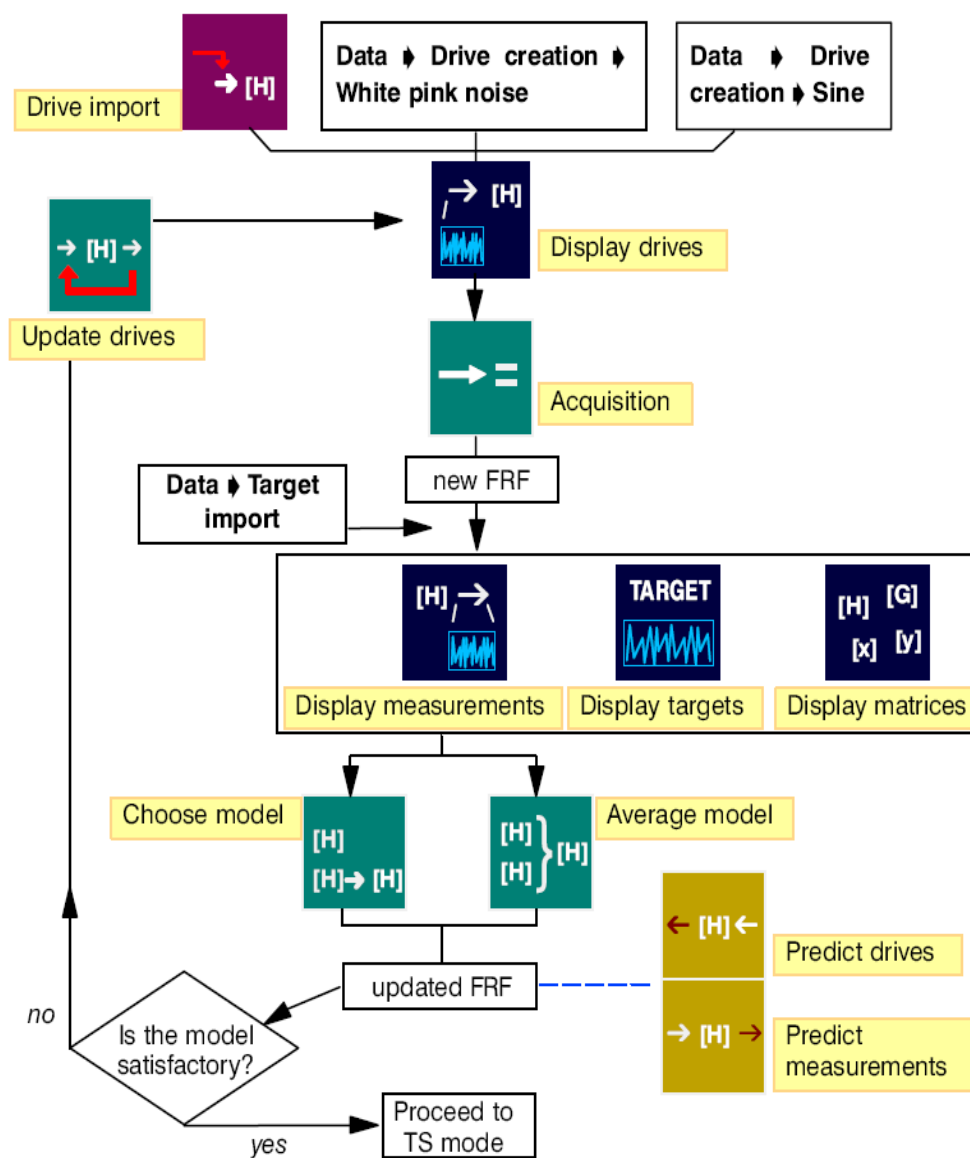
Dans le laboratoire, il y a une possibilité d'avoir des tests 24 heures par jour, 7 jours par semaine dans les mêmes conditions. Ce qui permet une détection avancée de la fatigue d'un composant.

Au début, les signaux que nous souhaitons reproduire avec le *TWR* dans le laboratoire doivent être mesurés sous des conditions réelles. Ces signaux appelés aussi *Target* peuvent être de différents types comme des accélérations, des forces, des déplacements...

Ils sont mesurés au niveau des points spécifiques de la structure appelés *Target measurement points*. Par exemple pour une voiture, ces points se trouvent sur les axes des roues.

Une fois les mesures disponibles (par exemple, nous avons mesuré les accélérations avec un accéléromètre tridimensionnel posé sur la suspension d'une voiture avec le système d'acquisition *TEAC*), les fichiers de mesures (.dat) sont traités avec des programmes sous *MATLAB* pour les transformer en (.asc) format lisible par *TWR*. La procédure de *TWR* comporte trois étapes successives :

1. *SI* (*System Identification*, l'identification du système) :
Dans cette première partie, le *TWR* crée un modèle (plus précisément une fonction de transfert) qui relie le signal mesuré par le capteur de pilotage et les voltages du signal envoyé au pot vibrant (voir figure A.1).
Le capteur de pilotage est collé en général sur la table vibrante près du système, sur le montage où sur le système lui-même.
Le modèle créé est linéaire, donc il est une approximation du système (par exemple la voiture) qui est non-linéaire. Pour cela, il faut faire plusieurs itérations pour que le modèle converge vers l'approximation linéaire la plus proche de ce système non-linéaire.
2. *TS* (*Target Simulation*, la simulation du signal cible) :

Fig. A.1 – Le plan de *SI*

Le modèle obtenu de la première étape *SI* est utilisé avec les fichiers (*Target*) pour calculer les voltages de l'excitation (*Drive*) qui doivent être envoyés au pot vibrant (voir figure A.2). Le processus est itératif aussi à cause de la non-linéarité du système. A chaque itération, il y a une correction de l'erreur qui est la différence entre le signal mesuré par le capteur de pilotage et le signal cible (*Target*) que nous voulons reproduire.

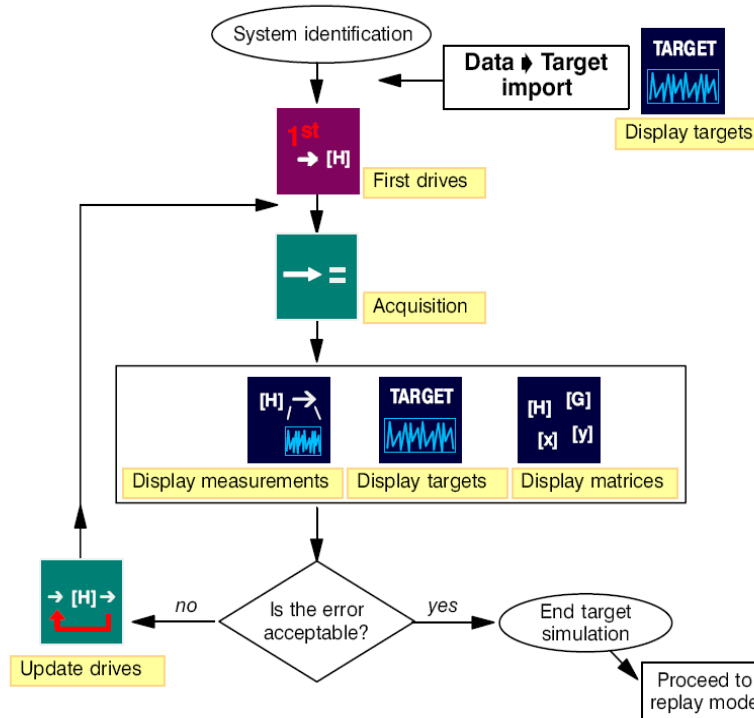


Fig. A.2 – Le plan de *TS*

3. *RP* (*Replay Mode*, le mode de réplique) :

Une fois l'excitation (*Drive*) obtenue à partir de *TS*, elle est envoyée au pot vibrant pour vibrer le système pour une durée plus ou moins longue selon le but de l'essai.

En général, le *TWR* est utilisé pour des essais de fatigue donc cette troisième étape de la procédure peut durer longtemps (plusieurs heures à plusieurs jours). A ce stade, plusieurs capteurs de mesures sont déposés sur la structure pour mesurer ses réponses pour cette excitation (*Drive*) qui correspond au profil de route mesuré (*Target*).

Toutes les étapes de la procédure *TWR* sont détaillées dans [124].

Programme d'acquisition sous *LabVIEW*

Un nouveau système d'acquisition de recherche *Keithley* a été implémenté en parallèle avec le système industriel *LMS* dans l'objectif d'acquérir les mesures temporelles brutes des capteurs.

Acquérir ces données temporelles est une étape primordiale pour pouvoir identifier les systèmes mécaniques complexes à partir des mesures.

Un autre facteur qui joue un rôle aussi important est la quantité des points dans ces données. Un très grand nombre de points entraîne une difficulté pour le traitement des informations et la réalisation du modèle neuronal.

Ainsi, pour pouvoir choisir un vecteur d'apprentissage pour les réseaux de neurones qui est représentatif de la dynamique du système pour différents régimes (soit en fréquences ou en amplitudes d'excitation), le nombre de points doit être optimisé ainsi que la fréquence d'échantillonnage.

Pour cela un programme d'acquisition a été développé sous *LabVIEW* pour constituer l'interface d'acquisition du système recherche. Ce projet a été proposé dans le cadre du développement scientifique autour de la plate-forme vibrante.

Le but du programme est d'acquérir les signaux en variant la fréquence d'échantillonnage selon chaque régime, de les visualiser et enfin de les enregistrer dans un fichier pour pouvoir les exploiter après. Il est surtout avantageux de l'utiliser pour des excitations du type sinus balayé.

Le programme est formé de six séquences, [128] :

1. Identification :

Cette séquence contient des variables dont les valeurs doivent être déterminées par l'utilisateur avant le lancement du programme, comme :

– Définition des données du système d'acquisition :

L'utilisateur doit définir le nombre de divisions que doit subir chaque signal acquis. Chaque division correspond à une fréquence d'échantillonnage différente.

Un autre paramètre à définir aussi est le nombre de canaux acquis qui peut atteindre jusqu'à 16 canaux.

– Définition des accéléromètres :

L'utilisateur doit remplir pour chaque accéléromètre les caractéristiques suivantes : la sensibilité, le gain, le type, le numéro de série et le fournisseur.

Le nombre des accéléromètres maximum est égal à 16.

2. Fréquence d'échantillonnage :

La fréquence d'échantillonnage varie selon les régimes. Ainsi, pour une acquisition du type sinus balayé, la fréquence d'échantillonnage doit être faible pour

les régimes à basses fréquences et élevée pour les régimes à hautes fréquences. Pour cette raison, deux variables ont été introduites : le nombre de divisions et le nombre de canaux acquis (leurs valeurs sont déterminées dans la séquence 1).

Selon le besoin, le signal est coupé en plusieurs divisions. A chaque division, correspond une fréquence d'échantillonnage différente et deux variables à déterminer :

- La fréquence maximale qui va nous permettre de calculer la fréquence d'échantillonnage correspondante à cette division selon la formule :

$$\text{Fréq. d'échantillonnage} = \text{Fréq. max} * 10 * \text{Nb de canaux}$$

- Le temps maximal que le signal reste dans cette division pendant l'acquisition. Il va permettre de calculer le nombre de points nécessaires à enregistrer pour cette division :

$$\text{Nombre de points} = \text{Temps maximal} * \text{Fréquence maximale}$$

3. Choisir la carte d'acquisition :

Cette étape se résume par l'introduction du module qui présente une liste des cartes d'acquisition installées sur le PC et nous permet de choisir entre elles.

4. Acquisition :

Une fois la carte d'acquisition sélectionnée, l'acquisition commence grâce au module *Continuous Scan*. Son exécution dans une boucle nous permet d'avoir une acquisition continue.

5. Ecriture des signaux dans un fichier :

Le programme demande à l'utilisateur s'il veut enregistrer un fichier binaire qui pourra être exploité après sous MATLAB. Le nombre de fichiers enregistrés est égal au nombre de divisions choisi.

6. Visualisation des signaux :

La visualisation est sous forme de 3 graphes pour chaque accéléromètre, c'est-à-dire un total de 48 graphes pour les 16 accéléromètres. Ces 3 graphes présentent respectivement le signal temporel (sous forme binaire ou en Volt), la transformée de *Fourier* et la fonction d'auto-corrélation du signal.

Limites en sinus pour les faibles fréquences

La plate-forme possède deux limites supplémentaires pour les faibles fréquences ; une pour la vitesse de la table qui est 1.8 m/s et une pour le déplacement crête-crête qui est 48 mm. Le dépassement de l'une de ces deux limites entraîne l'arrêt de la machine.

Cette annexe va explorer ces deux limites et essayer de les traduire sous forme de courbes. Notons que ces courbes sont valables seulement pour les signaux de type sinus.

Un programme a été développé sous *MATLAB* pour calculer ces courbes. Dans ce programme, nous procédons de la manière suivante :

- Balayer l'amplitude de l'accélération de 1 à 20g par exemple (20g est en dessus de la valeur maximale trouvée pour la table horizontale sans barrière thermique à vide pour un sinus).
- Balayer la fréquence de 6 à 50 Hz (basses fréquences).
- Calculer pour chaque amplitude et chaque fréquence, les valeurs du déplacement, de la vitesse et de l'accélération maximaux en se basant sur la formule suivante et ses dérivés première et seconde par rapport au temps :

$$x = a \sin(wt)$$

avec a , l'amplitude du déplacement en m et w , la pulsation calculée par $w = 2\pi f$, f étant la fréquence en Hz.

- Chaque valeur de vitesse ou de déplacement qui dépasse respectivement 1.8m/s ou 24mm, est stockée dans un vecteur séparé ainsi que l'accélération et la fréquence correspondant. Ensuite cette valeur de vitesse ou de déplacement est remplacée par zéro.

Nous obtenons ainsi les deux figures C.1 et C.2.

Les valeurs stockées dans les vecteurs séparés correspondent aux valeurs qui ont dépassé les limites de vitesse et de déplacement ainsi que les valeurs des accélérations et des fréquences correspondant.

A partir de ces valeurs des accélérations et des fréquences, nous réalisons deux courbes qui donnent respectivement les limites de l'accélération en fonction de la fréquence pour le dépassement de la vitesse maximale et le déplacement maximum. Le résultat a été montré dans le chapitre 1 figure 1.6.

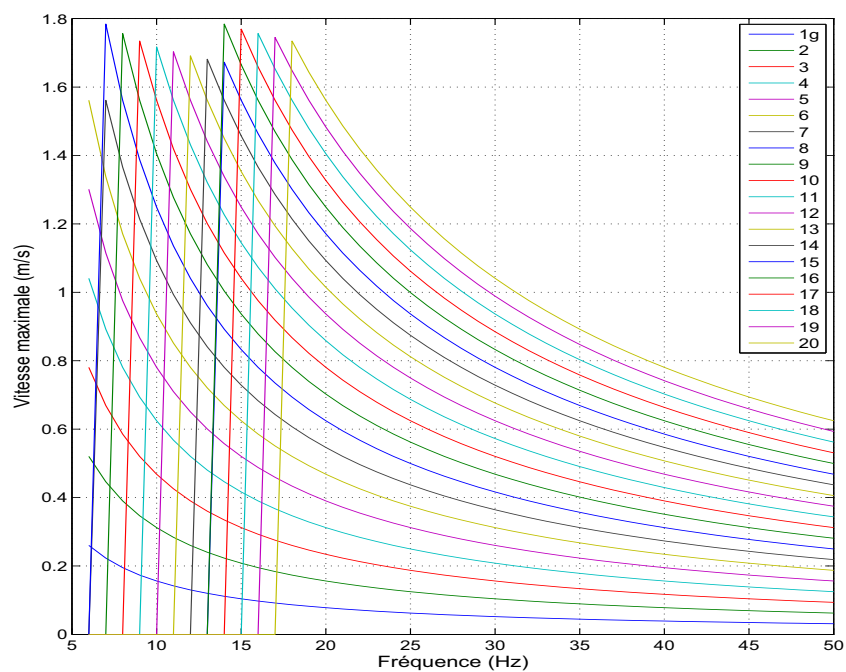


Fig. C.1 – La limite de l'accélération en fonction de la vitesse maximale.

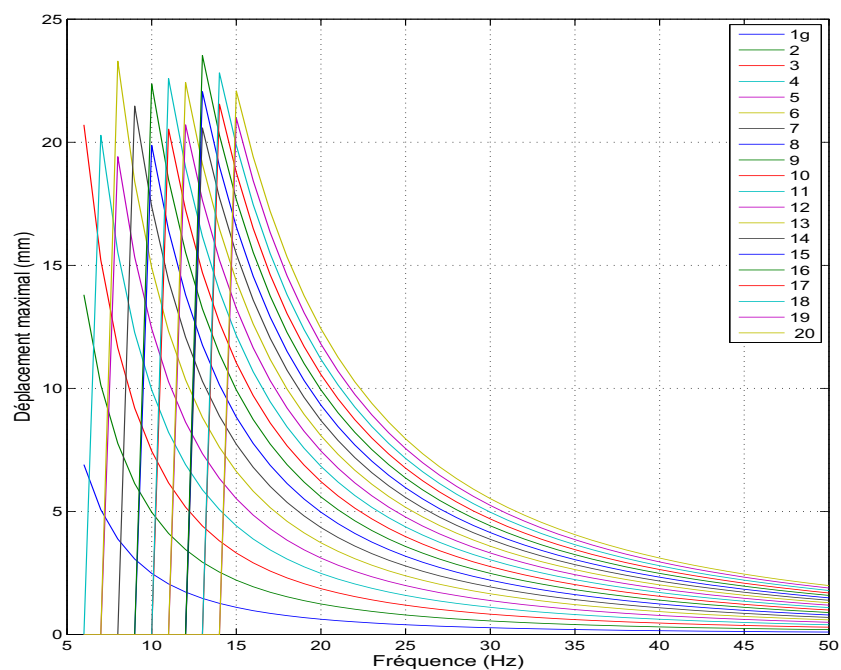


Fig. C.2 – La limite de l'accélération en fonction du déplacement maximum.

Bibliothèque des non-linéarités

Cette annexe expose une bibliothèque qui contient des signatures de différents types de non-linéarités.

Les modèles de ces non-linéarités ont été développés avec *MATLAB/Simulink* en utilisant des systèmes masse-ressort.

Chaque système qui présente un type différent de non-linéarité est excité avec un signal de type sinus balayé. La réponse du système masse-ressort est enregistrée et utilisée pour calculer les signatures *Recurrence plot* et *Return plot* et par la suite représenter graphiquement la non-linéarité présente dans le système.

Les différents types de non-linéarités choisies (voir figure D.2) sont :

1. Non-linéarités sur la raideur K tel que :
 - Changement de raideur pour un temps donné :

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = \text{excitation}$$

$$\text{avec } K = K_1 \text{ pour } t < t_1$$

$$K = K_2 \text{ pour } t \geq t_1$$

- Changement de raideur pour une amplitude de déplacement donnée :

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = \text{excitation}$$

$$\text{avec } K = K_1 \text{ pour } x < x_1$$

$$K = K_2 \text{ pour } x \geq x_1$$

- Non-linéarité cubique sur la raideur :

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx^3 = \text{excitation}$$

- Variation linéaire de la raideur :

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + K(t)x = \text{excitation}$$

$$\text{avec } K(t) = a * t \text{ avec } a = \text{cte}$$

2. Non-linéarités sur l'amortissement C tel que :

- Changement d'amortissement pour un temps donné :

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = \text{excitation}$$

$$\text{avec } C = C_1 \text{ pour } t < t_1$$

$$C = C_2 \text{ pour } t \geq t_1$$

- Changement d'amortissement pour une amplitude de vitesse donnée :

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = \text{excitation}$$

$$\text{avec } C = C_1 \text{ pour } \dot{x} < \dot{x}_1$$

$$C = C_2 \text{ pour } \dot{x} \geq \dot{x}_1$$

- Non-linéarité quadratique sur l'amortissement :

$$m\ddot{x} + C\dot{x}^2 + Kx = \text{excitation}$$

- Non-linéarité quadratique sur l'amortissement 1 :

$$m\ddot{x} + C_1\dot{x} + C_2\dot{x}|\dot{x}| + Kx = \text{excitation}$$

3. Non-linéarités de frottements tel que :

- Modèle de *Coulomb* :

Le coefficient de frottement est constant.

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + \mu_d N \text{sign}(\dot{x}) + Kx = \text{excitation}$$

Avec $\mu_d = \text{cte}$ et N est la force normale.

- Modèle de *Stribeck* :

Le coefficient de frottement dépend du déplacement et de la vitesse.

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + \mu_d N \text{sign}(\dot{x}) + Kx = \text{excitation}$$

Avec :

$$\mu_d = [1 + (F_r - 1) \exp(a_1 x)][1 - \exp(a_2 \dot{x})]$$

Avec F_r , le rapport des forces de frottement statique et dynamique, a_1 et a_2 , paramètres liés à la rugosité de la surface de contact et à sa capacité d'agglomération. a_1 est lié au composant de frottement dynamique et a_2 est lié au composant statique.

- Modèle de *Lugre* :

Le modèle *Lugre* représente le contact entre deux surfaces par des lames (voir figure D.1, [110]). Ces lames se fléchissent comme des ressorts quand il y a une vitesse relative entre les deux surfaces.

La flexion des ressorts engendre la force de frottement. Si la flexion est suffisamment large, les lames vont glisser d'une manière aléatoire à cause des surfaces de contact irrégulières.

Malgrès que la flexion est aléatoire, le modèle *Lugre* considère la flexion moyenne Z qui est modélisée par une équation différentielle du premier ordre :

$$\dot{Z} = \dot{x} - Z \frac{|\dot{x}|}{G(\dot{x})}$$

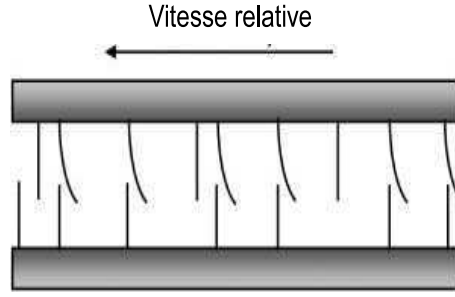


Fig. D.1 – Description de la force de frottement selon le modèle de *Lugre*

Avec : Z , la flexion moyenne des lames.

La fonction $G(\dot{x})$ permet au modèle *Lugre* d'avoir un coefficient de frottement statique plus élevé du coefficient de frottement dynamique :

$$G(\dot{x}) = \frac{1}{\sigma_0} [F_c + (F_s - F_c) \exp -(\dot{x}/V_s)^2]$$

Avec : F_c , la force de Coulomb, F_s , la force de frottement statique et V_s , la vitesse de *Striebeck*.

L'équation du système masse-ressort est :

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + f + Kx = excitation$$

Avec : $f = \sigma_0 Z + \sigma_1 \dot{Z} + \sigma_2 \dot{x}$.

Avec : σ_0 , la rigidité des lames, σ_1 , le coefficient d'amortissement et σ_2 , le coefficient de viscosité.

- Modèle *dynamique* incluant l'accélération :

Le coefficient de frottement dépend de l'accélération.

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + \mu_d N \text{sign}(\dot{x}) + Kx = excitation$$

Avec :

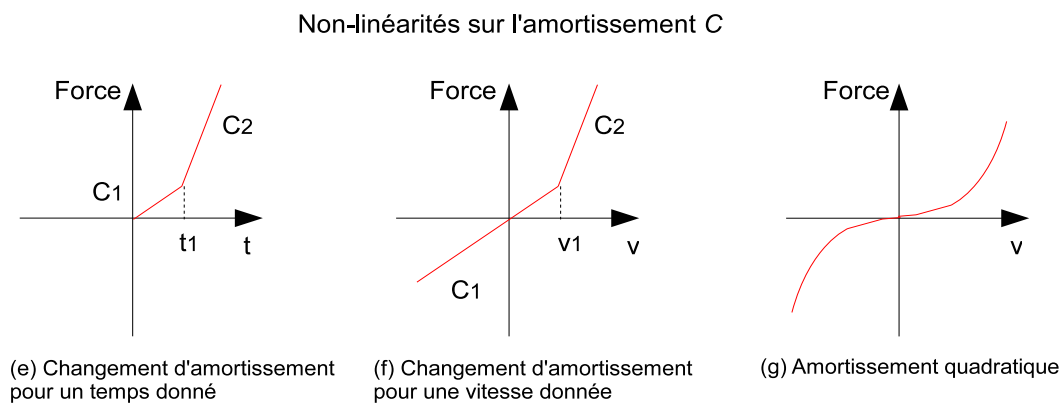
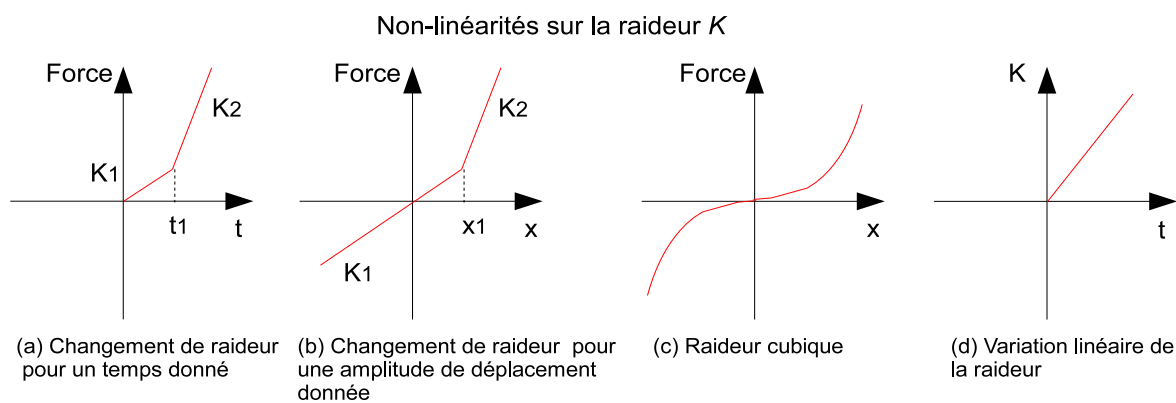
$$\mu_d = [1 + (\frac{F_s - F_d}{F_d}) \exp(-b\ddot{x}\text{sign}(\dot{x}))] \text{ si } \text{sign}(\ddot{x}) > 0$$

$$\mu_d = [1 - (\frac{F_s - F_d}{F_d}) \exp(-b\ddot{x}\text{sign}(\dot{x}))] \text{ si } \text{sign}(\ddot{x}) < 0$$

Avec :

$$b = \frac{a_1}{a_2 + \text{sign}(\ddot{x})}$$

Avec : F_s , le coefficient de frottement statique, F_d , le coefficient de frottement dynamique et a_1 et a_2 sont deux constantes.



Le frottement

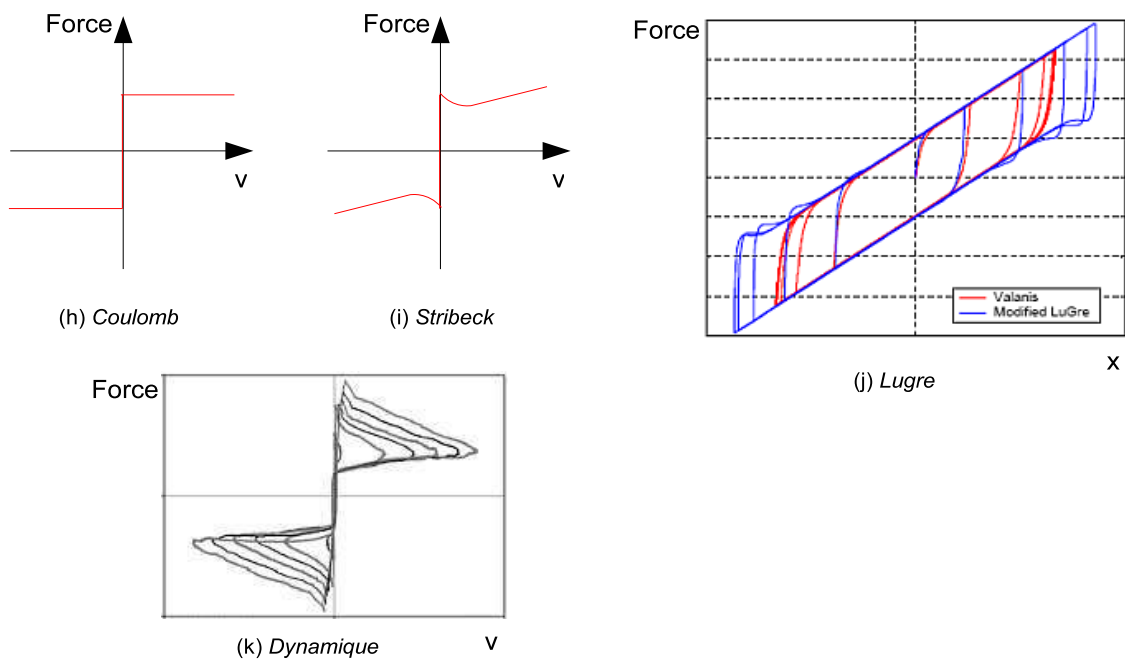


Fig. D.2 – Les différents types de non-linéarités modélisées par des systèmes masse-ressort.

Bibliographie

- [1] *A simple method of interpretation for the modal analysis of nonlinear systems*, 1987.
- [2] *Eigenvalues of covariance matrices : application to neural-network learning*, San Mateo, 1990.
- [3] *Coherence : a powerful estimator of nonlinearity, theory and application*, San Diego, 1992.
- [4] *A new method for identifying orders of input-output models for nonlinear dynamical systems*, San Fransisco, California, 1993.
- [5] *Second derivatives for network pruning : optimal brain surgeon*, San Mateo, CA, 1993.
- [6] *Generalization performance of regularized neural network models*, Piscataway, NJ, 1994.
- [7] *Reccurent networks : second order properties and pruning*, MIT press, 1995.
- [8] *Encyclopédie multimédia Larousse*. Larousse Bordas, 1998.
- [9] NF X 07-001. *Normes fondamentales. Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie*, 1994.
- [10] GAM EG 13. *Essais militaires et aéronotiques*. Technical report, AEMC Mesure, 1986.
- [11] D.E. Adams. Frequency domain *arx* model and multi-harmonic *frf* estimators for non-linear dynamic systems. *Journal of Sound and Vibration*, 250 :935–950, 2001.
- [12] D.E. Adams and R.J. Allemang. Survey of nonlinear detection and identification techniques for experimental vibrations. In *the 23rd International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA*, pages 517–529, Leuven, Belgium, 1998.
- [13] D.E. Adams and R.J. Allemang. A frequency domain method for estimating the parameters of a non-linear structural dynamic model through feedback. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14 :637–656, 2000.
- [14] D.E. Adams and R.J. Allemang. Residual frequency autocorrelation as an indicator of non-linearity. *Non-Linear Mechanics*, 36 :1197–1211, 2001.
- [15] M.A. Al-Hadid and J.R. Wright. Developpements in the force state-mapping technique for non-linear systems and the extention to the location of non-linear elements in a lumped-parameter system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 3 :269–290, 1989.

- [16] T. Alleau and I. Dumas. La pile à combustible : une réponse aux préoccupations énergétiques et environnementales. Technical Report 44, Commissariat à l'énergie atomique (CEA), 2000-2001.
- [17] S. Antipolis. Mathématiques et informatique de l'automatique et de l'optimisation pour l'utilisateur. Technical report, Team miaou-INRIA, 2002.
- [18] P. Argoul, T.P. Le, and T.M. Nguyen. Continuous wavelet transform for parameter identification from decay responses of nonlinear structures. In *Proceedings of the EUROMECH Colloquium 457 on Nonlinear Modes of Vibrating Systems*, pages 73–78, 2004.
- [19] G. Asch. *Les capteurs en instrumentation industrielle*. Dunod, 1987.
- [20] Projet AST4-CT. Fuel cell application in a new configured aircraft. Technical report, Airbus, 2005.
- [21] P. Atkins, J.R. Wright, and K. Worden. An extension of force appropriation to the identification of non-linear multi-degree-of-freedom systems. *Journal of Sound and Vibration*, 237 :23–43, 2000.
- [22] M.A.F. Azeez and A.F. Vakalis. Numerical and experimental analysis of a continuously overhung rotor undergoing vibro-impact. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 34 :415–435, 1999.
- [23] V.I. Babitsky and V.L. Krupenin. *Vibrations of strongly nonlinear discontinuous systems*. Springer, Berlin, 2001.
- [24] A. Badarous. *Etalonnage des accéléromètres*, Techniques de l'ingénieur, 2002.
- [25] J. Le Bail, H. Alla, and R. David. Réseaux de petri hybrides. *Technique et science informatiques*, 11(5) :95–120, 1992.
- [26] S. Bellizzi and M. Defilippi. Non-linear mechanical systems identification using linear systems with random parameters. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 17 :203–210, 2003.
- [27] H. Benaroya. *Mechanical Vibration Analysis Uncertainties and Control*. CRC Press, 2004.
- [28] F. Benedettini, D. Capecchi, and F. Vestroni. *Nonparametric models in identification of hysteretic oscillators*, Università dell'Aquila, 1991.
- [29] M. Bertrand, C. Iung, and J. Zaytoon. Systèmes dynamiques hybrides. *Techniques de l'ingénieur*, pages 5–7, 2003.
- [30] S.A. Billings and K.M. Tsang. Spectral analysis of block structured non-linear systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 4 :117–130, 1990.
- [31] B. Blunier and A. Miraoui. *Piles à combustible*. Ellipses Edition Marketing, 2007.
- [32] J.F. Boisseau. Vibrations des structures industrielles. *Techniques de l'ingénieur*, page 1, 2004.
- [33] R. Camillacci, C. Valente, and F. Brancaleoni. Modal identification of multi-degree-of-freedom mechanical systems endowed with geometric nonlinearities.

- In *DETC : 20th Biennial Conf. on Mechanical Vibration and Noise*, Long Beach, CA, United States, 2005.
- [34] CEA. L'émergence d'une industrie française de pile à combustible. Technical report, CEA, 2005.
- [35] Z. O. CecilZienkiewicz and O. Cecil. *La méthode des éléments finis : formulation de base et problèmes linéaires*. Paris-La Défense, AFNOR, 1991.
- [36] W. Charon. Travaux dirigés du cours conception des systèmes mécatronique. UTBM.
- [37] W. Charon. Practical design and verification of lqg controllers as applied to active structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 8 :960–985, 1997.
- [38] J.P Cusumano, M.T Sharkady, and B.W kimble. Experimental measurements of dimensionnality and spatial coherence in the dynamics of a flexible beam impact oscillator. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 347 :421–438, 1994.
- [39] DARPA. *Neural network study*. AFCEA, 1988.
- [40] D. Daugher, M. Fogli, and D. Clair. Modeling of complex dynamical behaviours using a state representation technique based on a vector arma approach. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21 :73–80, 2005.
- [41] G. Dauphin-Tanguy. *Les bond-graphs*. Traité IC2, Hermes Science Publications, 2000.
- [42] S.F Dermott and C.D Murray. Nature of the kirkwood gaps in the asteroid belt. *Nature*, 301 :201–205, 1983.
- [43] A. Desflots. *Caractérisation des non-linéarités et modélisation d'une plaque bipolaire d'une pile à combustible PME*, Projet de master, 2008.
- [44] L. Dongwei, B. Hongbai, Y. Jianchun, and L. Yingjie. Modeling a nonlinear system with hysteresis characteristics. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 41 :205–214, 2005.
- [45] G. Dreyfus, J.M. Martinez, and M. Samuelides. *Réseaux de neurones : méthodologie et applications*. Eyrolles, 2001.
- [46] J. Dumas and B. Bennevault. *Débuter la mesure vibratoire*, Groupe MVI technologies, 2001.
- [47] P.E. Dupuis. *Essais de vibrations*, Techniques de l'ingénieur, 2000.
- [48] F. Elie. *Conception et réalisation d'un système utilisant des réseaux de neurones pour l'identification et la caractérisation, à bord de satellites, de signaux transitoires de type sifflement*, Thèse de doctorat, 1997.
- [49] D.J. Ewins. *Modal Testing : Theory, Practice and Application*. Research Studies Press LTD, Hertfordshire, 2000.
- [50] A. Faure. *Cybernétique des réseaux neuronaux*. Hermes, 1998.

- [51] M. Feldman. Nonlinear system vibration analysis using the hilbert transform-i. free vibration analysis method 'freevib'. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 8 :119–127, 1994.
- [52] R. Fletcher. *Practical Methods of Optimization*. Willy and Sons, Chichester, 2nd edition, 1987.
- [53] H. Franco and R.M.O. Pauletti. Analysis of nonlinear oscillations by gabor spectrograms. *Nonlinear Dynamics*, 12 :215–236, 1997.
- [54] R. Galley and C. Gatignol. *Rapport sur les perspectives offertes par la technologie de la pile à combustible*, Rapport de l'assemblée nationale, Office parlementaire d'évaluation des choix scientifiques et technologiques, 2001.
- [55] V. Gattulli, L. Martinelli, F. Perotti, and F. Vestroni. Dynamics of suspended cables under turbulence loading : Reduced models of wind field and mechanical system. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, 95 :183–207, 2007.
- [56] C. Gavin, M. Haroon, D.E. Adams, and Y.W. Luk. A frequency domain technique for characterizing nonlinearities in a tire-vehicle suspension system. *Journal of Vibration and acoustics*, 127 :61–76, 2005.
- [57] R. Ghanem and F. Romeo. A wavelet-based approach for model and parameter identification of non-linear systems. *Non-Linear Mechanics*, 36 :835–859, 2001.
- [58] D. Giagopoulos and S. Natsiavas. Hybrid (numerical-experimental) modeling of complex structures with linear and nonlinear components. *Nonlinear Dynamics*, 25 :193–217, 2007.
- [59] D. Goge, M. Sinapius, U. Fullekrug, and M. Link. Detection and description of non-linear phenomena in experimental modal analysis via linearity plots. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40 :27–48, 2004.
- [60] W.R. Grove. On voltaic series and the combination of gases by platinum. *The London and Edimburgh philosophical magazine and journal of science*, 14 :127–130, 1839.
- [61] R. Haber. Proceedings ifac symposium on identification and system parameter estimation. In *York, UK*, pages 409–414, 1985.
- [62] L.K. Hansen and J. Larsen. Linear unlearning for cross-validation. *Advances in Computational Mathematics*, 5 :269–280, 1996.
- [63] D. Harel. Statecharts : a visual formalism for complex systems. *Journal of Science of computer programming*, 8(1) :231–274, 1987.
- [64] M. Haroon and D.E. Adams. Time and frequency domain nonlinear system characterization for mechanical fault identification. *Non-Linear Dynamics*, 50 :387–408, 2007.
- [65] M. Haroon, D.E. Adams, Y.W. Luk, and A.A. Ferri. A time and frequency domain approach for identifying nonlinear mechanical system models in the absence of an input measurement. *Journal of Sound and Vibration*, 283 :1137–1155, 2005.

- [66] S. Hartmann, J. Gibmeier, and B. Scholtes. Experiments and material parameter identification using finite elements. uniaxial tests and validation using instrumented indentation tests. *Experimental Mechanics*, 46 :5–18, 2006.
- [67] S. Haykin. *Neural networks : A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall, 2nd edition, 1998.
- [68] G.M. Hermann and M. Marcus. Nonlinear galerkin methods for the model reduction of nonlinear dynamical systems. *ComputersStructures*, 81 :1277–1286, 2003.
- [69] S. Herold, D. Mayer, and H. Hanselka. Transient simulation of adaptative structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 15(3) :215–224, 2004.
- [70] J. Hertz, A. Krogh, and R.G. Palmer. An introduction to the theory of neural computation. In *Lecture Notes*, volume 1. Addison-Wesley, Redwood City, CA, 1991.
- [71] M. Hiroyuki and Y. Shinji. Identification of nonlinear vibration system by bispectrum analysis. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 61 :3184–3189, 1995.
- [72] A.M. Horr. Nonlinear spectral dynamic analysis of guyed towers. part 1 : theory. *Can. J. Civ. Eng.*, 31 :1051–1060, 2004.
- [73] S. Ibrahim and E. Mikulcik. A method from the direct identification of vibration parameters from the free responses. *The shock and vibration bulletin*, 47(4) :183–198, 1977.
- [74] Site Internet. [http ://ec.europa.eu/research/transport/projects/article3684en.html](http://ec.europa.eu/research/transport/projects/article3684en.html).
- [75] Site Internet. [http ://en.wikipedia.org/wiki/self-organizing-map](http://en.wikipedia.org/wiki/self-organizing-map).
- [76] Site Internet. [http ://en.wikipedia.org/wiki/vibration](http://en.wikipedia.org/wiki/vibration).
- [77] Site Internet. [http ://fuelcell-igert.rpi.edu](http://fuelcell-igert.rpi.edu).
- [78] Site Internet. [http ://planet-automobiles.blogspot.com](http://planet-automobiles.blogspot.com).
- [79] Site Internet. [http ://virtual.cvut.cz/cemlibmodules/index.html](http://virtual.cvut.cz/cemlibmodules/index.html).
- [80] Site Internet. [http ://www.annso.freesurf.fr/h2.html](http://www.annso.freesurf.fr/h2.html).
- [81] Site Internet. [http ://www.greenjobs.com/public](http://www.greenjobs.com/public).
- [82] Site Internet. [http ://www.ird.dk](http://www.ird.dk).
- [83] Site Internet. [http ://www.recurrence-plot.tk](http://www.recurrence-plot.tk).
- [84] W.W. Jacques. Coal battery. *Harper's new monthly magazine*, 1896.
- [85] S. Jemei. *Modélisation d'une pile à combustible de type PME par réseaux de neurones*, Thèse de doctorat, Université de technologie de Belfort et Montbéliard et de l'université de Franche comté, 2004.
- [86] J.F. Jodouin. *Les réseaux de neurones : principes et définitions*. Hermes, 1994.
- [87] J.F. Jodouin. *Les réseaux neuromimétiques*. Hermes, 1994.

- [88] J.C. Peyton Jones and S.A. Billings. Recursive algorithm for computing the frequency response of a class of non-linear difference equations models. *International Journal of Control*, 50 :1925–1940, 1989.
- [89] M. Juntunen and J. Linjama. Presentation of the *vtt* benchmark. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 17 :179–182, 2003.
- [90] D. Kaplan. *Understanding Nonlinear Dynamics*. Springer-Verlag, 1995.
- [91] G. Kerschen, Y.S Lee, A.F Vakakis, D.M McFarland, and L.A Bergman. Irreversible passive energy transfer in coupled oscillators with essential nonlinearity. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 11 :3–22, 1997.
- [92] G. Kerschen, K. Worden, A.F. Valakis, and J.C. Golinval. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20 :505–592, 2006.
- [93] L.C. Kiong, M. Rajeswri, and M.V.C. Rao. Extrapolation detection and novelty-based node insertion for sequential growing multi-experts network. *Applied Soft Computing*, 3 :159–175, 2003.
- [94] A. Kyprianou, K. Worden, and M. Panet. Identification of hysteretic systems using the differential evolution algorithm. *Journal of Sound and Vibration*, 248 :289–314, 2001.
- [95] Y.C. Liang, D.P. Feng, and J.E. Cooper. Identification of restoring forces in non-linear vibration systems using fuzzy adaptive neural networks. *Journal of Sound and Vibration*, 242 :47–58, 2001.
- [96] D.J. Ligier and E. Baron. *Acyclisme et vibrations : applications aux moteurs thermiques et aux transmissions*. Editions TECHNIP, 2002.
- [97] G.P. Liu, S.A. Billings, and V. Kadirkamanathan. Nonlinear system identification using wavelet networks. *International Journal of Systems Science*, 31 :1531–1541, 2000.
- [98] L. Ljung. *System Identification : Theory for the User*. Prentice Hall, 2nd edition, 1999.
- [99] LMS. Lms manuel. Technical report, LMS International, 2002.
- [100] A. Lutz, R. Bradshaw, L. Bromberg, and A. Rabinovich. Thermodynamic analysis of hydrogen production by partial oxidation reforming. *International Journal of Hydrogen Energy*, 29 :809–816, 2003.
- [101] D. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal Application Mathematics*, 2 :164–168, 1963.
- [102] S.F. Masri and T.K. Caughey. A nonparametric identification technique for non linear dynamic problems. *Journal of Applied Mechanics*, 46 :433–447, 1979.
- [103] M. Mergeay. Least squares complex exponential method and global system parameter estimation used by modal analysis. In *Proceedings of ISMA*, 8 Leuven, Belgium, september 1983.

- [104] Y. Morere. Les réseaux de neurones récurrents. Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'informatique industrielles et humaines de Valenciennes, 1998.
- [105] R. Mosdale. *Transport électrique routier, véhicules électriques à pile à combustible*, Techniques de l'ingénieur, 2003.
- [106] M. Naser and D. Todd. Representations of coulomb friction for dynamic analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26 :541–548, 1997.
- [107] A.H Nayfeh and D.T Mook. *Nonlinear Oscillations*. Wiley-Interscience, 1979.
- [108] A.H Nayfeh and D.T Mook. Energy transfer from high-frequency to low-frequency modes in structures. *Journal of Vibrations and Acoustics*, 117 :186–195, 1995.
- [109] B.Do. Nguyen. *Modeling of frictional contact conditions in structures*, Thèse de doctorat, 2005.
- [110] B.Do. Nguyen, A.F. Aldo, and O.A. Bauchau. Efficient simulation of a dynamic system with lugre friction. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2 :281–289, 2007.
- [111] M. Norgaad. *Neural networks based system identification toolbox*. Technical University of Denmark, 2000.
- [112] M. Norgaad, O. Ravn, N.K. Poulsen, and L.K. Hansen. *Neural networks for modeling and control of dynamic systems*. Springer, 2001.
- [113] ONERA. Modélisation et simulation des vibrations moyennes et hautes fréquences des structures complexes. Technical report, The french aerospace lab, 2007.
- [114] D. Panayotounakos, A. Panayotounakou, and A.F Vakakis. On the solution of the unforced duffing oscillator with damping. *Nonlinear dynamics*, 28 :1–16, 2002.
- [115] M. Peifer, J. Timmer, and H.U. Voss. Nonparametric identification of nonlinear oscillating systems. *Journal of Sound and Vibration*, 267 :1157–1167, 2003.
- [116] F. Pellicano. On the dynamic properties of axially moving systems. *Journal of Sound and Vibration*, 281 :593–609, 2004.
- [117] M.C. Pera. Systèmes pile à combustible. Technical report, Laboratoire L2ES, UTBM, 2006-2007.
- [118] E. Pesheck, N. Boivin, C. Pierre, and S.W. Shaw. Nonlinear modal analysis of structural systems using multi-mode invariant manifolds. *Nonlinear Dynamics*, 25 :183–205, 2001.
- [119] L. Ratsifandrihana. *Amélioration des procédures d'identification modale des structures par appropriation automatique et utilisation des forces non contrôlées*, Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 1995.
- [120] Y. Renard. *Modélisation des instabilités liées au frottement sec des solides élastiques, aspects théoriques et numériques*, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1992.

- [121] S.H. Rhee, P.H.S Tsang, and S.W. Yen. Friction-induced noise and vibrations of disc brakes. *Wear*, 133 :39–45, 1989.
- [122] D. Rémond, J. Neyrand, G. Aridon, and R. Dufour. On the improved use of chebyshev expansion for mechanical system identification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22 :390–407, 2008.
- [123] Y. Rocard. *Dynamique Générale des Vibrations*. MASSON ET Cie, 1971.
- [124] V. Rouss. *Réplication du profil routier, Time Waveform Replication*, Rapport technique, FCLAB, 2006.
- [125] V. Rouss, P. Lesage, W. Charon, D. Candusso, S. Bégot, X. François, F. Harel, M.C. Péra, and J.M. Kauffman. Test data and report on vibration test results. Technical report, FClab, 2007.
- [126] D.E. Rumelhart and J.L. McClelland. Explorations in the microstructure of cognition : Foundations. In *Parallel Distributed Processing*, Cambridge, MA, 1986.
- [127] M. Salgado, G. Goodwin, and R. Middleton. Modified least squares algorithm incorporating exponential forgetting and resetting. *International Journal of Control*, 2 :477–491, 1988.
- [128] M. Sarkis. *Développement d'un système d'acquisition sous LabVIEW*, rapport de mini-projet de master encadré par V. ROUSS, 2007.
- [129] M. Schetzen. *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*. Krieger Publishing Compagny, Malabar, 1989.
- [130] I.B. Schwartz, D.S. Morgan, L. Billings, and Y.C. Lai. Multi-scale continuum mechanics : from global bifurcations to noise induced high-dimensional chaos. *chaos*, 14 :373–386, 2004.
- [131] S. Shaw and P.J holmes. A periodically forced linear oscillator with impacts : chaos and long period motions. *Physical Review Letters*, 51 :623–626, 1983.
- [132] L. Shun-Ming and G. De-Ping. Identification of nonlinear vibration characteristics of cracked rotor using harmonic wavelet analysis and fractal theory. *Hangkong Dongli Xuebao*, 19(5) :581–586, 2004.
- [133] M. Simon and G.R. Tomlinson. Use of the hilbert transform in modal analysis of linear and non-linear structures. *Journal of Sound and Vibration*, 4 :421–436, 1984.
- [134] R. Singh, P. Davies, and A.K. Bajaj. Identification of nonlinear and viscoelastic properties of flexiblepolyurethane foam. *Nonlinear Dynamics*, 34 :319–346, 2003.
- [135] O. Sorensen. Non-linear pole-placement control with a neural network. *European Journal of Control*, 2, 1996.
- [136] A. Stefanski, J. Wojewoda, M. Wiercigroch, and T. Kapitaniak. Chaos caused by non-reversible dry friction. *CHAOS SOLITONS and FRACTALS*, 16 :661–664, 2003.

- [137] P. Stevens, F. Novel-Cattin, and A. Hammou. Pile à combustibles. Technical report, Techniques de l'ingénieur, 2000.
- [138] M. Thothadrai and F.C. Moon. Nonlinear system identification of systems with periodic limit-cycle response. *Nonlinear Dynamics*, 39, 2005.
- [139] A. Tondl, T. Ruijgrok, F. Verhulst, and R. Nabergoj. *Autoparametric resonances in mechanical systems*. Cambridge University press, 2000.
- [140] A.F. Vakakis. Non-linear normal modes and their applications in vibration theory : an overview. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 11 :3–22, 1997.
- [141] A.F. Vakalis, L.I. Manevitch, A. Musienko, G. Kerschen, and L.A. Bergman. Transient dynamics of a dispersive elastic wave guide weakly coupled to an essentially nonlinear end attachment. *Wave Motion*, 41 :109–132, 2004.
- [142] F. Verhulst. *Non linear differential equations and dynamical systems*. Springer, Berlin, 1999.
- [143] L. Wang, J. Zhang, C. Wang, and S. Hu. Time-frequency analysis of nonlinear systems : the skeleton linear model and the skeleton curves. *Journal of Vibration and Acoustics*, 125 :170–177, 2003.
- [144] S. Wiggins. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer, 1990.
- [145] J. Wisdom, S.J. Peale, and F. Mignard. The chaotic rotation of hyperion. *Icarus*, 58 :137–152, 1984.
- [146] J.R. Wright, M.F. Platten, J.E. Cooper, and M. Sarmast. Identification of multi-degree-of-freedom weakly non-linear systems using a model based in modal space. In *International Conference on Structural System Identification*, pages 49–68, 2001.
- [147] K.Q. Xu and H.J. Rice. On an innovative method of modeling general nonlinear mechanical systems, part1 : Theory and numerical simulations. *Journal of Vibration and Acoustics*, 120(1) :125–130, 2007.
- [148] R.R. Zhang, R. King, L. Olson, and Y. Xu. Dynamic response of the triniyi river relief bridge to controlled pile damage : medeling and experimental data analysis comparing fourier and hilbert-huang techniques. *Journal of sound and vibration*, 285 :1049–1070, 2005.
- [149] Z. Zhang. *Modélisation de systèmes mécaniques complexes pour l'expérimentation en dynamique*, Présentation interne à l'UTBM, 2009.